Posudek oponenta na diplomovou práci
Viliama Valenta
Small order quasigroups with minimum number of associative triples

Předložená práce pojednává o kvazigrupách s malým (a zvláště pro daný řád nejmenším možným) počtem asociativních trojic prvků. Práce se zabývá zejména kvazigrupami řádu 8 a 9, pro které je zde poprvé určen nejmenší možný počet asociativních trojic. Tento počet je 16 pro kvazigrupy řádu 8 a 9 pro kvazigrupy řádu 9, a všechny takové kvazigrupy jsou v práci klasifikovány až na izomorfismus s pomocí velkého počítačového clusteru. Zejména pro řád 9 se jedná o velmi překvapivý a významný výsledek, neboť je poprvé (pro řád větší než 1) dosažena spodní hranice pro počet asociativních trojic, což následně umožňuje také snadnou konstrukci optimálních (nebo téměř optimálních) kvazigrup vyšších řádů, včetně nekonečné posloupnosti optimálních kvazigrup.

Kapitoly 1 až 4 tvoří matematický základ práce. Je nalezena zlepšená charakterizace asociativních trojic jejich rozdělením na dvě třídy, což vede mimo jiné ke zlepšení spodního odhadu na počet asociativních trojic původně odvozeného Groškem a Horákem (Designs, Codes and Cryptography 2011). Na tomto základě je v kapitole 5 vybudován nový algoritmus pro hledání kvazigrup s malým počtem asociativních trojic. Výsledky klasifikace jsou prezentovány v kapitole 6, včetně analýzy grup automorfismů optimálních kvazigrup. Analýza optimální kvazigrupy řádu 9 vede k zajimavým souvislostem s bohatě studovanými cyklickými systémy v úplných grafech, a dále k definici nového typu latinského čtverce s vlastností sudoku. Kapitoly 7 a 8 se věnují implementaci algoritmu a měření jeho efektivnosti, která je až 190násobně vyšší ve srovnání s předchozími algoritmy. Je zde mimo jiné důmyslně vyřešena paralelizace nového algoritmu vzhledem k tomu, že pro výpočty byl k dispozici cluster s 1000 procesory.

V práci jsem nezpozoroval žádné závažnější nedostatky. Pro další publikační výstup bych doporučil upřesnit definici pojmu *time (a,b)* (strana 18). V tabulce 4.1 na téže straně vidíme stav výpočtu v čase (4,2), kdy by podle definice neměl být určen výsledek operace pro žádné následujíci pozice. Ovšem z vlastností kvazigrupy vyplývá například $5 \cdot 0 = 1$. Jedná se pouze o drobnou technickou změnu, která nemá vliv na platnost výsledků práce.

Předloženou práci považuji za velmi kvalitní. Práce přináší nové významné výsledky a má pozoruhodný rozsah od teoretických výsledků přes design algoritmu až po jeho praktickou a efektivní implementaci. Doporučuji práci uznat jako diplomovou a hodnotit ji známkou výborně.

Burnaby, 25. srpna 2018

RNDr. Petr Lisoněk, Ph.D.
Professor
Department of Mathematics
Simon Fraser University
Burnaby, BC
V5A 1S6
Canada