Univerzita Karlova
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Propedeutika kartézské souřadnicové soustavy a rozvoj funkčního myšlení žáků 1. stupně ZŠ

Propedeutics of cartesian coordinate system and the development of functional thinking of primary school pupils

Štěpán Ročák

Vedoucí práce: Mgr. Jaroslava Kloboučková
Studijní program: Učitelství pro základní školy (M7503)
Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy (7503T047)

Praha, 2018

Odevzdáním této diplomové práce na téma Propedeutika kartézské souřadnicové soustavy a rozvoj funkčního myšlení žáků 1. stupně ZŠ potvrzuji, že jsem ji vypracoval pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha, 20. 4. 2018

....

podpis

Poděkování

Na tomto místě chci poděkovat Mgr. Jaroslavě Kloboučkové za vstřícnost, ochotu a odborné vedení mé diplomové práce. Dále potom děkuji vyučujícím a žákům, kteří se účastnili mého didaktického experimentu, a všem, kteří mi v průběhu zpracovávání mé práce pomáhali jakýmkoliv způsobem.

ABSTRAKT

Tato diplomová práce didakticky mapuje a popisuje nové didaktické matematické prostředí a možnosti jeho aplikace ve vyučování na 1. stupni ZŠ. V práci popisuji průběh experimentu s žáky 1. – 5. ročníku, se kterými jsem sérii úloh nového prostředí vyzkoušel a ověřil. Na základě reflexe tohoto experimentu a analýzy žákovských řešení jsem formuloval finální podobu série úloh. Průběh celého experimentu jsem vedl v souladu s konstruktivistickým edukačním stylem. V teoretické části práce uvádím důležité pojmy matematiky a její didaktiky, které jsou pro potřeby této práce podstatné a které opírám o příslušnou odbornou literaturu. Práce také obsahuje dílčí analýzu vybraných učebnicových řad s ohledem na téma práce. Součástí práce je finální ucelená série úloh využitelná ve výuce matematiky na 1. stupni základní školy, zejména pokud chce učitel s žáky cíleně rozvíjet porozumění pojmům a vztahům z matematických oblastí analytické geometrie, funkcí a posloupností.

KLÍČOVÁ SLOVA

kartézská souřadnicová soustava, funkce, číselná osa, nula, nekonečno, didaktické matematické prostředí, žák mladšího školního věku, konstruktivismus

ABSTRACT

This thesis didactically maps and describes new didactical mathematic environment and the possibilities of its application in teaching in the first grade of primary education. In this thesis I describe the process of an experiment conducted with pupils of the 1st – 5th year of elementary school, with whom I have tried and verified a series of new environment exercises. Based on the reflection of this experiment, and the analysis of pupils' solutions, I formulated a final version of these exercises. I led the process of the whole experiment in line with the constructivist educational style. In the theory part, I am mentioning the important terms of mathematics and its didactics, that are necessary for the purposes of this thesis, and that I refer to the relevant professional literature. This thesis also contains the analysis of chosen textbook collections that are related to its topic. The last part of this thesis is the final and complete series of exercises useful for teaching mathematics in the 1st grade of elementary school, especially if the teacher aims to purposefully develop the pupils' understanding of the terminology and relations from the mathematical areas of analytic geometry, functions and sequences.

KEYWORDS

cartesian coordinate system, function, number axis, zero, infinity, didactical mathematical environment, primary school pupil, constructivism

Obsah

1 Úvod

Výběrem tématu diplomové práce jsem se začal zabývat již ve 2. ročníku svého neděleného magisterského studia. Tehdy už mi bylo jasné, že se bude týkat matematiky a didaktiky matematiky, protože jsem si k ní během prvního roku studia na fakultě vybudoval kladný vztah. Nápadů jsem měl několik, ale nebyl jsem si jistý, jestli mají všechny dostatečný didaktický potenciál. Po dlouhém zvažování jsem se nakonec rozhodl pro rozpracování série několika úloh, které žáky 1. stupně propedeuticky připraví na porozumění hlubším matematickým myšlenkám z oblasti funkcí a analytické geometrie. Důvodem pro mé rozhodnutí byla skutečnost, že nedostatečná příprava v této oblasti a její podcenění při výuce matematiky na 1. stupni má za následek pozdější selhávání žáků při řešení náročnějších úloh ve vyšších ročnících.

Jako paradoxní se může zdát skutečnost, že jsem ve stejné oblasti v 7. ročníku osmiletého všeobecného gymnázia z matematiky málem propadl. Tehdy jsme probírali právě funkce a vyšetřování jejich základních vlastností. Kombinace pro mě nezajímavého transmisivně-instruktivního edukačního stylu vyučujících a způsobu uchopení nových poznatků a postupů pamětí namísto porozumění vedla k tomu, že se můj zájem o matematiku postupem času snižoval. Pokud si vzpomínám, tak ani na 1. stupni základní školy jsme nebyli vedeni k žádným samostatným objevům nebo k žákovské diskuzi ve třídě, ale tam se mi ještě učivo dařilo zvládat bez problémů a bez mého dalšího samostatného přičinění. Získal jsem však díky tomu pocit, že pro svůj úspěch v matematice nemusím vynaložit skoro žádné úsilí. S přechodem na střední školu se mé výsledky v matematice začaly pomalu zhoršovat spolu se vzrůstajícím nezájmem o tento předmět. Naše hodiny matematiky byly všechny víceméně stejné – vyučující vypočítal několik úloh na tabuli, my jsme si je opsali a tím se učivo považovalo za probrané. Byla nám nabídnuta jedna řešitelská strategie, o které byl náš vyučující přesvědčen, že je nejvhodnější. Domnívám se, že právě naše pasivní role příjemce informací a řešitelských postupů v nás žácích uzemnila snahy matematickým problémům porozumět a aktivně hledat řešení, natož klást si otázky a formulovat další matematické problémy.

Když jsem zahájil své studium na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy, již v prvním semestru jsem na matematickém semináři nabyl přesvědčení, že navzdory nedostatečným výsledkům na střední škole zřejmě nějaké matematické nadání mám a mnoho poznatků umím při řešení nestandardních úloh použít. Stejně tak jsem zde ale pochopil, že se budeme matematice věnovat trochu jiným způsobem, než jsem byl dosud zvyklý. Ilustruje to krátká epizoda. Vyučující (ne náhodou nynější vedoucí mé diplomové práce) zadala na prvním semináři úlohu, ve které jsme měli zjistit obsah mřížového tupoúhlého trojúhelníku ve čtvercové síti. Jeho dvě strany neležely v linkách čtvercové sítě a na první pohled nebyl výsledek vůbec zřejmý, natož postup. Po chvíli samostatné práce se rozproudila živá diskuze o několika řešeních a velmi nestandardních postupech, které k nim vedly. Chvíli jsem udiveně poslouchal, jak složitě na můj vkus ostatní studenti úlohu řešili, a potom jsem se do debaty vložil se svým řešením, které jsem považoval za velmi prosté, a přitom vedlo ke správnému výsledku – stačí přece vynásobit délku strany ležící v lince čtvercové sítě s výškou a výsledek vydělit dvěma! Obě hodnoty byly celočíselné a výsledek jsem měl během pár sekund. Místo mnou očekávaného všeobecného souhlasu se na mě však ostatní dívali stejně, jako bych právě promluvil čínsky. Co mě vyvedlo z míry ještě víc, byla reakce vyučující. Očekával jsem, že mi dá alespoň za pravdu, když už mě nepochválí, ale zatvářila se ještě víc nechápavě než ostatní. Později jsem pochopil, proč byla její hraná reakce taková a že ve výuce matematiky tady na fakultě nepůjde o vzorečky.

Tento způsob výuky, který jsem sám na sobě zažil poprvé až v seminářích na fakultě, změnil moje dosavadní nahlížení na matematiku a její didaktiku. Teprve později jsem se dozvěděl, že se nazývá konstruktivismem (viz kapitola 2.2.3). Zjistil jsem, že během doučování žáků, které jsem dělal ve volném čase, mnoho prvků intuitivně používám, aniž bych o tom věděl. Například když si žák nevěděl s úlohou rady, vymyslel jsem pro něj jiné lehčí zadání, které byl schopný vyřešit a které mu usnadnilo vyřešení úlohy původní. Snažil jsem se žákům nic neprozrazovat a vést je k samostatnému řešení úloh a výběru vhodné řešitelské strategie. Chtěl jsem, aby zažili radost z vlastního úspěchu. I já sám jsem z matematických seminářů na fakultě často odcházel domů motivován k samostatnému odhalování hlubších matematických myšlenek a vztahů, a proto vím, jak je pocit úspěchu důležitým motivačním faktorem pro další práci. V průběhu studia jsem řešil všechny dobrovolné úkoly, protože jsem cítil potřebu se jimi zabývat, aniž by byly nutnou součástí splnění jednotlivých předmětů. Se dvěma seminárními pracemi jsem se účastnil SVOČ (Studentská vědecká a odborná činnost).

Téma své práce jsem si vybral zejména s ohledem na svůj osobní zájem. Ale zároveň bych byl rád, kdyby výsledky této práce našly praktické využití a uplatnění mezi učiteli ve výuce matematiky a aby řešení mnou vytvořených úloh bylo zdrojem radosti a matematického poznání pro co největší množství žáků.

1.1 Cíle práce

Hlavním cílem mé diplomové práce je didakticky zmapovat a popsat nové didaktické matematické prostředí (viz kapitola 2.4.1) a možnosti jeho aplikace ve vyučování na 1. stupni ZŠ včetně tvorby ucelené série úloh s metodickým komentářem pro učitele. V teoretické části rozpracovávám cíle tohoto prostředí a typologii úloh s přihlédnutím k propedeutice středoškolské matematiky, která je v prostředí obsažena. V praktické části je popsán průběh testování úloh v jednotlivých ročnících a následná analýza tohoto ověřování.

Z výše uvedeného vyplývají tři zcela konkrétní cíle práce:

1) Vytvořit sérii úloh, která připravuje žáky na orientaci v kartézské souřadnicové soustavě

2) Ověřit použitelnost vytvořené série úloh ve výuce žáků 1. – 5. ročníku

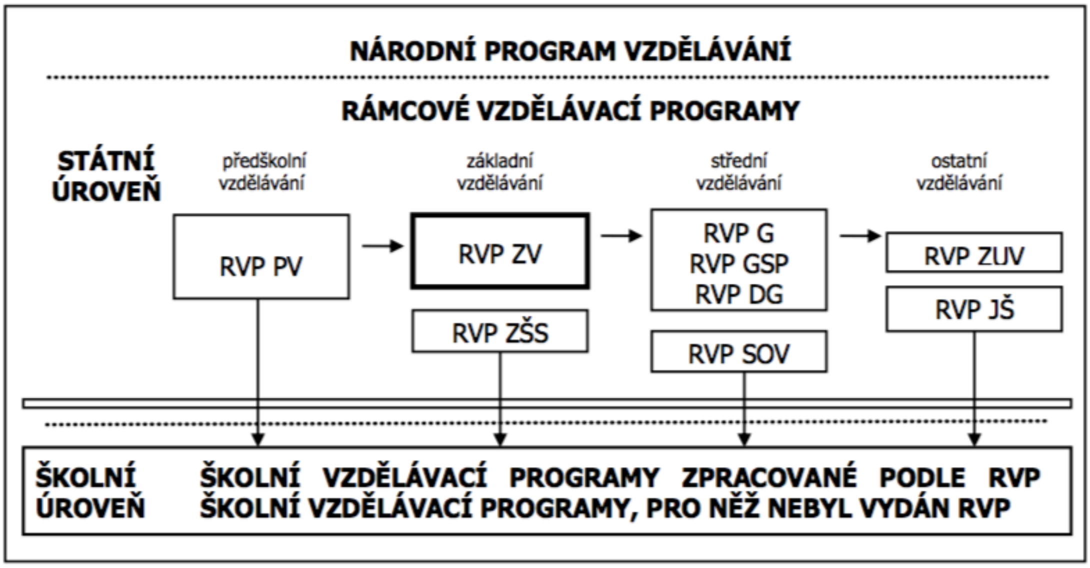
3) Finalizovat ucelenou sérii úloh s metodickým komentářem pro učitele

2 Teoretická část

V teoretické části se budu zabývat vymezením učiva a očekávaných výstupů v aktuální podobě Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV). Zmiňuji zde také tři různé didaktické přístupy k vyučování matematiky. Dále předkládám dílčí analýzu tří učebnicových řad, se kterými jsem se během svého studia setkal, s ohledem na téma práce. V této části práce také zmiňuji podstatné matematické a didaktické pojmy, které jsou pro potřeby mé práce podstatné. V celé teoretické části se odkazuji na příslušnou odbornou literaturou.

2.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

RVP ZV je závazným kurikulárním dokumentem upravujícím základní podobu vzdělávání na základních školách. Je východiskem pro tvorbu školních vzdělávacích programů, které jsou na jeho základě tvořeny. Jeho místo v systému kurikulárních dokumentů znázorňuje schéma (RVP ZV, 2017):



Legenda: RVP PV – Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání; RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání; RVP ZŠS – Rámcový vzdělávací program pro obor vzdělání základní škola speciální; RVP G – Rámcový vzdělávací program pro gymnázia; RVP GSP – Rámcový vzdělávací program pro gymnázia se sportovní přípravou; RVP DG – Rámcový vzdělávací program pro dvojjazyčná gymnázia; RVP SOV – Rámcový vzdělávací program pro střední odborné vzdělávání; RVP ZUV – Rámcový vzdělávací program pro základní umělecké vzdělávání; RVP JŠ – Rámcový vzdělávací program pro jazykové školy s právem státní jazykové zkoušky

RVP ZV formuluje očekávanou úroveň vzdělání žáka prostřednictvím výstupů, které má žák na konci daného vzdělávacího období zvládat. V dokumentu je také popsán vzdělávací obsah, který je rozčleněn do devíti vzdělávacích oblastí, které jsou tvořeny jedním nebo více vzdělávacími obory.

V RVP ZV je vzdělávací oblast Matematika a její aplikace charakterizována jako oblast založená „*především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě, a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. Pro tuto svoji nezastupitelnou roli prolíná celým základním vzděláváním a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium*.“ (RVP ZV, 2017)

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je tvořena stejnojmenným vzdělávacím oborem, jehož vzdělávací obsah je rozčleněn do čtyř tematických okruhů. Řešením mnou vytvořených úloh, které uvádím v praktické části mé diplomové práce, žáci naplňují tyto vybrané očekávané výstupy RVP ZV:

<u>Tematický okruh Číslo a početní operace</u>

M-3-1-03 užívá lineární uspořádání; zobrazí číslo na číselné ose

M-5-1-08 porozumí významu znaku „–“ pro zápis celého záporného čísla a toto číslo vyznačí na číselné ose

<u>Tematický okruh Závislosti, vztahy a práce s daty</u>

M-3-2-03 doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel

M-5-2-02 čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy

RVP ZV doplňuje stručnou charakteristiku tematického okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty, v němž si žáci uvědomují „*změny a závislosti známých jevů, docházejí k pochopení, že změnou může být růst i pokles a že změna může mít také nulovou hodnotu. Tyto změny a závislosti žáci analyzují z tabulek, diagramů a grafů, v jednoduchých případech je konstruují a vyjadřují matematickým předpisem nebo je podle možností modelují s využitím vhodného počítačového softwaru nebo grafických* *kalkulátorů. Zkoumání těchto závislostí směřuje k pochopení pojmu funkce.*“ (RVP ZV, 2017)

RVP ZV tedy opodstatňuje zařazování práce s tabulkami a grafy, jejich analýzu a pozorování závislostí jevů ve vzdělávání na 1. stupni základní školy jako propedeutiku k pochopení náročného pojmu funkce.

2.2 Různé didaktické přístupy k vyučování matematiky

Kovář ve své diplomové práci definuje didaktický přístup jako *„individuální specifický způsob vyučování a výchovy, jímž učitel pracuje. Každý učitel přistupuje k vyučování individuálně a tento didaktický přístup je ovlivněn učitelovou osobností, jeho teoretickými a praktickými vědomostmi i jeho vlastním pojetím výuky.“* (Kovář, 2017, s. 20). Škoda a Doulík ve své publikaci mluví o vyučovacím stylu učitele: *„Projevuje se konkrétními strategiemi a způsoby řízení učební činnosti žáků, volbou organizačních forem výuky, vyučovacích metod a postupů, preferencí určitých typů materiálních didaktických prostředků a volbou základních komunikačních schémat během vyučování. Vychází z kognitivního stylu učitele a jeho preferencí určitých typů informací.“* (Škoda, Doulík, 2011, s. 68) Škoda a Doulík přitom klasifikují devět různých typů vyučovacích stylů učitele.

Hejný (2014) nazývá didaktické přístupy jako edukační styly a dělí je *„podle míry intelektuální autonomie, kterou učitel dává žákovi podle toho, jak výrazně se na odhalování matematických poznatků podílejí žáci.“* Rozlišuje tak:
a) transmisivní edukační styl
b) instruktivní edukační styl
c) konstruktivistický edukační styl

2.2.1 Transmisivní edukační styl

Učitel, který vyučuje transmisivně, žákům předkládá učební látku jako hotový souhrn pojmů a jejich vztahů určený k prosté konzumaci žákovým vědomím. Tento styl nepředpokládá žádnou samostatnou objevitelskou aktivitu žáků. Hejný (2014) uvádí, že pro transmisivní edukační styl je charakteristický výklad učitele jako způsob, kterým se žák seznamuje s novým učivem. Učitel sdělí žákům obecný poznatek společně s ukázkou standardního postupu, který vede ke správnému výsledku. Potom si žáci vyzkouší aplikaci tohoto postupu při řešení konkrétních úloh. Hlavním nástrojem upevňování nových poznatků ve vědomí žáka je opakované procvičování. Učitel chce žákům často porozumění usnadnit předložením hotových vzorců nebo pouček, jejichž aplikací mají žáci úlohu správně vyřešit. To má často za následek negativní skutečnost, že se žáci snaží matematické pojmy a vztahy uchopit pamětí, namísto toho, aby se jim snažili porozumět. Učitel je přitom zpravidla veden svým přesvědčením, že schopnost objevovat matematické vztahy, postupy a pravidla má pouze malá část žáků, kteří „jsou na matematiku nadaní“. Pro většinu žáků v jejich třídě je však podle jejich názoru efektivnější, pokud jim hotové poznatky předloží. Důsledkem toho je, že si žáci často neumí poradit s řešením nestandardních úloh, ve kterých je použití naučeného postupu neefektivní, pomalé a nevhodné.

2.2.2 Instruktivní edukační styl

Hejný (2014) charakterizuje instruktivní edukační styl jako shodný *„se stylem transmisivním, pokud jde o výklad učiva. Liší se od něj v tom, že připouští jen ty postupy, které žákům předvádí učitel.“* Každá iniciativa žáka, která se odlišuje od postupu předkládaného učitelem, je považována za nežádoucí. To má za následek negativní dopad nejen na úroveň matematických schopností žáka, ale především na jeho sebevědomí a další osobnostní rysy. V žákově vědomí je fixována životní zkušenost, že cokoliv, co se odlišuje od normálu, je špatné. Učitelovo chování utvrzuje žáka v přesvědčení, že správné je opakování a nápodoba vzorových postupů. Učitel vyučující instruktivně neoceňuje žákovskou tvořivost, alternativní postupy řešení a nestandardní řešitelské strategie. Nepřispívá ke kultivaci žákových matematických schopností a rozvoji jeho divergentního myšlení. Cílem učitelů vyučujících podle instruktivního učebního stylu často bývá naučit žáky rychlému a bezchybnému (někdy také pamětnému) provádění základních aritmetických operací. Toho je dosahováno častým a opakovaným nácvikem jednoho vzorového postupu, který učitel frontálně demonstruje. Chyba je často považována za důsledek nedostatečného procvičení daného postupu. Alternativní způsoby řešení nejsou přijímány, protože učitel má dojem, že by do vědomí žáků vnesly větší zmatek.

Negativním důsledkem tohoto edukačního stylu v rovině osobnostně-sociální je to, že nepřispívá k výchově kriticky myslících občanů lidské společnosti.

2.2.3 Konstruktivistický edukační styl

Konstruktivistický edukační styl se od transmisivního odlišuje především ve způsobu, jakým se žáci seznamují s novým učivem. Učitel třídě nepředkládá hotové obecné vzorce či definice, ale naopak systematicky a cíleně podává žákům takové úlohy, jejichž řešením po nějaké době sami obecný vztah nebo pravidlo objeví. Učitel si je vědom toho, že žáci se novým poznatkům učí prostřednictvím své vlastní činnosti. Každý proces objevování je směřován od velkého množství dílčích objevů k postupnému odhalování zákonitostí až k formulaci výsledného vztahu či vzorce. Tento způsob autonomního konstruování matematických myšlenek, pojmů a vztahů v mysli žáka vede v matematické rovině k tomu, že si žák sám vytváří nástroje a strategie k poznávání matematického světa, aniž by se stával závislým na postupu řešení, které předložil učitel. Jednotlivé matematické oblasti se v jeho vědomí propojují v ucelenou strukturu, ve které si žák uvědomuje vztahy mezi jednotlivými pojmy. Takový poznatek má trvalejší charakter než informace uchopená výlučně pamětí. V rovině osobnostně-sociální přispívá tento edukační styl ke kultivaci sebevědomí žáka a zdravé sebedůvěře ve vlastní schopnosti. Učitel u žáků podporuje originalitu a tvořivost tím, že jim nepředkládá vzorová řešení a postupy. Radost z žákovských objevů s nimi spoluprožívá a motivačně ji využívá pro další práci. Učitel ve třídě vytváří podnětné klima, podporuje atmosféru spolupráce a diskuze mezi žáky namísto soutěživosti a porovnávaní mezi sebou. Žáci se tak nebojí dělat chyby a sami se snaží hledat jejich příčiny. Analýza chyby je zdrojem poučení.

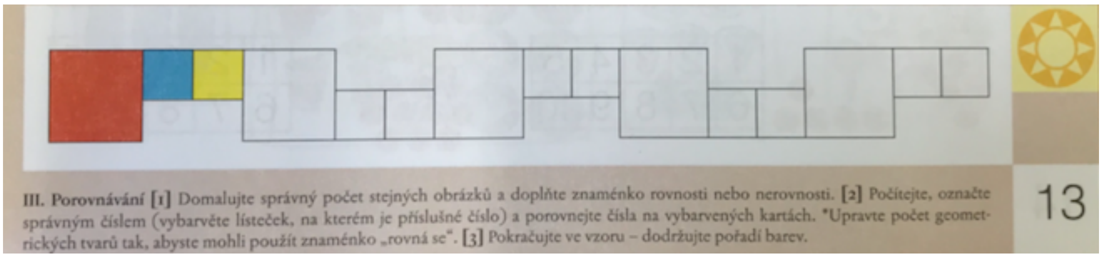
2.3 Dílčí analýza učebnicových řad s ohledem na téma práce

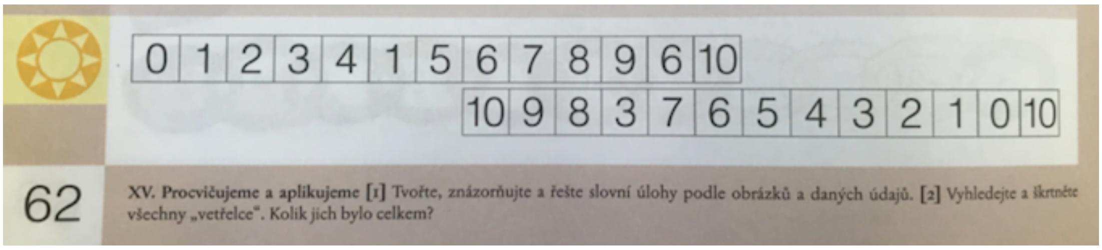
Dříve, než jsem začal s tvorbou vlastní série úloh, jsem se potřeboval seznámit se způsobem zpracování propedeutického učiva analytické geometrie, funkcí, souřadnic a posloupností v již existujících učebnicových řadách používaných při výuce matematiky na 1. stupni základní školy. Uvádím zde tři učebnicové řady, se kterými jsem se seznámil během svého studia na vysoké škole, kde jsme měli k dispozici učebnice z nakladatelství Prodos, Alter a Nakladatelství Fraus.

2.3.1 Nakladatelství Prodos

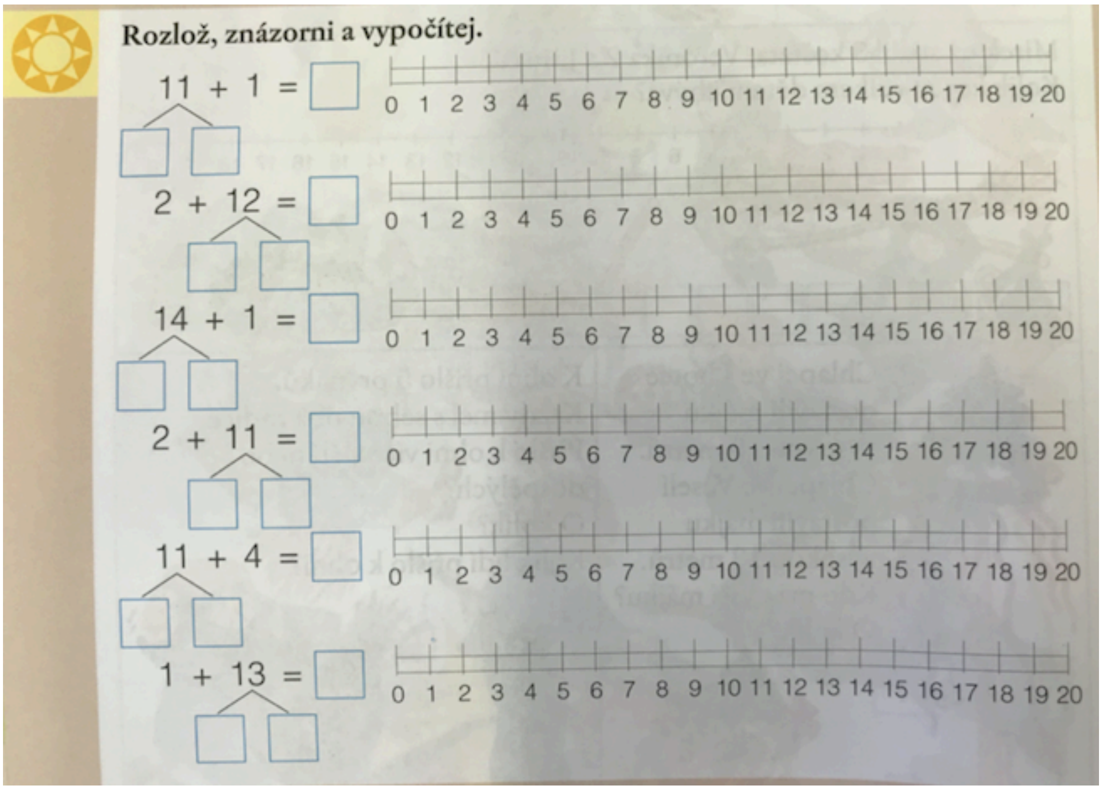
Řada učebnic nakladatelství Prodos je tvořena třemi díly v každém ročníku. V učebnicích si žáci nové učivo procvičují na velkém množství typově podobných úloh. Jedná se převážně o standardní úlohy, které lze řešit použitím daného algoritmu. V učebnicích je často využívána opora o názornost. V řadě učebnic se vyskytují úlohy, které primárně rozvíjí funkční a analytické myšlení žáků nebo připravují na porozumění pojmům funkce, posloupnost a rytmus. Množství těchto úloh je však podstatně menší ve srovnání s úlohami zacílenými na nácvik a upevnění základních aritmetických operací.

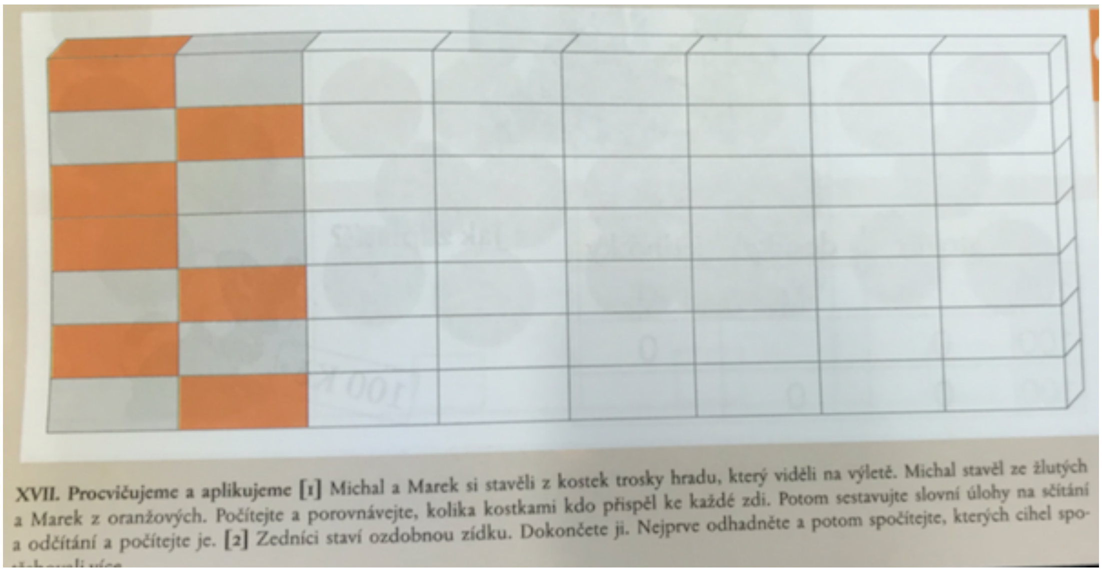
V řadě učebnic se průřezově vyskytují úlohy, kde je úkolem žáků odhalit pravidelnost a pokračovat v daném rytmu, který je tvořen barvami, tvary či počtem. V jedné úloze žáci zjišťují počty prvků v dané posloupnosti. Seznamují se s posloupnostmi aritmetickými i jinými. V různých typech úloh se žáci seznamují se strukturou přirozených čísel. Číselné osy je hojně využíváno především jako názorného způsobu grafického řešení početních operací. Všechny výše uvedené typy úloh ilustruji vybranými deseti stranami z učebnicové řady Prodos.



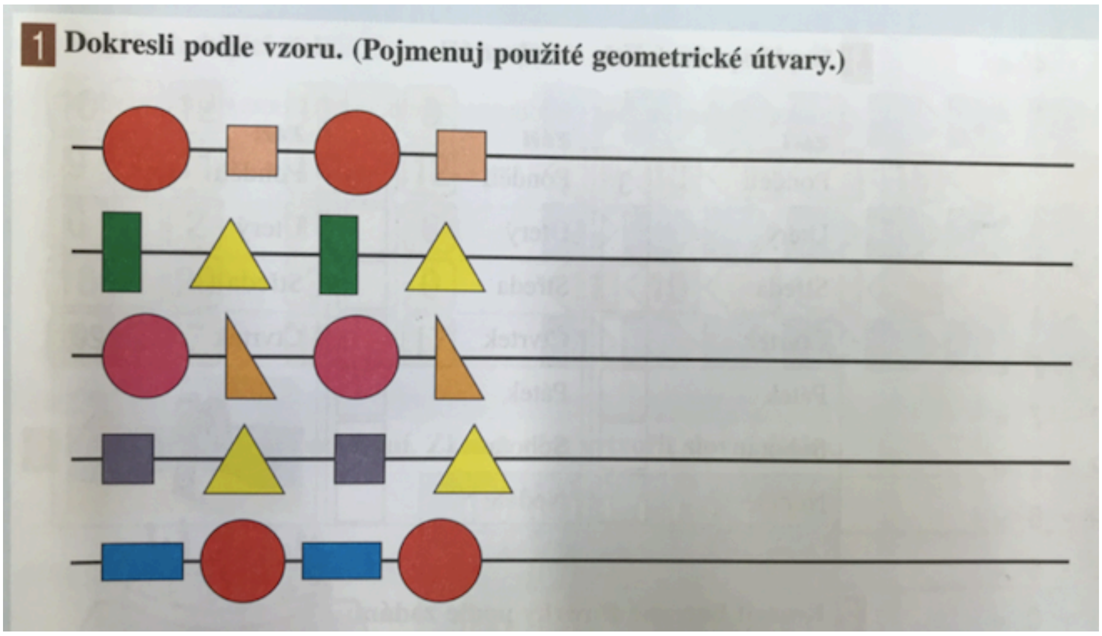


(Učebnice matematiky pro 1. ročník, 1. díl, s. 13, 62, Nakladatelství Prodos, 2006.)

