



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Tomáš Popěk

Řešené úlohy z kvantové fyziky

Katedra didaktiky fyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Koupilová Zdeňka, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Fyzika zaměřená na vzdělávání

Praha 2019

Poděkování

Chtěl bych poděkovat vedoucí této bakalářské práce RNDr. Zdeňce Koupilové, Ph.D. za mnoho cenných rad ohledně vytváření úloh v elektronické Sbírce, za komentáře, poznámky a dohled nad vypracováním této práce.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 15. 5. 2019

podpis

Název práce: Řešené úlohy z kvantové fyziky

Autor: Tomáš Popek

Katedra / Ústav: Katedra didaktiky fyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Zdeňka Koupilová, Ph.D., Katedra didaktiky fyziky

Abstrakt: Zaměřením této bakalářské práce je vytvoření řešených úloh z kvantové fyziky pro Elektronickou sbírku řešených úloh. Bylo vytvořeno 19 řešených úloh, které svým zaměřením spadají do kapitoly sbírky Fyzika mikrosvěta. V práci je dále popsána stručná historie elektronické sbírky, její technické řešení v kontextu tvůrce i uživatele a struktura úloh. Součástí práce jsou i komentáře k vypracovaným úlohám z hlediska fyzikální problematiky, kontextu dalších úloh sbírky a didaktické poznámky. V příloze této práce jsou uvedeny vybrané vypracované úlohy se strukturovaným řešením. Všechny 19 úloh je možné nalézt na stránkách <http://reseneulohy.cz/cs> nebo na přiloženém CD.

Klíčová slova: elektronická sbírka, řešené úlohy, kvantová fyzika

Title: Solved Problems in Quantum Physics

Author: Tomáš Popek

Department: Department of Physics Education

Supervisor: RNDr. Zdeňka Koupilová, Ph.D., Department of Physics Education

Abstract: The aim of this bachelor thesis is to create solved problems in quantum physics for the Electronic collection of solved problems. 19 solved problems were created, which belong to the chapter Microworld Physics. There is also described a brief history of the electronic collection, its technical solutions in the context of the creator and the user and structure of the tasks. Part of the work includes comments on the elaborated tasks in terms of physical issues, context of other tasks of the collection and didactic notes. In the appendix of this thesis there are presented selected created tasks with structured solutions. All 19 tasks can be found at website <http://reseneulohy.cz/cs> or on the attached CD.

Keywords: electronic collection, solved problems, quantum physics

Obsah

1. Úvod	1
2. Elektronická sbírka řešených úloh	2
2.1. Stručná historie sbírky	2
2.2. Struktura sbírky	2
3. Rozbor řešených úloh	4
3.1. Přibližné metody	5
3.1.1. Variační metoda	5
3.1.2. Stacionární poruchová metoda	6
3.1.3. Nestacionární poruchová metoda	8
3.2. Spin	9
3.3. Další problémy kvantové mechaniky	10
4. Závěr	12
5. Seznam použité literatury	13
6. Přílohy	14

1. Úvod

Hlavním cílem této bakalářské práce bylo vytvoření řešených úloh z kvantové fyziky vhodných pro Elektronickou sbírku řešených úloh [1], která vzniká na Katedře didaktiky fyziky MFF UK. Tato sbírka je dostupná na <http://reseneulohy.cz/cs>.

Téma této bakalářské práce jsem si zvolil z mnoha důvodů. Prvním, a i nejvýznamnějším z nich je fakt, že při svém studiu na MFF UK jsem Elektronickou sbírku mnohokrát využil při studiu ke zkouškám a zápočtovým testům. Nejvíce mne oslovila struktura řešených úloh, možnost nápověd, rozšiřující otázky a komentáře, a hlavně rozbor zadání, které studentům často činí problémy. Druhým důvodem je, že sbírka pomáhá studentům, kteří jsou ochotni investovat čas do svého studia a seberozvoje, a upřímně doufám, že těmto studentům má práce pomůže. Dále jsem chtěl tuto práci využít jako příležitost ke zdokonalení svých vyjadřovacích a vysvětlovacích schopností, které jako student pedagogického oboru jistě využiji.

