

POSUDEK VEDOUČÍHO NA DIPLOMOVOU PRÁCI
VILIAMA VALENTA NAZVANOU
SMALL ORDER QUASIGROUPS WITH MINIMUM NUMBER
ASSOCIATIVE TRIPLES

V práci je vyložen originální postup, který student spolu s vedoucím práce vyvinul s cílem zjistit minimální počet asociativních trojic v řádech 8 a 9. Jádro práce je popis algoritmu v kapitole 5. To, že kapitola je nazvána *Algorithm* by nemělo vést k závěru, že jde o popsání postupu, který je svou povahou informatický. Algoritmus je vyústěním úvah, jež zabírají kapitolu 3 a 4, jejichž náplní je výklad rozdílu mezi elementárními a neelementárními trojicemi, a výklad skutečnosti, že pokud vyloučíme diagonální případ, tak neelementární asociativní trojice (x, y, z) při přirozeném uspořádání buněk multiplikační tabulky mají tu vlastnost, že v okamžiku vyplnění určité buňky, která umožní konstatovat, že byla právě nalezena nová asociativní trojice, je vyplněná hodnota právě jedna z hodnot $xy, yz, x \cdot yz$ a $xy \cdot z$ (tři zbylé součiny tedy musely být známy již dříve).

Výsledky práce již byly přijaty k publikaci v časopise *Journal of combinatorial designs*, včetně podrobného popisu uvedeného algoritmu.

Nejpřekvapivějším výsledkem práce bylo nalezení kvazigrupy řádu 9 s devíti asociativními trojicemi.

Vlastní přínos studenta je podle mého soudu takovýto:

1. I když vedoucí práce byl ten, kdo výše zmíněný algoritmus navrhl, tak podíl studenta na objevení algoritmu je nemalý. Šlo o vyústění rozhovorů, ve kterých jsme uvažovali o možnostech zrychlení prohledávání a ve kterých student přicházel se svými nápady. Jeden z nich byl pro formulaci myšlenky algoritmu podnětný. Student algoritmus nejen implementoval, ale také opravil některé chyby, které se v první verzi návrhu objevily. Bez toho, že by se algoritmem do hloubky zabýval, by asi tyto chyby zůstaly neodhaleny.
2. Myšlenka redukce složitosti prohledávání podle typů zobrazení levých lokálních identit, která se opírá o úvahy v kapitole 1, sice pochází od vedoucího, ale její realizaci pro řád devět student provedl zcela samostatně. Současně také opravil několik nedopatření, která byla v první verzi dekompozice pro řád osm, a doplnil některé důkazy.
3. Vyjádření extrémně neasociativní kvazigrupy řádu 9 ve formě Sudoku a popsání souvislosti s grafem $L(K_{3,3})$ je samostatné pozorování studenta.
4. Nalezení kvazigrupy velikosti 12 s 54 neasociativními trojicemi je také jeho vlastní přínos.
5. Vylepšení popsaná v kapitole 7 jsou výsledkem samostatné studentovy práce, stejně tak jako podkapitola 3.1.

Zásadním vkladem studenta je především programová realizace popisovaného algoritmu. Odvedl vynikající práci. Prokázal trpělivost i ochotu přehodnotit již implementované části programu. Z hlediska programování jde o hluboce netriviální úlohu. Myslím, že pohled na Tabulku 8.2. je výbornou ilustrací toho,

jak veliké zrychlení může přinést vhodný teoretický náhled. Domnívám se, že pro studenta to byla skvělá škola, která mu umožnila pochopit význam teorie z pohledu řešení konkrétní úlohy.

Naše pozice byly velmi rozdílné, neboť já se kvazigrupami zabývám dlouhá desetiletí. Jsem si vědom toho, že i mnohým matematikům činí zvládnutí základních pojmů teorie kvazigrup potíže, neboť jde o oblast velmi odlišnou od jiných částí matematiky. Z tohoto hlediska myslím platí, že student si při osvojování nutných pojmů vedl zdatně. Současně lze těžko očekávat, že by někdo, kdo nemá s prací s kvazigrupami dlouhou zkušenost, přišel samostatně na všechny aspekty algoritmu, který je jádrem práce, a to přesto, že když už je algoritmus znám a popsán, tak působí přirozeně a jednoduše.

Práce je napsána přehledně, kvalitní angličtinou. Hlavním nedostatkem co do kvality angličtiny jsou chybějící určité i neurčité členy. Tu a tam některá informace vypadla, takže text je buď formálně nesprávný, nebo se hůře čte. Takových míst není ovšem mnoha. Uvádím ta hlavní, jež jsem zaznamenal:

1. Lemma 4.2. má mít v předpokladech, že je $(x, y, z) \in A(Q)$, tedy že jde o asociativní trojici.
2. Status výroku označeného jako Claim 3.9 není vyjasněn. Je to spíše domněnka. Bylo by zajímavé vědět, zda platí. Autor ji jistě snadno mohl pro malé řády ověřit.
3. Dole na straně 30 chybí uvedení faktu, že $N \cap H = 1$.
4. Je v pořádku, že Claim 3.4 není v práci dokázán. Claim 3.6 je jeho jednoduchý důsledek. Ten dokázán být měl.
5. Stejně tak by bývalo vhodné podrobněji rozebrat Lemma 4.3 a případ $k = 5$ v podkapitole 3.2.2. Na diplomovou práci jde o příliš velkou stručnost. Navíc v podkapitole 3.2.2 je na malém prostoru několik překlepů a porozumění je ztíženo ještě tím, že v Tabulce 1.3, na kterou je přes Lemma 1.3 odkazováno, je uvedeno chybně v záhlaví n místo i .
6. Jako příklad místa, kde slůvko navíc by pomohlo pochopení, budiž uveden začátek podkapitoly 5.1. Praví se “focus on case $a > b$ ”. Čtenář neví, co se děje. Případ $a = b$ tedy nebude projednáván? Ukáže se, že bude. Stačilo napsat “focus first upon case $a > b$ ”. Takových míst je více. Ale něco podobného se stává i zkušenějším autorům.

Po zhodnocení různých pro a proti, která jsem myslím výše řádně popsal, navrhuji, aby práce byla přijata jako práce diplomová a byla hodnocena stupněm *výborně*.

Aleš Drápal

V Praze 15. srpna 2018