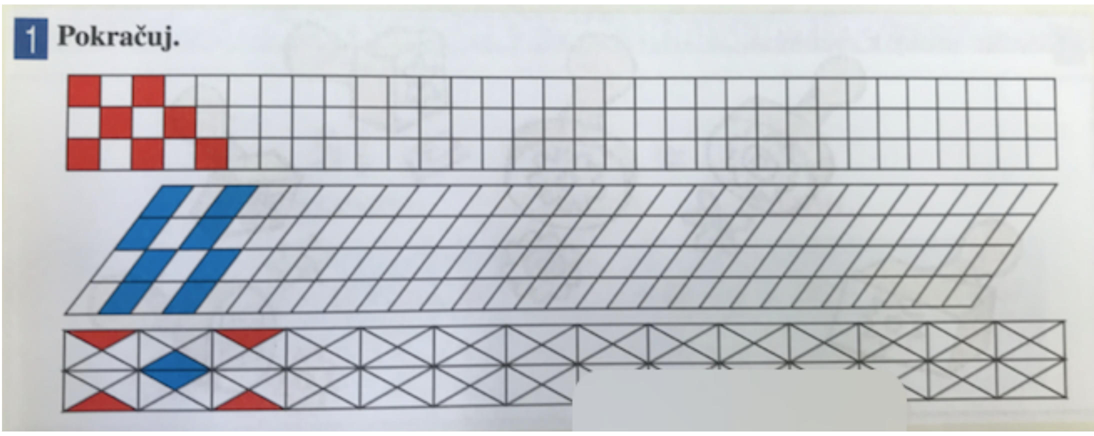


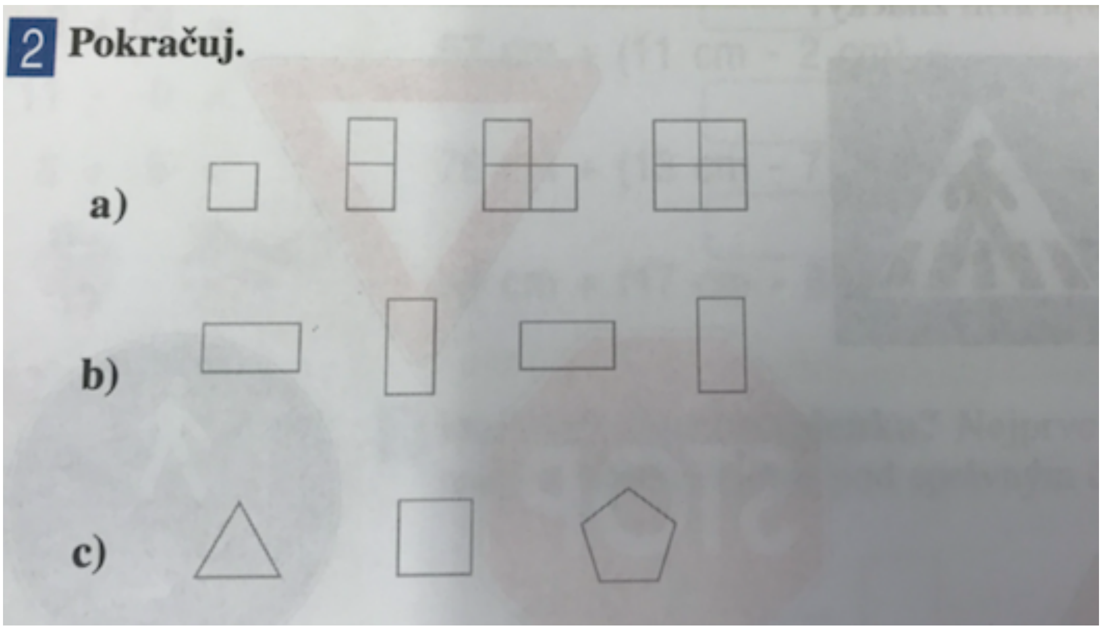


(Učebnice matematiky pro 1. ročník, 3. díl, s. 24, 49, Nakladatelství Prodos, 2006.)

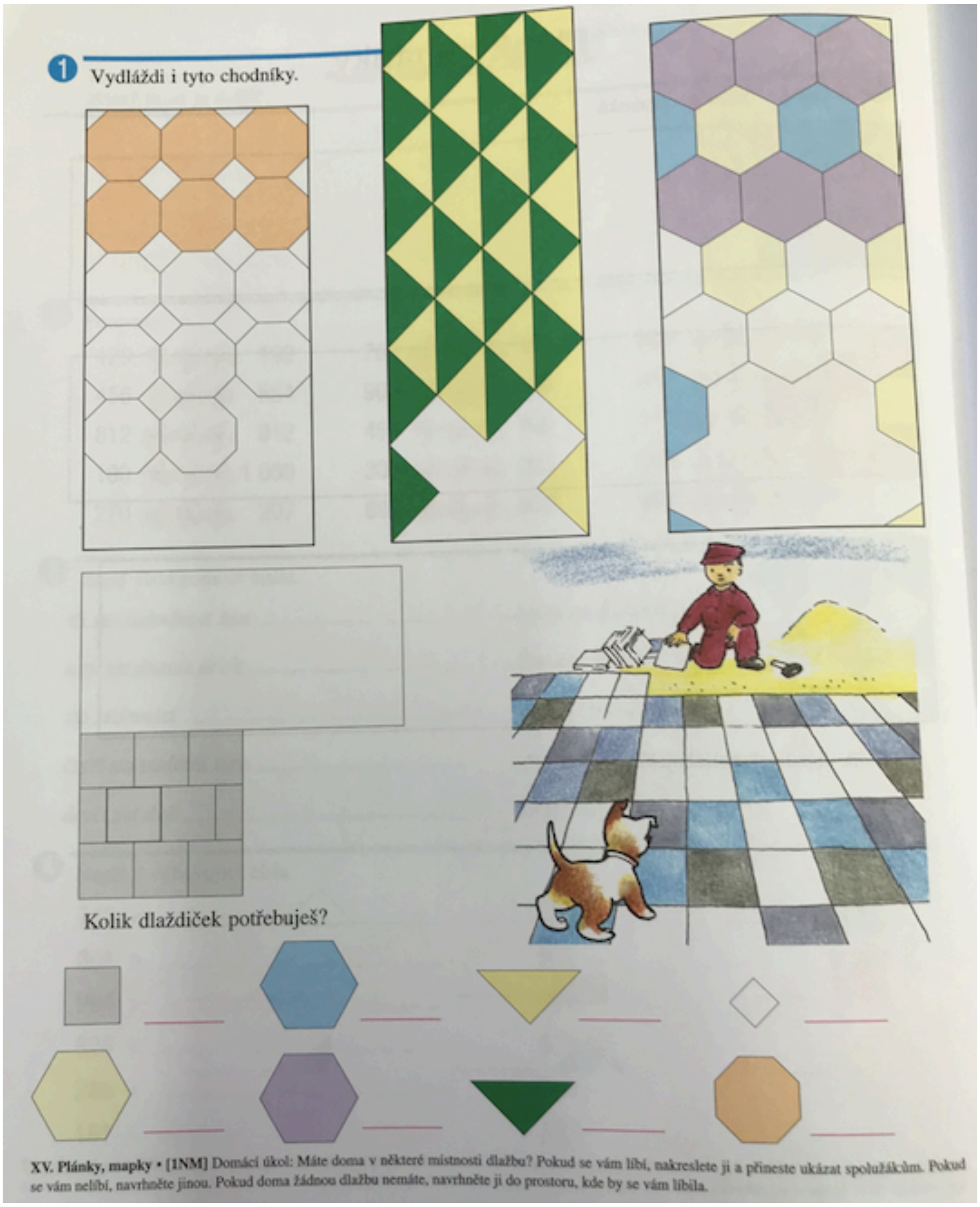


(Učebnice matematiky pro 2. ročník, 1. díl, s. 7, Nakladatelství Prodos, 2007.)

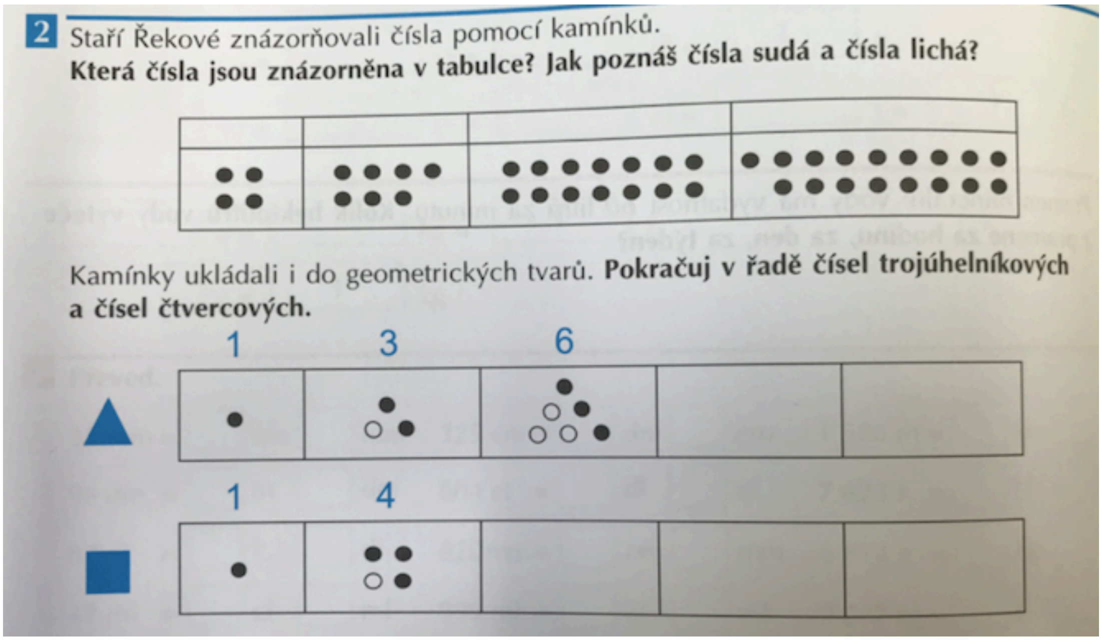




(Učebnice matematiky pro 2. ročník, 3. díl, s. 13, 14, Nakladatelství Prodos, 2007.)



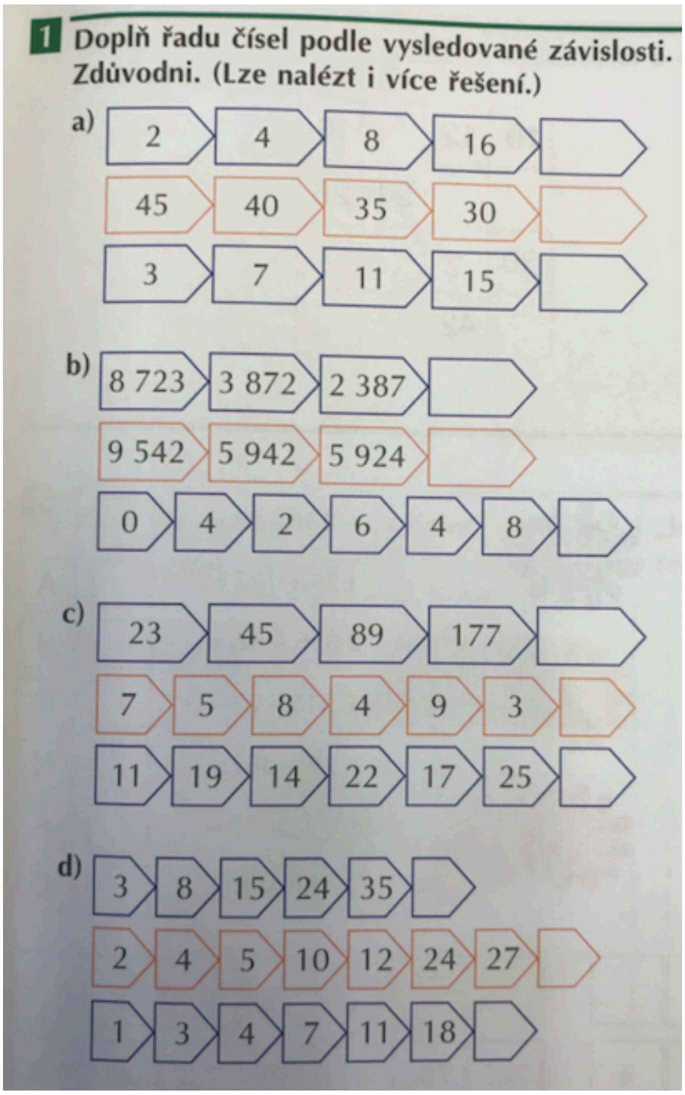
(Učebnice matematiky pro 3. ročník, 2. díl, s. 56, Nakladatelství Prodos, 2007.)



2 Staří Řekové znázorňovali čísla pomocí kamínků.
Která čísla jsou znázorněna v tabulce? Jak poznáš čísla sudá a čísla lichá?

Kamínky ukládali i do geometrických tvarů. **Pokračuj v řadě čísel trojúhelníkových a čísel čtvercových.**

(Učebnice matematiky pro 5. ročník, 2. díl, s. 24, Nakladatelství Prodos, 2008.)



1 **Doplň řadu čísel podle vysledované závislosti. Zdůvodni. (Lze nalézt i více řešení.)**

a) 2, 4, 8, 16, …
45, 40, 35, 30, …
3, 7, 11, 15, …

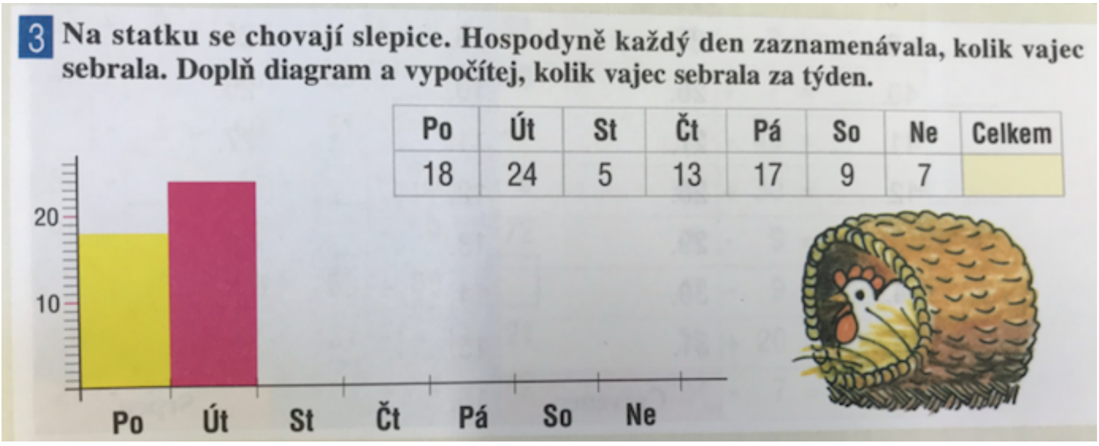
b) 8 723, 3 872, 2 387, …
9 542, 5 942, 5 924, …
0, 4, 2, 6, 4, 8, …

c) 23, 45, 89, 177, …
7, 5, 8, 4, 9, 3, …
11, 19, 14, 22, 17, 25, …

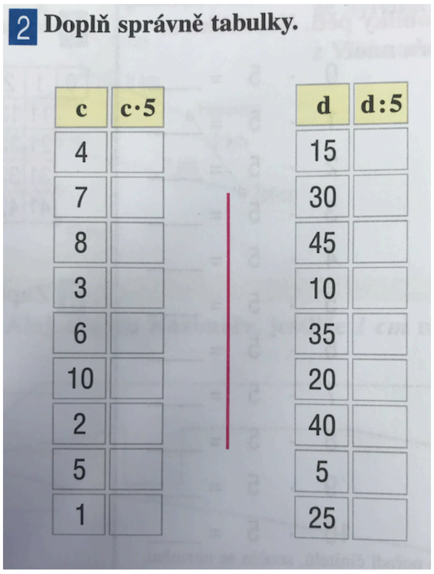
d) 3, 8, 15, 24, 35, …
2, 4, 5, 10, 12, 24, 27, …
1, 3, 4, 7, 11, 18, …

(Učebnice matematiky pro 5. ročník, 3. díl, s. 5, Nakladatelství Prodos, 2008.)

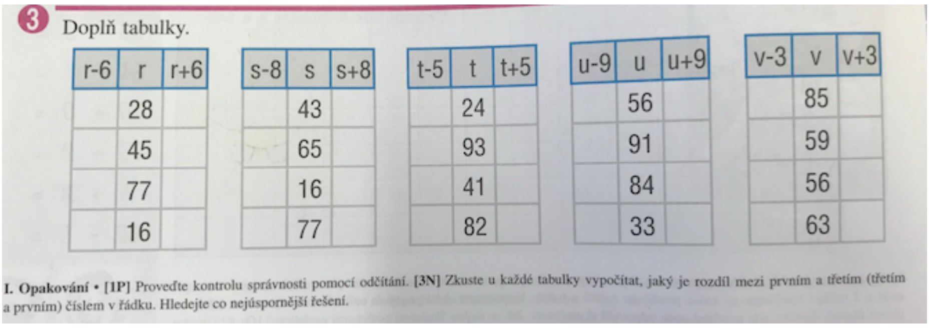
Při řešení úloh v učebnicích žáci často pracují s tabulkou. Seznamují se s ní jako s vhodným a efektivním nástrojem pro evidenci výsledků. Prostřednictvím tabulky mohou žáci odhalovat vazby a vztahy mezi čísly. Jsou vyzýváni k přepisu dat z tabulky do grafu, který slouží rovněž jako prostředek k přehlednému zpracování velkého souboru dat. Od 2. ročníku se žáci seznamují s protoalgebrou, když pracují s proměnnou. V učebnicích pro 5. ročník se objevují úlohy s funkční závislostí jedné proměnné na druhé. Typy úloh uvedené v tomto odstavci ilustruji sedmi stranami z učebnicové řady Prodos.



(Učebnice matematiky pro 2. ročník, 3. díl, s. 59, Nakladatelství Prodos, 2007.)



(Učebnice matematiky pro 2. ročník, 3. díl, s. 50, Nakladatelství Prodos, 2007.)



3 Doplň tabulky.

r-6	r	r+6
	28	
	45	
	77	
	16	

s-8	s	s+8
	43	
	65	
	16	
	77	

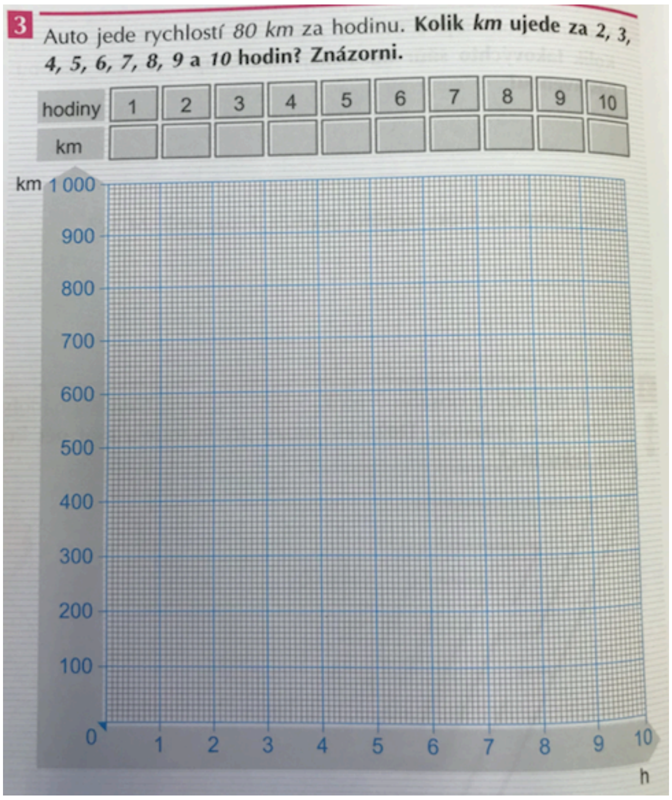
t-5	t	t+5
	24	
	93	
	41	
	82	

u-9	u	u+9
	56	
	91	
	84	
	33	

v-3	v	v+3
	85	
	59	
	56	
	63	

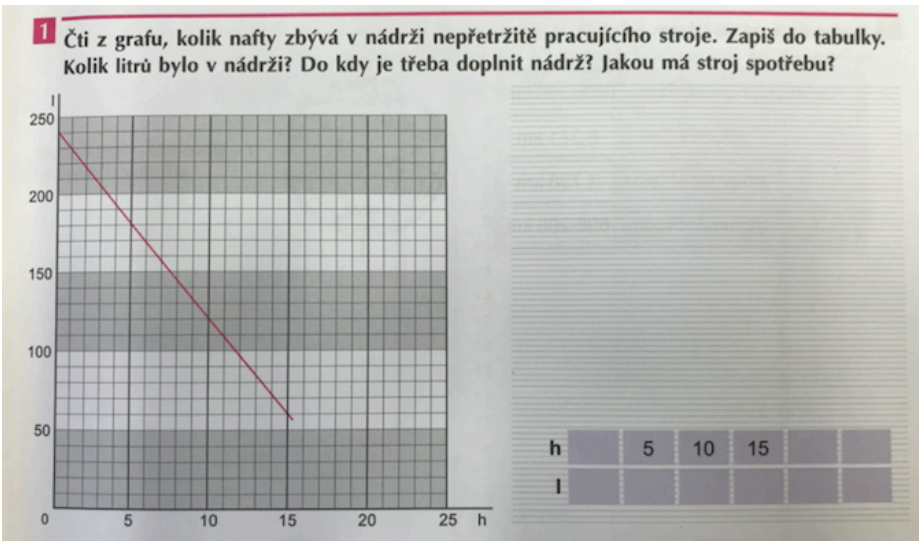
I. Opakování • [1P] Proveďte kontrolu správnosti pomocí odčítání. [3N] Zkuste u každé tabulky vypočítat, jaký je rozdíl mezi prvním a třetím (třetím a prvním) číslem v řádku. Hledejte co nejúspornější řešení.

(Učebnice matematiky pro 3. ročník, 1. díl, s. 10, Nakladatelství Prodos, 2007.)



3 Auto jede rychlostí *80 km* za hodinu. **Kolik *km* ujede za *2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9* a *10* hodin? Znázorni.**

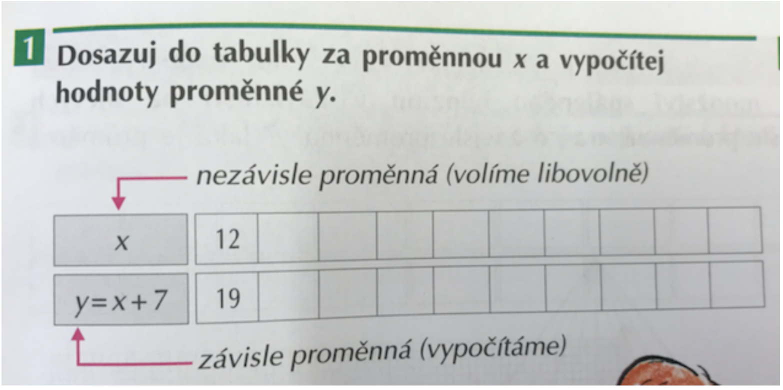
hodiny	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
km										



1 **Čti z grafu, kolik nafty zbývá v nádrži nepřetržitě pracujícího stroje. Zapiš do tabulky. Kolik litrů bylo v nádrži? Do kdy je třeba doplnit nádrž? Jakou má stroj spotřebu?**

h		5	10	15		
l						

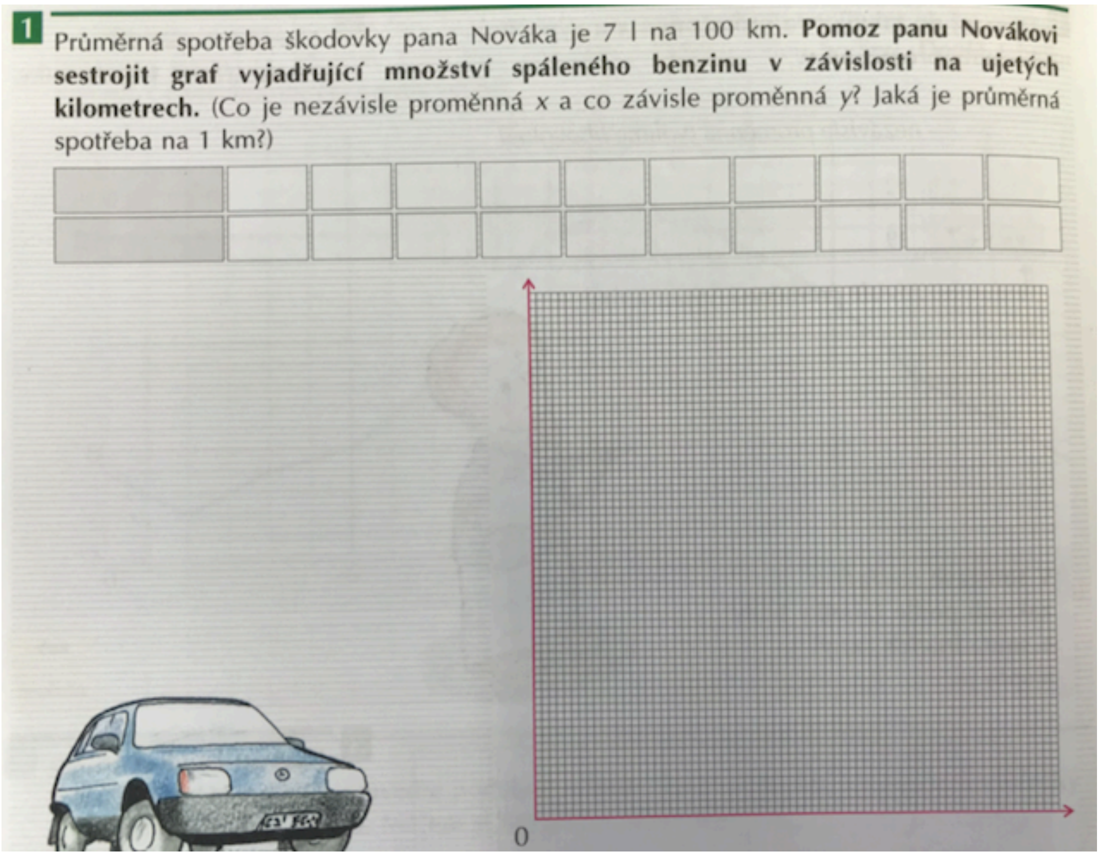
(Učebnice matematiky pro 5. ročník, 1. díl, s. 6, 7, Nakladatelství Prodos, 2008.)


1 **Dosazuj do tabulky za proměnnou *x* a vypočítej hodnoty proměnné *y*.**

nezávisle proměnná (volíme libovolně)

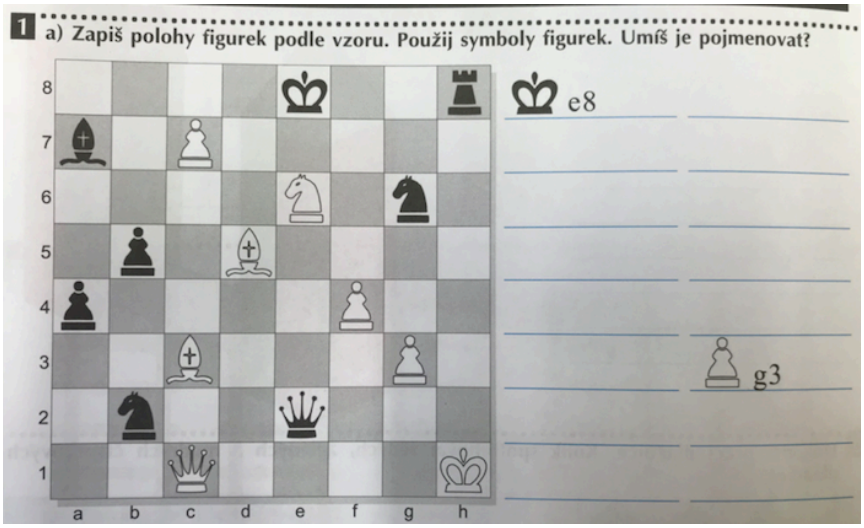
x	12									
$y=x+7$	19									

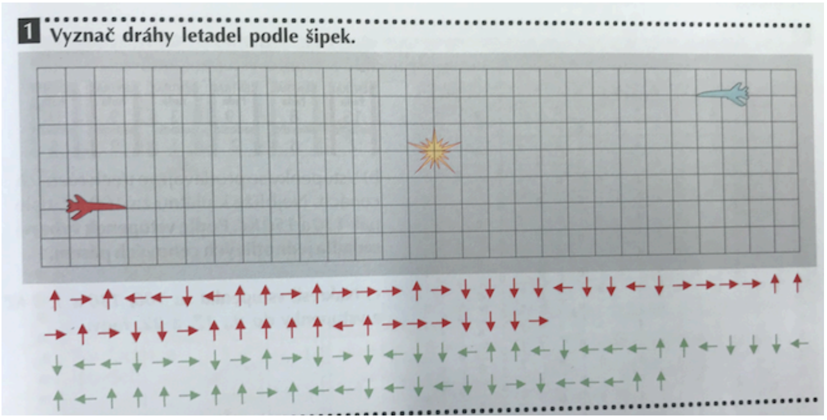
závisle proměnná (vypočítáme)

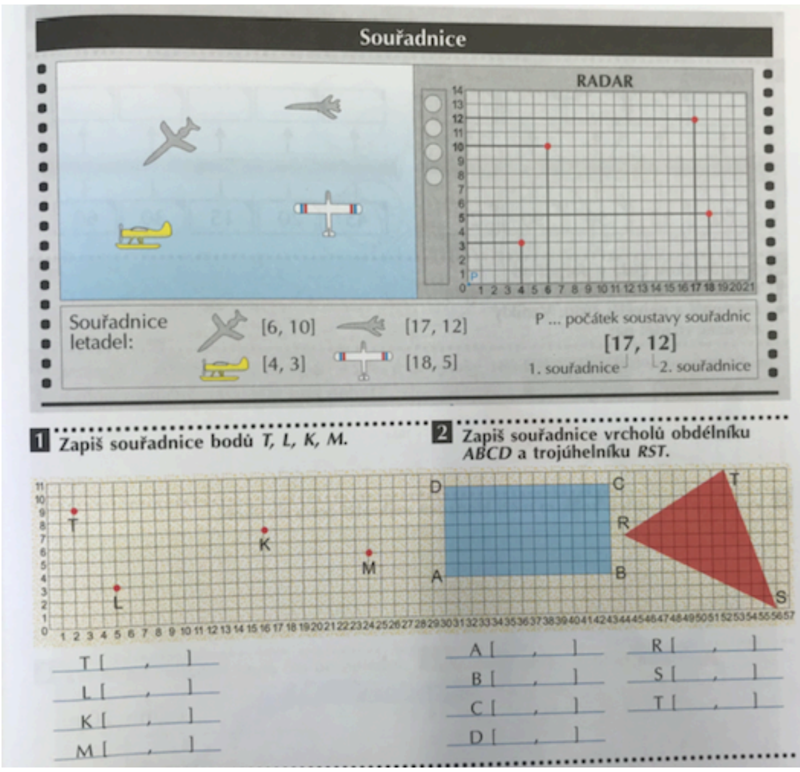

1 Průměrná spotřeba škodovky pana Nováka je 7 l na 100 km. **Pomoz panu Novákovi sestrojit graf vyjadřující množství spáleného benzinu v závislosti na ujetých kilometrech.** (Co je nezávisle proměnná *x* a co závisle proměnná *y*? Jaká je průměrná spotřeba na 1 km?)

(Učebnice matematiky pro 5. ročník, 3. díl, s. 27, 28, Nakladatelství Prodos, 2008.)

Souřadnicový systém se vyskytuje v řadě učebnic pouze jednou, a to ve 4. ročníku, což ilustruji ukázkou z dané kapitoly níže. Žákům je předložena série úloh, které se sémanticky opírají o skutečné životní zkušenosti (např. šachovnice a její značení). Celý systém je žákům následně předveden na jednom příkladě. Šipkový zápis na čtvercové síti se vyskytuje v jedné úloze, kde je úkolem žáků podle šipek zakreslit lomenou čáru do sítě.







