

Strukturální vlastnosti grafů a efektivní algoritmy: Problémy separující parametry Dušan Knop

Parametrizovaná složitost se v průběhu posledních dvou dekad stala jednou z nejvýznamějších oblastí výpočetní složitosti. Strukturální vlastnosti grafů (také nazývané grafové šířky) hrají dnes centrální roli jak v teorii grafů tak v návrhu (parametrizovaných) algoritmů. V této práci za pomoci studia konkrétních problémů poukážeme na souvislost strukturálních vlastností grafů a možnosti získání parametrizovaného algoritmu. Předvádíme proto parametrizované algoritmy a těžkostní redukce pro problémy TARGET SET SELECTION, MINIMUM LENGTH BOUNDED CUT a další.

Vstupem problému MINIMUM LENGTH BOUNDED CUT je graf, dva jeho vrcholy (zdroj a stok) a kladné celé číslo L . Úkolem pak je nalézt minimální množinu hran po jejímž odebrání bude vzdálenost mezi zdrojem a stokem více než L . Ukazujeme, že je možné nalézt optimální řešení pro tento problém algoritmem s časem běhu $f(k)n$, kde f je vyčíslitelná funkce a k je tree-depth n vrcholového grafu na vstupu. Naopak takovýto algoritmus nemůže existovat pro parametr tree-width (pokud $\text{FPT} \neq \text{W}[1]$). V současné době je jen velmi málo známých problémů s touto vlastností.

Pro problém TARGET SET SELECTION ukazujeme stejné chování vzhledem k parametrům velikost minimálního vrcholového pokrytí a neighborhood diversity. Jeho omezenější varianta (MAJORITY TARGET SET SELECTION) pak vykazuje stejný fenomén pro parametry neighborhood diversity a twin-cover na straně jedné a modular width na straně druhé. Aktuálně si nejsme vědomi existence jiného problému mající takovéto chování.