Tato práce se sestává ze čtyř kapitol a příloh. V první (této) kapitole je popsána motivace k vytvoření samotné práce, její cíl a struktura. Druhá kapitola popisuje historii Elektronické sbírky řešených úloh a dále se zaměřuje na její technickou stránku v kontextu uživatele a tvůrce úloh. Třetí kapitola je stručným rozbohem vypracovaných úloh z kvantové mechaniky, které byly přidány do sbírky. V závěru je shrnuto vypracování této práce a diskuse dosažení stanovených cílů. Přílohy obsahují vybrané úlohy, které byly v rámci této práce vytvořeny.

2. Elektronická sbírka řešených úloh

2.1. Stručná historie sbírky

Elektronická sbírka řešených úloh vznikla roku 2006 na Katedře didaktiky fyziky na Matematicko-fyzikální fakultě UK. Původně byla koncipována jako malý projekt, který měl obsahovat kolem 40 řešených úloh z převážně středoškolské mechaniky, elektřiny a magnetismu [2]. Popularita sbírky rostla nad původní očekávání. V následujících letech začali autoři přidávat další řešené úlohy a již vytvořené překládali do angličtiny, aby byly dostupné i zahraničním studentům. V rámci dalšího projektu bylo ve spolupráci s univerzitou v Krakově v letech 2010-2013 přeloženo 89 úloh do polštiny.

Ke dni 19. 4. 2019 obsahuje téměř 900 úloh z fyziky, více než 300 úloh z matematiky (obojí v češtině) a asi 250 úloh z fyziky v anglickém jazyce. V současnosti jsou hlavními autory a správci sbírky RNDr. Zdeňka Koupilová, Ph.D., RNDr. Dana Mandíková CSc., RNDr. Marie Snětinová, Ph.D. Dalšími autory jsou studenti Matematicko-fyzikální fakulty, převážně z oboru Fyzika zaměřená na vzdělávání.

2.2. Struktura sbírky

Sbírka obsahuje úlohy, které jsou podrobně a strukturovaně vyřešené. Úlohy zpravidla obsahují krom samotného zadání části jako: nápověda, řešení nápovědy, řešení, odpověď. K méně častým oddílům patří komentář, který může rozšiřovat řešení úlohy, dále rozbor a odkaz. V řešení je kladen důraz na pochopení problematiky a nejenom dosazení do vzorce, proto většina úloh obsahuje teoretickou část, či odkaz na vhodný materiál obsahující stručné zopakování teorie. Obsah všech oddílů je čtenáři viditelný až poté, co jej rozklikne. Toto dává čtenáři možnost část úlohy (či celou) vyřešit samostatně bez nápověd či komentářů.

Ke dni 19. 4. 2019 obsahuje Elektronická sbírka řešených úloh úlohy z Fyziky z oblastí: Mechanika, Teoretická mechanika, Termodynamika a molekulová fyzika, Elektřina a magnetismus, Optika, Fyzika mikrosvěta, Matematické metody, Úlohy

PISA; a úlohy z matematiky z oblastí: Aritmetika a algebra, Matematická analýza, Lineární algebra.

Elektronická sbírka má uživatelské a administrátorské rozhraní.

Uživatelské rozhraní obsahuje menu, přes které je možno proklikat se jednotlivými okruhy k jednotlivým úlohám. Sbíрка obsahuje filtr pro jednodušší vyhledávání, fulltext vyhledávání a možnost zadání číselného kódu, který je přiřazen každé úloze, a tím okamžitě danou úlohu vyhledat. U každé úlohy je uvedena zkratka, která popisuje náročnost úlohy. Úrovně náročnosti jsou ZŠ (úloha vhodná pro žáky základní školy), SŠ (úloha vhodná pro studenty střední školy), SŠ+ (obtížnější středoškolská či velmi jednoduchá vysokoškolská úloha) a VŠ (vysokoškolská úloha). Dále je v hlavičce úloh symbol (nebo zkratka), který popisuje úlohu z hlediska schopností, které tato úloha procvičuje nebo jedná-li se o netypickou úlohu. Jako příklad uvádím: AN (úloha na analýzu), ZO (úloha na abstrakci, zobecňování), DO (úloha na dokazování), atd. (celý seznam naleznete na stránkách <http://reseneulohy.cz/cs/fyzika>). Čtenář může přes odkaz zobrazený u každé úlohy zaslat připomínku k úloze, kterou si autor úlohy či jiný správce může zobrazit a provést případnou modifikaci.

