

“Helly Type Theorems and Fractional Helly Type Theorems”

Tématem diplomové práce p. Martina Tancera je vztah mezi kombinatorickými a topologickými vlastnostmi simplicialních komplexů a souvislosti s různými variantami Hellyho věty.

Tři kapitoly práce jsou věnovány připomenutí potřebných pojmů a faktů z topologie a kombinatorické geometrie. Těch je celá řada a zahrnují mj. aparát pro práci s homologickými grupami. Tato část práce je psána hutným, až minimalistickým stylem, autor zavádí pouze pojmy, které nezbytně potřebuje. Jeho způsob výkladu prokazuje velmi dobrou orientaci v této obtížné látce. Na druhou stranu by podle mě práci přidalo na čtivosti (např. pro studenty, kteří třeba jednou budou z této práce vycházet), kdyby výklad občas ilustroval obrázkem nebo jednoduchým příkladem, jako je tomu v následujících dvou kapitolách.

Kapitoly 5 a 6 jsou věnovány vlastním výsledkům, které se týkají jednak Alexanderovy duality, jednak vztahu mezi d -kolabovatelností a příbuznými vlastnostmi simplicialních komplexů (zde autor navazuje na podnětný článek Alona et al., citovaný jako [1]). Konkrétně jde o následující výsledky:

- konstrukce d -lerayovských komplexů, které nejsou $(2d - 2)$ -realizovatelné,
- konstrukce $(2d)$ -lerayovských komplexů, které nejsou $(3d - 1)$ -kolabovatelné,
- kombinatorický důkaz Alexanderovy duality, získaný netriviálním podrobným rozpracováním idey A. Björnera.

Všechny uvedené výsledky jsou velmi zajímavé a nabízejí celou řadu směrů pro autorův další výzkum.

Mě osobně při čtení práce napadly tyto otázky:

- Problém 5.3 je otázka, zda “reprezentovatelnost” d -kolabovatelných komplexů je shora omezená funkcí proměnné d . Co je o tomto problému známo pro malé hodnoty d ? (Předpokládám, že odpověď je známa např. pro $d = 1$, kde se jedná o reprezentovatelnost klikových komplexů chordálních grafů.)
- Důkaz Alexanderovy duality v kapitole 6 je založen na Björnerově myšlence, že příslušný isomorfismus je dán “převrácením” svazu podmnožin; ukazuje se však, že je zde nutná korekce znamének (viz str. 27). Bylo by tomu tak i při použití uspořádané simplicialní homologie (*ordered homology*) namísto homologie orientované?

- Lze důkaz věty 6.1 snadno zobecnit pro homologii a kohomologii s celočíselnými koeficienty?

Text je psán pečlivě, s důrazem na jasnou a logickou strukturu argumentů. Všiml jsem si jen několika nepodstatných chyb na úrovni překlepů nebo přehlédnutí (např. v alternativní definici konvexního obalu na str. 6 nebo v definici řetězcového zobrazení — *chain map* — na str. 7). V kontextu celkové úrovně práce se jedná o zanedbatelné drobnosti. Rád bych rovněž vyzdvihl fakt, že tato diplomová práce je sepsána v angličtině a i z jazykového hlediska je na velmi dobré úrovni.

Celkově mohu konstatovat, že p. Martin Tancer více než prokázal své schopnosti pro samostatný matematický výzkum a předložil vynikající diplomovou práci. **Doporučuji ji k obhajobě a navrhuji její hodnocení stupněm výborně.**



V Úterý dne 25. května 2007.

Doc. RNDr. Tomáš Kaiser, Ph.D.
Katedra matematiky
Západočeská univerzita v Plzni