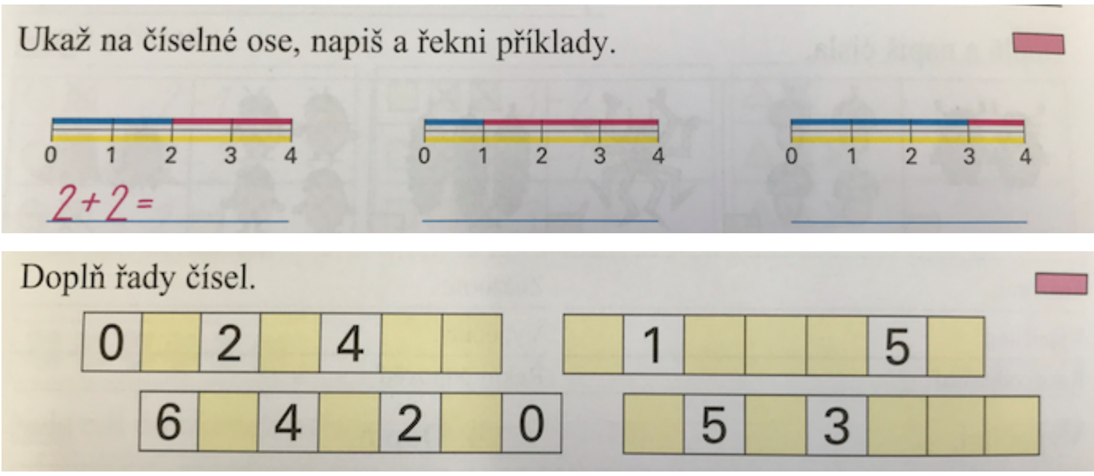
(Učebnice matematiky pro 4. ročník, 1. díl, s. 54, 55, 57, Nakladatelství Prodos, 2012.)

2.3.2 Nakladatelství Alter

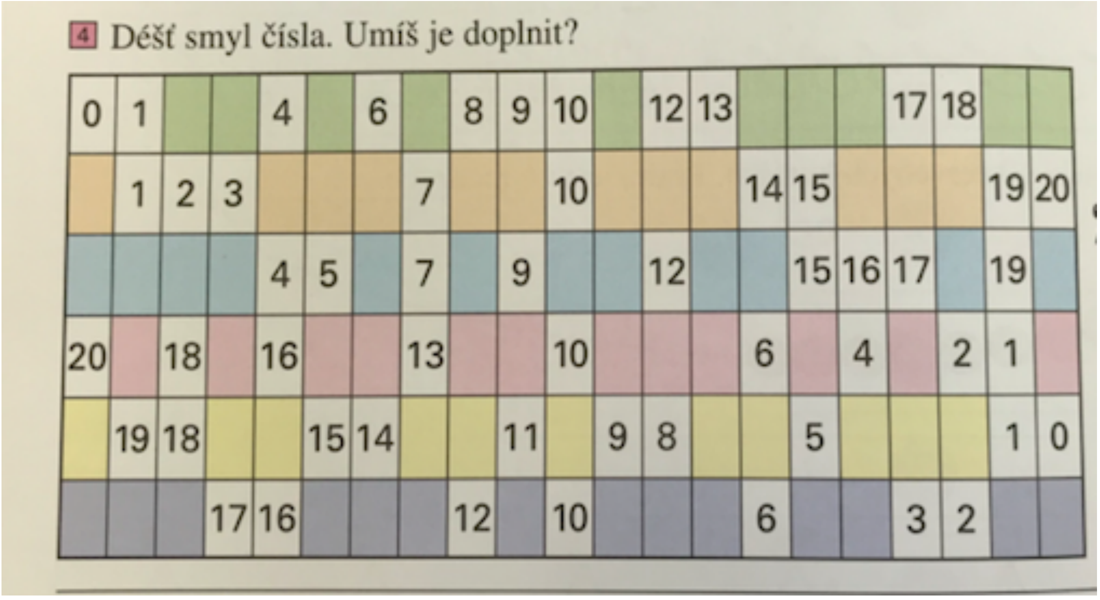
Učivo je v řadě učebnic nakladatelství Alter koncipováno do bloků. Toto rozdělení příliš nepřispívá k tomu, aby žáci propojovali své poznatky z různých matematických oblastí a viděli mezi nimi souvislosti. Každé části učiva je vyhrazena příslušná kapitola a k danému typu úloh se žáci vracejí často až v dalších ročnících. To může mít za následek, že se poznatky v mysli žáků neuloží hluboko a budou je zapomínat. Jednotlivé kapitoly mají podobnou strukturu. Na úvod je učivo vysvětleno zjednodušenou definicí a základní vtahy jsou demonstrovány na příkladech. Žákům je ukázán vzorový postup, který si samostatně procvičují opakovaným užíváním v navazujících úlohách.

Je zde velmi malé množství úloh, které by primárně cílily na rozvoj funkčního a analytického myšlení žáků nebo připravovalo na porozumění pojmům funkce, posloupnost a rytmus. Čtvercová síť je využívána pouze jako prostředí, ve kterém žáci modelují rovinné geometrické útvary.

V ukázkách níže můžeme vidět využití číselné osy jako názorného grafického způsobu řešení početních úloh. V několika úlohách žáci doplňují řadu přirozených čísel. Tyto úlohy jsou přitom zaměřené zejména na kvantitu početních operací.



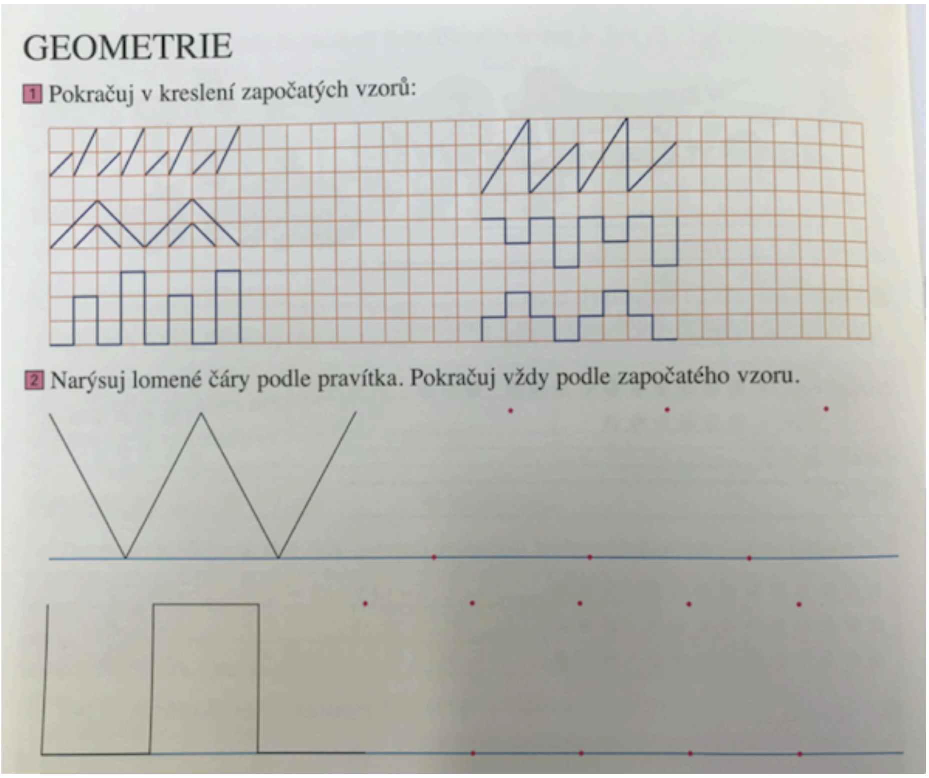
(Učebnice matematiky pro 1. ročník, sešit č. 1, s. 22, 30, Nakladatelství Alter, 2010.)


4 Déšť smyl čísla. Umíš je doplnit?

0	1			4		6		8	9	10		12	13				17	18		
	1	2	3				7			10				14	15				19	20
				4	5		7		9			12			15	16	17		19	
20		18		16			13			10				6		4		2	1	
	19	18			15	14			11		9	8			5				1	0
			17	16				12		10				6			3	2		

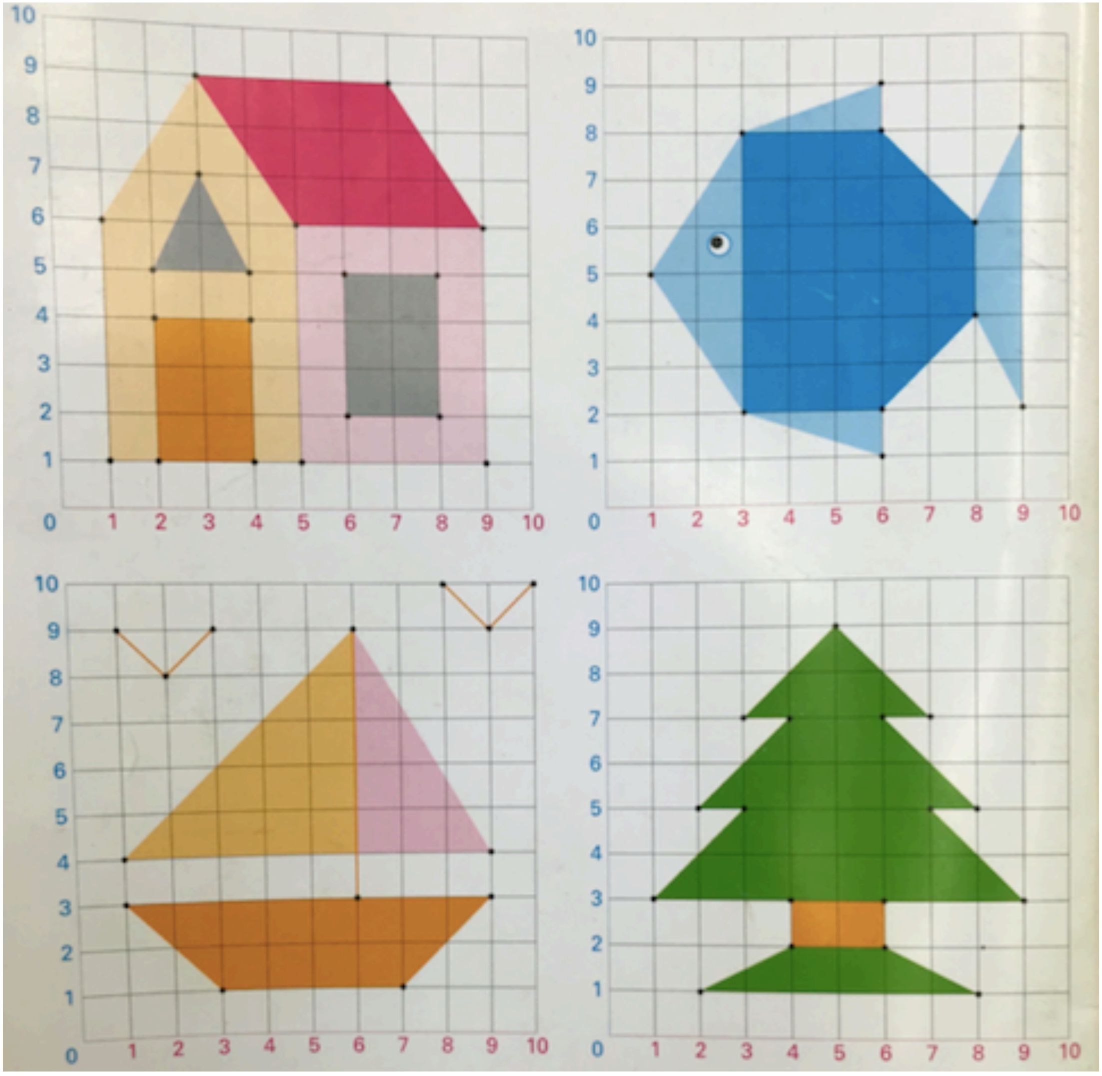
(Učebnice matematiky pro 1. ročník, sešit č. 3, s. 4, Nakladatelství Alter, 2009.)

V učebnicích se skoro nevyskytují úlohy, ve kterých by byla propedeutika posloupností a řad. Tento didaktický potenciál nabízejí dvě úlohy v učebnici pro 2. ročník. V nich žáci pokračují v geometrickém vzoru.



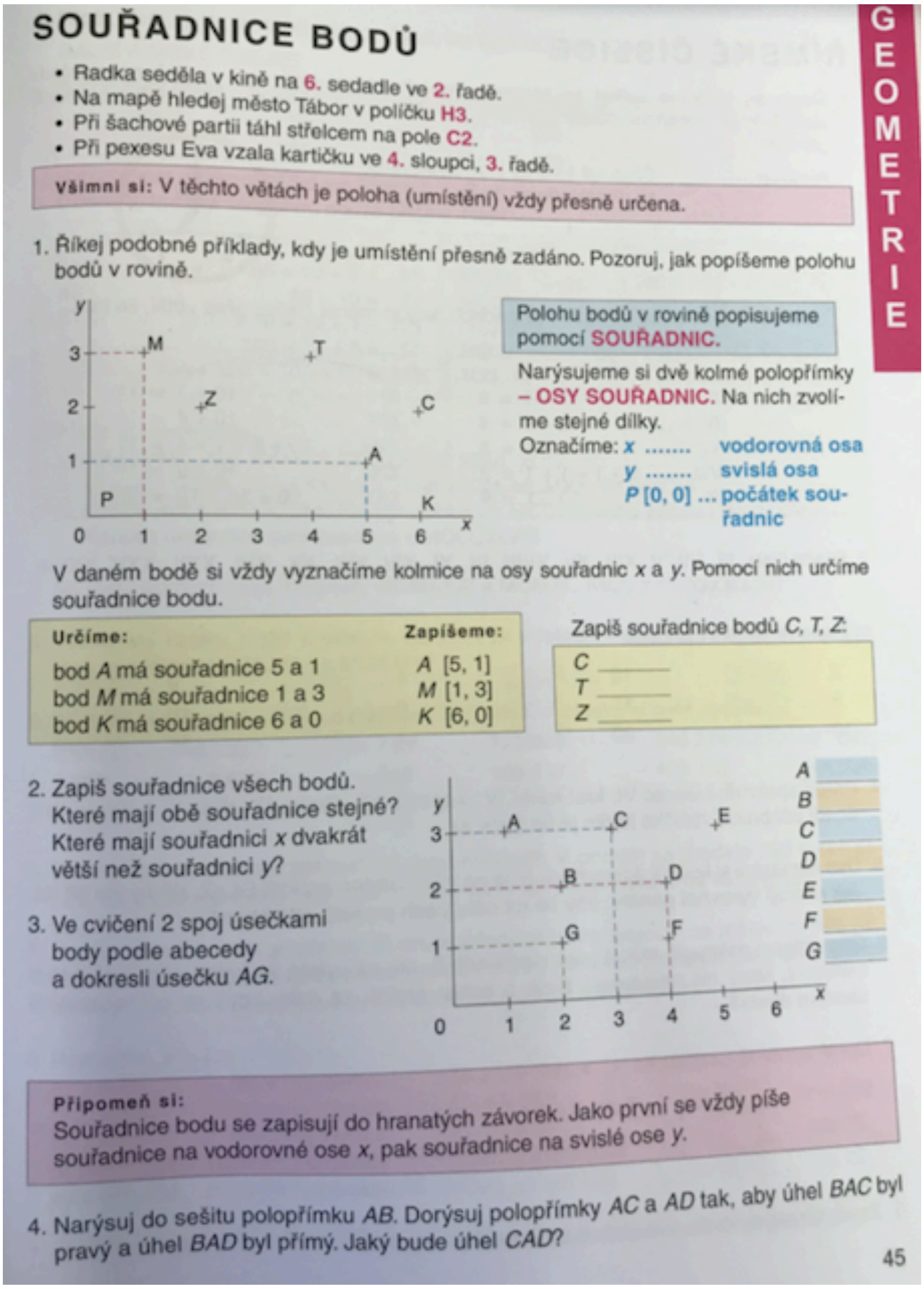
(Učebnice matematiky pro 2. ročník, sešit č. 4/B, s. 16, Nakladatelství Alter, 2011.)

V učebnici pro 2. ročník se na zadních deskách vyskytují čtyři obrázky znázorněné ve čtvercové síti, která je očíslovaná. Můžeme ji tak považovat za propedeutiku kartézské souřadnicové soustavy. U obrázků však není žádné slovní zadání ani vazba na další obsah učebnice. Učitel je může využít například k tomu, aby žáci dané obrazce překreslili do vlastní čtvercové sítě.



(Učebnice matematiky pro 2. ročník, sešit č. 6, zadní strana obalu, Nakladatelství Alter, 2011.)

Se souřadnicemi se setkají žáci nárazově v jedné kapitole učebnice pro 5. ročník. Systém souřadnic je zde vysvětlen a opřen o čtyři příklady mající vazbu na skutečnou životní zkušenost. Vysvětlený systém si žáci vyzkouší na velmi malém počtu úloh. Toto níže ilustruji ukázkou příslušné strany učebnice.



SOUŘADNICE BODŮ

GEOMETRIE

- Radka seděla v kině na 6. sedadle ve 2. řadě.
- Na mapě hledej město Tábor v políčku H3.
- Při šachové partii táhl střelcem na pole C2.
- Při pexesu Eva vzala kartičku ve 4. sloupci, 3. řadě.

Všimni si: V těchto větách je poloha (umístění) vždy přesně určena.

1. Říkej podobné příklady, kdy je umístění přesně zadáno. Pozoruj, jak popíšeme polohu bodů v rovině.

Polohu bodů v rovině popisujeme pomocí SOUŘADNIC.

Narýsujeme si dvě kolmé polopřímky – OSY SOUŘADNIC. Na nich zvolíme stejné dílky.

Označíme: *x* .... vodorovná osa

y .... svislá osa

P [0, 0] ... počátek souřadnic

V daném bodě si vždy vyznačíme kolmice na osy souřadnic *x* a *y*. Pomocí nich určíme souřadnice bodu.

Určíme:	**Zapíšeme:**
bod *A* má souřadnice 5 a 1	*A* [5, 1]
bod *M* má souřadnice 1 a 3	*M* [1, 3]
bod *K* má souřadnice 6 a 0	*K* [6, 0]

Zapiš souřadnice bodů *C*, *T*, *Z*:

C ______
T ______
Z ______

2. Zapiš souřadnice všech bodů. Které mají obě souřadnice stejné? Které mají souřadnici *x* dvakrát větší než souřadnici *y*?

3. Ve cvičení 2 spoj úsečkami body podle abecedy a dokresli úsečku *AG*.

Připomeň si: Souřadnice bodu se zapisují do hranatých závorek. Jako první se vždy píše souřadnice na vodorovné ose *x*, pak souřadnice na svislé ose *y*.

4. Narýsuj do sešitu polopřímku *AB*. Dorýsuj polopřímky *AC* a *AD* tak, aby úhel *BAC* byl pravý a úhel *BAD* byl přímý. Jaký bude úhel *CAD*?

45

(Učebnice matematiky pro 5. ročník, 1. díl, s. 45, Nakladatelství Alter, 2010.)

Ve 4. ročníku se žáci seznamují s přímou úměrností. Tento druh závislosti je žákům předložen formou poučky, která je doprovázena vysvětlením a ilustračním příkladem, který je vzorově vyřešen. Přímá úměrnost se v učebnicích opírá o násobilku. Odhalení vztahů žákům usnadňuje jejich evidence v tabulce. V úloze 1 žáci hledají další členy aritmetických posloupností. S tematickým celkem přímé úměrnosti se žáci setkají ve 4. ročníku ještě v jedné kapitole dalšího dílu. Tam je přímá úměrnost znázorněna také graficky.

PŘÍMÁ ÚMĚRNOST

1. Najdi pravidlo a pokračuj v řadě:

4, 8, 12,

6, 12, 18,

3, 6, 9,

5, 10, 15,

2. Jedna skupina turistů ušla za 1 hodinu 4 kilometry. Druhá skupina šla rychleji, ušla 5 km za hodinu. Doplň tabulky a sleduj po hodinách ušlé vzdálenosti.

h	1	2	3	4	5
km	4				

Mění se počet hodin, mění se počet ušlých kilometrů. Rychlost chůze 4 km za 1 h zůstává stále stejná.

h	1	2	3	4	5
km	5				

Mění se počet hodin, mění se počet ušlých kilometrů. Rychlost chůze 5 km za 1 h zůstává stále stejná.

3. Maminka kupovala jogurty. Za tři stejné jogurty zaplatila 24 Kč. Vypočítej cenu jednoho jogurtu a doplň tabulku.

počet jogurtů	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cena v Kč			24							

Mění se počet jogurtů, mění se jejich celková cena. Cena za 1 jogurt zůstává stále stejná.

4. Sešit stojí 6 Kč. Kolik zaplatíme za 2 sešity? Kolik zaplatíme za 3, 4, 5, ..., 10 sešitů?

1 sešit	6 Kč	
2 sešity	2 . 6 Kč	(dvakrát více než jeden sešit)
3 sešity	3 . 6 Kč	(třikrát více než jeden sešit)

počet sešitů	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
částka v Kč	6									

Mění se počet sešitů, mění se jejich celková cena. Cena 1 sešitu zůstává stále stejná.

Sleduj údaje v tabulce a všimni si:

$\cdot 4$ 2 sešity stojí 12 Kč $\cdot 4$
8 sešitů stojí 48 Kč
4krát více sešitů *4krát více peněz*

$\cdot 3$ 3 sešity stojí 18 Kč $\cdot 3$
9 sešitů stojí 54 Kč
3krát více sešitů *3krát více peněz*

Částka zaplacená za sešity závisí na počtu sešitů. Kolikrát se zvětší počet sešitů, tolikrát se zvětší jejich cena. Říkáme, že počet sešitů a zaplacená částka jsou **přímo úměrné** nebo že mezi počtem sešitů a zaplacenou částkou je **přímá úměrnost**.

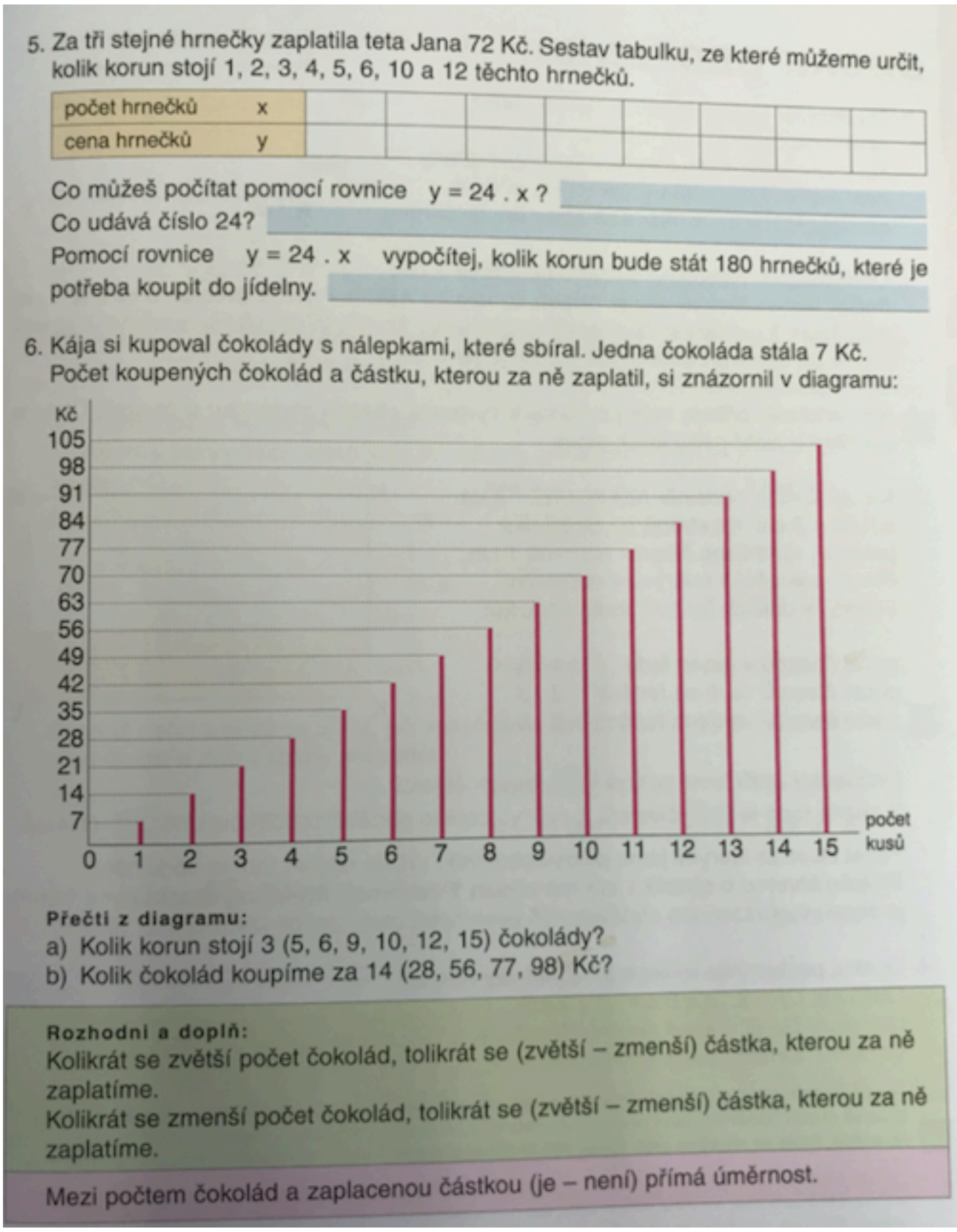
5. Kolik podkov si musí kovář přichystat, jestliže má okovat 5 (4, 6, 2, 8) koní?

6. Pozoruj a vypočítej:
Kolikrát se zvětší (zmenší) jeden činitel, tolikrát se zvětší (zmenší) součin.

3 . 15 =	2 . 138 =	10 . 62 =	4 . 250 =
6 . 15 =	4 . 138 =	5 . 62 =	8 . 250 =

41

(Učebnice matematiky pro 4. ročník, 2. díl, s. 41, Nakladatelství Alter, 2010.)


5. Za tři stejné hrnečky zaplatila teta Jana 72 Kč. Sestav tabulku, ze které můžeme určit, kolik korun stojí 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10 a 12 těchto hrnečků.

počet hrnečků	x								
cena hrnečků	y								

Co můžeš počítat pomocí rovnice y = 24 . x ?
Co udává číslo 24?
Pomocí rovnice y = 24 . x vypočítej, kolik korun bude stát 180 hrnečků, které je potřeba koupit do jídelny.

6. Kája si kupoval čokolády s nálepkami, které sbíral. Jedna čokoláda stála 7 Kč. Počet koupených čokolád a částku, kterou za ně zaplatil, si znázornil v diagramu:

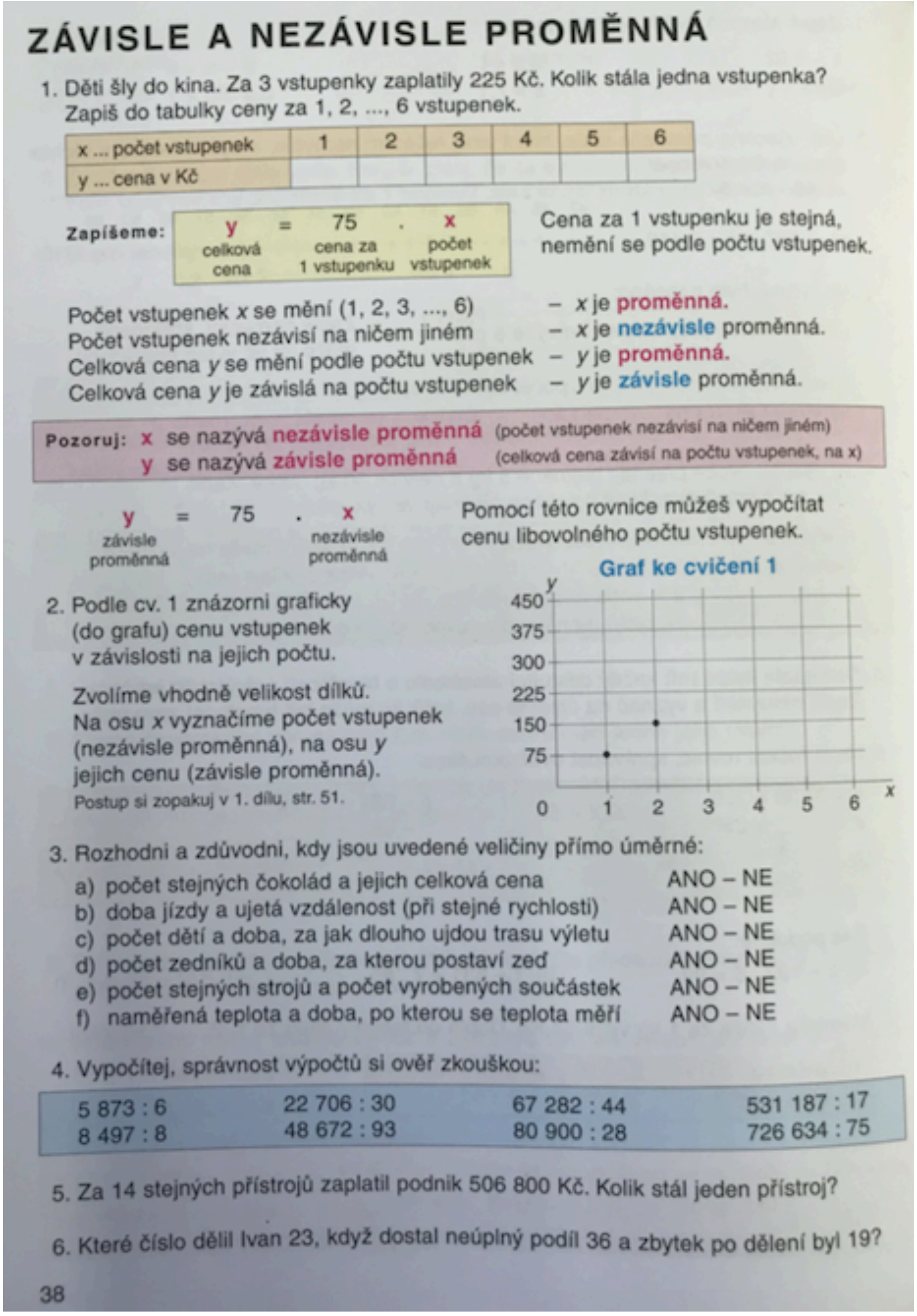
Přečti z diagramu:
a) Kolik korun stojí 3 (5, 6, 9, 10, 12, 15) čokolády?
b) Kolik čokolád koupíme za 14 (28, 56, 77, 98) Kč?

Rozhodni a doplň:
Kolikrát se zvětší počet čokolád, tolikrát se (zvětší – zmenší) částka, kterou za ně zaplatíme.
Kolikrát se zmenší počet čokolád, tolikrát se (zvětší – zmenší) částka, kterou za ně zaplatíme.

Mezi počtem čokolád a zaplacenou částkou (je – není) přímá úměrnost.

(Učebnice matematiky pro 4. ročník, 3. díl, s. 21, Nakladatelství Alter, 2010.)

V učebnicích pro 5. ročník najdeme kapitolu, která je propedeutikou lineárních funkcí. Žákům je opět nejprve předloženo vysvětlení opřené o ukázkově řešený příklad. Odborné matematické pojmy (závisle a nezávisle proměnná) jsou vysvětleny na konkrétních číslech v příkladu. Žáci řeší úlohy evidencí výsledků v tabulce a také graficky.


ZÁVISLE A NEZÁVISLE PROMĚNNÁ

1. Děti šly do kina. Za 3 vstupenky zaplatily 225 Kč. Kolik stála jedna vstupenka?
Zapiš do tabulky ceny za 1, 2, ..., 6 vstupenek.

x ... počet vstupenek	1	2	3	4	5	6
y ... cena v Kč						

Zapíšeme: y = 75 . x (y celková cena, 75 cena za 1 vstupenku, x počet vstupenek)

Cena za 1 vstupenku je stejná, nemění se podle počtu vstupenek.