Administrátorské rozhraní umožňuje tvorbu a spravování úloh. Text úloh se píše v modifikovaném XHTML a složitější vzorce využívají formát LaTeX. K úlohám je možno psát čtenáři neviditelné poznámky a komentáře pro pozdější úpravy. Úlohy zveřejněné i rozpracované jsou ukládány do databáze MySQL. K některým úlohám jsou krom obrázků vytvářených převážně ve vektorovém grafickém editoru CorelDRAW Graphics Suite X8 přidávány i interaktivní prvky (aplety) systému GeoGebra.

3. Rozbor řešených úloh

V Elektronické sbírce řešených úloh bylo ke dni 1. 4. 2019 v oddílu Fyzika mikrosvěta devět kapitol, obsahujících 71 řešených úloh, z nichž sedm bylo zařazeno ve více kapitolách. Celá struktura oddílu Fyzika mikrosvěta (v závorkách je uveden počet úloh) ke dni 1. 4. 2019 je

- Úvod do fyziky mikrosvěta (12)
- Základní postuláty kvantové mechaniky (22)
- Potenciálové jámy (20)
- Lineární harmonický oscilátor (5)
- Atom vodíku (11)
- Další problémy kvantové mechaniky (7)
- Přibližné metody (2)
- Jaderná fyzika, radioaktivita (0)

V rámci této práce bylo vypracováno 19 řešených úloh, které byly přidány do kapitol (číslo v závorce udává počet přidáných úloh) Přibližné metody (11), nově vytvořené kapitoly Spin (4), Další problémy kvantové mechaniky (4).

Přidané úlohy jsou vysokoškolské obtížnosti a svým zaměřením byly koncipovány jako doplňující úlohy k předmětu Kvantová mechanika (NUFY100).

Zadání řešených úloh jsem čerpal z: PIŠŮT, Ján, Petr PREŠNAJDER a Vladimír ČERNÝ. *Zbierka úloh z kvantovej mechaniky*. [3], LIM, Yung-Kuo. *Problems and Solutions on Quantum Mechanics*. [7] a z interních úloh vedoucí této práce; a dále jsem při zpracování úloh využíval literaturu a zdroje: PIŠŮT, Ján, Ladislav GOMOLČÁK. *Úvod do kvantovej mechaniky*. [4], SKÁLA, Lubomír. *Úvod do kvantové mechaniky*. [5], HALLIDAY, David, Robert RESNICK, Jearl WALKER. *Fyzika* [6].

V následující podkapitole je každá z 19 úloh stručně popsána s důrazem na základní myšlenku úlohy. V závorkách za názvem úlohy jsou uvedeny kódy úloh a jejich obtížnost. Pokud bylo zadání převzato z již zmíněného zdroje, je u názvu úlohy v hranatých závorkách přidáno číslo, odkazující se na užitou literaturu.

3.1. Přibližné metody

3.1.1. Variační metoda

Potenciál tvaru Gaussovy křivky (2237, VŠ)

V této úloze je úkolem využít variační metodu k nalezení energie základního stavu částice, jejíž potenciální energie je popsána Gaussovou křivkou. Minimalizace se provádí na třídě vlnových funkcí základního stavu lineárního harmonického oscilátoru.

Úloha obsahuje stručné zopakování variační metody v kvantové fyzice.

Pro získání konkrétního řešení je nutné vyřešit kvartickou rovnici. V řešení úlohy je ukázána existence kladného kořenu této rovnice a odpovědí tedy není konkrétní hodnota, ale rovnice, jejíž kladný kořen je hledaný parametr vystupující ve výrazu pro energii. Součástí úlohy je komentář, který rozšiřuje úlohu o číselné dosazení typických hodnot pro proton v jádře středně těžkého atomu. Toto číselné dosazení bylo přidáno, jelikož studentům dělá problém dosazování konkrétních hodnot a práce s jednotkami, dále tak získají alespoň přibližnou představu o hodnotách typických pro podobné úlohy.

Úloha dále obsahuje grafy, které pomáhají studentům pro představu fungování variační metody, konkrétně při minimalizaci energie.

Kvartický potenciál (2246, VŠ) [7]

Úkolem této úlohy je zjistit energii základního stavu částice, jejíž potenciální energie je dána kvartickou funkcí. Minimalizace se opět provádí na třídě vlnových funkcí základního stavu lineárního harmonického oscilátoru.

