

**Posudek diplomové práce Veroniky Fišerové
"Lipschitz Functions in Analysis of PDEs"**

Práce se zabývá velmi aktuálním tématem - stacionárním prouděním tekutin, jejichž zobecněná viskozita závisí nejen na symetrickém gradientu rychlosti, ale také na tlaku. Po krátkém úvodu je ve druhém odstavci práce vysvětleno, proč je důležité zabývat se viskozitou, která závisí také na tlaku, a je sestavena jedna třída takových modelů. V poslední části druhého odstavce je velmi přehledně uvedeno, jakých výsledků již bylo dosaženo jinými autory i cíl práce, tj. dokázat existenci slabých řešení studované soustavy pro širší třídu parametrů.

Klíčovým parametrem je zde růst viskozity v závislosti na symetrickém gradientu rychlosti. Označíme-li D symetrickou matici typu $d \times d$ (d je dimenze prostoru, v němž kapalina proudí) a p reálnou proměnnou, požadujeme, aby viskozita rostla v proměnné D s mocninou $r - 2$, kde $r \in (1, 2)$ (přesněji v podmínce 2.4, 2.5 na str. 11 práce) a růst v proměnné p byl dostatečně malý. Známé výsledky existence řešení požadují, aby $r > \frac{3d}{d+2}$. Tato podmínka umožňuje užít aproximativní řešení jako testovací funkci i v konvektivním členu a získat tak vhodné apriorní odhady. Autorce se podařilo existenci řešení dokázat pro $r > \frac{2d}{d+2}$ s tím, že jako testovací funkce byly použity lipschitzovské aproximace aproximativních řešení. Důkaz tak probíhá v několika krocích. Nejprve jsou definovány dvě aproximace (regularizace tlaku a vyšší integrabilita rychlostí). Pak je dokázána Galerkinovou metodou existence řešení aproximovaného systému a v závěru limitní přechody pro aproximační parametry.

Ráda bych zdůraznila, že téma práce vyžaduje poměrně rozsáhlé a hluboké znalosti z několika partií matematiky - jmenujme alespoň modelování, parciální diferenciální rovnice, Sobolevovy prostory, funkcionální analýzu a velmi netriviální výsledky o lipschitzovských aproximacích funkcí ze Sobolevových prostorů, které autorům (E. Acerbi, N. Fusco ve variačním počtu a J. Frehse, J. Málek, M. Steinhauer v mechanice tekutin) získaly značný ohlas. Kromě toho diplomová práce ukazuje i schopnost samostatné aktivity diplomantky při získání jemných odhadů a jejich použití v důkazech slabé konvergence nelineárních operátorů.

Diplomová práce obsahuje původní publikovatelné výsledky získané netriviálním použitím dosti hlubokých metod. Práce je napsána velmi pěkně a pečlivě, dostatečně jasně, přesně a srozumitelně.

Podle mého názoru je práce velmi kvalitní, schopná publikace v dobrých časopisech a bohatě splňuje požadavky kladené na diplomové práce. Na základě těchto skutečností ji ráda doporučuji k obhajobě a navrhuji, aby po úspěšné obhajobě byla hodnocena známkou

výborně.



/Jana Stará

V Praze 29.5.2007