Počet vstupenek *x* se mění (1, 2, 3, ..., 6) – *x* je proměnná.
Počet vstupenek nezávisí na ničem jiném – *x* je nezávisle proměnná.
Celková cena *y* se mění podle počtu vstupenek – *y* je proměnná.
Celková cena *y* je závislá na počtu vstupenek – *y* je závisle proměnná.

Pozoruj: x se nazývá nezávisle proměnná (počet vstupenek nezávisí na ničem jiném)
y se nazývá závisle proměnná (celková cena závisí na počtu vstupenek, na x)

y = 75 . x (y závisle proměnná, x nezávisle proměnná)

Pomocí této rovnice můžeš vypočítat cenu libovolného počtu vstupenek.

2. Podle cv. 1 znázorni graficky (do grafu) cenu vstupenek v závislosti na jejich počtu.
Zvolíme vhodně velikost dílků.
Na osu *x* vyznačíme počet vstupenek (nezávisle proměnná), na osu *y* jejich cenu (závisle proměnná).
Postup si zopakuj v 1. dílu, str. 51.

3. Rozhodni a zdůvodni, kdy jsou uvedené veličiny přímo úměrné:
a) počet stejných čokolád a jejich celková cena ANO – NE
b) doba jízdy a ujetá vzdálenost (při stejné rychlosti) ANO – NE
c) počet dětí a doba, za jak dlouho ujdou trasu výletu ANO – NE
d) počet zedníků a doba, za kterou postaví zeď ANO – NE
e) počet stejných strojů a počet vyrobených součástek ANO – NE
f) naměřená teplota a doba, po kterou se teplota měří ANO – NE

4. Vypočítej, správnost výpočtů si ověř zkouškou:

5 873 : 6	22 706 : 30	67 282 : 44	531 187 : 17
8 497 : 8	48 672 : 93	80 900 : 28	726 634 : 75

5. Za 14 stejných přístrojů zaplatil podnik 506 800 Kč. Kolik stál jeden přístroj?

6. Které číslo dělil Ivan 23, když dostal neúplný podíl 36 a zbytek po dělení byl 19?

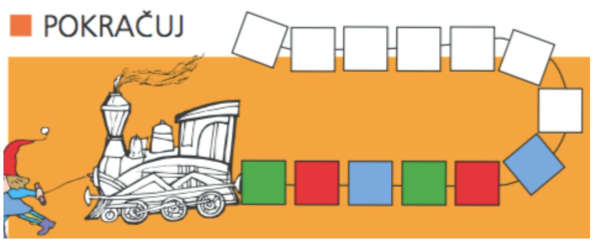
38

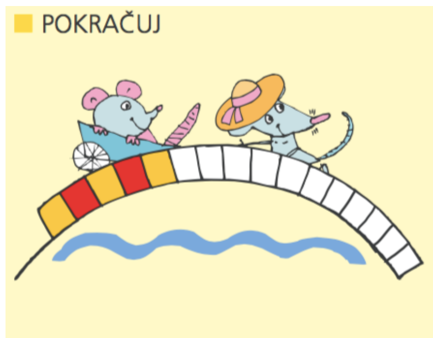
(Učebnice matematiky pro 5. ročník, 3. díl, s. 38, Nakladatelství Alter, 2010.)

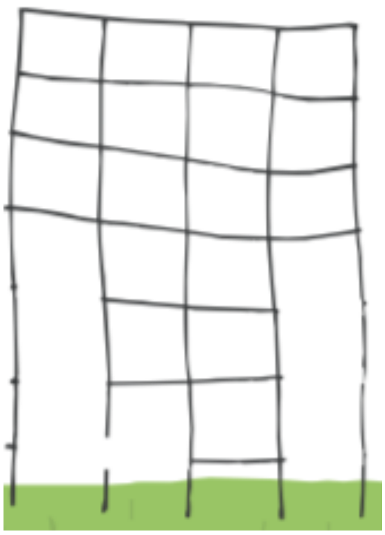
2.3.3 Nakladatelství Fraus

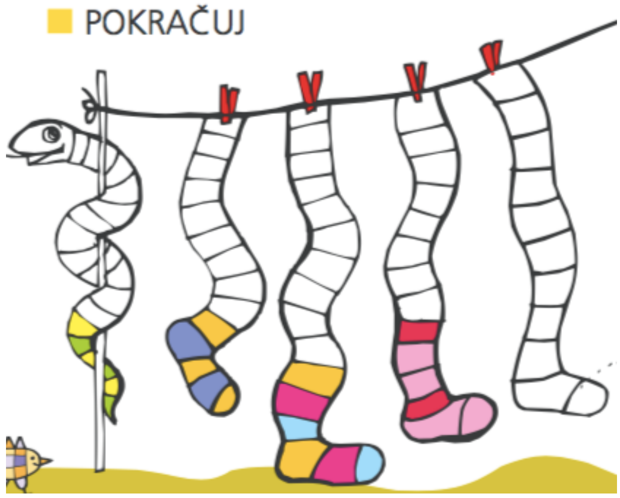
Řadu učebnic Nakladatelství Fraus vydanou v letech 2007 – 2011 zpracoval kolektiv autorů pod vedením hlavního autora Milana Hejného. Byla to jedna z učebnicových řad, se kterými jsem se seznámil během svého studia na fakultě v rámci seminářů a odborných praxí. V současné době podle ní vyučuji na jedné základní škole. Z celé řady jsem vybral několik ukázkových úloh z učebnic pro 1., 3. a 4. ročník, které nejvíce připravují pochopení pojmům posloupnost, rytmus a souřadnice.

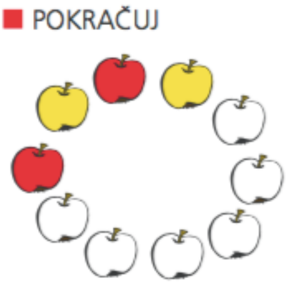
V pracovních učebnicích pro 1. ročník připravují některé úlohy porozumění pojmům rytmus, pravidelnost a posloupnost. V úlohách žáci pracují s lineárním barevným rytmem, který je buď jednorozměrný, dvojrozměrný nebo trojrozměrný. Žáci jsou vedeni k tvorbě vlastních barevných rytmů. Některé úlohy obsahují rytmus cyklický. V úloze, ve které je úkolem doplnit chybějící části sítě, pracují žáci s pravidelností a vzorem. Žáci a učitel jsou v některých úlohách také vyzýváni, aby úlohu řešili pomocí modelování z krychlí. V úlohách, které jsou spojené s krokováním na číselném páse, je obsažena propedeutika číselné osy. V učebnicích žáci často pracují s tabulkou, která slouží jako efektivní prostředek k organizaci údajů nebo souboru objektů. V následujících ukázkách přikládám několik úloh, které splňují jednotlivá výše uvedená kritéria.

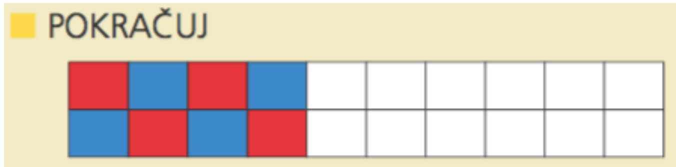




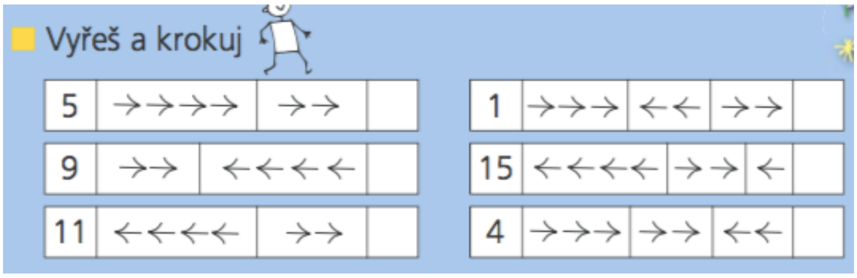


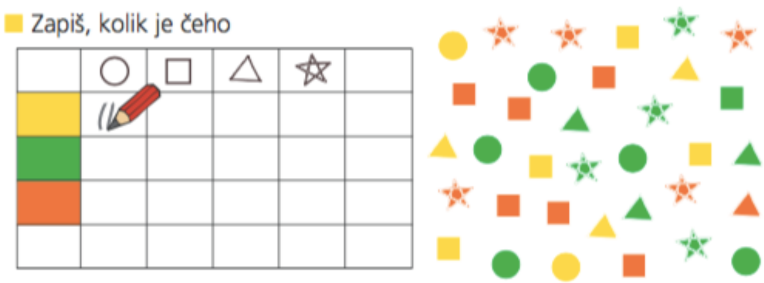






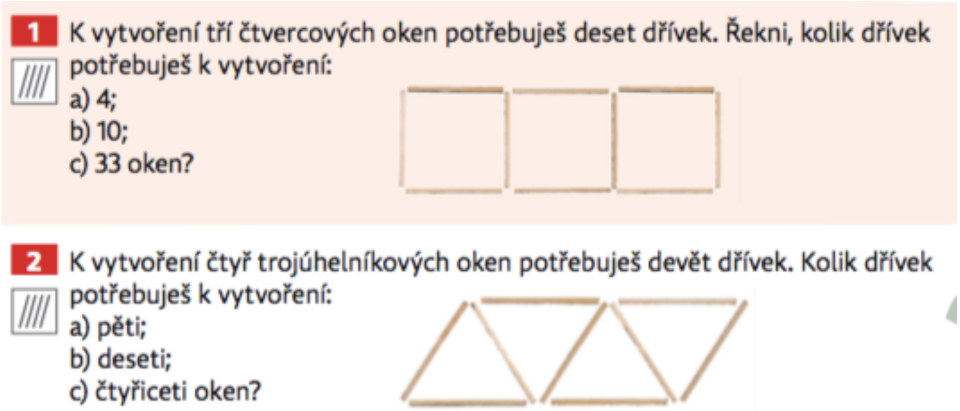
(Pracovní učebnice matematiky pro 1. ročník, 1. díl, s. 9, 10, 12, 13, 17, 24, 28, 47, Nakladatelství Fraus, 2007.)





(Pracovní učebnice matematiky pro 1. ročník, 2. díl, s. 19, 23, Nakladatelství Fraus, 2007.)

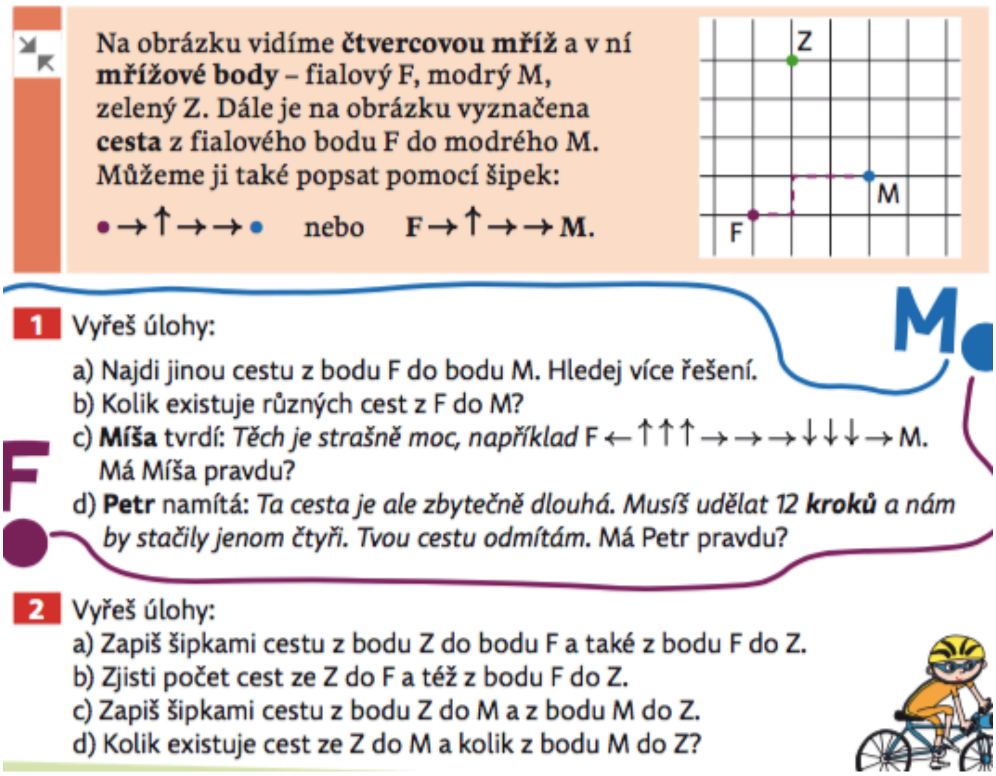
V učebnicích pro 3. ročník se objevují úlohy, ve kterých žáci pracují se závislostí jedné proměnné na druhé (v níže uvedené ukázce zjišťují počet dřívek, který je závislý na počtu daných oken). Žáci jsou vedeni k tomu, aby hledali rychlý a efektivní způsob pro zjištění počtu dřívek u velkého počtu oken. Závislost a vztah mezi dvěma proměnnými jsou žáci v tomto ročníku zpravidla schopni vyjádřit zatím jen verbálně, nikoliv formálním matematickým jazykem.


1 K vytvoření tří čtvercových oken potřebuješ deset dřívek. Řekni, kolik dřívek potřebuješ k vytvoření:
a) 4;
b) 10;
c) 33 oken?

2 K vytvoření čtyř trojúhelníkových oken potřebuješ devět dřívek. Kolik dřívek potřebuješ k vytvoření:
a) pěti;
b) deseti;
c) čtyřiceti oken?

(Učebnice matematiky pro 3. ročník, s. 23, Nakladatelství Fraus, 2009.)

Ve stejném ročníku se také žáci seznamují s prostředím čtvercové sítě. Té je využíváno zejména k popisu vzájemné polohy bodů a dalších geometrických útvarů. Výhodou je, že čtvercová síť je bezrozměrná a má jednotkovou délku (jedna šipka, jeden čtvereček). Žáci tak nejsou prozatím zatěžováni metrickým systémem a jeho jednotkami. Čtvercová síť prozatím nemá žádný počátek, body nemají absolutní, ale pouze relativní umístění v závislosti na vzájemné poloze. Zavedení čtvercové sítě doprovází krátký text s obrázkem a příkladem dvou šipkových cest.


Na obrázku vidíme **čtvercovou mříž** a v ní **mřížové body** – fialový F, modrý M, zelený Z. Dále je na obrázku vyznačena **cesta** z fialového bodu F do modrého M. Můžeme ji také popsat pomocí šipek:
• → ↑ → → •   nebo   F → ↑ → → M.

1 Vyřeš úlohy:
a) Najdi jinou cestu z bodu F do bodu M. Hledej více řešení.
b) Kolik existuje různých cest z F do M?
c) **Míša** tvrdí: *Těch je strašně moc, například* F ← ↑ ↑ ↑ → → → ↓ ↓ ↓ → M. Má Míša pravdu?
d) **Petr** namítá: *Ta cesta je ale zbytečně dlouhá. Musíš udělat 12* ***kroků*** *a nám by stačily jenom čtyři. Tvou cestu odmítám.* Má Petr pravdu?

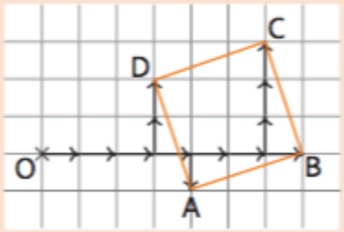
2 Vyřeš úlohy:
a) Zapiš šipkami cestu z bodu Z do bodu F a také z bodu F do Z.
b) Zjisti počet cest ze Z do F a též z bodu F do Z.
c) Zapiš šipkami cestu z bodu Z do M a z bodu M do Z.
d) Kolik existuje cest ze Z do M a kolik z bodu M do Z?

(Učebnice matematiky pro 3. ročník, s. 27, Nakladatelství Fraus, 2009.)

Ve 4. ročníku přibude do čtvercové sítě bod O (počátek) a souřadnicový zápis. Žákům je řečeno, jakým způsobem se budou všechny body v síti zapisovat (vodorovné šipky mají přednost před svislými, stejně jako se v kartézské souřadnicové soustavě zapisuje nejdřív vodorovná a potom svislá souřadnice).

Souřadnice, vztahy a závislosti

Mřížové útvary jsme dosud zapisovali pomocí šipek. Teď zavedeme další způsob zápisu bodů na mříži. Jeden mřížový bod zvolíme jako **počátek** a označíme jej O. Každý další bod budeme popisovat pomocí cesty **vždy od bodu O.** Přitom nejprve půjdeme ve vodorovném směru, pak ve směru svislém. Kromě dosud používaného šipkového zápisu, budeme mít i stručnější zápis **souřadnicový.**
Vidíme jej na příkladech čtyř bodů:



Šipkový zápis	Souřadnicový zápis
O→→→→↓A	A (4→, 1↓)
O→→→→→→→B	B (7→, 0)
O→→→→→→↑↑↑C	C (6→, 3↑)
O→→→↑↑D	D (3→, 2↑)

1 Přerýsuj obrázek do své mříže a dokresli do něj body E (2→, 5↑) a F (10→, 1↑). Oba tyto body popiš i šipkovým zápisem.

2 Ukaž, že čtyřúhelník ABCD je čtverec, najdi jeho střed S. Bod S popiš šipkovým i souřadnicovým zápisem.

3 Sestroj a popiš oběma zápisy body G, H a J tak, aby G byl středem úsečky CF, H byl vrcholem čtverce FCAH a J vrcholem čtverce ACEJ.

(Učebnice matematiky pro 4. ročník, s. 61, Nakladatelství Fraus, 2010.)

Učebnicová řada Nakladatelství Fraus obsahuje velké množství různorodých úloh, které připravují porozumění pojmům rytmus a posloupnost. Číslo se v nich vyskytuje v rozdílných sémantických podobách (číslo jako počet, číslo jako operátor změny, číslo jako adresa, číslo jako frekvence). Tyto úlohy se vyskytují napříč různými didaktickými matematickými prostředími již od prvního ročníku. Žákům jsou předkládány systematicky a cíleně. V učebnici se vyskytuje spousta úloh, ve kterých jsou žáci vyzýváni k odhalování pravidelností a obecných vztahů, což je pro pozdější pochopení podstaty funkcí klíčové. Geometrické úlohy jsou velmi často řešeny v prostředí čtvercové sítě, které efektivně propojuje geometrii s aritmetikou a přispívá tak k propedeutice analytické geometrie. Kombinace šipkového zápisu a počátku souřadnic cíleně připravuje žáky na práci v kartézské souřadnicové soustavě. Kromě těchto úloh, u kterých lze prokazatelně ukázat spojitost s posloupnostmi, funkcemi a analytickou geometrií, obsahují učebnice velké množství dalších úloh, které primárně rozvíjí porozumění jiným matematickým oblastem. Učitel je však může využít pokládáním vhodných otázek pro rozvoj funkčního a analytického myšlení žáků (tabulky, grafy, schémata, diagramy, číselné řady).

2.4 Didakticko-matematická část

V této kapitole vysvětluji všechny matematické a didaktické pojmy, které jsou pro porozumění jednotlivým částem mé práce podstatné. Přikládám definice pojmů z příslušné odborné literatury.

2.4.1 Didaktická část

Jedním z cílů mé diplomové práce je vytvoření série úloh, která bude připravovat žáky na orientaci v kartézské souřadnicové soustavě. Tato série úloh bude mít podobu didaktického matematického prostředí.

> *„Didaktickým matematickým prostředím rozumíme takový soubor vzájemně propojených pojmů, vztahů, procesů a situací, který dovoluje tvořit úlohy:*
>
> - *umožňující žákům odhalovat hluboké matematické myšlenky*
> - *obdařené silným motivačním potenciálem*
> - *přiměřené žákům jak 1., tak i 2. stupně*
> - *s nastavitelnou obtížností“*
>
> (Hejný, 2014)

Hejný ve své publikaci definuje pojem didaktické matematické prostředí pomocí čtyř základních charakteristik. Úlohy v něm tvořené by měly umožňovat odhalit důležitý matematický poznatek (či alespoň jeho propedeutiku). V mé práci se jedná o prostředí s názvem Hotel, které připravuje především porozumění matematickým pojmům **posloupnost**, **funkce**, **vektor**, **souřadnice**. Didaktické matematické prostředí musí být motivační, aby zvýšilo zájem žáka řešit předkládané úlohy.

Motivace pro řešení mnou vytvořených úloh je prostředí Hotelu, ve kterém žáci své objevy realizují. Matematické problémy, situace a vztahy jsou zabaleny do kontextu reálných životních zkušeností žáka. Možnost realizovat prostředí na 2. stupni ZŠ není v mé práci vzhledem k její povaze explicitně řešená, ale je možná (rozšíření definičního oboru o záporná čísla, vstup racionálních čísel do prostředí, řešení úloh s kvadratickými a exponenciálními funkcemi atd.). Poslední požadavek na nastavitelnou obtížnost je v mnou vytvořené sadě úloh všudypřítomný – každá z úloh obsahuje větší množství zadání, která jsou řazena od nejjednodušších po nejobtížnější.

Myšlení dítěte je utvářeno již od útlého dětství nejen genetickou výbavou, ale významným způsobem také vnějšími vlivy a prostředím, ve kterém vyrůstá a žije. Rodina, škola a vrstevníci hrají při vývinu dítěte rozhodující roli. O důležitosti dostatečného množství podnětů z vnějšího okolí mluví Koukolík: *„V geneticky daných mezích dokáží nervové buňky pod vlivem vnitřních a zevních podnětů prodlužovat a košatět své výběžky a budovat nové kontakty, synapse, s jinými nervovými buňkami. Stavět nové synapse umějí během desítek sekund. Jestliže si zapamatujete tohle vyprávění, dokážete si je vybavit a správně užít, je to proto, že váš mozek během krátké doby postavil stovky milionů nových synapsí, novou neuronální síť správně propojenou se sítěmi starými. Nejplastičtější jsou mozky nejmenších dětí.“* (Koukolík, 2014, s. 33) Toto tvrzení je v souladu s konstruktivistickým edukačním stylem, který předpokládá, že učitel předkládá žákům vhodné podněty ke stimulaci jejich myšlení a budování mentálních spojů. Takovými podněty jsou v případě mé práce úlohy, jejichž řešením žáci budují vlastní svět mentálních matematických schémat.

Častým problémem vyučování matematiky na školách je skutečnost, že žáci nejsou schopni aplikovat znalosti, které se ve výuce probírali před delší dobou (např. v minulých ročnících). Přitom je učivo často koncipováno tak, že se k danému tematickému celku žáci opakovaně vrací s velkými časovými rozestupy, takže nejsou schopni nové poznatky navázat na ty staré. Sternberg k tomu poznamenává: *„Bahrick a Phelpsová pozorovali, že si lidé pamatují informace déle, učí-li se je po částech, mezi nimiž jsou přestávky (distribuované, rozložené učení), než učí-li se je všechny najednou (nakupené učení). Čím více bylo učení distribuované, tím víc si* *pokusné osoby za dlouhé časové období zapamatovaly.“* (Sternberg, 2009, s. 216, podle Bahrick, Pehlpsová, 1987) V sérii úloh, kterou jsem vytvořil, nejsou jednotlivé typy úloh řazeny tematicky do bloků, ale jednotlivé úlohy se navzájem prolínají napříč všemi ročníky. Pokud učitel žákům úlohy předkládá v souladu s metodickým komentářem, žáci se s různými typy úloh potkávají opakovaně v kratších časových intervalech po sobě. To má za následek trvalejší uchování jednotlivých poznatků a schopnost jejich aplikace při řešení náročnějších úloh ve vyšších ročnících.

Jirotková (2010) se ve své publikaci zmiňuje o některých důvodech, které stojí za nízkou oblibou geometrie v očích některých učitelů a žáků a proč se výuka geometrie omezuje na přesné rýsování a znalost a aplikaci formálních vzorců: *„Geometrie jako taková je nazírána odděleně od dalších matematických disciplín, jako je aritmetika, kombinatorika, pravděpodobnost a později i algebra. K propojování geometrie s aritmetikou a algebrou dojde až na gymnáziu v tématu analytická geometrie.“* (Jirotková, 2010, s. 28) Při sestavování série úloh jsem se proto snažil svět geometrie účelně propojovat se světem aritmetiky a algebry. Samotné prostředí skýtá mnoho příležitostí modelovat a vizualizovat aritmetické a algebraické vztahy přehledně ve čtvercové síti. Stejně tak můžeme využít aritmetického a algebraického aparátu k řešení těch úloh, které jsou svým zadáním pro grafické znázornění méně vhodné.

Ve všech třídách, ve kterých jsem vedl experiment, jsem zařadil aktivitu s motivačním cílem na začátek vyučovací hodiny. O důležitosti žákovské motivace se zmiňuje i Hejný (2004) ve své studii, ve které rozpracoval svou teorii generického modelu. Tato teorie popisuje mechanismus, jakým se ve vědomí žáka postupně formuje matematický poznatek. Hejný staví žákovu vnitřní motivaci na první místo poznávacího procesu: *„Motivace k poznávání pramení z rozporu mezi ‚nevím‘ a ‚chtěl bych vědět‘. Dítě je motivováno vším, co vnímá.“* (Hejný, 2004, s. 27) Ve své pozdější publikaci k tomu Hejný doplňuje: *„Motivace dává poznávacímu procesu energii i orientaci, a proto hraje klíčovou roli pro kvalitu celého procesu. Žák, který má vnitřní potřebu poznávat, poznává intenzivněji, hlouběji a komplexněji než ten, který je k poznávání nucen. Pak nemluvíme o motivaci, ale o stimulaci.*“ (Hejný, 2014, s. 42)

2.4.2 Matematická část

Funkce je stěžejním pojmem mé diplomové práce. Běžně bývá tento náročný pojem do vyučování zaváděn ve 2. ročníku střední školy různými definicemi, které se mohou lišit svou formulací. Podstata pojmu však zůstává vždy stejná. Jedním z příkladů je tato definice:

Definice funkce:

Funkce na množině $A \subset R$ je předpis, který každému číslu z množiny A přiřazuje právě jedno reálné číslo. Množina A se nazývá definiční obor funkce.

(Odvárko, 2009)

Funkce je podle této definice chápána jako druh matematického zobrazení jedné množiny na jinou, přičemž každému vzoru odpovídá právě jeden jeho obraz. Ve stejném významu používám tento pojem v celé své práci. Úlohy, které jsem vytvořil, seznamují žáky intuitivně s funkcí lineární. Zde uvádím definici:

Definice lineární funkce:

Lineární funkce je každá funkce na množině R (tj. funkce o definičním oboru R), která je dána ve tvaru

$y = ax + b,$

kde a, b jsou reálná čísla.

(Odvárko, 2009)

Při řešení mnou vytvořených úloh pracují žáci v oboru přirozených čísel. V něm provádí základní aritmetické operace sčítání, odčítání, násobení a dělení. Přikládám definici Peanovy aritmetiky s jejími axiomy, která je pro potřeby mé práce podstatná. Peanova aritmetika je formalizovaná teorie umožňující definovat přirozená čísla, jejich součet a součin a schéma indukce. Znak ‘ představuje operaci „je následovníkem“.

Definice Peanovy aritmetiky:

(PA1) $(\exists! x)(\forall y)\ x \neq y'$

(PA2) $(\forall x)(\forall y)\ x' = y' \Rightarrow x = y$

(PA3) $(\forall x)\ x + 0 = x$

(PA4) $(\forall x)(\forall y)\ x + y' = (x + y)'$

(PA5) $(\forall x)\ x \times 0 = 0$

(PA6) $(\forall x)(\forall y)\, x \times y' = xy + x$

(PA7) $\left(\varphi(0) \wedge \forall x\big(\varphi(x) \Rightarrow \varphi(x')\big)\right) \Rightarrow (\forall x)\varphi(x)$

(Blažek a kol., 1983)

Můj popis jednotlivých axiomů této teorie:

1. existence právě jednoho čísla, které není následovníkem žádného přirozeného čísla (nula)
2. pokud je následník jednoho čísla roven následníkovi čísla druhého, obě čísla se rovnají
3. definice operace sčítání (s nulou)
4. definice operace sčítání
5. definice operace násobení (s nulou)
6. definice operace násobení
7. schéma matematické indukce (pokud tvrzení platí pro nulu a dále pro libovolné přirozené číslo a jeho následovníka, platí tvrzení pro všechna přirozená čísla)

Protože se ve své práci zabývám zjišťováním vzdálenosti, uvádím odbornou definici metrického prostoru:

Definice metrického prostoru:

Metrický prostor je množina X, na které má reálná funkce $d: X \times X \to R$ *následující vlastnosti:*

1. $d(a, b) \geq 0$
2. $d(a, b) = 0 \Leftrightarrow a = b$
3. $d(a, b) = d(b, a)$
4. $d(a, c) \leq d(a, b) + d(b, c)$

$\forall a, b, c \in X$

Funkce d se nazývá metrika.

(upraveno podle http://www.sccg.sk/~matus/part2.htm)

V definici, kterou jsem pro potřeby své práce zvolil, je *X* neprázdná množina a *d* je zobrazení kartézského součinu této množiny s tou samou množinou do množiny reálných čísel. Výsledkem tohoto zobrazení je tedy reálné číslo, kterému rozumíme jako vzdálenosti dvou bodů. Vlastnosti, které musí takový prostor mít, jsou:

1. nezápornost – vzdálenost libovolných dvou bodů a, b je buď nulová (pokud $a = b$), nebo kladná (vzdálenost nemůže být záporná)

2. totožnost – vzdálenost libovolných dvou bodů a, b je nulová právě tehdy, pokud se $a = b$

3. symetrie – vzdálenost z bodu a do bodu b je stejná jako vzdálenost z bodu b do bodu a

4. trojúhelníková nerovnost – vzdálenost bodů a, c musí být stejná jako součet vzdáleností bodů a, b a bodů b, c, nebo menší

Didaktické matematické prostředí Hotel je propedeutikou kartézské souřadnicové soustavy. Existuje mnoho způsobů a definic jak kartézskou souřadnicovou soustavu zavést. Zde uvádím definici ze středoškolské učebnice matematiky pro gymnázia.

Definice kartézské souřadnicové soustavy:

Dvojice číselných os x, y v rovině, pro které platí

1. obě osy jsou navzájem kolmé,

2. jejich průsečíku O odpovídá na obou osách číslo 0,

se nazývá kartézská soustava souřadnic v rovině a označuje se Oxy. Bod O se nazývá počátek kartézské soustavy souřadnic a přímky x, y se nazývají souřadnicové osy.

(Boček, Kočandrle, 1995)

Jako propedeutiku ke kartézské souřadnicové soustavě jsem zvolil jednotkovou čtvercovou síť. Vzdálenost ve čtvercové síti můžeme definovat pomocí manhattanské metriky:

Definice Manhattanské metriky:

Manhattanská metrika je metrika v euklidovské rovině definovaná vztahem

$g\colon\big((x_1, y_1), (x_2, y_2)\big) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$

pro všechny body P_1 (x_1, y_1) a P_2 (x_2, y_2). Výsledek je rovný délce všech vodorovných a svislých cest spojujících body P_1 a P_2, po kterých se nevracíme zpět k výchozímu bodu.

(volně přeloženo z http://mathworld.wolfram.com/TaxicabMetric.html)

Řešením mnou vytvořených úloh žáci získávají zkušenosti se základními pojmy analytické geometrie a jejich vlastnostmi. Způsob zápisu cestování ve čtvercové síti pomocí svislých a vodorovných šipek připravuje porozumění náročnému pojmu vektor. Uvádím zde definice orientované úsečky, vektoru, souřadnic vektoru a také definici násobení vektoru číslem, protože se s touto operací žáci v mých úlohách také seznamují:

Definice orientované úsečky:

Dvě nenulové orientované úsečky AB a CD mají stejný směr, jestliže

buď přímky AB a CD jsou rovnoběžné různé a body B, D leží ve stejné polorovině s hraniční přímkou AC

nebo přímky AB a CD jsou totožné a průnikem polopřímek AB a CD je opět polopřímka.

Definice vektoru:

Nenulový vektor je množina všech orientovaných úseček, které mají stejnou velikost a stejný směr. Nulový vektor je množina všech nulových orientovaných úseček.

Definice souřadnic vektoru:

Je-li vektor u určen orientovanou úsečkou AB, nazývají se čísla $u_1 = b_1 - a_1$, $u_2 = b_2 - a_2$ *(popřípadě v prostoru ještě* $u_3 = b_3 - a_3$*) souřadnice vektoru u. Zapisujeme* $u = (u_1; u_2)$, *resp.* $u = (u_1;\ u_2;\ u_3)$.