Tato úloha se odkazuje na předchozí úlohu, konkrétně na zopakování principu variační metody v kvantové fyzice.

V této úloze jsou častokrát použity známé hodnoty Poissonových integrálů, které dělají studentům problémy.

Při řešení je využito drobného triku s A-G nerovností (aritmetického a geometrického průměru). V oddělené sekci řešení je uveden i postup bez použití tohoto triku.

3.1.2. Stacionární poruchová metoda

Poruchová metoda v maticovém formalismu (2267, VŠ)

Cílem úlohy je ze zadaných tvarů hamiltoniánu a poruchy určit korekci energie v prvním a druhém řádu poruchové teorie, korekci k vlastním stavům neporušeného hamiltoniánu, přesné hodnoty energií a tvary porušených vlnových funkcí a srovnat přesné hodnoty s předem získanými výsledky. Hamiltonián i porucha jsou dány maticemi 3×3 .

Tato úloha obsahuje i stručné zopakování principu poruchové teorie v kvantové mechanice.

Studentům bývá často nejasné, jak správně dosadit do vzorců pro korekce energií a vlastních funkcí, a hlavně jak jim rozumět, proto jsou tyto problémy v úloze adresovány a komentovány.

Harmonický oscilátor (1D) v elektrostatickém poli (2269, VŠ) [3]

V této úloze je úkolem vypočítat korekci energie základního stavu nabitého lineárního harmonického oscilátoru vloženého do elektrostatického pole v prvním a druhém řádu poruchové teorie a porovnat výsledky s přesnými hodnotami.

Tentokrát není hamiltonián poruchy zadán a je nutno ho odvodit ze znalostí elektrostatiky. Při výpočtech se využívají Poissonovy integrály a je zde opět uveden odkaz na stručné zopakování principu poruchové metody.

Přesné řešení využívá srovnání s rovnicí lineárního harmonického oscilátoru s posunutou souřadnicí. Úloha obsahuje i alternativní řešení využívající speciální vztah mezi třemi po sobě jdoucími Hermitovými polynomy.

Elektron v magnetickém poli (2275, VŠ)

V této úloze je úkolem vypočítat korekci energie elektronu pohybujícího se ve slabém homogenním poli v prvním a druhém řádu poruchové teorie. Dále je úkolem vypočítat korekce k vlnovým funkcím, přesné řešení a výsledky porovnat.

Jelikož není zadán hamiltonián poruchy, je třeba jeho tvar odvodit z magnetostatiky. Úloha se v teoretické části opět odkazuje na předchozí úlohy.

Oprava základního stavu vodíku pro konečně velké jádro (2299, VŠ) [7]

V této úloze je úkolem vypočítat změnu energie základního stavu atomu vodíku, uvažujeme-li proton jako homogenně nabitou kouli.

Úloha se odkazuje na řešení úlohy Pole rovnoměrně nabitě koule a na teoretickou část úlohy Poruchová metoda v maticovém formalismu.

K úloze jsou přidány dva komentáře. První obsahuje číselné dosazení do výsledků a druhý je zobecněním výsledků pro atom s protonovým číslem Z .

Poruchová metoda pro degenerovaný stav v maticovém zápisu (2272, VŠ)

Cílem této úlohy je vypočítat korekce energie v prvním řádu poruchové teorie pro degenerovanou hladinu a přesné řešení a tyto výsledky porovnat, když máme zadané tvary hamiltoniánu a poruchy jako matice 2×2 .

Tato úloha obsahuje odkaz na zopakování principu poruchové metody a samostatný oddíl, ve kterém je vysvětlen princip poruchové metody v případě degenerovaných energetických hladin.

Starkův efekt (2273, VŠ)

Úkolem je vypočítat korekci energie v prvním řádu poruchové teorie základního a prvního excitovaného stavu atomu vodíku, vložíme-li ho do slabého elektrického pole.

V úloze jsou uvedeny odkazy na předchozí úlohy (zopakování principu poruchové metody v nedegenerovaném a degenerovaném případě).

V řešení této úlohy je vidět částečné sejmutí degenerace.

Opět je potřeba odvodit hamiltonián poruchy. V rámci úlohy jsou zopakovány tvary vlnových funkcí vodíku základního a prvních excitovaných stavů.

