

## Posudek vedoucího na diplomovou práci Martina Tancera “Helly-type theorems and fractional Helly-type theorems”

V diplomové práci se vyšetřují otázky motivované topologickými větami Hellyho typu. Po zavedení potřebných pojmů a stručném připomenutí použitých matematických nástrojů se v kapitole 4 probírají příklady vět Hellyho typu, zejména topologické, což slouží jako motivace k vlastním výsledkům v kapitolách dalších. Tyto výsledky se týkají hlavně tří pojmů “dimenze” simplicialních komplexů: jeden z nich,  $d$ -reprezentovatelnost, je geometrický, druhý ( $d$ -kolabovatelnost) kombinatorický a třetí (Lerayovo číslo) homologický.

Byly známy jednodimenzionální či dvoudimenzionální příklady, které ukazují, že žádné dvě z těchto čísel (dimenzí) nemusí splývat. Pan Tancer našel dvě nové konstrukce, dokládající podstatně větší rozdíly mezi uvedenými čísly. Jedna z nich vznikne násobným spojením (join) známého dvoudimenzionálního příkladu, a druhá jako nerv tzv. Van Kampenových-Floresových komplexů. Důkaz potřebných vlastností, zejména pro druhou z konstrukcí, je rozhodně netriviální a opírá se o pozorování, které považuji za velice pěkné.

Poslední kapitola podává důkaz kombinatorické verze Alexanderovy duality. Hrubý nástin důkazu pochází od A. Björnera, ale diplomant v této metodě odhalil a vysprávil nedopatření se znaménky.

Problematika reprezentovatelnosti a souvisejících pojmů je obtížná, protože nejsou známy téměř žádné účinné nástroje, jak pro reprezentovatelnost dokazovat dolní odhady. Pokrok dosažený v diplomové práci není sice úplně překvapivý, ale je to rozhodně solidní a publikovatelný výsledek. Většina argumentů působí plynulým a přirozeným dojmem, ale ve skutečnosti v řadě z nich bylo nutno překonat všelijaké technické obtíže. Pan Tancer mistrovským způsobem a tak říkajíc za pochodu zvládl spoustu obtížných pojmů a poznatků z algebraické topologie a geometrické kombinatoriky, a jsem přesvědčen, že vynaložené úsilí bude zúročeno i v navazujícím doktorském studiu.

Práce je napsána pěkně, i když místy bych dal přednost trochu méně stručné prezentaci a podrobnějším objasněním (několik drobných formálních nedostatků, které kvalitu nijak podstatně neznižují, jsem sdělil přímo panu Tancerovi). Nepochybně splňuje všechny nároky kladené na vynikající diplomovou práci na MFF UK a jednoznačně ji doporučuji jako takovou přijmout.

Prof. RNDr. Jiří Matoušek, DrSc.  
Katedra aplikované matematiky MFF UK