Definice násobení vektoru číslem:

Násobek nulového vektoru číslem k je nulový vektor. Násobek nenulového vektoru $u = B - A$ *číslem k je vektor* $C - A$, *přičemž*

1. $|AC| = |k| \times |AB|$,

2. je-li $k \geq 0$, *leží bod C na polopřímce AB; je-li* $k < 0$, *leží bod C na polopřímce opačné k polopřímce AB.*

(Boček, Kočandrle, 1995)

Při práci s přirozenými čísly žáci užívají několik základních aritmetických operací: sčítání, odčítání, násobení a dělení. Zde přikládám definici operace:

Definice operace:

Nechť M je libovolná neprázdná množina a n některé z čísel 0, 1, 2, ..., pak F se nazývá n-ární operace (nebo též operace četnosti n) v množině M, právě když F je zobrazení kartézské mocniny M^n do M. Jestliže (a_1, a_2, ..., a_n) je libovolná n-tice z M^n, nazývá se prvek $b \in M$, který je jejím obrazem v zobrazení F, výsledkem operace F (provedené na prvky a_1, a_2, ..., a_n v tomto pořadí) a značí se $b = F(a_1, a_2, ..., a_n)$.

(Blažek a kol., 1983)

Pokud jsou žáci v zadání úloh vyzváni ke hledání dalších pokojů, do kterých se dostanou danou cestou (vektorem), hledají v podstatě další členy aritmetické posloupnosti. Zde přikládám definici konečné a nekonečné posloupnosti a definici aritmetické posloupnosti ze středoškolské učebnice:

Definice nekonečné posloupnosti:

Každá funkce, jejímž definičním oborem je množina N všech přirozených čísel, se nazývá nekonečná posloupnost.

Definice konečné posloupnosti:

Každá funkce, jejímž definičním oborem je množina všech přirozených čísel $n \leq n_0$, kde n_0 je pevně dané číslo z N, se nazývá konečná posloupnost.

Definice aritmetické posloupnosti:

Posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ se nazývá aritmetická, právě když existuje takové reálné číslo d, že pro každé přirozené číslo n je

$$a_{n+1} = a_n + d.$$

Číslo d se nazývá diference aritmetické posloupnosti.

(Odvárko, 1995)

2.4.3 Ukázky úloh ze středoškolských učebnic

Zde přikládám ukázky úloh z řady středoškolských učebnic pro gymnázia nakladatelství Prometheus. Řešení mnou vytvořené série úloh na 1. stupni základní školy žákům usnadní pozdější porozumění těmto úlohám.

V pracovních listech se vyskytovalo několik typů úloh.

a) pokračování v lineární číselné řadě

b) zjišťování počtu pokojů ležících mezi dvěma zadanými pokoji

K těmto dvěma typům jsem ve středoškolských učebnicích nenašel úlohy žádné, neboť matematika, která je v nich obsažena, je pro žáky středních škol triviální.

c) pokračování v jednorozměrném lineárním barevném rytmu

Rozhodněte, která z čísel 71, 100 jsou členy aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, *v níž je* $a_1 = -10, d = 4{,}5$.

(Učebnice matematiky pro gymnázia, Posloupnosti a řady, s. 44, Nakladatelství Prometheus, 1995.)

d) značení pokoje v hotelu dvojicí souřadnic

Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC. Jsou dány body A[1;1], B[5;1]. Určete souřadnice bodu C výpočtem i měřením.

(Učebnice matematiky pro gymnázia, Analytická geometrie, s. 11, Nakladatelství Prometheus, 1995.)

e) pokračování ve dvojrozměrném lineárním barevném rytmu

Určete první člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, *pro kterou platí:* $a_4 = 7$ *a dále pro všechna* $n \in N$ *je* $a_{n+1} = a_n - 3$.

(Učebnice matematiky pro gymnázia, Posloupnosti a řady, s. 16, Nakladatelství Prometheus, 1995.)

f) hledání průsečíku dvou dvojrozměrných lineárních barevných rytmů

Řešte graficky i početně tyto soustavy rovnic s neznámými $x, y \in R$:

a) $y = 3x - 2$, $y = -x + 1$ *b)* $3x - 2y = 4$, $x + 3y = 5$

c) $x + y = 1$, $-3x = 15 + 3y$ *d)* $3x + y = 9$, $6x + 2y = 18$

(Učebnice matematiky pro gymnázia, Funkce, s. 32, Nakladatelství Prometheus, 2009.)

3 Praktická část

Experimenty v této práci byly realizovány na FZŠ Táborská v Praze-Nuslích a to ve dvou částech. První probíhala v druhém pololetí školního roku 2016/2017 ve třídách 1.A, 2.B, 3.A, 4.A a 5.B, tedy vždy v jedné třídě každého z pěti ročníků 1. stupně. S každou třídou jsem strávil 1-2 vyučovací hodiny. Cílem první části experimentu bylo ověřit mnou sestavené úlohy ve školním prostředí a zmapovat případná úskalí, jež se mohou při zadávání a řešení ve třídě vyskytnout. Žáci všech tříd se s těmito úlohami setkali během mého experimentu poprvé, takže pro mě bylo podstatné to, jak se s jednotlivými úlohami při prvotním řešení vypořádají. Experiment předpokládá konstruktivistické vedení výuky ze strany experimentátora.

Následné vyhodnocení mi umožnilo formulaci finální podoby úloh.

<u>Obecná očekávání</u>

Při delší samostatné práci s různými pracovními listy se určitě projeví rozdílná úroveň schopností jednotlivých žáků zejména v rychlosti jejich práce. Charakter mého experimentu však jinou podobu práce vylučuje, protože jsou potřebné individuální výsledky jednotlivých žáků. Tento problém částečně řeší doplňující otázky napsané vždy pod úlohou, ke které se vztahují. Dalším řešením uvedeného problému bude vzájemná diskuze žáků o jednotlivých řešeních, pokud budou mít pracovní list již vyplněn.

Očekávám, že úlohy s barevným rytmem budou žáci řešit rozdílně, protože zde záměrně není zadána jen základní perioda, ale vždy i část další. Žáci na to nebudou předem upozorněni, ale budu sledovat, jak si s tím poradí. Toto s žáky proberu v následné diskuzi po skončení samostatné práce.

Předpokládám, že hodně žáků si bude při řešení doplňujících úloh dokreslovat chybějící pokoje, případně využijí nějaké zjednodušení (barevné čárkování, pokračování v řadě čísel atd.). Důvodem je, že doplňující otázky nelze jednoduše vyčíst ze zadání a je nutná další úvaha pro vyřešení.

Uvědomuji si, že pokoje jsou zpravidla v hotelech číslovány dvojmístným nebo trojmístným číslem tak, že první číslice značí podlaží nebo patro. V některých hotelech může dokonce chybět pokoj nebo podlaží s označením 13. S tímto mohou mít žáci reálnou zkušenost, což může být v rozporu s obecně užívanou matematickou *konvencí pro zápis souřadnic. Žáci by pak mohli upřednostnit číslování vertikální souřadnici jako první.*

Doufám ale, že někteří žáci ve vyšších ročnících (3. – 5. ročník) by mohli samostatným řešením jednotlivých úkolů a následnou diskuzí tento systém sami vyvodit.

3.1 Popis experimentu

Experimenty jsou seřazeny vzestupně podle ročníků a v práci používám jednotné značení 20XX/20XX_XX_XX, které udává [školní rok]_[ročník]_[pořadí hodiny v daném ročníku]. Všechny pracovní listy s úlohami, které jsem žákům předložil, jsou uvedeny v přílohách č. 1, 2, 3, 4, 5. Pokud na úlohy v protokolech experimentů odkazuji, používám značení ve tvaru X/X, přičemž první číslo udává ročník (a zároveň číslo přílohy) a druhé číslo znamená pořadí úlohy, ve kterém byla žákům předložena. Protokoly experimentů obsahují:

A. Předpokládaný průběh hodiny (s časovou náročností a očekáváním)

B. Průběh hodiny (objektivní popis toho, co se v hodině stalo)

C. Reflexe hodiny (s odpovídajícím doslovným přepisem žákovské diskuze u všech zajímavých situací, které jsem takto vyhodnotil, a seznam kognitivních a sociálních jevů, které jsem byl schopen identifikovat a evidovat)

3.1.1 Protokol experimentu 2016/2017_01_01

Třída: 1.A

Místo experimentu: kmenová učebna

Datum: 15. 5. 2017

Vyučující: Štěpán Ročák

Počet žáků: 23 (11 chlapců, 12 dívek)

Délka experimentu: 45 minut

Téma: Číselná osa, rytmus, souřadnicový systém

Cíl: Žák očísluje pokoj dvojicí souřadnic.

A. Předpokládaný průběh hodiny

1. Hotel – společná diskuze **5 minut**

Mezi žáky sedícími v kruhu nechám kolovat tři obrázky hotelů. Následně je vyzvu k diskuzi o tom, co vše na obrázcích vidí, případně co o hotelech vědí. Vhodnými otázkami se budu snažit směřovat diskuzi k poznatkům o pokojích a způsobu jejich značení. Aktivita má motivační a evokační funkci.

<u>Očekávání</u>

Očekávám, že žáci poznají, že na obrázcích jsou hotely a že zazní jejich charakteristické průvodní jevy. Žáci zmíní své zkušenosti s různými způsoby značení pokojů v hotelech, budou aktivní a budou chtít mluvit.

<u>2. Samostatná práce s pracovním listem 10 minut</u>

Na tabuli bude připravena jedna vyřešená úloha jednopodlažního hotelu s deseti očíslovanými pokoji. Potom žáci dostanou pracovní list s úlohami, které budou následně samostatně řešit (úlohy 1/1, 1/2, 1/3). Slovní zadání úloh bude vzhledem k věku žáků psáno velkými tiskacími písmeny. Ústně jim bude zadáno, aby pracovali na prvních třech úlohách na první straně. Jedním důvodem je to, že na druhé straně se již objevuje úloha s dvěma souřadnicemi, kterou chci nejprve s žáky vyvodit, druhým jsou specifika věku žáků v 1. třídě, která vyžadují střídání činností.

<u>Očekávání</u>

Očekávám, že žáci nebudou mít problém s doplněním číselné řady, ale někteří by nemuseli řešit doplňující otázky. Při řešení těchto úloh by se nemusely projevit větší rozdíly v rychlosti práce mezi jednotlivými žáky.

<u>3. Vyvození druhé souřadnice – společná diskuze 10 minut</u>

Žáky postavím před problém jak číslovat pokoje v případě, že hotel bude mít více podlaží. Práce bude probíhat u tabule, aby všichni dobře viděli. Nechám si od žáků ukázat některé jejich nápady. Budeme si všímat, zda jednotlivé nápady dostatečně dobře řeší naši problematiku (označení musí dávat smysl, musí být jednoznačné a nesmí nás omezovat v počtech pokojů a podlaží, které mohou být nekonečné).

<u>Očekávání</u>

Vzhledem k věku žáků očekávám, že společnou diskuzí se nám nepodaří vyvodit souřadnicový systém, proto jim ho po několika neúspěšných nápadech, které ocením, ukážu sám.

<u>4. Samostatná práce s pracovním listem a závěrečná diskuze 20 minut</u>

Žáci dokončí zbývající úlohy na druhé straně pracovního listu (úlohy 1/4, 1/5, 1/6). Poslední část hodiny budu věnovat společné diskuzi v kruhu na koberci. Žáků se budu ptát nejen na jejich řešení, ale také na řešitelské strategie.

Očekávání

Očekávám, že žáci budou v poslední úloze zaměňovat souřadnice určující pořadí pokoje a podlaží, protože nemají dostatečné zkušenosti s tímto způsobem značení. Zde se už také může objevit rozdíl v rychlosti práce mezi žáky, protože jsou úkoly časově náročnější.

B. Průběh hodiny

Hodina organizačně proběhla podle očekávaného průběhu. Na začátku hodiny jsem se žákům představil a nechal je vzadu na koberci vytvořit kruh, ve kterém proběhla úvodní diskuze. Potom dostali žáci v lavicích pracovní list s prvními třemi úlohami. Při zadávání úloh jsem se snažil doplnit stručné zadání na pracovním listě ještě dalším vysvětlením, a to zejména s přihlédnutím k věku žáků. Občas se žáci přihlásili, pokud si nebyli jistí nebo něčemu nerozuměli, takže jsem jim v případě potřeby upřesnil zadání. Tak tomu bylo i v úloze 1/3, na kterou se mě jeden z žáků zeptal, a já reagoval ilustrací zadání na tabuli. Při vyvozování označování pokojů v různých podlažích jsem pokládal otázky do třídy, některé žáky jsem vyvolával k tabuli. I když jsem v tuto chvíli aktivně nemohl zapojit všechny žáky, v hodině byl klid a bylo vidět, že i ti, kteří nejsou u tabule, většinu času poslouchají nebo se hlásí. V druhé části samostatné práce s pracovním listem bylo vidět, že skoro všichni žáci vědí, co mají dělat, a pracovali. V posledních asi pěti minutách proběhla závěrečná diskuze v kruhu na koberci.

C. Reflexe hodiny

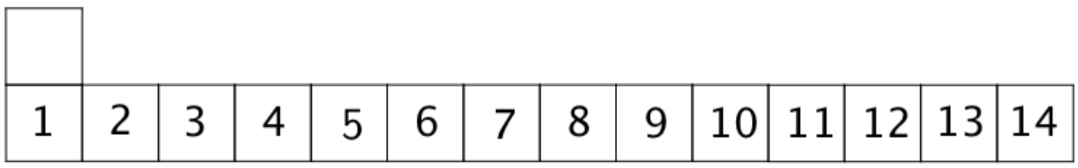
Vzhledem k tomu, že to byla úplně první hodina, kterou jsem v rámci experimentu odučil, evidoval jsem v ní při své práci nejvíce didaktických chyb. Používal jsem často místo pojmu *podlaží* zavádějící pojem *patro*. Také se svou rolí v hodině jsem nebyl příliš spokojený, protože jsem příliš moc mluvil a při diskuzi ohledně číslování pokojů vícepodlažního hotelu jsem do promluv žáků hodně zasahoval. Chtěl jsem srozumitelněji formulovat to, co řekli žáci, ale měl jsem se omezit spíše jen na pokládání otázek a moderování diskuze. Komunikace během diskuze probíhala nejčastěji mezi učitelem a žákem. Nedařilo se mi příliš vyprovokovat diskuzi mezi jednotlivými žáky. Délka diskuze nebyla přiměřená vzhledem k věku žáků.

Ukázalo se, že samotné značení pokojů dvěma souřadnicemi žákům v první třídě větší problémy nedělá, ale pokud bych s nimi chtěl tento systém vyvozovat, musela by tomu předcházet delší propedeutická příprava. Také proto jsem se rozhodl v této třídě odučit ještě jednu hodinu, ve které jsem chtěl s žáky vyzkoušet právě úlohy s tímto cílem. Trochu mě překvapilo, jak snadno žáci nejmladšího školního věku přijímají určitá pravidla, dohody a konvence, konkrétně když sami při značení pokojů používali mezi oběma číslicemi středník, který jsem sice já zavedl, ale nijak jsem na jeho užívání netrval.

Doplňující otázky z pracovních listů jsem pokládal v závěrečné fázi hodiny (často byly trochu pozměněné, ale pouze v číslech), takže až na výjimky nebyly v pracovních listech žáky řešeny. Přepisem č. 2 lze doložit, že i žáci v prvním ročníku jsou schopni objevovat primitivní zákonitosti a vztahy funkčních závislostí, v tomto případě primitivní funkci bez proměnné, jejíž graf je rovnoběžný s vodorovnou osou soustavy souřadnic.

Přepis č. 1 videozáznamu hodiny 2016/2017_01_01 19:16 – 21:27

probíhá diskuze o tomto nákresu na tabuli:



Vyučující01: *„Takže tady by byla čtrnáctka, super. A tamhle teda?* (vyučující ukazuje na neočíslovaný pokoj v druhém podlaží)

Adéla jde k tabuli a označuje pokoj číslem 15.

Třída01: *Joo.*

Vyučující02: *„Jo? Tak teď tedy máme pokoj číslo 13, 14, 15 no a teď, když tady přistavíme další pokoj* (vyučující kreslí neočíslovaný pokoj za pokoj číslo 14 v prvním podlaží), *jaký bude mít číslo? Bětko? Jak bys ho očíslovala?*

Bětka01: *„No já nevím, ale myslím, že by tam mělo být něco mezi patnáctkou a tou, sedmnáctkou.“* (Někdo z žáků: *„Ne, šestnáct.“*)

Vyučující03: *„Šestnáct...říkáte šestnáct?“*

Třída02: *„Ano. Ne.“*

Vyučující04: *„Tak které číslo? Cecil?“*

Cecil01: *„Tam ale nemůže být žádný číslo, protože když máme čtrnáctku dole a patnáctku nahoře, tak tady to by přece nesouviselo, tady čtrnáct a potom šestnáct to přece nejde po sobě.*

Vyučující05: *„Že jo, kdyby někdo hledal pokoj číslo patnáct, tak by tady došel ke čtrnáctce a najednou* (Cecil02: *„By našel šestnáctku.“*)*, najednou by našel šestnáctku a vůbec by to neodpovídalo číslování hotelu, jak to bývá.*

Cecil03: *„Mohli bychom pokračovat nahoře.“*

Vyučující06 (přikyvuje): *„Dita?“*

Dita01 (jde k tabuli): *„Když to tady nejde, tak bysme vzali tu patnáctku a zapsali bysme ji sem a tady místo tý patnáctky by byla ta šestnáctka.“*

Vyučující07: *„Takže tady by asi měla být patnáctka* (označuje pokoj číslo patnáct v prvním podlaží) *a tu šestnáctku...“*

Evžen01: *„No jo, ale potom třeba jde nějakej turista, tak by nevěděl...* (žákovi je špatně rozumět, ukazuje na tabuli na nesrovnalost v číslování)

Přepis č. 2 videozáznamu hodiny 2016/2017_01_01 44:16 – 44:39

Vyučující01: *„A co třeba pokoje v tom jednom podlaží, co mají stejného ty pokoje v tom jednom podlaží? Když se na to podíváte, Eliška?“*

Eliška01: *„Že tam je vždycky jednička na konci.“*

Vyučující02: *„Slyšeli jste Elišku teď?“*

Třída01: *„Joo.“*

Vyučující03: *„Jo? Výborně.“*

Seznam evidovaných kognitivních jevů:

JEV	PROJEV	ODKAZ
Sémantické ukotvení čísla na lineární číselné ose jako adresa.	Žáci se nespokojí s tím, že by za pokojem číslo 14 měl být pokoj s jiným číslem než 15.	přepis č. 1
Rovnoběžnost s osou *x* grafu funkce bez proměnné.	Všechny pokoje v jednom podlaží mají stejné druhé číslo.	přepis č. 2

Seznam evidovaných sociálních jevů:

- Spolupráce se spolužáky – zcela spontánní a automatická, diskuze k tématu

- Argumentace – třída přijímá stanovisko žáka na základě vysvětlení a přesvědčivosti jeho argumentů

3.1.2 Protokol experimentu 2016/2017_01_02

Třída: 1.A
Místo experimentu: kmenová učebna
Datum: 25. 5. 2017
Vyučující: Štěpán Ročák
Počet žáků: 23 (11 chlapců, 12 dívek)
Délka experimentu: 45 minut
Téma: Číselná osa, rytmus, souřadnicový systém
Cíl: Žák očísluje pokoj dvojicí souřadnic.

A. Předpokládaný průběh hodiny

1. Hotelové pokoje – práce ve dvojici 15 minut

Žákům rozdám do dvojic kartičky s obrázkem klíče. Každá kartička obsahuje kalkulativní úlohu, jejíž výsledek určuje číslo pokoje, ke kterému klíč patří. Žáci úlohu spočítají a pak si přijdou ke mně pro papírový nákres pokoje s odpovídajícím číslem. Jejich úkolem bude kreativně pokoj vybarvit, což má především motivační funkci. Následovat bude společná diskuze v kruhu na koberci, v níž budou mít žáci možnost o svých vlastních pokojích pohovořit. Účelem aktivity je aktivizace žákovských kognitivních procesů.

Očekávání

Úloha bude pro žáky dostatečně motivační, včetně možnosti vybarvit si pokoj tak, jak chtějí. Úlohy jsou přiměřené jejich věku, takže by v nich neměli chybovat.

2. Řazení pokojů – společná práce 10 minut

Pokoje mají čísla 1-12. Žáky vyzvu, aby očíslované pokoje uspořádali jako ve skutečném hotelu. Způsob řazení vzestupně podle čísel však neprozradím.

Očekávání

Očekávám, že na způsob řazení vzestupně podle čísla pokoje přijdou žáci rychle sami. Třídu ale neznám, takže nedokážu dopředu říct, jak bude společná práce všech *žáků vypadat. Někteří žáci budou aktivnější a budou řídit proces více než jiní. Aktivitu žáci úspěšně dokončí.*

3. Číslování pokojů – společná práce 20 minut

Na tabuli nakreslím hotel s neočíslovanými pokoji. Nejprve si nechám od žáků vysvětlit, jaký způsob značení pokojů jsme zavedli předchozí hodinu. Potom si všechny pokoje v hotelu očíslujeme.

Očekávání

Žáci si způsob značení budou pamatovat, mohlo by se pouze stát, že prohodí horizontální a vertikální souřadnici.

B. Průběh hodiny

Vyřešení kalkulativní úlohy na kartičkách s klíči proběhlo bez problémů. Žáci vypočítali čísla pokojů na papírových klíčích a bylo vidět, že je následné vybarvování pokojů baví. Někteří žáci si nebyli jistí tím, jak plánek patří a co vše na něm je. Proto jsem diskuzi na koberci začal otázkou, odkud se na pokoj díváme a co vše tam vidíme.

Po zadání společného úkolu na uspořádání pokojů přišla jedna žákyně s nápadem, který jsem očekával – seřazení pokojů vzestupně podle jejich čísel. Ze začátku byl při práci ruch, ale ten se po chvíli navzdory mému očekávání poměrně ztlumil. Žáci měli na tabuli k dispozici napsanou číselnou řadu až do 20, ale nikoho nenapadlo se tím inspirovat. Celkově trvala žákům práce něco málo přes dvě minuty.

Při značení pokojů ve vícepodlažním hotelu na tabuli se ukázalo, že zapamatování pravidla, jak číslujeme pokoje v hotelu, je pro žáky během jedné hodiny opravdu náročné. Následnou diskuzí ohledně značení pokojů jsme strávili zbytek hodiny. Pro lepší orientaci jsem na tabuli použil dvě barvy, jednu pro horizontální a druhou pro vertikální souřadnici. Během řešení značení pokojů u tabule byl ve třídě klid, ale udržení pozornosti po tak dlouhou dobu u žáků prvního ročníku bylo náročné.

C. Reflexe hodiny

Aktivita s klíči a řazením pokojů se mi velmi osvědčila a zařazení podobných aktivit do hodin matematiky v 1. ročníku považuji za klíčové. Opět jsem si potvrdil to, že by se žáci měli nejprve dlouho seznamovat s číslováním jednopodlažního hotelu. Teprve po delší době se hotelu přidá další podlaží a další souřadnice, která tak vstupuje jako **druhá** v pořadí, a tedy ji píšeme až na **druhé** místo.

Při přemýšlení nad místy, která se ukázala jako problematická, jsem jednoznačně jako jedno z nich identifikoval zařazení půdorysu pokoje. Pro žáky v prvním ročníku může být pohled shora (půdorys) obtížný. Zařadil bych proto nejprve aktivitu, při které by si pohled shora nejprve vyzkoušeli (např. vyrobení kostiček reprezentující nábytek, jejich rozestavení na podlaze a následné prohlédnutí a zakreslení pohledem shora), nebo zařazení činnosti, ve které by žáci s půdorysem nepracovali.

Použití dvou druhů barev pro odlišení horizontální a vertikální souřadnice byl nápad, který jsem dostal přímo v hodině. Při zavádění druhé souřadnice by žákům mohlo usnadnit zapamatování pořadí čísel použití zelené barvy pro horizontální souřadnici a červené pro vertikální. Sémantická analogie je zde s použitím stejného barevného značení na semaforech pro chodce (zelená má přednost před červenou). Podobné využití těchto dvou barev najdeme také v učebnicích matematiky pro 3. ročník z Nakladatelství Fraus. Zde je to užito k určení přednosti operace násobení před operací sčítání.

Během diskuze bylo aktivně zapojeno více žáků než v předchozí hodině ve stejné třídě. Přesto byla její celková délka pro žáky prvního ročníku náročná na udržení pozornosti. Příště bych diskuzi zkrátil nebo bych jinou aktivitou zapojil všechny žáky.

Přepis č. 1 videozáznamu hodiny 2016/2017_01_02 01:27 – 02:15

Vyučující01: *„Kolik vás dneska je ve třídě? Kdo to ví?“*

Albert01: *„Dvacet dva.“*

Vyučující02: *„Je vás dvacet dva? Kdo to spočítá?... Ještě dáme čas ostatním.*

Bětka01: *„Dvacet čtyři.“*

Vyučující03: *„Bětka říká dvacet čtyři. Jo?* (Třída01: *„Dvacet čtyři.“*) *Je nás dvacet čtyři. Víte, kolik uděláme dvojic?* (chvíle ticha, během níž se žáci rozhlížejí po třídě, a je vidět, že počítají) *To je těžké. Vyzkoušíme to schválně. Teď uděláte dvojice a pak si je spočítáme. Každá dvojice dostane jeden klíč...* (Několik žáků ve třídě: *„Dvanáct.“*) *Dvanáct dvojic říkáte? Dobře, tak si to potom schválně spočítáme.“*

Přepis č. 2 videozáznamu hodiny 2016/2017_01_02 15:53 – 02:15

Vyučující01: *„A ještě by mě zajímalo, když se na ten obrázek podíváte, tak někdo se mě ptal, jak ten pokoj patří, jak ho postavit, tak jak se na ten pokoj koukáme? Odkud se na ten pokoj koukáme? Cecilko.“*

Cecilka01: *„Seshora.“*

Vyučující02: *„Hmm, na ten pokoj se díváme, jako kdybychom seděli třeba na lustru. Tak jako bychom se dívali, co je vlastně pod námi. Dovedete si to představit?“*

Žáci01: *„Ano.“ „Ne.“*

Vyučující03: *„Je to docela těžké. Ale co všechno v tom pokoji máte? Posuňte se, Matěji, udělejte ještě takhle kolečko, ať se všichni vejdou. Tak co tam vidíte?“*

Denisa01: *„Já tam vidím dvě postele vedle sebe.“*

Vyučující04: *„Co na těch postelích je?“*

Denisa02: *„Na těch postelích je takovéhle polštářky a ještě deka.“*

Vyučující05: *„Jaký tvar mají ty polštáře a ta deka? Ví někdo, jaký má tvar ten polštář? Erik už ví, co ostatní? Co, Eriku?“*

Erik01: *„Obdélník.“*

Vyučující06: *„Je to obdélník, super.“*

Seznam evidovaných kognitivních jevů:

JEV	PROJEV	ODKAZ
(Intuitivní) Dělení dvojciferného čísla dvěma.	Žáci určí správný počet dvojic při počtu 24 žáků ve třídě.	přepis č. 1
Pohled shora	Žákyně je schopna pojmenovat objekty v pokoji, který je nakreslen pohledem shora.	přepis č. 2
Rozeznání obdélníku	Žák správně určí, že polštáře a deka na obrázku pokoje mají obdélníkový tvar.	přepis č. 2

Seznam evidovaných sociálních jevů:

- Celotřídní spolupráce – žáci aktivně spolupracují, někteří se podílejí na práci více

- Motivace – žáky baví řešení úloh na kartičkách s klíči, k práci jsou motivovaní

3.1.3 Protokol experimentu 2016/2017_02_01

Třída: 2.B
Místo experimentu: kmenová učebna
Datum: 16. 5. 2017
Vyučující: Štěpán Ročák
Počet žáků: 24 (13 chlapců, 11 dívek)
Délka experimentu: 45 minut
Téma: Číselná osa, rytmus
Cíl: Žák doplní číselnou řadu a barevný rytmus.

A. Předpokládaný průběh hodiny

1. Hotel – společná diskuze 5 minut

Mezi žáky sedícími v kruhu nechám kolovat tři obrázky hotelů. Následně je vyzvu k diskuzi o tom, co vše na obrázcích vidí, případně co o hotelech vědí. Vhodnými otázkami se budu snažit směřovat diskuzi k poznatkům o pokojích a způsobu jejich značení. Aktivita má motivační a evokační funkci.

Očekávání

Očekávám, že žáci poznají, že na obrázcích jsou hotely a že zazní jejich charakteristické průvodní jevy. Žáci zmíní své zkušenosti s různými způsoby značení pokojů v hotelech, budou aktivní a budou chtít mluvit.

2. Hotelové pokoje – práce ve dvojici 10 minut

Žákům rozdám do dvojic kartičky s obrázkem klíče. Každá kartička obsahuje kalkulativní úlohu, jejíž výsledek určuje číslo pokoje, ke kterému klíč patří. Žáci úlohu spočítají a pak si přijdou ke mně pro papírový nákres pokoje s odpovídajícím číslem. Následovat bude společná diskuze v kruhu na koberci, v níž budou mít žáci možnost o svých vlastních pokojích pohovořit. Účelem aktivity je aktivizace žákovských kognitivních procesů.

Očekávání

Úloha bude pro žáky dostatečně motivační. Úlohy jsou přiměřené jejich věku, takže by v nich neměli chybovat.

3. Řazení pokojů – společná práce 5 minut

Pokoje mají čísla 1-12. Žáky vyzvu, aby očíslované pokoje uspořádali jako ve skutečném hotelu. Způsob řazení vzestupně podle čísel však neprozradím.

Očekávání

Očekávám, že na způsob řazení vzestupně podle čísla pokoje přijdou žáci rychle sami. Třídu ale neznám, takže nedokážu dopředu říct, jak bude společná práce všech žáků vypadat. Někteří žáci budou aktivnější a budou řídit proces více než jiní. Aktivitu žáci úspěšně dokončí.

4. Samostatná práce s pracovním listem 15 minut

Na tabuli bude připravena jedna vyřešená úloha jednopodlažního hotelu s deseti očíslovanými pokoji. Potom žáci dostanou pracovní list se třemi úlohami, které budou následně samostatně řešit (úlohy 2/1, 2/2, 2/3). V první úloze je úkolem doplnit číselnou řadu, v druhé a třetí úloze žáci doplňují barevný rytmus.

Očekávání

Úlohy jsem volil pro začátek jednoduché, takže neočekávám, že by s nimi měli žáci problém. Na doplňujících otázkách budu moci udělat dobrou diagnostiku žákovských řešitelských strategií.

4. Závěrečná diskuze 10 minut

Poslední část hodiny budu věnovat společné diskuzi v kruhu na koberci. Žáků se budu ptát nejen na jejich řešení, ale také na řešitelské strategie.

Očekávání

Očekávám, že v diskuzi zazní tyto řešitelské strategie, které žáci užili k řešení doplňujících úloh: dokreslování pokojů, barevné čárkování, pokračování v číselné řadě. Někteří jedinci by mohli odhalit, že v druhé úloze jsou pokoje, jejichž čísla jsou násobky tří, vždy žluté. Stejně tak by ale někdo mohl užít jiné zavádějící pravidlo, které si ověřil na malém počtu pokojů a které pro dané barevné řady neplatí obecně.

B. Průběh hodiny

Diskuze v kruhu na koberci proběhla podle očekávání, žáci hotely na obrázcích poznali. Jeden z žáků také zmínil, že pokoje jsou v hotelech zpravidla odlišeny číslem. Toho jsem využil k přechodu k další aktivitě. Žáky jsem rozdělil do dvojic tak, jak vedle sebe seděli v kruhu, a každé dvojici jsem dal kartičku s kalkulativní úlohou. Pak jsem čekal „na recepci" hotelu, kam si žáci chodili pro své pokoje.

Na způsob seřazení hotelových pokojů vzestupně podle čísla přišli žáci ihned po zadání práce, celkově jim tato aktivita trvala tři a půl minuty. Ze začátku byl proces řazení poměrně chaotický, po chvíli se vůdčí role chopilo několik jedinců, kteří začali celou práci řídit a podle čísla dvojic řadit žáky za sebe. Žáci nakonec vytvořili celistvou linii ve tvaru písmene U tak, že někteří stáli naproti sobě. Proto jsem výsledné postavení trochu poupravil, abych viděl na všechny. Potom jsem nechal žáky položit kartičky s očíslovanými pokoji před sebe, celou řadu jsem prošel od začátku do konce, a při tom pro kontrolu četl čísla na kartičkách.