3.1.3. Nestacionární poruchová metoda

Časově konstantní porucha (2290, VŠ)

Úkolem této úlohy je vypočítat pravděpodobnost přechodu systému z počátečního stavu ψ_i do jiného stavu ψ_f , uvažujeme-li časově konstantní poruchu.

Úloha obsahuje stručné zopakování principu nestacionární poruchové metody v kvantové mechanice.

Pro vizualizaci výsledku je v řešení uveden graf závislosti pravděpodobnosti přechodu na ω_{fi} , což je parametr úměrný rozdílu energií počátečního a konečného stavu.

1D LHO uvnitř kondenzátoru (2292, VŠ) [3]

Úkolem je vypočítat pravděpodobnost přechodu ze základního stavu lineárního harmonického oscilátoru do excitovaného stavu. Oscilátor má náboj e a nachází se v kondenzátoru, který nejprve nabijeme a poté vybijeme.

Úloha obsahuje odkaz na teorii nestacionární poruchové metody předchozí úlohy, nápovědu s odvozením tvaru poruchy a nápovědu s hodnotami Poissonových integrálů.

Řešení využívá ortonormality vlastních vlnových funkcí LHO. Je zde uveden i odkaz na alternativní řešení úlohy Harmonický oscilátor (1D) v elektrostatickém poli, kde je potřebný vztah odvozen přes vlastnosti Hermitových polynomů.

Porucha periodická v čase (2293, VŠ)

V této úloze je úkolem vypočítat pravděpodobnost přechodu systému z počátečního stavu ψ_i do jiného stavu ψ_f , uvažujeme-li poruchu periodickou v čase.

Součástí řešení je interpretace výsledků, tedy absorpce fotonu a stimulovaná emise fotonu.

Úloha opět obsahuje odkaz na potřebnou teorii.

3.2. Spin

Pauliho matice (2277, VŠ) [3]

Tato úloha obsahuje sedm různých úkolů. Každý z těchto úkolů procvičuje práci s Pauliho maticemi, které jsou nezbytné při zavádění spinu.

Většina úkolů lze řešit pouhým dosazením do vztahů a přímým výpočtem.

Spinový stav daný úhlem θ (2284, VŠ)

Úkolem v této úloze je ze stavu popsaným zadaným spinorem určit hodnoty průmětu spinu do osy z , příslušné pravděpodobnosti jejich naměření a střední hodnotu průmětu spinu do osy z . V úloze se jedná o částici se spinem $\frac{1}{2}$.

V řešení je zmíněna analogie výsledků se vztahem pro intenzitu lineárně polarizovaného světla prošlého polarizátory.

Obecný spinový stav (2286, VŠ)

Tato úloha je zobecněním úlohy předchozí. Jejím úkolem je určit pravděpodobnost naměření jednotlivých hodnot a střední hodnotu průmětu spinu do všech tří os x , y , z .

V této úloze se při výpočtech využívá vlastností skalárního součinu.

Průmět spinu $\frac{1}{2}$ do směru $(1, 0, 1)$ (2287, VŠ)

Úkolem je vypočítat pravděpodobnost naměření kladného průmětu spinu elektronu do směru $(1, 0, 1)$, jehož průmět spinu do směru x je kladný.

Při řešení je třeba najít matici, vlastní hodnoty a vlastní vektory operátoru popisující průmět spinu do směru $(1, 0, 1)$. V této úloze se opět využívá vlastností skalárního součinu.

3.3. Další problémy kvantové mechaniky

Landauovy hladiny (2289, VŠ)

Úkolem v této úloze je nalézt přesné energie částice s nábojem e , nacházející se v homogenním magnetickém poli.

Základní myšlenkou řešení je dosažení předpokládaného tvaru vlnové funkce do stacionární Schrödingerovy rovnice a srovnání výsledků s rovnicí lineárního harmonického oscilátoru, jehož řešení pro energie i vlnové funkce již známe.

Změna rozměru nekonečně hluboké potenciálové jámy (2300, VŠ) [7]

Částice se původně nacházela ve stavu ψ_n v nekonečně hluboké pravoúhlé potenciálové jámě délky L . Úkolem je vypočítat pravděpodobnost nalezení systému ve stavu s energií E_n , změnil-li se délka jámy na $2L$.

Úloha se řeší rozepsáním původní vlnové funkce do vlastních vlnových funkcí nového systému.

