

Mgr. Jakub Večeřa: Chaotic random variables in applied probability

V předložené disertační práci jsou zkoumány modely stochastické geometrie založené na gibbovských procesech. Hlavní pozornost je věnována procesům částic, kde částicemi mohou být úsečky (v dvojrozměrném prostoru) nebo obecněji $(d - 1)$ -rozměrné útvary s pravouhlými stěnami (v d -rozměrném prostoru). Jsou odvozeny centrální limitní věty pro U -statistiky těchto procesů za různých limitních režimů (rostoucí intenzita, zvětšující se okno pozorování) a různých předpokladů na studovaný model. Rovněž je zkoumán statistický problém odhadu parametrů modelu.

Práce je logicky rozdělená do čtyř kapitol. V první kapitole jsou vyloženy potřebné teoretické základy. Druhá kapitola je založena na vlastních asymptotických výsledcích, které autor publikoval ve třech článkách (ve dvou případech se svým školitelem). Třetí kapitola je více zaměřena na statistické aplikace, vychází ze dvou článků publikovaných nebo přijatých k publikaci v uznávaných zahraničních časopisech. V poslední kapitole jsou prezentovány nejnovější výsledky obdržené v rámci mezinárodní spolupráce s Ch. Hofer-Temmelem a G. Lastem.

Po matematické stránce je práce na velmi dobré úrovni. Obsahuje důkazy řady zajímavých tvrzení, které jsou důležitým přínosem pro studium limitního chování gibbovských geometrických modelů, což je v oblasti stochastické geometrie značně aktuální téma. Některá místa by si ovšem zasloužila více matematické přesnosti a podrobnější vysvětlení. V práci se vyskytuje přiměřený počet překlepů a drobných nesrovnalostí ve vzorcích, např. při definici prostoru faset na samém začátku podkapitoly 2.2, v poznámce 24, na konci důkazu lemmatu 18. Na několika místech chybí pravé závorky. V některých případech je používáno dvojí značení pro stejný objekt, např. vzorce (1.11) a (1.12), statistiky ve znění věty 4, skalární součín na str. 21.

Název práce mohl být zvolen tak, aby přesněji vypovídal o jejím obsahu. Také finálnímu zpracování mohl autor věnovat více pozornosti. Na první pohled působí velmi špatným dojmem černé obdélníčky upozorňující na dlouhé řádky. Z typografických nedostatků bych zmínil nejednotné odsazování odstavců nebo nerozlišování rozdílu mezi spojovníkem, pomlčkou a minusem. Jméno Takacs se několikrát objevuje v chybném tvaru. V seznamu literatury chybí u jedné položky rok, řazení není zcela podle abecedy a názvy časopisů jsou někdy zkracovány a někdy ne. Po jazykové stránce je práce na slušné úrovni, nejčastější chyby v anglicky psaném textu jsou v (ne)použití členů nebo v pořadí slov ve větě.

K obsahu práce mám následující konkrétní připomínky a dotazy:

1. Formulace poznámky 2 je dost nešťastná. Není vysvětleno, co je α ani co má plynout ze Slivnyakova–Meckeho vzorce. Vzorec (1.2) je Georgiiho–Nguyenova–Zessinova identita, která se později opět objevuje jako (3.3), ale v trochu jiném zápise. Ve (3.3) navíc vypadla míra intenzity.
2. Proč se na straně 10 uvádí, že $g \in L_1(\mathbb{P}_{\eta_\alpha}) \cap L_2(\mathbb{P}_{\eta_\alpha})$? Nestačilo by napsat, že $g \in L_2(\mathbb{P}_{\eta_\alpha})$?
3. V problémech uvažovaných v kapitole 2 nemají polohy středů (první složka množiny \mathbf{B}) žádný vliv na hodnoty funkcí G . Některé úvahy by se zpřehlednily, pokud by se uvažovaly pouze počty N_i bodů, které mají orientaci e_i . Pomocí smíšených momentů těchto veličin by se pak daly vyjádřit střední hodnoty $\mathbb{E}G_k(\mu_\alpha^{(g)})$ vystupující v (2.6). S tímto souvisí otázka, jestli by se nedaly zjednodušit integrály I_k a $I_{k_1 k_2}$ ve větě 5.
4. V kapitole 3 by se slušelo okomentovat, jak byly prováděny simulace.
5. V důkazu věty 15 se objevuje několik tvrzení, které buď zjevně neplatí, nebo vyžadují pořádnější vysvětlení:
 - $\mathbb{T}(K + x, \mu) = \mathbb{T}(K, \mu)$,
 - $\mathbb{T}(K + x, \mu_n) = \mathbb{T}(K + x, \mu)$ pro x blízké hranici W_n ,
 - $|\mathbb{T}(K + x, \mu_n)| \leq t$ a $|\mathbb{T}(K + x, \mu)| \leq t$.Dále je v důkazu konvergence (4.29) a (4.30) třeba zdůvodnit záměnu limity a integrálu.

6. Jaké příklady funkce f jsou vhodné pro situaci zkoumanou v kapitole 4? Z praktického hlediska může nastat problém s vyhodnocováním F_n , pokud by se částice překrývaly nebo pokud by zasahovaly mimo okno pozorování.

Hlavní přednosti práce spočívají v dosažených teoretických výsledcích, které rozšiřují a doplňují limitní věty obdržené jinými autory. Jakub Večeřa bezesporu prokázal schopnost samostatné tvořivé práce. Trochu více pozornosti mohl věnovat pečlivějšímu zpracování, ale to nemění nic na celkovém kladném hodnocení práce. Předložená disertační práce splňuje požadavky standardně kladené na disertační práci v daném oboru.

V Praze, 14. června 2019

doc. RNDr. Zbyněk Pawlas, Ph.D.
Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova
pawlas@karlin.mff.cuni.cz