Během práce s pracovním listem jsem žáky obcházel a příležitostně zodpovídal jejich dotazy. Následně proběhla diskuze v kruhu na koberci. Zajímaly mě především výsledky doplňujících otázek a způsoby žákovských řešení. Ty byly velice různorodé – někteří žáci dokreslovali své pokoje, jiní využili některých pravidelností naznačené barevné řady.

C. Reflexe hodiny

Hodina byla zaměřena na úvodní seznamování s prostředím hotelu, a proto měly všechny aktivity výhradně sémantický charakter – žáci pracovali s obrázky skutečných hotelů a kartičkami hotelových pokojů, které řadili za sebe. Bylo vidět, že žáky aktivity bavily a že byli všichni motivováni k práci. Příště bych změnil organizaci práce ve chvíli, kdy si žáci chodili na recepci pro kartičky s číslem svého pokoje. V jednu chvíli bylo u mé lavice žáků hodně a někteří museli chvíli čekat. Příště bych mohl kartičky s pokoji rozmístit náhodně po třídě na lavice a žáci by museli svůj pokoj najít.

Při zadávání poslední aktivity a rozdávání papírů jsem mohl zvolit lepší organizaci práce a nejdříve poslat žáky do lavic.

V závěrečné diskuzi jsem se snažil pokládat takové návodné otázky, které by směřovaly k odhalení pravidelností barevných řad. Občas se stalo, že se třída shodla na principu, který platil pro jeden konkrétní příklad, na což jsem reagoval protipříkladem, který hypotézu vyvrátil. Do konce hodiny se nám u 2. úlohy podařilo odhalit, že násobky čísla tři budou žluté, a podobnou pravidelnost pro sudá a lichá čísla u třetí úlohy formulovali žáci sami.

Přepis č. 1 videozáznamu hodiny 2016/2017_02_01 10:45 – 11:15

Aneta01: *„My v tom pokoji máme každej svou postel.“*

Vyučující01: *„Jasně, postel pro dva lidi. Kluci tamhle jsou tři, tak asi bude spát jeden na gauči nebo se nějak musíte domluvit.* (Lukáš01: *„Já budu spát na gauči.“*) *Nebo se smáčknete, jste malí.“*

Karolína01: *„My tam máme velkou televizi.“*

Vyučující02: *„Máte všichni televizi?“*

Žáci01: *„Ano.“*

Vyučující03: *„Kde ji máte?“*

Karolína02: *„Pod křeslem.“*

Seznam evidovaných kognitivních jevů:

JEV	PROJEV	ODKAZ
Pohled shora	Žákyně je schopna pojmenovat objekty v pokoji, který je nakreslen pohledem shora.	přepis č. 2

Seznam evidovaných sociálních jevů:

- Celotřídní spolupráce – většina žáků aktivně spolupracuje, někteří se podílejí na práci více, ukazuje se rozvrstvení žáků dle organizačních schopností

3.1.4 Protokol experimentu 2016/2017_02_02

Třída: 2.B

Místo experimentu: škola v přírodě

Datum: 20. 6. 2017

Vyučující: Štěpán Ročák

Počet žáků: 23 (13 chlapců, 10 dívek)

Délka experimentu: 30 minut

Téma: Souřadnicový systém

Cíl: Žák navrhne způsob jednoznačného označení pokojů ve vícepodlažním hotelu

A. Předpokládaný průběh hodiny

1. Vícepodlažní hotel – vyvození druhé souřadnice 30 minut

Žáky rozdělím do skupin po čtyřech nebo po pěti a postavím je před problém jak číslovat pokoje v případě, že hotel bude mít více podlaží. Jednotlivé nápady žáků musí přitom dostatečně dobře řešit naši problematiku (označení musí dávat smysl, musí být jednoznačné a nesmí nás omezovat v počtech pokojů a podlaží, které mohou být nekonečné). Žáci budou mít na skupinovou práci 15 minut. Potom budou jednotlivé skupiny postupně své nápady prezentovat a ostatní je budou moci komentovat.

Očekávání

Očekávám, že návrhy skupin ohledně způsobu číslování pokojů ve vícepodlažním hotelu se budou velmi různit. Nemyslím si, že by plný souřadnicový systém některá ze skupin navrhla.

B. Průběh hodiny

Žáky jsem na začátku seznámil s problematikou. Potom jsem je nechal vytvořit skupiny po čtyřech nebo po pěti podle jejich vlastní volby. Následovala samostatná práce skupin, během níž jsem žáky obcházel. Při prezentaci skupinových prací se někteří žáci nesoustředili po celou dobu a občas vyrušovali povídáním se spolužákem, které nesouviselo s tématem zadaného úkolu. To přikládám zejména charakteru experimentu, který probíhal ve venkovním prostředí během školy v přírodě. Žádné ze skupin se nepodařilo vymyslet systém, který by ve všech bodech vyhovoval zadaným kritériím. Nejblíže tomu však byla skupina, která navrhla označit pokoj číslem (udávající pořadí pokoje, tedy vodorovná souřadnice) a písmenem (udávající podlaží, tedy svislá souřadnice). Na to jsem reagoval slovy, jestli nám budou písmena v abecedě stačit. Po kratší diskuzi jsme písmena nahradili čísly.

C. Reflexe hodiny

Některé nápady žáků během skupinové práce mě překvapily, zejména model značení pokojů pomocí čísel a písmen. Zde se už v podstatě jednalo o souřadnicový systém, který však neumožňoval rozšíření do nekonečna, protože využíval písmen.

Seznam evidovaných sociálních jevů:

- Skupinová spolupráce – žáci jsou schopni řešit těžký úkol lépe, pokud spolupracují ve skupině

3.1.5 Protokol experimentu 2016/2017_03_01

Třída: 3.A
Místo experimentu: kmenová učebna
Datum: 16. 5. 2017
Vyučující: Štěpán Ročák
Počet žáků: 23 (13 chlapců, 10 dívek)
Délka experimentu: 45 minut
Téma: Číselná osa, rytmus
Cíl: Žák doplní číselnou řadu a barevný rytmus.

A. Předpokládaný průběh hodiny

1. Hotel – společná diskuze 5 minut

Mezi žáky sedícími v kruhu nechám kolovat tři obrázky hotelů. Následně je vyzvu k diskuzi o tom, co vše na obrázcích vidí, případně co o hotelech vědí. Vhodnými otázkami se budu snažit směřovat diskuzi k poznatkům o pokojích a způsobu jejich značení. Aktivita má motivační a evokační funkci.

Očekávání

Očekávám, že žáci poznají, že na obrázcích jsou hotely a že zazní jejich charakteristické průvodní jevy. Žáci zmíní své zkušenosti s různými způsoby značení pokojů v hotelech, budou aktivní a budou chtít mluvit.

2. Samostatná práce s pracovním listem 15 minut

Na tabuli bude připravena jedna vyřešená úloha jednopodlažního hotelu s deseti očíslovanými pokoji jako příklad. Potom žáci dostanou pracovní list s úlohami, které budou následně samostatně řešit (úlohy 3/1, 3/2, 3/3). V první úloze je úkolem doplnit číselnou řadu, v druhé a třetí úloze žáci pracují s barevným rytmem.

Očekávání

Základní verze úloh jsou jednoduché, neočekávám proto, že by měli žáci při jejich řešení potíže. U doplňujících úloh očekávám, že budou více chybovat ti žáci, kteří si *chybějící pokoje nedokreslí nebo neužijí jinou pomocnou metodu a budou vše řešit zpaměti.*

3. Diskuze 5 minut

V kruhu na koberci budeme o úlohách, které žáci řešili, diskutovat. Žáků se budu ptát nejen na jejich řešení, ale také na řešitelské strategie, čeho zajímavého si při řešení všimli a jaké pravidelnosti odhalili.

Očekávání

Očekávám, že v diskuzi zazní tyto řešitelské strategie, které žáci užili k řešení doplňujících úloh: dokreslování pokojů, barevné čárkování, pokračování v číselné řadě. Někteří jedinci by mohli odhalit, že v druhé úloze jsou pokoje, jejichž čísla jsou násobky tří, vždy žluté. Stejně tak by ale někdo mohl užít jiné zavádějící pravidlo, které si ověřil na malém počtu pokojů a které pro dané barevné řady neplatí obecně.

4. Vícepodlažní hotel – vyvození, samostatná práce a diskuze 20 minut

Žáky postavím před problém jak číslovat pokoje v případě, že hotel bude mít více podlaží. Práce bude probíhat u tabule, aby všichni dobře viděli. Nechám si od žáků ukázat některé jejich nápady a budu na ně případně reagovat. Budeme si všímat, zda jednotlivé nápady dostatečně dobře řeší naši problematiku (označení musí dávat smysl, musí být jednoznačné a nesmí nás omezovat v počtech pokojů a podlaží, které mohou být nekonečné).

Princip značení pokojů, který si společně ukážeme, si žáci potom samostatně vyzkouší na jedné úloze (úloha 3/4). Na konci hodiny proběhne diskuze, ve které se budu žáků ptát, jakých pravidelností si během řešení všimli a co se dá z úlohy vypozorovat.

Očekávání

Ve třetím ročníku ještě neočekávám, že by žáci plný souřadnicový systém pro značení pokojů vícepodlažního hotelu během jedné hodiny samostatně vyvodili, proto je budu návodnými otázkami navádět. Myslím si ale, že s číslováním pater a podlaží mají žáci životní zkušenost, takže by nějaké nápady na očíslování podlaží od žáků zaznít mohly. Do diskuze se budou zapojovat někteří žáci více, ale vnímat budou všichni. Při samostatné práci by se mohlo stát, že se některým bude pořadí souřadnic plést, protože je to první úloha a pravidlo ještě nemají dostatečně zažité. V diskuzi očekávám, že žáci odhalí výskyt stejné první číslice v číslech pokojů jednoho sloupce, respektive stejné druhé číslice v řádku. Někteří by mohli odhalit, kde leží pokoje, které mají obě číslice stejné.

B. Průběh hodiny

Úvodní motivační aktivita s obrázky hotelů proběhla podle očekávání. Při práci s pracovním listem se ukázaly poměrně značné rozdíly v rychlosti práce mezi jednotlivými žáky. Poslední žák skončil s prací zhruba o 10 minut později než první. Tuto situaci jsem řešil tím, že jsem nechal žáky, kteří byli s prací hotovi, odcházet na koberec. Tam mohli se spolužáky o úlohách potichu diskutovat. Z mého osobního pozorování i z nahrávek je vidět, že žáci diskutovali k věci.

Během diskuze o úlohách a strategiích byli žáci soustředění a navzájem se poslouchali. Cíleně argumentovali.

Při vyvozování číslování pokojů vícepodlažního hotelu žáci navrhli několik způsobů, na které jsem reagoval otázkami, jejichž zodpovězení dávalo žákům zpětnou vazbu, nakolik je jejich řešení vhodné pro náš hotel. Jedna žákyně sama navrhla označení pokojů dvěma souřadnicemi označujícími pořadí pokoje a číslo podlaží, ve kterém se nachází. Spolužáci pak její způsob číslování podlaží odshora dolů změnili na opačný, protože to tak odpovídá jejich životní zkušenosti.

Následovala samostatná práce, během níž si nový systém značení pokojů žáci zkoušeli. Na konci hodiny proběhla krátká diskuze, během které zaznělo, že pokoje v jednom sloupci mají stejnou první číslici a pokoje v řádku mají stejnou druhou číslici. Žáci zmínili také to, že obě stejné číslice mají pokoje, které leží ve stejném sloupci, jako je jejich pořadí, a uvedli konkrétní příklad.

Reflexe

Vedením hodiny a organizací práce jsem si byl jistější než v předchozích hodinách. Pro označení řádku v hotelu jsem užíval pojem „podlaží“, a ne zavádějící pojem „patro“.

Sémantický kontext hotelu a pokojů byl pro žáky přitažlivý. A to nejen během úvodní diskuze nad obrázky, ale i v průběhu hodiny, ať už se jednalo o vybarvování pokojů, které symbolizovalo tapetování, nebo problém značení pokojů vícepodlažního hotelu (číslování musí dávat smysl).

S průběhem diskuzí jsem byl spokojený. Žáci byli soustředění a poslouchali se. Reagoval jsem na žákovské odpovědi a pokládal takové protiotázky, které testovaly platnost žákovských hypotéz. Diskuzi jsem tak gradoval směrem k odhalení obecných principů a vztahů. Vzhledem k úspoře času a dosažení cílů jsem diskuzi hodně řídil a nejčastější interakce byla učitel – žák. V podmínkách běžné výuky bych upřednostnil rozložení aktivit do delšího časového období a větší autonomii žáků v objevování.

Spousta žákovských strategií, které zvolili k řešení úloh, mě překvapila. Strategie v odpovědi žáka v přepisu č. 1 byla vhodná pro tuto úlohu, kdy se konec barevné řady kryl s koncem periody. Zajímalo by mě, jestli by úspěšnost řešení ovlivnilo, pokud by číslo posledního pokoje nebylo dělitelné třemi. Nedokážu odhadnout, zda by si žák uvědomil, že nelze začít od pokoje číslo 1.

Přepis č. 1 videozáznamu hodiny 2016/2017_03_01 21:14 – 21:50

Vyučující01: *„Takže mě by zajímalo u té druhé úlohy, jak jste tu úlohu řešili. Zkus nám říct."*

Adam01: *„Já jsem to řešil tak, že pokoj číslo dvacet...vzal jsem si, že mám tady patnáct těch* (ukazuje na číslo posledního pokoje v řadě) ... *že jich tady je patnáct, protože je na konci patnáct a potom plus pět* (ukazuje na začátek řady pokojů) ... *dva, čtyři, pět a to je zelená."*

Přepis č. 2 videozáznamu hodiny 2016/2017_03_01 22:44 – 23:34

Vyučující01: *„Tak mě by třeba zajímalo, jestli byste dokázali říct, jakou barvu by měl pokoj číslo 60. V téhle druhé úloze."*

Žáci01: *„Žlutou."*

Vyučující02: *„Žlutou? Souhlasí všichni? A proč?"*

Bára01: *„Protože patnáct plus patnáct plus patnáct plus patnáct."*

Vyučující03: *„Hm. A co třeba...funguje to takhle všude? Když já se podívám na pokoj číslo dva, tak ten je zelený. Pokoj číslo čtyři zelený není. Přitom dva plus dva by mělo dát čtyři. Funguje to takhle vždycky nebo jenom někde a proč?"*

Eva01: *„Protože tam jsou tři, tři barvy vlastně. Kdyby tam byly dvě, tak by to vyšlo na tu zelenou."*

Přepis č. 3 videozáznamu hodiny 2016/2017_03_01 28:35 – 29:42

Vyučující01: *„Ještě někdo má nějaký nápad? Tamhle?"*

Iva01: *„Že by se mohla patra očíslovat a pak by bylo jedna, dva...kolik je tam těch pokojů."*

Vyučující02: *„No to je dobrý nápad docela, ne? Půjdeš nám to ukázat, jak to myslíš?"*

Iva: *„Že bysme třeba takhle ty patra očíslovali* (připisuje čísla 1, 2, 3 k patrům na levou stranu hotelu shora dolů) *nebo zdola nahoru, to je jedno.* (Někdo z žáků: *„No jasně."*) *A pak bysme tady psali třeba jedna, dva...* (Ukazuje na čísla pokojů v jednom podlaží zleva doprava. Někdo z žáků: *„Má to blbě."*)

Vyučující03: *„Tak budeme je číslovat takhle* (ukazuje shora dolů)*, nebo takhle* (ukazuje zdola nahoru)*?"*

Žáci01: *„Shora dolů." „Ne, zdola nahoru."*

Vyučující04: *„No, jak jsou číslována podlaží v paneláku? Úplně dole je podlaží číslo...?"*

Žáci02: *„Jedna." „Úplně dole je jednička."*

Vyučující05: *„Super. Tak líbí se vám tohle* (ukazuje na tabuli na způsob zápisu, který Iva navrhla)*?*

Žáci03: *„Jo."*

Seznam evidovaných kognitivních jevů:

JEV	PROJEV	ODKAZ
izomorfismus	žák se ke zjištění barvy nezakresleného pokoje vrací na začátek barevné řady (žák si uvědomuje periodicitu barevné řady)	přepis č. 1
abstraktní uchopení barevného rytmu a číselné řady, násobek základní periody	více žáků odpoví na učitelem položenou otázku během pár sekund a zpaměti	přepis č. 2
perioda tří prvků barevného rytmu	žákyně Eva vysvětluje, proč vyslovené pravidlo nefunguje u pokoje č. 4	přepis č. 2
souřadnicový systém	žákyně sama navrhne označit pokoj dvěma souřadnicemi	přepis č. 3

	označujícími pořadí pokoje a podlaží	

Seznam evidovaných sociálních jevů:

- Vrstevnické učení – spolužáci si vysvětlují své objevy a nápady a navzájem si rozumí
- Argumentace – třída přijímá stanovisko žáka na základě vysvětlení a přesvědčivosti jeho argumentů

3.1.6 Protokol experimentu 2016/2017_03_02

Třída: 3.A

Místo experimentu: kmenová učebna

Datum: 2. 6. 2017

Vyučující: Štěpán Ročák

Počet žáků: 23 (11 chlapců, 12 dívek)

Délka experimentu: 45 minut

Téma: Souřadnicový systém, rytmus

Cíl: Žák očísluje pokoj dvojicí souřadnic.

A. Předpokládaný průběh hodiny

1. Samostatná práce s pracovním listem, diskuze 10 minut

Žáci dostanou pracovní list s jednou úlohou, kterou samostatně vyřeší (úloha 3/5). Potom proběhne krátká diskuze o řešitelských strategiích, žáci sedí v lavicích.

Očekávání

Vzhledem k tomu, že se jedná o stejný typ úlohy, jaký žáci řešili předchozí hodinu (pokračování v barevném rytmu), nebudou mít s úlohou potíže a vyřeší ji rychle. Očekávám, že použijí stejné řešitelské strategie, které zazněly v diskuzi předchozí hodinu.

2. Souřadnicový systém – pracovní list, společná kontrola 20 minut

Žáci dostanou druhý pracovní list se dvěma úlohami (úlohy 3/6, 3/7). V první úloze je úkolem očíslovat pokoje v hotelu. Předtím, než budou úlohy řešit, se zeptám na způsob, jak jsme značili pokoje předchozí hodinu (souřadnicový systém). Na příkladech na tabuli si způsob značení pokojů připomeneme. V druhé úloze je úkolem pokračovat v barevném rytmu, který není lineární (rytmus znázorňuje posloupnost $a_n = 2n$). Čísla pokojů, které do posloupnosti patří, žáci zapisují do tabulky. Několik prvních pokojů si nejprve očíslujeme společně.

Očekávání

Žáci si souřadnicový systém značení pokojů budou pamatovat. Někteří si nebudou pamatovat pořadí souřadnic a budou je prohazovat.

3. Souřadnicový systém – pracovní list, společná kontrola 15 minut

Žáci dostanou třetí pracovní list s dvěma úlohami (úlohy 3/8, 3/9), ve kterých se dvě dvojrozměrné lineární barevné posloupnosti kříží. Jedná se o nejnáročnější typ úloh. V diskuzi na koberci mě bude zajímat, čeho zajímavého si při řešení žáci všimli a jaké pravidelnosti odhalili.

Očekávání

Pro některé žáky budou úlohy velmi náročné a bude jim dlouho trvat, než nějaký princip odhalí. Jiní budou mít do úloh vhled a vyřeší je rychle. V diskuzi zazní, že v každé úloze je jeden pokoj, který patří do obou barevných posloupností. Očekávám, že žáci tento pokoj vybarví oběma barvami.

B. Průběh hodiny

Úloha 3/5 nedělala žákům velké potíže, i když byla těžší než úlohy stejného typu v předchozí hodině. Během diskuze žáci zmínili stejné strategie, které zazněly i v předchozí hodině. Když zazněl jeden ze způsobů, kterým žák zjistil barvu pokoje číslo 30, začali na sebe žáci spontánně reagovat. Chvíli jsem do diskuze proto nezasahoval. Až ve chvíli, kdy jsem cítil, že se žáci zastavili a nehnou se z místa, napadlo mě jejich argumenty ilustrovat na úloze na tabuli.

Předtím, než žáci začali řešit úlohy 3/6 a 3/7 na druhém pracovním listu, jsem si od jednoho z nich nechal u tabule zopakovat způsob značení pokojů. Po zkušenostech z předchozích hodin jsem již předtím nakreslil na tabuli hotel, který měl řádky a sloupce očíslovány dvěma odlišnými barvami. S pomocí spolužáků označili dva žáci u tabule mnou vybraný pokoj správně. Část úloh jsme řešili společně u tabule. Potom žáci pracovali sami, abych si ověřil, jak tomu rozumí každý individuálně.

Třetí pracovní list jsme v hodině vypracovat nestihli, protože jsme se zdrželi delší diskuzí v první části hodiny.

C. Reflexe hodiny

Diskuze kolem úlohy 3/5 byla delší, než jsem plánoval, ale nechtěl jsem zájem žáků utlumit tím, že bych se držel přípravy a ignoroval jejich otázky. Žáci řešili, ve kterých případech platí princip zdvojování – kdy můžu číslo pokoje zdvojnásobit, aniž by se přitom změnila barva pokoje. Cítil jsem, že i když celá třída poslouchala, ne všichni si dovedli argumenty a vysvětlení představit. Do diskuze jsem tedy vstoupil tím, že jsem kus jednoho podlaží hotelu na tabuli nakreslil. Pak jsem jednoho z diskutujících vyzval, aby zkusil princip vysvětlit ostatním na pokojích na tabuli. Ukázalo se však, že jsme si s žákem ne zcela porozuměli a že měl trochu jinou představu než já. Nechtěl jsem třídu dál do objevu tlačit a něco vysvětlovat, proto jsem se na tomto místě vrátil zpět k přípravě. Pokud bych chtěl s žáky pravidlo objevit, připravil bych si na příští hodinu vhodnou sérii úloh, ale v tuto chvíli jsem na tak náročnou improvizaci nebyl připraven.

Během značení pokojů vícepodlažního hotelu se ukázalo pořadí číslic jako největší problém. V odpovědi na mou otázku, do kterého pokoje se daným šipkovým zápisem dostanu, bylo zjevné, že žáci měli na mysli správný pokoj, ale prohodili jeho souřadnice. Opět to připisuji zejména charakteru mého experimentu, kde nebyl prostor pro delší propedeutiku číslování pokojů v jednom podlaží a vyvozování druhé souřadnice.

Skutečnost, že jsme v hodině nestihli vypracovat třetí pracovní list, nepovažuji za problematickou, protože tyto úlohy budu řešit s žáky 4. a 5. ročníku. Naopak považuji za důležité, že jsem se s žáky v hodině během diskuzí zdržel u toho, co pro ně bylo v tu chvíli podstatné a o co jevili zájem.

Použití šipek pro způsob zápisu cesty z jednoho pokoje do sousedního (tedy rekurentní vyjádření barevné posloupnosti) mě napadlo přímo v hodině, a proto se nevyskytuje v předpokládaném průběhu hodiny ani v očekáváních. Navázal jsem ho na způsob, jakým se žáci pohybují ve čtvercové síti, a žák u tabule to okamžitě přijal. Jsem přesvědčen, že by užití šipkového zápisu pro cestování v hotelu propedeuticky připravilo způsob rekurentního zadání posloupností, kterým žáci na středních školách vyjadřují z členu posloupnosti člen následující.

Přepis č. 1 videozáznamu hodiny 2016/2017_03_02_b 05:42 – 06:52

Vyučující01: *„My si nejdřív řekneme, jak se v tom hotelu budeme pohybovat. Jak já se dostanu tady z toho pokoje* (ukazuje na pokoj č. 1;2) *sem* (ukazuje na pokoj č. 2;4)*?*

Adam01: *„No* (jde k tabuli) *že musíme projít pokoji 2;2, z pokoje 2;2 musíme projít na pokoj 3;2* (ukazuje na pokoj 2;3) ... (přemýšlí a nic neříká)

Vyučující02: *„Z pokoje 3;2 do pokoje 4;2?* (Adam ukazuje na pokoje, není mu rozumět) *Budeme se pohybovat právě tak, jak jsi teď řekl. Vy jste určitě zvyklí, třeba jak se pohybujete na čtverečkovaném papíře pomocí šipek, takhle bychom tu cestu mohli zapsat i tady.*

Adam02: *„Jedna šipka doprava* (ukazuje na pokoj č. 2;2)*, jedna šipka nahoru* (ukazuje na pokoj č. 2;3) *a jedna šipka nahoru* (ukazuje na pokoj č. 2;4).

Přepis č. 2 videozáznamu hodiny 2016/2017_03_02_b 07:37 – 08:30

Vyučující01: *„A pak z toho dalšího pokoje půjdeme opět jeden krok doprava a dva kroky nahoru. Do jakých dalších pokojů se tímto způsobem cesty dostaneme?* (Několik žáků se přihlásí. Někdo z žáků: „*8;4.“*) *Z toho pokoje 3;6 se takhle dostanu kam?“* (Někdo z žáků: *„8;4.“*) *Do pokoje 8;4? Tak pojď nám ho vybarvit, když jsi to říkal.* (Žák u tabule vybarvuje pokoj č. 4;8.) *Souhlasíme? Je to další pokoj, do kterého se dostaneme?“*

Žáci01: *„Ano.“*

Vyučující02: *„A číslo pokoje? Jak se jmenuje ten pokoj?“*

Bert01: *„4;8.“*

Seznam evidovaných kognitivních jevů:

JEV	PROJEV	ODKAZ
náročnost souřadnicového systému	žák popisuje správnou cestu z jednoho pokoje do druhého, avšak zaměňuje pořadí souřadnic	přepis č. 1, přepis č. 2
izomorfismus vzájemné polohy dvou bodů	žák u tabule přijme učitelův návrh na označení cesty z jednoho pokoje do druhého	přepis č. 1

	pomocí šipek	

Seznam evidovaných sociálních jevů:

- Žákovská diskuze – žáci spontánně reagují na výroky svých spolužáků, diskutují mezi sebou bez vstupování učitele
- Vnitřní motivace – žák zůstává stát u tabule a přemýšlí dál nad nedořešenou diskuzí, i když ostatním je rozdáván další pracovní list
- Motorický neklid – žák v záběru si několik minut hází na lavici s lepidlem, ale zdá se, že vnímá diskuzi

3.1.7 Protokol experimentu 2016/2017_04_01

Třída: 4.A

Místo experimentu: kmenová učebna

Datum: 2. 6. 2017

Vyučující: Štěpán Ročák

Počet žáků: 27 (11 chlapců, 16 dívek)

Délka experimentu: 45 minut

Téma: Souřadnicový systém, rytmus

Cíl: Žák očísluje pokoj dvojicí souřadnic.

A. Předpokládaný průběh hodiny

1. Hotel – společná diskuze 5 minut

Mezi žáky sedícími v kruhu nechám kolovat tři obrázky hotelů. Následně je vyzvu k diskuzi o tom, co vše na obrázcích vidí, případně co o hotelech vědí. Vhodnými otázkami se budu snažit směřovat diskuzi k poznatkům o pokojích a způsobu jejich značení. Aktivita má motivační a evokační funkci.

Očekávání

Očekávám, že žáci poznají, že na obrázcích jsou hotely a že zazní jejich charakteristické průvodní jevy. Žáci zmíní své zkušenosti s různými způsoby značení pokojů v hotelech, budou aktivní a budou chtít mluvit.

2. Samostatná práce s pracovním listem 15 minut

Na tabuli bude připraveno jedno podlaží hotelu s deseti pokoji, z nichž pět bude očíslovaných. Jednoho z žáků nechám očíslovat zbylých pět pokojů. Potom žáci dostanou pracovní list s úlohami, které budou následně samostatně řešit. Ústně jim bude zadáno, aby pracovali na prvních čtyřech úlohách na první straně (úlohy 4/1, 4/2, 4/3, 4/4). Na druhé straně se již objevuje úloha s dvěma souřadnicemi, kterou chci nejprve s žáky v diskuzi vyvodit.

Očekávání

Základní verze úloh jsou jednoduché, neočekávám proto, že by měli žáci při jejich řešení potíže. U doplňujících úloh očekávám, že budou více chybovat ti žáci, kteří si chybějící pokoje nedokreslí nebo neužijí jinou pomocnou metodu a budou vše řešit zpaměti.

3. Diskuze 10 minut

V kruhu na koberci budeme o úlohách, které žáci řešili, diskutovat. Žáků se budu ptát nejen na jejich řešení, ale také na řešitelské strategie, čeho zajímavého si při řešení všimli a jaké pravidelnosti odhalili.

Očekávání

Očekávám, že žáci čtvrtého ročníku by mohli odhalit obecné pravidlo jak zjistit počet pokojů ležících mezi dvěma zadanými pokoji, a zatím jen verbálně ho popsat. Někteří žáci odhalí také pravidlo jak u barevné posloupnosti rychle zjistit barvu libovolného pokoje, a sice využitím poznatků z násobilky. U třetí a čtvrté úlohy by mohly zaznít odlišné způsoby řešení, protože úlohy připouštějí více správných řešení.

4. Vyvození druhé souřadnice – společná diskuze 15 minut

Žáky postavím před problém, jak číslovat pokoje v případě, že hotel bude mít více podlaží. Práce bude probíhat u tabule, aby všichni dobře viděli. Nechám si od žáků ukázat některé jejich nápady. Budeme si všímat, zda jednotlivé nápady dostatečně dobře řeší naši problematiku (označení musí dávat smysl, musí být jednoznačné a nesmí nás omezovat v počtech pokojů a podlaží, které mohou být nekonečné). Pokud zbyde dost času, nechám žáky vypracovat jednu z úloh na druhé straně pracovního listu, která se ke značení pokojů vícepodlažního hotelu vztahuje (úloha 4/5).

Očekávání

Po zkušenostech ze třetího ročníku, ve kterém žáci souřadnicový systém odhalili, si myslím, že by se to mohlo povést i u žáků o rok starších. Do diskuze se budou zapojovat někteří žáci více, ale vnímat budou všichni, protože pro ně problematika *bude dostatečně motivační. Myslím si, že žáci budou mít spoustu různých nápadů, diskuze zabere zbytek hodiny a úlohy na samostatnou práci nestihneme.*

B. Průběh hodiny

Žáci čtvrtého ročníku rychle poznali, že na obrázcích, které jsem jim rozdal, jsou hotely. Zmínili také, že pokoje se v hotelu číslují.

Předtím, než jsem žákům rozdal pracovní list, jsem s nimi společně prošel oba typy úloh, které měli následně samostatně řešit. Během samostatné práce jsem asistoval jednomu žákovi s SPU. Provázel jsem ho pracovním listem a pokládal mu návodné otázky, které mu pomáhaly v porozumění a vyřešení úloh. Při práci byl ve třídě klid a nahrávky dokládají, že žáci soustředěně pracovali.

Někteří žáci byli s prací hotovi rychleji, a tak jsem je posílal na koberec, aby zde mohli o svých řešeních diskutovat se spolužáky. S následným průběhem diskuze jsem byl spokojený, žáci byli aktivní, diskutovali k věci a reagovali na sebe.

Potom se žáci vrátili do lavic a já jsem jim předložil problém s číslováním pokojů vícepodlažního hotelu. Po několika nápadech, které nesplňovaly všechny nároky, jeden z žáků přišel s nápadem, který se velice blížil souřadnicovému systému. Jiný žák potom doplněním tečky mezi obě číslice objev dokončil. Na konci hodiny již nebyl prostor, aby si způsob značení pokojů mohl vyzkoušet každý, proto jsme si několik pokojů označili společně v hotelu na tabuli.

C. Reflexe hodiny

Po zkušenostech z předchozích hodin jsme společně s žáky nejprve dvě úlohy vyřešili společně a teprve potom jsem jim nechal rozdat pracovní list. Ukázalo se, že někteří žáci do odpovědi na otázku *Kolik pokojů se nachází mezi pokoji číslo 4 a 7?* započítávají také oba krajní pokoje. V podmínkách běžné výuky bych podobnou diskuzi zařadil až po prvním seznámení s úlohou, kterou by každý žák řešil sám. Zde jsem však postupoval z důvodu úspory času opačně, neboť mým cílem nebylo diagnostikování rozdílné představy mentálního schématu *kolik členů se nachází mezi dvěma danými členy*.

