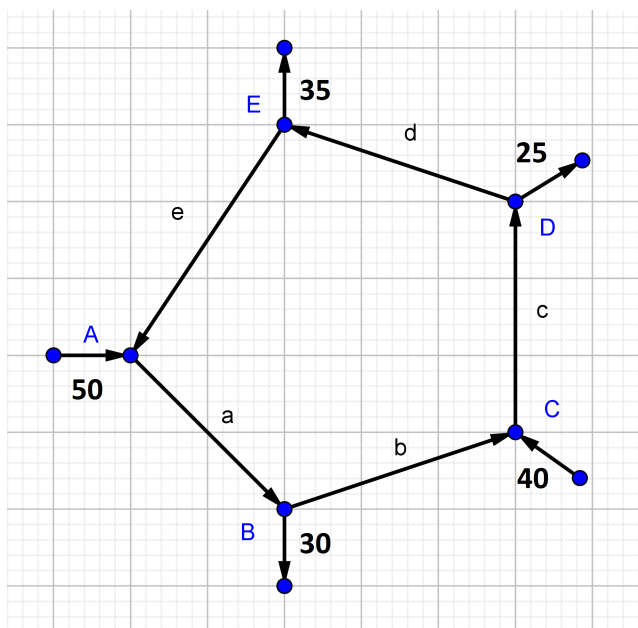


Příklad. Síť jednosměrných potrubních cest je ukázána v diagramu. Počet litrů vody, které tečou do průsečíku A, je 50 l, z průsečíku B 30 l, do průsečíku C 40 l, z průsečíku D 25 l a z průsečíku E 35 l. Vypočítejte počet litrů, které protečou jednotlivými potrubními cestami a, b, c, d, e.



Řešení:

Počet litrů, které protečou jednotlivými potrubními cestami a, b, c, d, e, označíme po řadě a, b, c, d, e .

Neznámé a, b, c, d, e jsou nezáporná reálná čísla.

Pro průsečíky platí:

Průsečík A $50 + e = a$

Průsečík B $a = 30 + b$.

Průsečík C $b + 40 = c$.

Průsečík D $c = 25 + d$.

Průsečík E $d = 35 + e$.

Řešíme soustavu rovnic:

$$a - e = 50,$$

$$a - b = 30,$$

$$b - c = -40,$$

$$c - d = 25,$$

$$d - e = 35.$$

Soustavu rovnic řešíme Gaussovou eliminační metodou. Zapišeme rozšířenou matici této soustavy a pomocí vhodných elementárních úprav ji převedeme na zobecněnou trojúhelníkovou matici, ze které již spočítáme neznámé.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 50 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -40 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 35 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -40 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 35 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 50 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -40 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 35 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 20 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -40 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 35 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 60 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -40 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 35 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 35 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -40 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 35 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 35 \end{pmatrix}$$

Jelikož $n = 5$ a $h = 4$, zvolíme parametr za jednu neznámou a pomocí tohoto parametru dopočítáme ostatní neznámé. Z poslední rovnice můžeme parametr libovolně volit za neznámou d či e . Označíme např. $e = t$, kde t je nezáporné reálné číslo (podmínka

nezápornosti čísel vyplývá z kontextu úlohy). Po dosazení do čtvrté rovnice vyjádříme d :

$$\begin{aligned}d - t &= 35, \\d &= 35 + t.\end{aligned}$$

Po dosazení do třetí rovnice vyjádříme c :

$$\begin{aligned}c - 35 - t &= 25, \\c &= 60 + t.\end{aligned}$$

Po dosazení do druhé rovnice vyjádříme b :

$$\begin{aligned}b - 60 - t &= -40, \\b &= 20 + t.\end{aligned}$$

Po dosazení do první rovnice vyjádříme a :

$$\begin{aligned}a - 20 - t &= 30, \\a &= 50 + t.\end{aligned}$$

Shrnutí: Řešením soustavy rovnic jsou uspořádané pětiice

$$(a, b, c, d, e) = (50 + t, 20 + t, 60 + t, 35 + t, t),$$

kde t je nezáporné reálné číslo.