

Oponentský posudek bakalářské práce Martin Doležal: Křivky Peanova typu

Jednou částí předložené práce je popis dvou ze známých konstrukcí křivek Peanova typu. Přibližuje čtenáři jednak původní konstrukci, pocházející od Giuseppa Peana, a druhou, dnes již také klasickou, pocházející od Davida Hilberta. Obě konstrukce jsou prezentovány na dostatečné úrovni přesnosti, i když je autorův výklad poněkud úsporný. U Peanovy konstrukce je též dokázáno, že popsaná křivka je nediferencovatelná ve všech bodech intervalu $[0, 1]$.

U Hilbertovy konstrukce autor přiměřeným způsobem využívá názorného charakteru konstrukce a přibližuje čtenáři její počáteční kroky pomocí počítačové grafiky, dynamicky znázorňující využití Cantorovy věty, a to lépe než obvyklé statické obrázky.

V další části textu pracuje autor s pojmem α -hustého zobrazení a pojmy, které s ním úzce souvisí. Tento pojem je podobný pojmu ε -sítě a následně totální omezenosti prostoru, pokud pracujeme místo s konečnou ε -sítí s podmnožinou speciální povahy (graf křivky). Metrický prostor (P, ρ) je α -vyplnitelný pro dané $\alpha > 0$, existuje-li křivka v (P, ρ) , vzdálenost jejíhož grafu od každého bodu prostoru je rovna nejvýše číslu α , tj. jejíž graf je α -sítí prostoru (P, ρ) . V tomto kontextu pojmem korespondujícím s pojmem totální omezenosti je α -vyplnitelnost pro všechna $\alpha > 0$. Množina A je peanovská, je-li 0-vyplnitelná. Odtud je zřejmé, že každá peanovská množina je souvislým kompaktem, což nemusí nastat pro vyplnitelnou množinu.

Jednoduchá lemmata 4.1 a 4.2 jsou vcelku „očekávaná“, zajímavější je již tvrzení Věty 4.3 o souvislosti vyplnitelnosti jednotkové koule v normovaném lineárním prostoru s jeho dimenzí, založené na Rieszově lemmatu o skoro kolmici.

V poslední části je zaveden pojem stupně vyplnitelnosti M_A množiny $A \subset (P, \rho)$ a je dokázáno, že v nekonečně rozměrném normovaném lineárním prostoru pro stupeň vyplnitelnosti M_B uzavřené jednotkové koule B platí $M_B = 1$, což je využito pro důkaz Rieszovy věty o souvislosti lokální kompaktnosti normovaného lineárního prostoru s jeho dimenzí.

V práci jsem nenalezl žádné chyby a doporučuji ji k obhajobě. Její srozumitelnosti pomáhá fakt, že pracuje s pojmy či tvrzeními, která jsou obecně známá. V opačném případě by autor musel být patrně méně stručný.

V Praze dne 23. června 2007

Dokl. RNDr. Jiří Veselý, CSc.