Žáci, kteří již byli se samostatnou prací hotoví, odcházeli na koberec, kde mohli o svých řešeních se spolužáky diskutovat. Nahrávka zachycuje diskuzi čtyř žáků, kteří řeší úlohu 4/4 s barevným rytmem. Nezpracoval jsem její přepis, protože zde není žákům rozumět každé slovo, ale je slyšet, že se zájmem diskutují o dvou možných řešeních, která tato úloha umožňuje.

V diskuzi odhalili žáci způsob, jakým jsem doplňující úlohy gradoval. Zaznělo mnoho různých řešitelských strategií – dokreslování pokojů, zjednodušené pokračování v barevné posloupnosti nebo návrat na začátek barevné posloupnosti. V úlohách s barevným rytmem odhalili někteří žáci jiný možný způsob střídání barev, než měla většina. Zprvu s tímto jiným řešením někteří žáci nesouhlasili, ale v diskuzi po zaznění argumentů potom uznali toto řešení jako další možné. Argumentace zde probíhala na verbální úrovni a zpětně jsem si uvědomil, že by bylo přehlednější zároveň řešení ilustrovat obrázkem na tabuli.

Během diskuze ohledně značení pokojů vícepodlažního hotelu přišel nápad s očíslováním podlaží velmi rychle. Hned druhý žák, kterého jsem vyvolal, navrhnul, aby se pokoje v podlažích číslovaly po desítkách (1. podlaží pokoje č. 11 – 20, 2. podlaží pokoje č. 21 – 30, atd.). Tento nápad se žákům zamlouval, ale já jsem na něj reagoval otázkou, jestli jsme omezováni počtem pokojů v podlaží. Postupně zazněly ještě další dva nápady, které užívaly stejného principu, ale počet pokojů v podlaží byl stále konečný. Jako nejlepší ze všech se ukázal nápad jednoho žáka, který navrhnul označit pokoje dvojicí čísel. V jeho návrhu čísla označovala pořadí a podlaží pokoje, ale toto označení vnímal jako jeden grafický číselný symbol (např. bod označený v kartézské souřadnicové soustavě 1;1 by v jeho podání měl číslo 11, bod označený 2;1 by očísloval jako 21 atd.). Ostatních žáků jsem se tedy zeptal, jestli není označení matoucí (vedle pokoje 11 by se nacházel pokoj 21) a jestli by navrhovaný způsob nějak nevylepšili. Jiný žák tedy navrhl rozdělit obě číslice tečkou, čímž byl objev souřadnicového systému dokončen.

Přepis č. 1 videozáznamu hodiny 2016/2017_04_01_b 05:53 – 07:05

Vyučující01: *„Co pokoje třináct a dvacet? V čem to bylo těžší? Katko?“*

Katka01: *„Třináct a dvacet, to je šest.“*

Vyučující02: *„To je šest pokojů. Souhlasíme?“*

Žáci01: *„Jo.“*

Vyučující03: *„V čem to bylo těžší tohle počítání?“*

Láďa01: *„Že tam nebyla ta dvacítka.“*

Vyučující04: *„Že tam ten pokoj nebyl. A v čem bylo nejtěžší to céčko? To bylo nejtěžší v tom, že...“*

Martin01: *„...že tam ani jeden nebyl.“*

Vyučující05: *„Že tam nebyl ani jeden pokoj a...* (Někdo ze žáků: *„Desítka.“*) *...a deset pokojů je mezi nimi?“*

Žáci02: *„Ne, devět.“*

Vyučující06: *„Tak deset, nebo devět? Zdůvodněte.“*

Žáci03: *„Devět.“*

Vyučující07: *„Proč devět a proč deset?“*

Mirek01: *„Protože když tři a třináct je devět* (vysvětluje, že mezi pokoji č. 3 a 13 je devět jiných pokojů)*, tak bude asi dvacet sedm a dvacet...ne když...“* (mlčí a přemýšlí)

Vyučující08: *„Počkej, Mirku, ty myslíš, že je to devět nebo deset?“*

Mirek02: *„Devět.“*

Vyučující09: *„Devět. A to zdůvodnění ještě jednou?“*

Mirek03: *„No že když tři a třináct je devět, tak sedmnáct a dvacet sedm je taky devět.“*

Tomáš01: *„Protože když je to od sebe deset, ale tu dvacet sedmičku nepočítáš, tak je to devět. Protože sedmnáct plus deset je dvacet sedm, ale tu dvacet sedmičku už nepočítáš, takže jako by si jedno odečteš a máš devět.“*

Přepis č. 2 videozáznamu hodiny 2016/2017_04_01_b 14:15 – 15:29

Vyučující01: *„Ještě se zeptám, tady někdo totiž měl vybarvené jinak ty pokoje. Tady jsme vzadu řešili, že někdo měl trochu jiný rytmus. Tak jak jste to vyřešili? V čem byl problém, v čem to měl kdo jiné? Někdo vybarvoval ty pokoje...“*

Tereza01: „*No, modrá, žlutá, žlutá, modrá.“* (žákyně označuje fialové pokoje jako modré)

Vyučující02: *„Nebo fialová, to je jedno.“*

Tomáš01: *„Já jsem to udělal jako fialovou.“*

Vyučující03: *„A někdo vybarvoval jinak ten rytmus?“*

Sára01: *„Jo. Já jsem to vybarvovala, že... modrá, modrá, žlutá, žlutá, modrá, modrá, žlutá, žlutá.“* (Někdo z žáků: *„Já taky.“*)

Mirek01: *„To nevychází.“*

Tomáš02: *„Ne, ne. Na začátku to nemůže vycházet.“*

Vyučující04: *„Počkejte, vy ale kdo jste to vybarvovali tím jiným rytmem, jakou barvou jste měli teda pokoj číslo jedna?“*

Sára02: *„Žlutou. No jenomže my to máme jako žlutou, pak je žlutá, pak je modrá, pak je modrá, pak je žlutá, pak je žlutá, pak je zase modrá."*

Tomáš03: *„Ale jak to začne žlutou, tak to taky jde."*

Vyučující05: *Jde. Protože důležité je, aby tam seděl ten rytmus těch vybarvených pokojů. Aby tam seděly ty čtyři pokoje, které už jsou vyplněné."*

Přepis č. 3 videozáznamu hodiny 2016/2017_04_01_b 25:37 – 26:12

Mirek01: *„Já vím ještě jeden způsob."*

Vyučující01: *„Ještě jeden způsob?"*

Mirek02: *„Ale nebylo by to jenom číselně, bylo by to... že první podlaží by bylo třeba A."*

Vyučující02: *„Určitě, šlo by taky. Šlo by to i u těch písmen, ale co by byl problém u písmen?"*

Tomáš01: *„Máme málo písmen."*

Vyučující03: *„Máme málo písmen, kdežto číselná řada... kam až pokračuje?"*

Adam01: *„Do nekonečna."*

Vyučující04: *„Do nekonečna a to se nám hodí."*

Seznam evidovaných kognitivních jevů:

JEV	PROJEV	ODKAZ
gradace obtížnosti úloh	žáci odhalí pravidlo, kterým jsou doplňující úlohy gradovány	přepis č. 1
analogie velikosti intervalu přirozených čísel	žák na základě znalosti počtu pokojů mezi pokoji 3 a 13 určí počet pokojů mezi pokoji 17 a 27	přepis č. 1
počet intervalů mezi dvěma body je o jedna menší než počet bodů	správně určí počet pokojů mezi dvěma danými pokoji	přepis č. 1
perioda tří i čtyř prvků v barevném rytmu	žáci se shodnou na dvou možných řešeních podle počtu prvků, které	přepis č. 2

	v rytmu opakují	
nekonečnost množiny přirozených čísel	čísel je na rozdíl od písmen nekonečné množství	přepis č. 3

Seznam evidovaných sociálních jevů:

- Vrstevnické učení – spolužáci si vysvětlují své objevy a nápady a navzájem si rozumí; žáci k řešení uplatní strategii, kterou převzali od spolužáka
- Argumentace – třída přijímá stanovisko žáka na základě vysvětlení a přesvědčivosti jeho argumentů
- Celotřídní spolupráce – žáci aktivně spolupracují, někteří se podílejí na práci více; výsledný objev není zásluhou jedince, ale společné práce žáků

3.1.8 Protokol experimentu 2016/2017_04_02

Třída: 4.A
Místo experimentu: kmenová učebna
Datum: 5. 6. 2017
Vyučující: Štěpán Ročák
Počet žáků: 26 (11 chlapců, 15 dívek)
Délka experimentu: 45 minut
Téma: Souřadnicový systém, rytmus
Cíl: Žák očísluje pokoj dvojicí souřadnic.

A. Předpokládaný průběh hodiny

<u>1. Souřadnicový systém 15 minut</u>

Na tabuli je nakreslený pětipodlažní hotel o rozměrech 6 x 5, dvěma odlišnými barvami jsou očíslovány řádky a sloupce a příslušnými barvami jsou očíslovány dva pokoje. Nechám si od žáků připomenout způsob značení pokojů, na který jsme přišli předchozí hodinu, a několik dobrovolníků nechám některé z pokojů na tabuli označit. Potom žákům rozdám rozpracovaný pracovní list z předchozí hodiny, který žáci dokončí (úlohy 4/5, 4/6).

<u>Očekávání</u>

Žáci si způsob značení pokojů dvojicí souřadnic budou pamatovat. Při samostatném řešení úloh nebudou příliš chybovat.

2. Cestování v hotelu 20 minut

Na tabuli je nakreslený pětipodlažní hotel o rozměrech 6 x 6, dvěma odlišnými barvami jsou očíslovány řádky a sloupce a jsou v něm zeleně vyznačeny pokoje 1;2 a 2;4. Žáků se zeptám, jak se dostanu z pokoje 1;2 do pokoje 2;4, pokud se můžu pohybovat jen vodorovně a svisle. Ukážeme si také společně, jak do tabulky zapsat čísla pokojů, do kterých se tímto způsobem dostanu. Následně budou žáci samostatně řešit dvě úlohy na pracovním listě (úlohy 4/7, 4/8). Až budou žáci hotoví, budu se jich ptát, jak při řešení postupovali. V úloze 4/8 se dvěma barevnými cestami mě bude zajímat číslo pokoje, který náleží oběma cestám (průsečík funkcí).

Očekávání

Vzhledem k tomu, že žáci používají šipkový zápis pro cestování ve čtvercové síti, očekávám, že někdo navrhne stejný způsob zápisu pro cestování i v tomto prostředí. Pokračování v barevných cestách žákům potíže dělat nebude, někdo ale může chybovat v přepisování čísel pokojů do tabulky. Většina žáků nalezne pokoj, který znázorňuje průsečík dvou funkcí.

3. Cestování v hotelu 10 minut

Žáci budou pokračovat v samostatné práci na druhé straně pracovního listu, kde jsou dvě nejtěžší úlohy (úlohy 4/9, 4/10). V každé z nich jsou zadány dvě barevné cesty (funkce), každá vždy dvěma vybarvenými pokoji (body). Úkolem žáků je nalézt další pokoje, které cestám náleží. Pokud zbyde čas, položím žákům ústně otázky, jak úlohy řešili a jaký pokoj náleží oběma barevným cestám (průsečík funkcí).

Očekávání

Při řešení úloh bude možné provést diagnostiku toho, na jaké úrovni který žák cestování v hotelu ovládá. Někteří vyřeší úlohy rychleji než jiní. Je možné, že předchozí aktivity zaberou více času, a ústní reflexi těchto úloh již nestihnu.

B. Průběh hodiny

Způsob značení pokojů v hotelu si žáci z předchozí hodiny pamatovali. Tři žáci, které jsem vyvolal, na tabuli označili bezchybně každý jeden pokoj. Potom následovala samostatná práce s pracovním listem, kde si značení dvěma souřadnicemi vyzkoušel každý sám na úlohách 4/5 a 4/6. Někteří žáci byli s prací hotoví dříve, proto jsem jim ústně zadal úkol, ať v hotelu najdou ty pokoje, které mají první i druhé číslo stejné.

Žáci navrhli šipkový zápis pro zapsání cesty z jednoho pokoje do druhého ihned a zmínili všechny tři nejkratší možné cesty. Zájmu žáků jsem využil a zeptal se, jestli by někdo našel cestu, která spojuje dva vybarvené pokoje a má čtyři šipky. Po chvíli přemýšlení někteří jedinci přišli na to, že to nelze, a stejně tak nelze pro jakýkoliv sudý počet šipek. Když jsme si ukázali způsob, jakým se po hotelu pohybujeme a jak zapsat čísla navštívených pokojů do tabulky, rozdal jsem žákům pracovní list se dvěma úlohami, které řešili samostatně.

Potom jsme si společně na tabuli vyplnili stejnou tabulku, s jakou pracovali žáci. Barevný rytmus znázorňoval posloupnost $a_n = 2n$. Protože mě zajímalo, nakolik jsou žáci schopni tuto posloupnost uchopit konceptuálně, položil jsem jim otázku, která cílila na výpočet 50. členu posloupnosti. Po chvíli počítání se začaly ozývat správné výsledky. Průsečík obou funkcí v další úloze se žákům podařilo nalézt.

Poslední dvě úlohy 4/9 a 4/10 stihli žáci pouze vypracovat, ale neměli jsme čas se k nim vrátit formou diskuze.

C. Reflexe hodiny

Poněvadž jsem nechtěl úvodní část hodiny protahovat diskuzí, která ze souřadnic se zapisuje jako první, raději jsem v hotelu na tabuli již dva pokoje dvojicí souřadnic správně označil. Ústní zadání úkolu pro rychlejší žáky bych příště nahradil jiným způsobem, například zápisem jeho znění na tabuli. Neruší to tak žáky, kteří ještě pracují, a ti si ho mohou přečíst i později. Když jsem ho zadal ústně, musel jsem ho ještě několikrát zopakovat těm, kteří práci dokončovali později.

Můj předpoklad, že žáci užijí šipky k označení cest v hotelu, se ukázal jako pravdivý. Je to něco, s čím mají značnou zkušenost a co mohli aplikovat v tomto prostředí. Ukázalo se, že žáci většinou intuitivně rozumí způsobu cestování. V podmínkách běžné výuky bych stejně jako v předešlých případech věnoval úvodnímu seznamování s cestováním více času.

V hodině se mi podařilo propojovat různé matematické oblasti – souřadnicový systém, šipkový zápis jako jazyk pro popis vzájemné polohy dvou bodů, rytmus, řady a posloupnosti, funkce. Po celou dobu byla ve třídě pracovní atmosféra, žáci pracovali se zájmem a aktivně.

Přepis č. 1 videozáznamu hodiny 2016/2017_04_02_b 04:47 – 06:55

Vyučující01: *„Tak a teď my dneska co budeme dělat nového, tak se budeme učit v tom hotelu pohybovat určitým způsobem. Já jsem tady vybarvil dva pokoje a ten první pokoj ten má jaké číslo? Já ho tady napíšu na tabuli. Tohle je pokoj číslo...Niki?"*

Nikola01: *„1;2."*

Vyučující02: *„1;2.* (píše číslo pokoje na tabuli) *A ten druhý pokoj, ten má číslo...David?"*

David01: *„2;4."*

Vyučující03: *„Tak výborně, to je pokoj 2;4.* (píše číslo pokoje na tabuli) *No a teď by mě zajímalo, jak já se z toho jednoho pokoje dostanu do toho druhého, když se můžu pohybovat jen vodorovně a svisle."* (Jakub se hlásí) *„Vy už jste něco podobného dělali už v jiných úlohách a jiných prostředích."* (hlásí se další žáci) *„To je ještě málo rukou nahoře. Když jsem tady v tom pokoji a chci se dostat tamhle a můžu se pohybovat jenom vodorovně a svisle."*

Láďa01: *„Takže nemůžu chodit po schodech?"*

Vyučující04: *„No po schodech...ne šikmo."*

Láďa02: *„Jako jak ne šikmo? Třeba výtahem?*

Vyučující05: *„Třeba výtahem. Zuzko?"* (Zuzka jde k tabuli a nakreslí lomenou čáru z pokoje 1;2 do pokoje 2;4.) *„Výborně."*

Žáci01: *„A nebo jinak."* (několik žáků se přihlásí)

Vyučující06: *„A nebo jinak? Jak bychom...počkejte...jak bychom tuhle cestu zapsali? Jak bychom ji mohli zapsat?"*

Zuzka01: *„No v šipkách?"*

Vyučující07: *„Třeba v šipkách, to by šlo. Napíšeš to tady takhle mezi ta čísla těch pokojů?"* (Zuzka zapisuje mezi čísla pokojů 1;2 a 2;4 šipky → ↑↑)

Přepis č. 2 videozáznamu hodiny 2016/2017_04_02_b 21:15 – 21:55

Vyučující01: *„Tak vidíme tam nějakou pravidelnost? Láďa už za mnou byl a něco mi říkal. Třeba kdybych chtěl zjistit kolikátý pokoj bude vybarvený... ne, ve kterém podlaží bude vybarvený pokoj číslo 50?"*

Tomáš01: *„Já vím. Já vím."*

Žáci01: *„Sto. Sto."*

Vyučující02: *„Proč? Láďa mi to předtím říkal, tak můžeš celé třídě."*

Láďa01: *„Protože vždycky žejo když se vynásobí to číslo nahoře dvakrát, tak dostanu to dole.“* (první řádek tabulky obsahoval pořadí pokojů, druhý řádek podlaží)

Přepis č. 3 videozáznamu hodiny 2016/2017_04_02_b 22:48 – 23:38

Vyučující01: *„Tak co ta druhá úloha? Tam jsme měli cestování dvou... můžete si to zase představit jako turisti, kteří jsou ubytování v tom hotelu...a ve kterém pokoji se potkali? Tam máte modrou cestu a červenou a který pokoj...ve kterém pokoji se obě dvě cesty potkají? Niki?*

Nikola01: *„4;7.“*

Vyučující02: *„Jo? Souhlasíme, 4;7?* (Žáci01: *„Jo. Ano.“*) *Jak jste to vyřešili? Jak jste to vybarvili?*

Bára01: *„Půlka modrá a půlka červená.“*

Denisa01: *„Já fialově.“*

Vyučující03: *„Půlka modrá, půlka červená. Někdo fialově. Proč fialově?“*

Denisa02: *„Protože červená, když se smíchá s modrou, tak je to fialová.“*

Seznam evidovaných kognitivních jevů:

JEV	PROJEV	ODKAZ
izomorfismus vzájemné polohy dvou bodů	žák užije šipky pro zápis cesty v prostředí hotelu	přepis č. 1
konceptuální uchopení posloupnosti	žák vypočítá, že 50. člen má hodnotu 100	přepis č. 2
průsečík funkcí	žák nalezne pokoj, který náleží oběma barevným cestám	přepis č. 3

Seznam evidovaných sociálních jevů:

- Motivace – prostředí a předkládané úlohy jsou pro žáky motivační, chtějí je řešit
- Argumentace – třída přijímá stanovisko žáka na základě vysvětlení a přesvědčivosti jeho argumentů

3.1.9 Protokol experimentu 2016/2017_05_01

Třída: 5.B

Místo experimentu: kmenová učebna

Datum: 25. 5. 2017

Vyučující: Štěpán Ročák

Počet žáků: 15 (9 chlapců, 6 dívek)

Délka experimentu: 45 minut

Téma: Souřadnicový systém, rytmus

Cíl: Žák očísluje pokoj dvojicí souřadnic.

A. Předpokládaný průběh hodiny

1. Hotel – společná diskuze 5 minut

Mezi žáky sedícími v kruhu nechám kolovat tři obrázky hotelů. Následně je vyzvu k diskuzi o tom, co vše na obrázcích vidí, případně co o hotelech vědí. Vhodnými otázkami se budu snažit směřovat diskuzi k poznatkům o pokojích a způsobu jejich značení. Aktivita má motivační a evokační funkci.

Očekávání

Očekávám, že žáci poznají, že na obrázcích jsou hotely a že zazní jejich charakteristické průvodní jevy. Žáci zmíní své zkušenosti s různými způsoby značení pokojů v hotelech, budou aktivní a budou chtít mluvit.

2. Samostatná práce s pracovním listem a diskuze 15 minut

Na tabuli bude připraveno jedno podlaží hotelu s deseti pokoji, z nichž pět bude očíslovaných. Jednoho z žáků nechám očíslovat zbylých pět pokojů. Potom žáci dostanou pracovní list s úlohami, které budou následně samostatně řešit. Ústně jim bude zadáno, aby pracovali na prvních čtyřech úlohách na první straně (úlohy 5/1, 5/2, 5/3, 5/4). Na druhé straně se již objevuje úloha s dvěma souřadnicemi, kterou chci nejprve s žáky vyvodit. Po skončení samostatné práce se budu žáků ptát nejen na jejich řešení, ale také na řešitelské strategie, čeho zajímavého si při řešení všimli a jaké pravidelnosti odhalili.

Očekávání

Základní verze úloh jsou jednoduché, neočekávám proto, že by měli žáci při jejich řešení potíže. U doplňujících úloh očekávám, že budou více chybovat ti žáci, kteří si chybějící pokoje nedokreslí nebo neužijí jinou pomocnou metodu a budou vše řešit *zpaměti. Někteří žáci 5. ročníku by již během samostatné práce mohli objevit pravidlo, kterým by rychle zjistili počet pokojů mezi dvěma danými pokoji, nebo jak rychle zjistit barvu libovolného pokoje v barevné řadě.*

3. Vyvození druhé souřadnice – společná diskuze 10 minut

Žáky postavím před problém, jak číslovat pokoje v případě, že hotel bude mít více podlaží. Práce bude probíhat u tabule, aby všichni dobře viděli. Nechám si od žáků ukázat některé jejich nápady. Budeme si všímat, zda jednotlivé nápady dostatečně dobře řeší naši problematiku (označení musí dávat smysl, musí být jednoznačné a nesmí nás omezovat v počtech pokojů a podlaží, které mohou být nekonečné).

Očekávání

Očekávám, že někdo z žáků navrhne zahrnout do číslování pokojů také čísla podlaží. Do diskuze se budou zapojovat někteří žáci více, ale vnímat budou všichni, protože pro ně problematika bude dostatečně motivační.

4. Souřadnicový systém a cestování v hotelu 10 minut

Žáci si souřadnicový systém vyzkouší na dvou úlohách samostatně (úlohy 5/5, 5/6). Potom se jich budu ptát, jestli si všimli nějakých pravidelností, a jakým způsobem úlohy řešili. Žáci pak budou pokračovat v samostatné práci s druhým pracovním listem, kde jsou čtyři úlohy (úlohy 5/7, 5/8, 5/9, 5/10). Všechny se týkají cestování v hotelu a žáci pracují s dvojrozměrným barevným rytmem. Ve třech posledních úlohách (úlohy 5/8, 5/9, 5/10) jsou zadány dvě barevné cesty (funkce), každá vždy dvěma vybarvenými pokoji (body). Úkolem žáků je nalézt další pokoje, které cestám náleží. Pokud zbyde čas, položím žákům ústně otázky, jak úlohy řešili a jaký pokoj náleží oběma barevným cestám (průsečík funkcí).

Očekávání

Žáci nebudou mít se značením pokojů potíže, prohození souřadnic bude výjimečné. Všechny úlohy na cestování v hotelu zřejmě nestihnou vyřešit všichni žáci. Úlohy by jim však neměly činit velké potíže.

B. Průběh hodiny

Žáci v úvodní diskuzi hotely na obrázcích poznali a zmínili jejich nejznámější charakteristiky. Zazněl také nejběžnější způsob, jakým jsou v hotelu pokoje rozlišeny, a to čísly.

Před rozdáním pracovních listů jsem žákům vzhledem k jejich věku skoro nic nevysvětloval. Během samostatné práce jsem je obcházel a jen výjimečně se mě někdo na něco zeptal. V následné diskuzi žáci zmínili podobné řešitelské strategie, které zazněly i v nižších ročnících, a na základě řešení doplňujících otázek odhalili některá pravidla.

Vyvozování souřadnicového systému nám trvalo oproti mému očekávání pouze 5 minut. Hned první nápad jednoho z žáků byl očíslovat pokoje číslem patra (první podlaží bylo podle něj přízemí a zůstalo neočíslované). Abych od pater přešel k podlažím, zeptal jsem se na způsob, jakým žáci číslují krychlové stavby.

Následně žáci řešili samostatně úlohy 5/5 a 5/6, které byly na značení pokojů v hotelu zaměřené. Když jsme se bavili o způsobech, jak postupovali při hledání pokoje podle jeho čísla, žákyně zmínila, že k orientaci využila vodorovnou a svislou číselnou osu vedle hotelu.

Ve zbylé části hodiny žáci pracovali samostatně na úlohách zaměřených na cestování v hotelu (úlohy 5/7, 5/8, 5/9, 5/10). Vypracovat všechny úlohy stihlo jen několik žáků.

C. Reflexe hodiny

Protože byli žáci 5. ročníku nejstarší skupinou, se kterou jsem svůj experiment realizoval, nepřekvapilo mě, že měli největší životní zkušenosti s číslováním pokojů v hotelu. Již v úvodní diskuzi zmínili, že pokoje jsou číslovány nebo že na chodbách bývají často uvedené rozcestníky udávající, kterým směrem máme hledat pokoje s číslem „39 a více nebo 49 a více“. Jeden z žáků řekl, že pokoje bývají číslovány podle pater.

V diskuzi o úlohách 5/1, 5/2, 5/3 a 5/4 na první straně pracovního listu žáci zmiňovali podobné strategie, které užívali i žáci v nižších ročnících. Několik žáků také použilo chybnou strategii při řešení doplňujících otázek k úloze 5/1, kdy od sebe čísla pokojů odečetli, aby tak zjistili počet pokojů, které se mezi nimi nacházejí. Tato zjištění si vysvětluji tím, že jsem s žáky nad úlohami v prostředí trávil pouze jednu vyučovací hodinu a neměli čas ke kultivaci svých řešitelských strategií a postupů.

Překvapilo mě, že nápad očíslovat podlaží, respektive patra, přišel jako první. Aby bylo značení v souladu s běžně užívanou konvencí, očísloval jsem již dopředu pokoje v prvním podlaží tak, že jsem číslici označující pořadí pokoje napsal vlevo do rámečku pokoje. Pravá polovina pokoje tak zůstala prázdná, aby tam mohl někdo z žáků doplnit číslo podlaží. Žák užil k rozlišení obou číslic dvojtečku, kterou jsem nahradil čárkou nebo středníkem.

Diskuze nad úlohami, ve kterých žáci hledali pokoje v hotelu podle jejich čísel, dokládá, že žáci sami užili k orientaci v souřadnicové soustavě vodorovné i svislé osy. Někteří žáci pracovali nad úlohami zaměřenými na cestování v hotelu ještě několik minut po zvonění a konci hodiny, což dokládá, že je problematika zajímala.

Přepis č. 1 videozáznamu hodiny 2016/2017_05_01_a 20:31 – 23:38

Vyučující01: *„Co třeba kdybych se zeptal na pokoj číslo 60? Uměl by někdo říct takhle rychle z hlavy, jakou barvu bude mít pokoj číslo 60?“*

Žáci01: *„Žlutá.“*

Vyučující02: *„Proč žlutá?“*

David01: *„Protože žlutá má číslo 30* (pokoj č. 30 je žlutý) *a dá se to zdvojnásobit.“*

Přepis č. 2 videozáznamu hodiny 2016/2017_05_01_a 24:05 – 23:38

Vyučující01: *„Co třeba to céčko? Kolik pokojů je mezi pokoji číslo 17 a 34?“*

Žáci01: *„Sedmnáct.“ „Šestnáct.“*

Vyučující02: *„Jak jste to spočítali takhle rychle? Kreslili jste si to, nebo jste to spočítali z hlavy?“*

Andrea01: *„Já jsem si řekla, protože to áčko se dalo spočítat i jako 15 – 3 – 1, tak já jsem si teda udělala 34 – 17 – 1.“*

Vyučující03: *„Hm. Funguje to tady taky? Jak bys to tady spočítala ten počet pokojů mezi pokoji číslo 2 a 3 tím tvým způsobem?“*

Andrea02: *„Tak já bych to udělala 3 – 2 – 1 je nula.“*

Vyučující01: *„Je nula. A je tam skutečně...není tam žádný pokoj žejo. Super. Takže třeba kolik pokojů by bylo mezi pokoji číslo 100 a 50?“*

Žáci01: *„49.“*

Seznam evidovaných kognitivních jevů:

JEV	PROJEV	ODKAZ
násobková řada	zdvojnásobení čísla pokoje ke zjištění jeho barvy	přepis č. 1
počet mezer mezi dvěma sloupy je o jedna menší	žáci aplikují objevené pravidlo pro zjištění	přepis č. 2

než počet sloupů	počtu pokojů mezi pokoji 100 a 50	

Seznam evidovaných sociálních jevů:

- Motivace – prostředí a předkládané úlohy jsou pro žáky motivační, v jejich řešení pokračují i po konci hodiny o přestávce
- Argumentace – třída přijímá stanovisko žáka na základě vysvětlení a přesvědčivosti jeho argumentů

3.2 Reflexe experimentu

Struktura jednotlivých hodin byla ve všech ročnících velmi podobná. Téma jsem otevřel diskuzí nad obrázky, což mělo za cíl vzbudit ze strany žáků zájem. Na příkladu jsme si společně ukázali způsob číslování pokojů. Větší část hodiny pracovali vždy žáci samostatně nad úlohami na pracovních listech. Potom jsme se v diskuzi společně bavili nad možnými řešeními, použitými řešitelskými strategiemi i vztahy a pravidelnostmi, které žáci při řešení objevili. Úlohy se lišily stupněm obtížnosti. Protokoly dokládají, že experiment byl veden konstruktivistickým edukačním stylem.

V pracovních listech se vyskytovalo několik typů úloh:
a) pokračování v lineární číselné řadě (úlohy 1/1, 1/3, 2/1, 3/1, 4/1, 5/1)
b) zjišťování počtu pokojů ležících mezi dvěma zadanými pokoji (úlohy 1/3, 2/1, 3/1, 4/1, 5/1)
c) pokračování v jednorozměrném lineárním barevném rytmu (včetně zjišťování barvy pokoje; úlohy 1/2, 1/4, 1/5, 2/2, 2/3, 3/2, 3/3, 3/5, 4/2, 4/3, 4/4, 5/2, 5/3, 5/4)
d) značení pokoje v hotelu dvojicí souřadnic (úlohy 1/6, 3/4, 3/6, 4/5, 4/6, 5/5, 5/6)
e) pokračování ve dvojrozměrném lineárním barevném rytmu (úlohy 3/7, 4/7, 5/7)
f) hledání průsečíku dvou dvojrozměrných lineárních barevných rytmů (úlohy 4/8, 4/9, 4/10, 5/8, 5/9, 5/10)

Tabulka znázorňuje, ve kterých ročnících jsem se daným typem úlohy s žáky během výuky zabýval (vyznačeno křížkem):

	1	2	3	4	5
a	x	x	x	x	x
b	x	x	x	x	x
c	x	x	x	x	x
d	x	x	x	x	x
e			x	x	x
f				x	x

Během experimentu jsem buď já sám, nebo prostřednictvím žákovských diskuzí zaznamenal následující objevy, které jsem potom zapracoval do finální sady úloh a metodického komentáře pro učitele:

Motivační a činnostní aktivity

Při práci s žáky 1. a 2. ročníku jsem si ověřil, jak důležité je zařazení manipulativních aktivit do vyučování (v mém případě to byla aktivita na řazení pokojů vzestupně podle jejich čísla). Žáky takové aktivity baví a jsou pro ně motivační. Navíc manipulace s předměty a činnostní učení zvyšují efektivitu uložení poznatků do mysli dítěte.

Propedeutika lineárního rytmu a číslování jednopodlažního hotelu

Dříve než se s žáky pustíme do dvojrozměrného hotelu, je třeba věnovat delší čas úlohám, ve kterém se pracuje pouze s jednou dimenzí. Upevní se tak zkušenost s vodorovnou souřadnicí a je pravděpodobnější, že se žákům tak nebude plést pořadí vodorovné a svislé souřadnice při značení pokoje dvojicí čísel.

