



V Praze, 12.09.2018

Posudek vedoucího na doktorskou disertační práci RNDr. Víta Musila

Disertační práce Víta Musila obsahuje výsledky autorova výzkumu chování klasických operátorů harmonické analýzy na prostorech funkcí se speciálním důrazem na Orliczovy prostory. Autor se soustřeďuje zejména na přesnost výsledků, tedy na optimalitu přítomných prostorů funkcí. Z bohaté historie harmonické analýzy a teorie operátorů je zřejmé, že právě optimalita prostorů funkcí je jedním z nejdůležitějších faktorů v této oblasti matematiky, a to zejména pro její aplikace.

Při výzkumu optimality matematických struktur je zásadním vstupním datem množina vzájemně spolu soutěžících objektů. U prostorů funkcí se takových množin lze představit hned několik (Lebesgueovy prostory, Lorentzovy prostory, Orliczovy prostory, Banachovy prostory, prostory s normou invariantní vůči nerostoucímu přerovnání a podobně). Zatímco pro nalézání optimálních prostorů funkcí v rámci prostorů s normou invariantní vůči přerovnání byla v posledních dvou desetiletích vyvinuta účinná metoda založená na takzvaných principech redukce a na asociovaných prostorech, pro Orliczovy prostory nic podobného k dispozici není. Přitom nalézání optimálních Orliczových prostorů je často mnohem důležitější. Důvodem je to, že Orliczův prostor představuje strukturu již dostatečně bohatou k popisu mnoha zajímavých situací, a přitom ještě ne tak dalece komplikovanou, aby se její aplikace museli bát odborníci pracující mimo oblast prostorů funkcí.

Právě takovými otázkami se zabývá Vít Musil ve své práci. Práce není strukturována jako seznam článků s komentovaným úvodem, jak bývá často zvykem, nýbrž jako ucelený samostatný text. To pro čtenáře představuje netriviální výhodu (už jen díky konsistentnímu značení a smysluplnému uspořádání) a je třeba ocenit, že si s tím autor dal práci. Moc často to nevidáme.

Vít Musil dosáhl během doktorského (a i předcházejícího magisterského) studia ohromující spousty výsledků, z nichž ty, které jsou zahrnuty do disertace, představují jen jistou část. Kvalitu jeho práce asi nejlépe vystihuje úroveň časopisů, v nichž byly jeho články buď otištěny (*Journal of Functional Analysis* – samostatný autor!, *Proceedings of the American Mathematical Society*) nebo přijaty k publikaci (*Constructive Approximation*, *Indiana University Mathematical Journal*, *Mathematische Nachrichten*). Rád bych zdůraznil, že vědecký výstup této kvality (a vlastně i kvantity) je u studenta k vidění velice zřídka.

Práce je rozčleněna do osmi kapitol, z nichž první dvě jsou přípravné. Úvod k práci spolu s motivačními příklady a historií problematiky je velice pečlivě a čtivě sepsán v první kapitole. Druhá kapitola obsahuje potřebné definice (zejména rozličných prostorů funkcí) a další základní materiál. Autorovy vlastní výsledky se pak proplétají zbývajících šesti kapitolami, které jsou rozděleny podle jednotlivých operátorů. Postupně tak zde najdeme kapitolu věnovanou Hardyovu operátoru, Sobolevovým vnořením, frakčnímu maximálnímu operátoru, Hardyovu-Littlewoodovu maximálnímu operátoru, Rieszovu potenciálu a Laplaceově transformaci. Vzhledem k tomu, že vesměs jde o klasické operátory harmonické analýzy, jejichž kolosální význam a nepřeborné pole aplikací jsou zmiňovány v každé učebnici, nemá smysl se zde o jejich uplatnění rozepisovat. Pozoruhodné je to, jak málo poznatků je k dispozici, jsou-li ve hře Orliczovy prostory. Vít Musil v této oblasti posunul úroveň vědeckých poznatků podstatným způsobem.

Přístup k problematice a důkazové metody a techniky, které autor používá, vyvinul z velké části sám. Vyšel pochopitelně ze známých technik, zejména z moderního přístupu k práci s Orliczovými prostory, kterou relativně nedávno vybudoval Andrea Cianchi, a z teorie principů redukce a jejích výsledků, kterou vyvinul autor tohoto posudku společně postupně s Ronem Kermanem, Andreou Cianchim, Davidem Edmundsem a Lenkou Slavíkovou. Vít Musil ale přinesl také řadu zcela originálních vlastních myšlenek, o něž se mohou další matematikové opřít při budoucím výzkumu.

Vít po celou dobu doktorského studia pracoval samostatně a zodpovědně. K zadanému problému pečlivě nastudoval potřebnou látku a velice brzy přišel s řadou nápadů na zlepšení existujících výsledků. Jeho práce nešla pozornosti předních světových matematiků, například Andrei Cianchiho (University of Florence) nebo Jana Langa (Ohio State University), s nimiž posléze vytvořil úspěšné vědecké týmy. Průběh studia byl tudíž naprosto bezproblémový. Kromě vynikajících vědeckých výsledků bych rád ocenil i další stránky práce Víta Musila. Je to vynikající přednášející, což mnohokrát dokázal na seminářích i na přednáškách na mezinárodních konferencích. Své výsledky dokáže přehledně a čtivě sepsat, k čemuž využívá i svých excelentních jazykových dovedností. Kromě vědecké práce se často angažuje i jinak, byl například členem studentské komory akademického senátu a vykonal zde velké množství obecně prospěšné práce. Věnuje velké množství času práci s nadanými středoškoláky, vedl korespondenční seminář, atd. Dalo by se toho napsat ještě hodně.

Podle mého názoru jsou výsledky disertace Víta Musila zcela mimořádné a zasluhují odpovídající ocenění. Mimo jiné vřele doporučuji, aby mu byl udělen titul PhD.

Luboš Pick