

## POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Název:** Výběrové kvantily

**Autorka:** Iveta Hrušková

### SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

V práci sú zavedené rôzne definície výberových kvantilov používané v literatúre. Tieto prístupy sú porovnané z hľadiska splnenia šiestich kritérií navrhnutých v článku Hyndman a Fan (1996). Posledná kapitola sa venuje niektorým ďalším štatistickým vlastnostiam výberových kvantilov. V tvrdení 5 je napr. podrobne odvodená konštrukcia príslušného intervalového odhadu.

### CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

**Téma práce.** Téma práce je jednoduchšia, ale určite primeraná a zaujímavá.

**Vlastní příspěvek.** Práca vychádza z krátkeho príspevku Hyndmana a Fana (1996), ktorý autorka vhodne dopĺňa a diskutuje. Dôkazy jednotlivých tvrdení sú odvodené omnoho detailnejšie než v pôvodnom článku. Záverečná kapitola obsahuje mierne zovšeobecnenie niektorých základných teoretických výsledkov pre výberové kvantily, ktoré sú súčasťou kurzu *Matematická statistika 1* v bakalárskom štúdiu zamerania Stochastika.

**Matematická úroveň.** Matematická úroveň práce je dobrá. Autorka preukázala schopnosť rigorózne formulovať, upravovať, a samostatne dokazovať jednoduchšie tvrdenia.

**Práce se zdroji.** Zdroje sú citované správne.

**Formální úprava.** Text obsahuje niekoľko drobných preklepov a nekonzistencií v značení v počte primeranom rozsahu práce. Celkovo je ale formálna úroveň vysoká.

### PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Najzaujímavejšia časť práce je odvážna poznámka na strane 10, kde autorka vyvracia tvrdenie Hyndmana a Fana (1996) o platnosti vlastnosti (V3) pre kvantil  $\hat{Q}_2$ . O tomto nie som úplne presvedčený. V dôkaze vety 2, časť (ii), je pre kvantil  $\hat{Q}_2$  v prípade  $pn \notin \mathbf{Z}$  použitá rovnosť typu

$$n - \lfloor \alpha \rfloor = \lfloor n - \alpha \rfloor \quad \text{pre } n \in \mathbf{Z} \text{ a } \alpha \in \mathbf{R}.$$

To všeobecne neplatí, a (V3) sa zdá byť pre  $\hat{Q}_2$  skutočne splnená. Tento chybný krok sa v práci opakuje na viacerých miestach — napríklad vo formuli (1.3), a niekoľkokrát v iných častiach dôkazu vety 2. Neovplyvňuje táto chyba aj ďalšie výsledky prezentované v práci?

2. Väčšina dôkazov by sa zrejme dala bez väčšej námahy zjednotiť, ak by sa priamo vyšetrovali podmienky kladené na parametre  $m$  a  $\gamma$  (resp.  $\alpha$  a  $\beta$ ) za ktorých sú splnené vlastnosti (V1)–(V6).
3. Diskusia v úvode sekcie 1.3 mohla byť podrobnejšia. Z textu nie je zrejme prečo by v závislosti na  $\alpha$  a  $\beta$  nemohli byť parametre  $m$  a  $\gamma$  volené aj iným, vhodnejším spôsobom.
4. Odkiaľ v dôkaze tvrdenia 5 vieme, že distribučná funkcia binomického rozdelenia s pevným  $n$  je monotónna v  $p$ ?

5. Rovnosť na str. 5 ktorá nasleduje po „...neboť za spojitosti  $F_X$  platí...“ všeobecne nie je pravda.
6. Popis obrázku 1.1 nie je dostatočne jasný. Čo presne je tu zobrazené? Čo znamenajú plné body v grafoch, a prečo sú vykreslené funkcie spojité?
7. V sekcii 1.3 sa šesťkrát opakuje rovnaká definícia s rôznymi voľbami parametrov  $\alpha$  a  $\beta$ . Omnoho prehľadnejšie by bolo uviesť iba základnú definíciu kvantilu ako funkciu týchto parametrov, a rôzne voľby parametrov uviesť v tabuľke. Podobne by sa asi dala sprehľadniť aj definícia základného výberového kvantilu (Definice 4), v ktorej v tomto tvare nie je zrejmé čo je  $i$  vo formuli (1.1), a nie je zdôraznená závislosť kvantilu na parametroch  $m$  a  $\gamma$ .
8. Na str. 15 sa píše o deviatich variantách výberových kvantilov v programe SAS. Aké ďalšie varianty neuvažované v práci sú v SAS implementované?
9. Ak má interval spoľahlivosti asymptotickú pravdepodobnosť pokrytia aspoň  $1 - \alpha$ , neznamená to ešte, že pravdepodobnosť pokrytia musí konvergovať s  $n \rightarrow \infty$  ako sa využíva v dôkaze tvrdenia 5.
10. Volený zápis niekoľkoriadkových formúl v ktorých je nutné rozlišovať dva prípady je pomerne mätúci (porov. niekoľko dlhších rovníc na str. 11). Interpunkcia v dlhších rovniciach by mala byť jednotná, rovnice by mali byť súčasťou viet a tým pádom by mali byť ukončované bodkami. Jednotlivé riadky dlhších výrazov by nemali končiť symbolmi +, -, atď. Tieto sa typicky uvádzajú iba na začiatku nasledujúceho riadku. Vo výrazoch typu „Ve Věte 2“ sa v češtine typicky slovo veta nekapitalizuje.

## ZÁVĚR

Jedná sa o zaujímavú a pomerne dobre zvládnutú teoretickú prácu. Dôkazy tvrdení sú odvodené detailne a prehľadne. S výnimkou pripomienky 1 práca neobsahuje žiadne zásadné faktické chyby. Odporúčam ju uznať ako bakalársku prácu.

Stanislav Nagy  
KPMS MFF UK  
3. júna 2019