

Posudek diplomové práce Veroniky Fišerové: Lipschitz Functions in Analysis of PDEs

Petr Kaplický

1 Popis problému studovaného v DP

Ve své diplomové práci se Veronika Fišerová zabývá existencí slabého řešení systémů rovnic popisujícího ustálené proudění tekutin, jejichž viskozita závisí na tlaku a smyku. Podmínky na růsty viskozity tekutiny jsou voleny tak, že přirozený prostor v němž se hledá slabé řešení je $W^{1,r}(\Omega)$, pro $r \in (2d/(d+2), 3d/(d+2))$. S tím souvisí také hlavní obtíž, kterou je v důkazu existence slabého řešení nutné překonat-slabe řešení není vhodná testovací funkce ve slabé formulaci úlohy. Další komplikace jsou nelineární závislost tenzoru napětí na smyku a závislost tenzoru napětí na tlaku obecně. Pro důkaz existence slabého řešení je původní problém dvojnásobně aproximován. Pro limitní přechod k řešení původního problému je užito pokročilých technik založených na Vitaliho větě, aproximaci sobolevovských funkcí pomocí lipschitzovských funkcí a rozdělení tlaku.

2 Hodnocení obsahu DP

V práci je rozšířen výsledek o existenci slabého řešení z článku [Frehse, J.; Málek, J.; Steinhauer, M.: On analysis of steady flows of fluids with shear-dependent viscosity based on the Lipschitz truncation method. SIAM J. Math. Anal. 34 (2003), no. 5, 1064–1083] pro tekutiny, jejichž viskozita může navíc záviset na tlaku. Podle mých znalostí se jedná o původní výsledek. V důkazu se používá složitých postupů, nicméně autorka se s nimi pěkně vyrovnává a prezentuje uspořádaný a srozumitelný matematický text. Jediné, co by snad bylo možné vytknout je na některých místech přílišná stručnost práce. V diplomové práci je možné se zabývat i podrobnostmi důkazu.

Konkrétně by mne zajímalo, proč se do rovnice pro moment hybnosti přidává při η -aproximaci $v^{\epsilon,\eta}$ právě na mocninu $2r' - 1$? Proč celá procedura funguje s dvojitou aproximací a ne přímo, nebo jen s jednoduchou aproximací? Je nutná podmínka $r < 3d/(d+2)$?

3 Závěr

Diplomová práce obsahuje nové zajímavé výsledky o existenci slabého řešení rovnic popisujících proudění neneutronovských tekutin. Práce je přehledně uspořádaná a pečlivě sepsaná. Neobsahuje (skoro) žádné překlepy. Je jisté, že tato práce splňuje podmínky kladené na diplomovou práci a navrhuji ji hodnotit známkou výborně.

V Praze 29. května 2007,

Petr Kaplický, KMA MFF UK

