

**POSUDEK OPONENTA NA DIPLOMOVOU PRÁCI  
MARTINA SMOLÍKA  
NEURAL MODELLING OF MATHEMATICAL STRUCTURES  
AND THEIR EXTENSIONS**

Práce popisuje experimenty se strojovým učením. Předmětem učení jsou operace v algebraickém rozšíření malých grup.

Práce má pět částí rozdělených do čtyř kapitol.

- Nejprve jsou vyloženy základy teorie modelů a algebraického rozšíření grup (sekce 1.1.).
- V sekci 1.2 jsou popsány základní myšlenky neuronových sítí.
- Druhá kapitola popisuje způsob aplikace neuronových sítí na rozšíření grup.
- Třetí kapitola předkládá výsledky experimentů.
- Čtvrtá kapitola se nazývá „Comments and discussion“, ale jedná se o jednu stránku poznámek na okraj.

Hlavní pochybnost ohledně předložené práce spočívá v otázce, zda se jedná o práci matematickou. Jedinou skutečně matematickou částí je sedmistránková sekce 1.1., která je navíc napsána velmi nedbale a krátká pasáž v oddílu 1.2.4, která je ovšem jen citátem a navíc obsahuje chybu (oboje viz níže).

Lze přitom uvést několik příkladů nevyužitých příležitostí k posílení matematického obsahu. Funkce XOR je charakterizována svou tabulkou a přestože se jedná o práci o grupách, není zmíněno, že se jedná o sčítání v  $\mathbb{Z}_2$ . Kdyby se navíc tvrzezení, že XOR nelze aproximovat lineární regresí, dokázalo, byla by to příležitost vysvětlit, co znamená lineární regrese a aproximace. Hned opuštěným zábleskem zajímavé matematické otázky je jednověté zamyšlení nad tím, jak vlastně rozšíření  $S_n$  o odmocninu z transpozice vypadá (str. 29 nahoře).

Při představení neuronových sítí nebyla využita příležitost přeložit jejich popis do matematické řeči. Namísto toho se mluví o „vrstvách“ (layers) a je nutno si postupně domýšlet, že se jedná o zobrazení  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Matematické výrazy jsou zastoupeny formulacemi jako „When we add together all neurons that lead to a node of the output“, kde pojmy *node*, *neuron* či *output* jsou uvedeny pouze neformálně a čtenář je odkázán na obrázek se šípkami.

Autor přitom používá značné množství matematicky netriviálních pojmů, ovšem bez bližšího vysvětlení. Ve světle celkového vyznění práce přitom nelze rozumně předpokládat, že pojmy jako *míra*, *prostor spojitých funkcí* či *gradient* jsou známy bez nutnosti jakéhokoli komentáře. Pro matematickou úroveň popisu je charakteristické, že autor označuje vynásobení vektoru  $(a, b, c, d)$  permutační maticí jako „an easy exercise in linear algebra“.

Práce rovněž s lehkostí a bez vysvětlení používá technický žargon, pravděpodobně převzatý z literatury. Čtenář si tak musí např. domýšlet, co znamená zkušeně působící poznámka „It may be a good idea to also penalize straying from the groundings...“ a oponent si přirozeně klade otázku, co o tom ví autor. Co znamená, že algoritmus „also conserves momentum“? Co je „very noisy function“? Jak

by chtěl autor použít „some modifications of cross-entropy function“? Několik otázek je odkázáno k „diskusi“ do závěrečné kapitoly, kde se ovšem žádná skutečná diskuse neodehrává.

Poslední otázkou k vyjasnění je, jaký je přínos provedených experimentů a zda se jedná o víc než o jednoduché cvičení v použití existujícího optimalizátoru *Adam*. Jeho fungování, které je pro výsledky zásadní, je popsáno jen velmi stručně. Oficiální zadání diplomové práce je velmi rozsáhlé a obecné a je pochopitelné, že k upřesnění došlo postupně. Přesto se zdá, že výsledné „sítě“ jsou přece jen příliš jednoduché a význam provedených pokusů je nejasný. Autor také rezignuje na bližší analýzu neúspěchů, ačkoli formuluje několik hypotéz, které by bylo zajímavé ověřit.

Celkově se domnívám, že práce může být přijata jako diplomová, pokud autor při obhajobě popíše, v čem spočívá jeho přínos. Bylo by přitom žádoucí, aby se omezil na ty aspekty práce, které je schopen spolehlivě vysvětlit.

### Chyby a nejasnosti:

- Důkaz Věty 1 ignoruje nutnost přejmenování volných proměnných.
- V důkazu Věty 2 jsou stejně značeny proměnné formule a prvky struktury.
- Vnoření v Definici 15 je injektivní zobrazení, nikoli one-to-one.
- Instrukce 1. u druhého bodu Definice 23 je nesmyslná. Asi se mělo jednat o krácení inverzů.
- V důkazu Věty 3 není  $G$  podgrupou faktorgrupy, je s ní pouze isomorfní.
- Poznámka po Definici 11 chce asi říct, že ekvivalence naopak pokrývá více než jen sémantické rozdíly.
- Podoba grafu funkce ReLU na str. 11 je mimořádně matoucí.
- Definice 24 je chybně opsaná. Správně má být, že míra je nulová, pokud je integrál nulový pro všechna  $\theta$  a  $y$ .

### Překlepy a jazyk:

- Řada formulí přesahuje okraje.
- Str. 2, we relay the universal property  $\rightarrow$  we relay on the universal property.
- things to notice are that  $\rightarrow$  thing to notice is that
- Definice 16: předposlední věta je gramaticky poškozená.
- Definition 17: „If the if“
- Odstavec před Definicí 21 patří až za ni.
- Několikrát je sousloví „as such“ použito ve smyslu „(such) that“
- Str. 16: Co znamená  $\mathbb{R}^{\times}$ ?
- Str. 23:  $C_{textex} \rightarrow C_{ex}$