

## POSUDEK VEDOUCÍHO DIPLOMOVÉ PRÁCE

<b>Autorka:</b>	Bc. Dorota Šimonová
<b>Název práce:</b>	The Lanczos method in finite precision arithmetic
<b>Studijní program a obor:</b>	Numerická a výpočtová matematika [MNVM]
<b>Rok odevzdání:</b>	2019

Lanczosova metoda je velmi efektivní a nenáročná metoda vhodná pro nalezení aproximací několika vlastních čísel symetrické matice  $A$ . Matematicky jde o velmi zajímavou metodu, založenou na konstrukci ortogonální báze Krylovova podprostoru. Při počítání v aritmetice s konečnou přesností se však ortogonalita mezi bázovými vektory obvykle velmi rychle vytrácí. Smyslem mnoha prací zabývajících se analýzou chování Lanczosovy metody v aritmetice s konečnou přesností bylo porozumět matematické struktuře, která zůstává zachována i při výpočtech, navzdory ztrátě ortogonality.

## OBSAH PRÁCE

Předložená práce shrnuje poznatky o Lanczosově metodě a o jejím chování v aritmetice s konečnou přesností. Podrobně se věnuje studiu matematického modelu výpočtů Lanczosovy metody, který v roce 1989 představila Anne Greenbaum. Greenbaum ukázala, že na výpočty Lanczosovy metody v aritmetice s konečnou přesností lze hledět jako na výpočty přesné Lanczosovy metody pro modifikovaný problém. Jak autorka předložené práce správně zdůraznila v úvodu, na původní a modifikovaný problém lze hledět pomocí příslušných distribučních funkcí. Původní problém lze reprezentovat distribuční funkcí mající body vzrůstu právě ve vlastních číslech dané matice  $A$ , modifikovaný problém pak pomocí distribuční funkce, která má shluky (clusters) bodů vzrůstu kolem vlastních čísel původní matice  $A$ . Předložená práce studuje blízkost obou distribučních funkcí, konkrétněji, zaměřuje se na odhad vzdálenosti bodu clusteru od příslušného vlastního čísla.

Klíčovou částí práce je třetí kapitola, ve které autorka podrobně rozpracovala konstrukci matematického modelu výpočtů Lanczosovy metody. Dokázala lemma o pokračování Lanczosova procesu, které umožňuje dokončit Lanczosův proces v konečné počtu kroků pomocí tříčlenných rekurencí se strukturovanými perturbacemi. Poté provedla vhodnou konkrétní volbu parametrů pokračování Lanczosova procesu a omezila velikosti strukturovaných perturbací pomocí výrazů úměrných  $\sqrt{\varepsilon}$ , kde  $\varepsilon$  je strojová přesnost.

V numerických experimentech autorka názorně demonstrovala, že vzdálenost bodů clusteru od příslušného vlastního čísla je o mnoho menší, než odhady předpovídají. Ačkoliv jsou velikosti strukturovaných perturbací úměrné  $\sqrt{\varepsilon}$ , vzdálenosti bodů clusteru od vlastního čísla jsou úměrné  $\varepsilon$ . Za určitých zjednodušujících předpokladů dokázala autorka vyjádřit vzdálenost bodu clusteru od vlastního čísla původní matice pomocí chybového členu. Numericky demonstrovala, že v tomto chybovém členu dochází k odečítání velkých příspěvků velikosti  $\mathcal{O}(\sqrt{\varepsilon})$ , a výsledný chybový člen je pak velikosti pouze velikosti  $\mathcal{O}(\varepsilon)$ .

## CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

**Téma práce** bylo poměrně obtížné a kladlo na autorku vysoké nároky ohledně nastudování příslušné literatury a pochopení dané problematiky. S těmito nároky se úspěšně vypořádala a zpracovala dané téma na velmi vysoké úrovni.

**Výsledky.** Práce obsahuje původní i převzaté výsledky.

**Vlastní příspěvek.** Podrobné teoretické rozpracování konstrukce matematického modelu výpočtů Lancosovy metody a názorné numerické experimenty.

**Aplikovatelnost.** Teoretické rozpracování dané problematiky i numerické výsledky budou zcela jistě přínosem pro další studium chování Lanczosovy metody v aritmetice s konečnou přesností.

**Odborná úroveň** práce je velmi dobrá, práce je dobře čitelná.

**Formální úprava** práce je vynikající, práce obsahuje minimum tiskových chyb.

## ZÁVĚR

Práci považuji za velmi zdařilou a doporučuji ji uznat jako diplomovou práci. Navrhuji hodnocení stupněm výborně.

V Praze dne 15. ledna 2019

doc. RNDr. Petr Tichý, Ph.D.