Změna parametru LHO (2302, VŠ) [7]

Myšlenka této úlohy je podobná, jako v předchozí úloze. Úkolem je vypočítat pravděpodobnost přechodu ze základního stavu LHO s koeficientem $k = m\omega^2$ do základního stavu LHO s koeficientem $2k$.

Úloha také využívá znalosti hodnot Poissonových integrálů.

β -rozpad tritia (2303, VŠ) [7]

Tato úloha má podobnou myšlenku, jako předchozí dvě úlohy. Změnou systému je tentokrát β -rozpad tritia na ion helia. Úkolem je vypočítat pravděpodobnost

nalezení systému v základním stavu, $2s$ a $2p$ stavu iontu helia, za předpokladu, že elektron původně vázaný v tritiu byl v základním stavu.

4. Závěr

V rámci této bakalářské práce jsem naplnil stanovené cíle, uvedené v úvodu práce. Bylo vytvořeno 19 řešených úloh, které jsou svým obsahem a strukturou vhodným doplněním kapitoly Fyzika mikrosvěta Elektronické sbírky řešených úloh KDF MFF UK.

Byla sepsána stručná historie sbírky, společně s jejím popisem v kontextu technického řešení a didaktické aplikace.

Klíčovou součástí této práce jsou již zmíněné úlohy, obsažené v přiloženém CD (tři vybrané úlohy jsou jako ukázka i vytištěny v příloze) a dohledatelné na <http://reseneulohy.cz/cs>, jejichž výpis a stručné charakteristiky jsou sepsány ve třetí kapitole.

Při zpracování této práce jsem se seznámil se strukturou a administrátorským prostředím Elektronické sbírky řešených úloh, jazyky XHTML a LaTeX a s vektorovým grafickým editorem CorelDRAW Graphics Suite X8.

Tato práce mne obohatila o zkušenosti s vysvětlováním komplexních metod řešení, objasňováním hlubších fyzikálních souvislostí propojených s vhodným matematickým aparátem a jako budoucího pedagoga o náhled do vytváření úloh pro studenty se zaměřením na porozumění fyzikální podstatě problému. Jako studentovi mi pomohla prohloubit již získané znalosti z kvantové fyziky a zopakovat si integrální počet společně s metodami lineární algebry.

Vhodným rozšířením této práce by bylo zpracování dalších řešených úloh, které by doplnily kapitoly Elektronické sbírky, které ještě nebyly dostatečně pokryty. Dalším pokračováním by mohlo být vytvoření interaktivních apletů, které by obohatily již existující úlohy.

5. Seznam použité literatury

[1] *Sbírka řešných úloh z fyziky* [online]. [cit. 2019-04-15]. Dostupné na: <http://reseneulohy.cz/cs>

[2] KOUPILOVÁ, Zdeňka, Dana MANDÍKOVÁ a Marie SNĚTINOVÁ. *Electronic collection of solved physics problems to encourage students' active approach (not only to self study)*. European Journal of Physics, 2017.

[3] PIŠŮT, Ján, Petr PREŠNAJDER a Vladimír ČERNÝ. *Zbierka úloh z kvantovej mechaniky*. Knižničné a edičné centrum FMFI UK, Bratislava, 2008. ISBN 978-80-89186-32-7.

[4] PIŠŮT, Ján, Ladislav GOMOLČÁK. *Úvod do kvantovej mechaniky*. Alfa Bratislava, 1975.

[5] SKÁLA, Lubomír. *Úvod do kvantové mechaniky*. Praha: Academia, 2005. ISBN 80-200-1316-4.

[6] HALLIDAY, David, Robert RESNICK, Jearl WALKER. *Fyzika*. Český překlad VUTIUM Brno a Prometheus Praha, 2001. ISBN 80-214-1868-0.

[7] LIM, Yung-Kuo. *Problems and Solutions on Quantum Mechanics*. Singapore: World Scientific Publishing, 1999. ISBN 981-02-3132-6.

6. Přílohy

Přílohy obsahují 3 vybrané úlohy, které byly vytvořeny v rámci této bakalářské práce. Tyto úlohy byly vybrány jako ukázka struktury řešených úloh Elektronické sbírky.

Další přílohou je CD obsahující text této práce a všech 19 vytvořených úloh. Aktuální verzi úloh v Elektronické sbírce naleznete na <http://reseneulohy.cz/cs>.

Vzhled úloh není optimalizován pro tisk, ale pro prohlížení na počítači.