Barevné odlišení souřadnic

Aby se žákům nepletlo pořadí obou souřadnic při označení pokoje, zvolil jsem odlišnou barvu pro značení vodorovné osy (zelená) a svislé osy (červená). Sémantická souvislost je zde s užitím stejného barevného značení na semaforech – zelená má přednost před červenou, na kterou se musí stát. Stejně tak má číslo vodorovné (zelené) osy přednost před číslem svislé (červené) osy.

Šipkový zápis

Užití jazyka šipek se ukázalo jako srozumitelný, jednoduchý a efektivní způsob pro zápis cesty z jednoho hotelového pokoje do druhého. Tento způsob navíc propedeuticky připravuje porozumění rekurentnímu zadání posloupností, který se používá při výuce na středních školách.

3.3 Finální série úloh

Na základě reflexe experimentu a analýzy žákovských prací jsem vytvořil finální sérii úloh, která pokrývá 2. – 5. ročník. Série úloh začíná 2. ročníkem, protože se během experimentu ukázal velmi malý rozdíl mezi výsledky žáků 1. a 2. ročníku a taktéž malý rozdíl v jejich schopnostech uchopovat vztahy a závislosti, které jsou v úlohách obsaženy. Všechny níže uvedené metodické poznámky umístěné pod zadáním každé úlohy jsou označené „Úloha X“, kde X je číslo dané úlohy, ke které se metodický komentář vztahuje. Všechny metodické poznámky vychází ze zásad pro konstruktivistické vedení výuky. Kopírovatelnou verzi finální série úloh přikládám v Příloze 6.

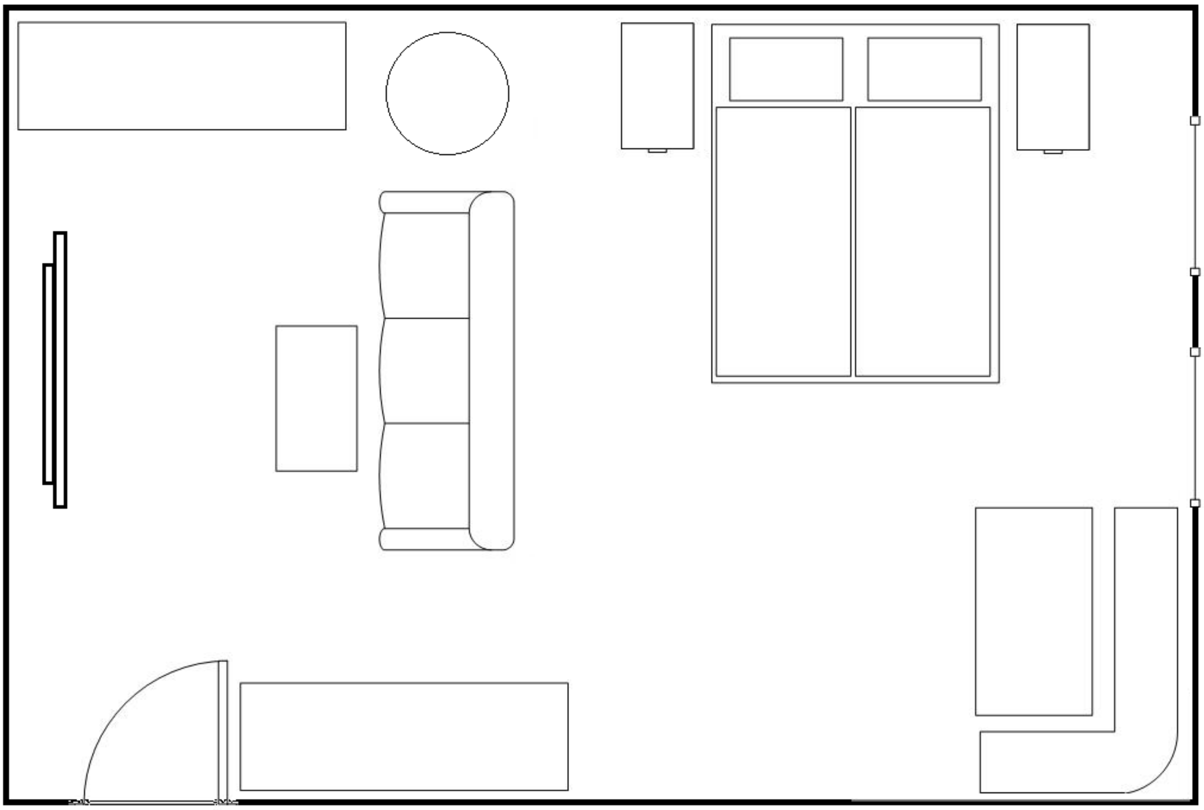
3.3.1 2. ročník

<u>První seznámení s prostředím</u>

Učitel si sedne se žáky do kruhu na zem a nechá mezi nimi kolovat obrázky hotelů. Když si všichni žáci obrázky prohlédnou, učitel se žáků ptá, co je na obrázku. Učitel potom může pokračovat otázkami, které se k hotelu vztahují (např.: *Byli jste už v hotelu? Proč do hotelu jezdíme? Jak to v hotelu vypadá? Jak jsou pokoje v hotelu značené?*).

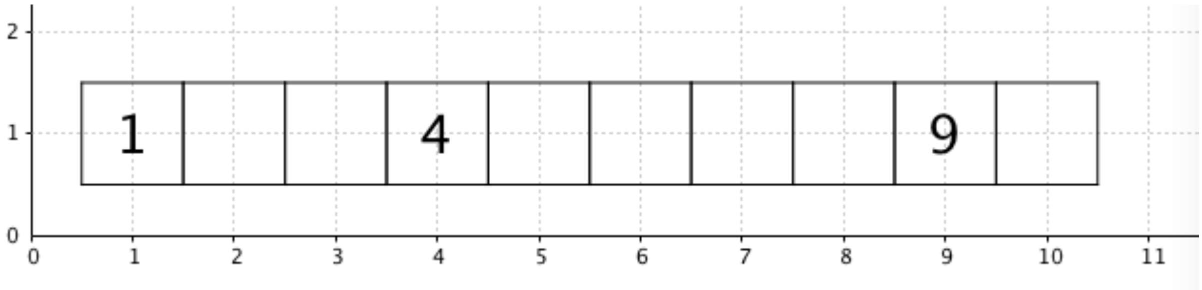
kartička s klíčem:

kartička s pokojem:



Učitel potom rozdá žákům do dvojic kartičku s klíčem. Na každou kartičku s klíčem učitel dopíše jednu početní úlohu, jejíž výsledek určuje číslo hotelového pokoje, ke kterému klíč patří. Úroveň obtížnosti početních úloh volí podle úrovně matematických schopností žáků konkrétní třídy. Výsledky početních úloh musí dávat souvislou číselnou řadu od 1 do x, kde x je polovina aktuálního počtu žáků ve třídě. Učitel v roli recepčního hotelu čeká, až žáci zjistí svůj výsledek. Dvojice žáků, která vypočítala výsledek, si chodí za učitelem pro papírovou kartičku s pokojem, na kterou učitel napsal jeho odpovídající číslo. Žáci pak mají několik minut na to si pokoj vybarvit podle svého uvážení. Aby učitel usnadnil žákům orientaci v obrázku, který znázorňuje půdorys pokoje, může zařadit do předchozích hodin aktivity, ve kterých žáci s půdorysem pracují (např. sestavení města z kostiček a následné vyhotovení plánku, který zachycuje město shora). Naše aktivita pokračuje tím, že učitel nechá žáky své pokoje seřadit. Neprozradí jim přitom, jakým způsobem mají pokoje řadit. Ze zkušeností víme, že žáci rychle sami přijdou na to, že je nejjednodušší pokoje seřadit vzestupně podle čísel.

1. Očísluj pokoje.



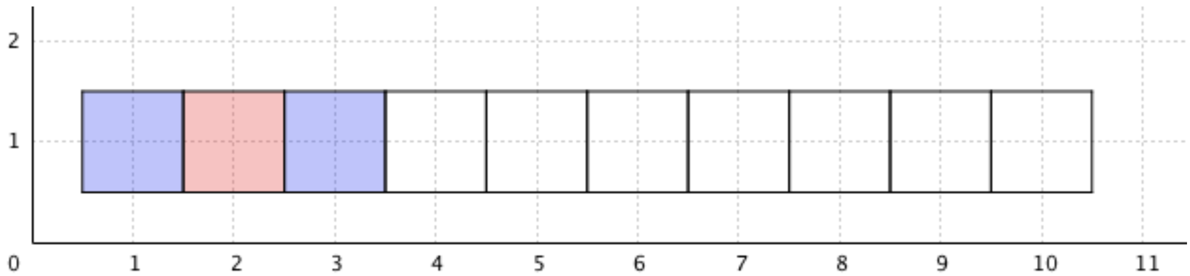
Úloha 1

<u>Motivace</u>

Žáci si otevřeli hotel pro turisty (žáci mohou hotelu vymyslet jméno). Co musíme udělat, aby se turisti v hotelu neztratili a našli svůj pokoj? Žáci odpoví, že pokoje musí být očíslované.

Číslujeme pokoje. Žáci se seznamují s orientací číselné řady zleva doprava.

2. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít pokoj číslo

a) jedenáct?
b) čtrnáct?
c) dvacet?

Úloha 2

<u>Motivace</u>

Chceme, aby se turistům v našem hotelu líbilo a aby ho často navštěvovali. Proto teď všechny pokoje v hotelu vytapetujeme.

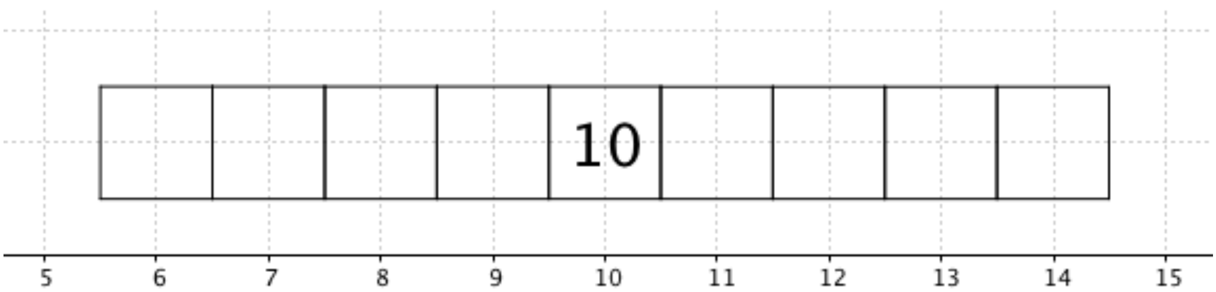
Žáci pokračují v barevném rytmu. Úlohy mohou žáci řešit samostatně a potom o svých výsledcích a řešeních diskutovat. Je pravděpodobné, že se najde ve třídě alespoň jeden žák, který bude opakovat barevný rytmus MČMMČMMČM... Učitel může žáky během řešení úloh obcházet a žáka, který úlohu řešil tímto způsobem, potom vyzvat, aby své řešení představil ostatním. Učitel by měl žákovskou diskuzi zaměřit také na doplňující otázky k úloze. Určitě se zde objeví různé řešitelské strategie, které žáci použili pro výpočet barvy pokojů, které na obrázku zakreslené nejsou (dokreslování pokojů, zjednodušené pokračování v barevné řady např. pomocí čárek, návrat na začátek barevné řady, užití parity čísla pokoje nebo násobků 2). V případě, že někteří žáci opakovali barevný rytmus jiným způsobem než jiní, budou se jim lišit také odpovědi na doplňující otázky, čehož si sami všimnou. Úlohy mohou žáci řešit manipulativně například tím, že si řadu z barevných krychlí postaví. Učitel může žáky rozdělit do dvojic a ti si potom navzájem vymýšlí zadání úloh. Jeden žák naznačí rytmus z několika krychlí a druhý žák ho má za úkol dokončit. Učitel může také nechat žáky úlohy tvořit – např. vymyslete pro spolužáka takové zadání, které lze vyřešit právě dvěma různými způsoby. Pokud chce učitel rozvíjet vnímání rytmu i v jiných úlohách a jinými činnosti, nabízíme několik návrhů: navlékání korálků, vytleskávání rytmu, hledání pravidelností ve světě kolem nás (např. vzory na oblečení).

<u>Řešení</u>

MČMČMČMČ...

MČMMČMMČM...

3. **Očísluj pokoje.**



Kolik pokojů se nachází mezi pokoji

a) 7 a 13?
b) 12 a 17?
c) 16 a 20?

<u>Úloha 3</u>

Doplňující otázky vedou k objevu, že prostý rozdíl čísel pokojů nevede ke správnému výsledku, kterým bychom zjistili počet pokojů, které leží mezi nimi. U doplňující otázky a) mohou žáci všechny pokoje mezi 7 a 13 zakroužkovat, aby se o tom přesvědčili (bude jich jen 5). K objevu obecného vztahu pro výpočet počtu pokojů ležících mezi dvěma zadanými pokoji učitel žáky zatím vést nemusí. Pokud nějaký žák tento vztah verbálně vyjádří, učitel ho nechá s objevem seznámit ostatní.

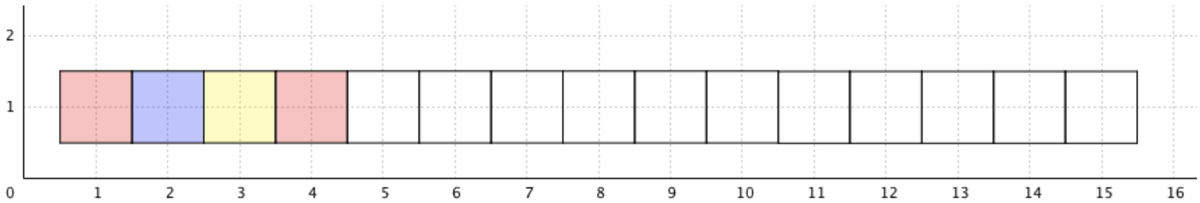
Řešení

a) 5 pokojů

b) 4 pokoje

c) 3 pokoje

4. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít pokoj číslo

a) sedmnáct?
b) dvacet?
c) třicet?

Úloha 4

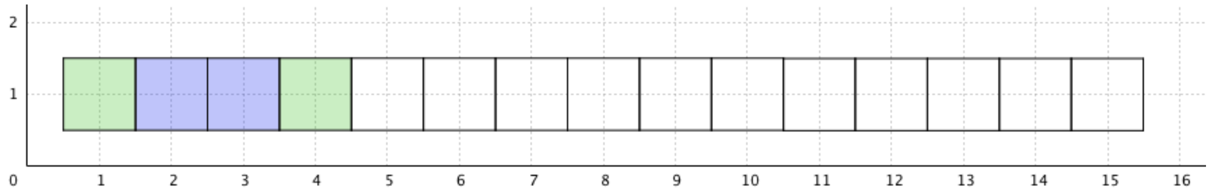
Úloha má opět dvě řešení – žáci buď opakují minimální periodu tří prvků, nebo periodu čtyř prvků. Opět je dobré v diskuzi vyvolat žáky, kteří mají rozdílná řešení. V případě, že mají všichni žáci pouze jedno řešení, může je učitel motivovat k hledání dalšího řešení poznámkou, že on ještě jedno našel, ale prozrazovat ho nebude.

Řešení

ČMŽČMŽČMŽ...

ČMŽČČMŽČČMŽČ...

5. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít pokoj číslo

a) devatenáct?

b) dvacet tři?

c) třicet?

<u>Úloha 5</u>

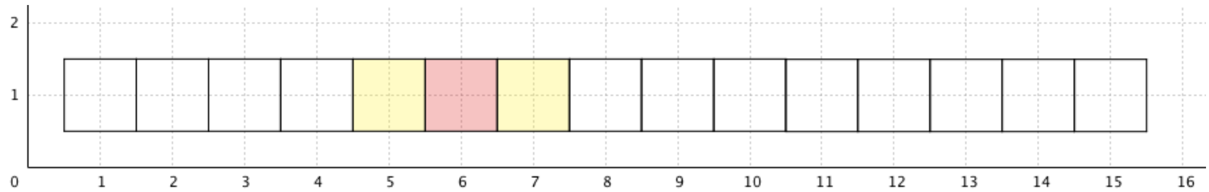
Stejný postup jako u úlohy 4.

<u>Řešení</u>

ZMMZMMZMM...

ZMMZZMMZZMMZ...

6. **Pokračuj.**



<u>Úloha 6</u>

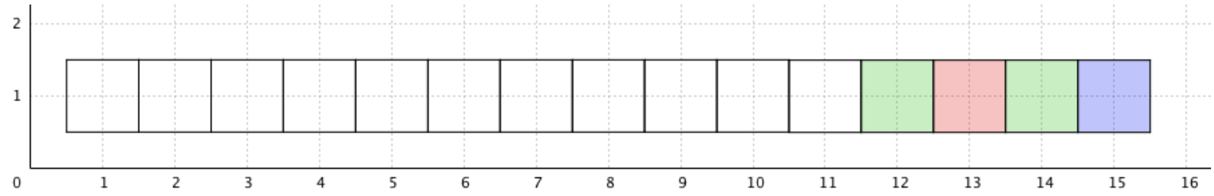
Úloha se od předchozích liší tím, že v zadání je naznačený barevný rytmus, od kterého mají žáci pokračovat dvěma směry, doleva a doprava. Úloha opět připouští více možných řešení. Učitel se také může ptát na barvy pokojů, které nejsou v obrázku zakreslené. Učitel pokládá žákům další otázky v závislosti na aktuální situaci ve třídě. Přikládáme několik návrhů: *Kolik je červených pokojů na obrázku? Kolik je tam žlutých pokojů? Kolik červených pokojů bychom měli v hotelu, který má 30 pokojů?*

<u>Řešení</u>

ŽČŽČŽČŽČ...

ŽŽČŽŽČŽŽČ...

7. **Pokračuj.**



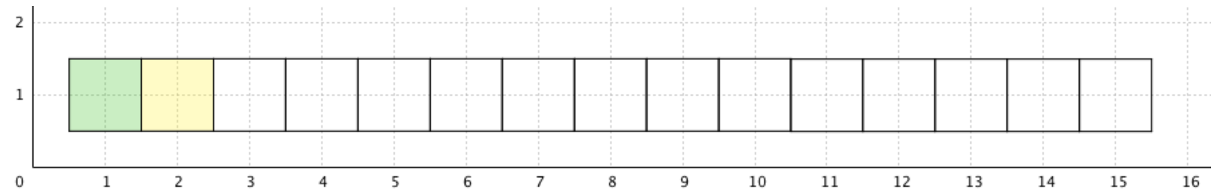
Úloha 7

Žáci pokračují v barevném rytmu zprava doleva. Dále stejný postup jako v úloze 6. Návrhy otázek: *Kolik je na obrázku sudých pokojů? Kolik je tam zelených pokojů? Kterých pokojů je na obrázku nejvíce? Je v hotelu, který má 34 pokojů, více červených nebo modrých pokojů?*

Řešení

ČZMZČZMZČZMZ...

8. Pokračuj. Doplň tabulku.



ŽP	2								
ZP	1								

Úloha 8

Žáci řeší jednoduchou úlohu s barevným rytmem, která má jen jedno řešení. Důležitější než nalezení barevného rytmu je zde evidence čísel v tabulce. Žáci se učí zaznamenávat údaje do tabulky a hledat v ní pravidelnost. Během vyplňování tabulky učitel žáky obchází a všímá si, kdo pravidelnost odhalil a vyplňuje již čísla bez návaznosti na pokoje na obrázku (nedívá se na ně, chybějící pokoje nedokresluje). O vyplněné tabulce diskutujeme: *Jak bychom mohli nazvat čísla žlutých pokojů? Jak bychom mohli nazvat čísla zelených pokojů?* Žáci si všimnou, že čísla v prvním řádku jsou sudá a čísla v druhém řádku lichá. První řádek obsahuje násobky dvou. Učitel potom nechá žáky zjistit součet čísel v prvním řádku a ve druhém řádku.

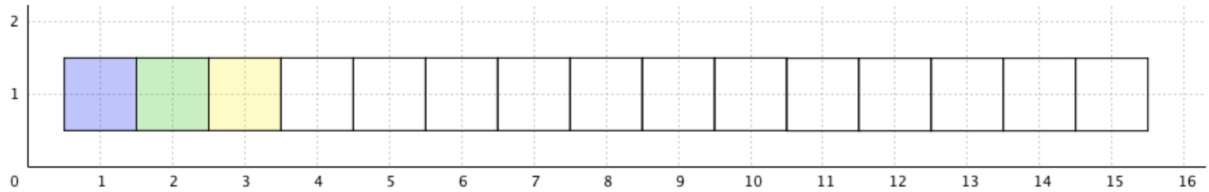
Řešení

ŽP	2	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	**16**	**18**
ZP	1	**3**	**5**	**7**	**9**	**11**	**13**	**15**	**17**

3.3.2 3. ročník

Po prázdninách si povídáme o cestování. Žáci vyprávějí své zážitky a zkušenosti. Učitel se ptá, kdo z žáků byl během prázdnin ubytovaný někde v hotelu.

9. Pokračuj. Doplň tabulku.



ŽP	3							
ZP	2							
MP	1							

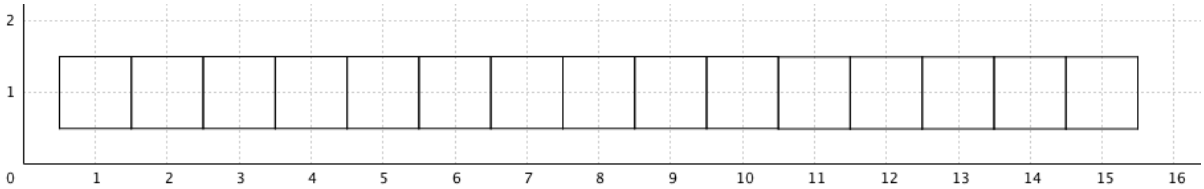
<u>Úloha 9</u>

Žáci získávají zkušenosti s tabulkou jako vhodným a přehledným nástrojem pro evidenci dat. Vztahy a souvislosti, které uspořádáme do tabulky, se tak stávají lépe viditelnými. Učitel to podporuje vhodnými otázkami, které se k vyplněné tabulce vztahují: Jak bychom mohli nazvat čísla žlutých pokojů v prvním řádku tabulky? Jaká čísla máme ve druhém a jaká ve třetím řádku? Co o nich můžeme říct? Jak bychom v řadách pokračovali? O kolik se liší čísla ve sloupcích? Žáci získávají zkušenosti s číselnými posloupnostmi. První řádek představuje násobky tří. Čísla v druhém řádku jsou násobky tří zmenšené o jedna. Čísla ve třetím řádku jsou násobky tří zmenšené o dva. Následující otázky propedeuticky připravují porozumění pojmu součet aritmetické posloupnosti: Jaký je součet čísel v prvním řádku? Jaký je součet čísel ve druhém a ve třetím řádku?

<u>Řešení</u>

ŽP	3	6	9	12	15	18	21	24	27
ZP	2	5	8	11	14	17	20	23	26
MP	1	4	7	10	13	16	19	22	23

10. Očísluj pokoje.



Kolik pokojů se nachází mezi pokoji

a) 3 a 13?
b) 10 a 18?
c) 17 a 25?

<u>Úloha 10</u>

Žáci získávají zkušenosti s počtem pokojů mezi dvěma zadanými pokoji. Pokud žáci sami neobjeví obecný vztah pro výpočet počtu pokojů ležících mezi dvěma zadanými pokoji, učitel jim ho neprozrazuje.

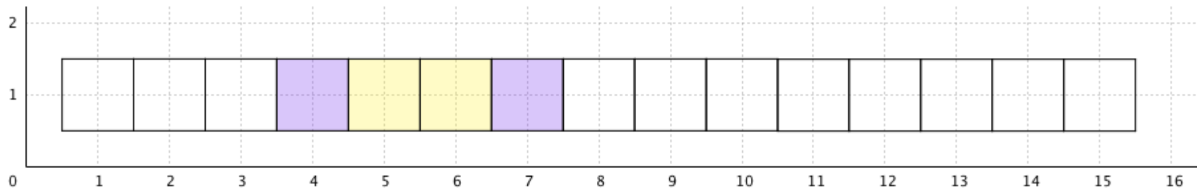
<u>Řešení</u>

a) 9 pokojů

b) 7 pokojů

c) 7 pokojů

11. Pokračuj.



Kolik žlutých pokojů bude mít hotel, který má celkem

a) 24 pokojů?
b) 36 pokojů?
c) 48 pokojů?

Úloha 11

Je běžné, že se žáci prvním pololetí 3. ročníku seznamují s operací dělení. Doplňující otázky se dají jednoduše řešit právě dělením. Učitel však takový způsob řešení žákům neprozrazuje. Nadanější žáci mají šanci tuto strategii sami objevit a poté s ní seznámit spolužáky. Stejně tak je vhodné prezentovat ve třídě i jiné způsoby řešení, aby co nejvíce žáků posílilo své matematické sebevědomí. Vzhledem k tomu, že má barevný rytmus dvě možná řešení, uvádím zde oba možné způsoby řešení doplňujících otázek.

Řešení

FŽŽFŽŽFŽŽ...

a) 16 pokojů

b) 24 pokojů

c) 32 pokojů

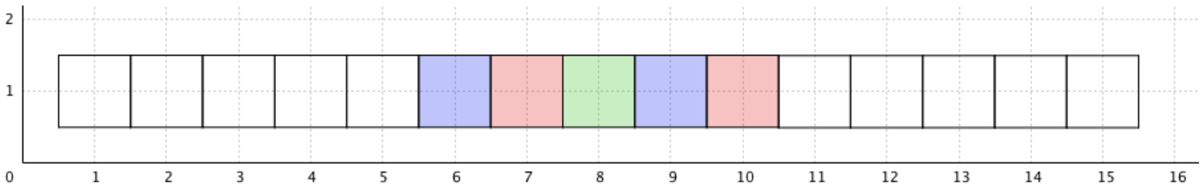
ŽŽFFŽŽFF...

a) 12 pokojů

b) 18 pokojů

c) 24 pokojů

12. Pokračuj.



Kolik všech pokojů musí mít hotel, který má

a) 10 modrých pokojů?
b) 14 červených pokojů?
c) 20 zelených pokojů?

Úloha 12

Doplňující otázky můžeme řešit inverzní (opačnou) operací, než jsme použili v úloze 11. Tam jsme celkový počet pokojů v hotelu znali, teď jej hledáme. Můžeme tedy použít operaci násobení. Charakter doplňujících otázek připouští více možných řešení (jedná se vlastně o proces dělení se zbytkem, který obrátíme – např. odpověď na otázku a) nám říká, že hotel s 30, 31 i 32 pokoji má právě 10 modrých pokojů, protože 30, 31 i 32 dávají po vydělení výsledek 10, případně se zbytkem).

Řešení

ČZMČZMČZMČZM...

a) 30 – 32 pokojů

b) 40 – 42 pokojů

c) 59 – 61 pokojů

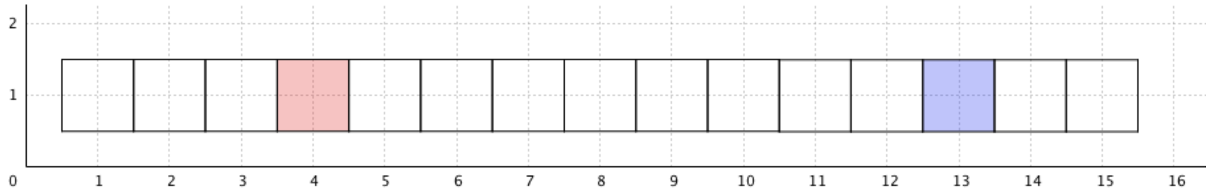
MČZMČMČZMČ...

a) 24 – 25 pokojů

b) 35 – 36 pokojů

c) 98 – 102 pokojů

13. Vybarvi všechny pokoje. Dvě barvy se opakují stále stejným způsobem.



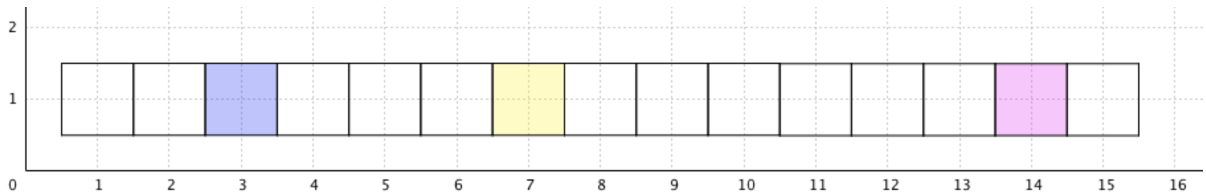
Úloha 13

Žáci řeší náročnější úlohu s barevným rytmem. Odhalit periodu, která se zde opakuje, je těžší, protože vybarvené pokoje spolu nesousedí. Žáci mají z předchozích úloh zkušenosti s opakováním barevného rytmu. Důležité je, že musí být všechny pokoje vždy vybarvené. Je to první úloha s barevným rytmem tohoto typu, a proto je jednoduchá. Žáci střídají modrou a červenou a rychle najdou řešení.

Řešení

MČMČMČMČ...

14. Vybarvi všechny pokoje. Opakují se tři barvy.



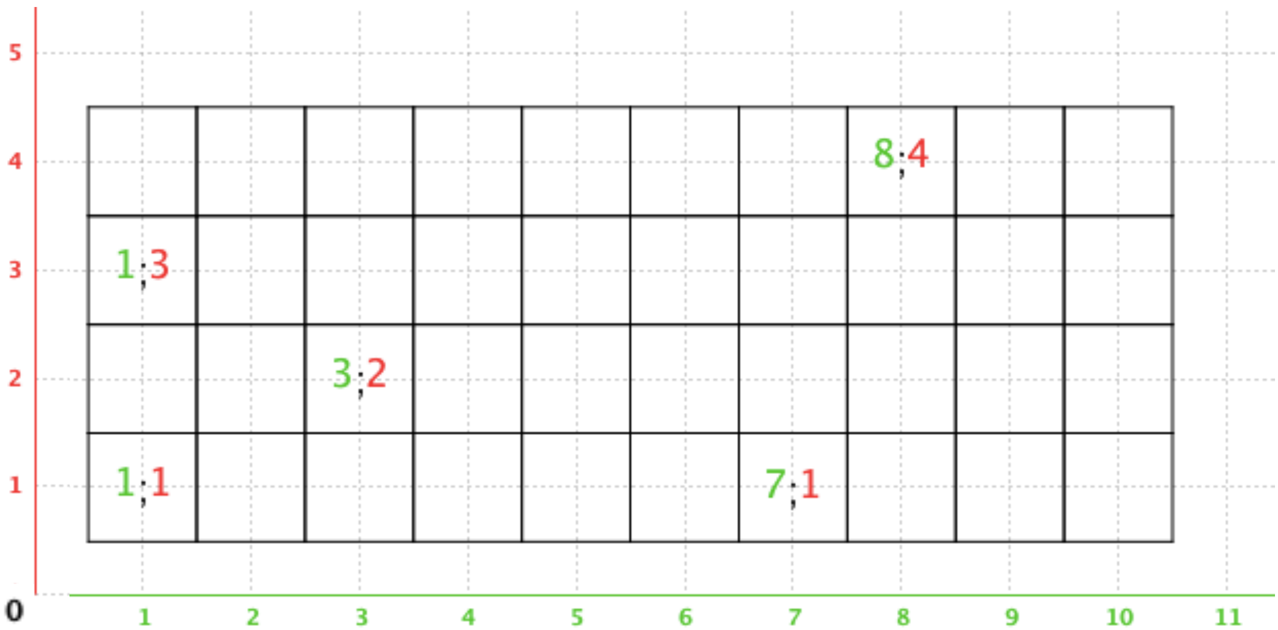
Úloha 14

Další úloha, ve které se opakují tři barvy, je náročnější. Je žádoucí, aby v diskuzi zazněly všechny řešitelské strategie, které žáci použili. Dá se čekávat, že způsoby řešení budou různorodé, protože se jedná společně s úlohou 13 o nový typ úlohy, který řeší poprvé. Teprve časem budou zjišťovat, které strategie jsou rychlé, spolehlivé a přivedou je bezpečně ke správnému výsledku. V tuto chvíli se s nimi potřebují seznamovat a vidět jich co nejvíce.

Řešení

ŽMRŽMRŽMRŽMR...

15. Očísluj všechny pokoje.



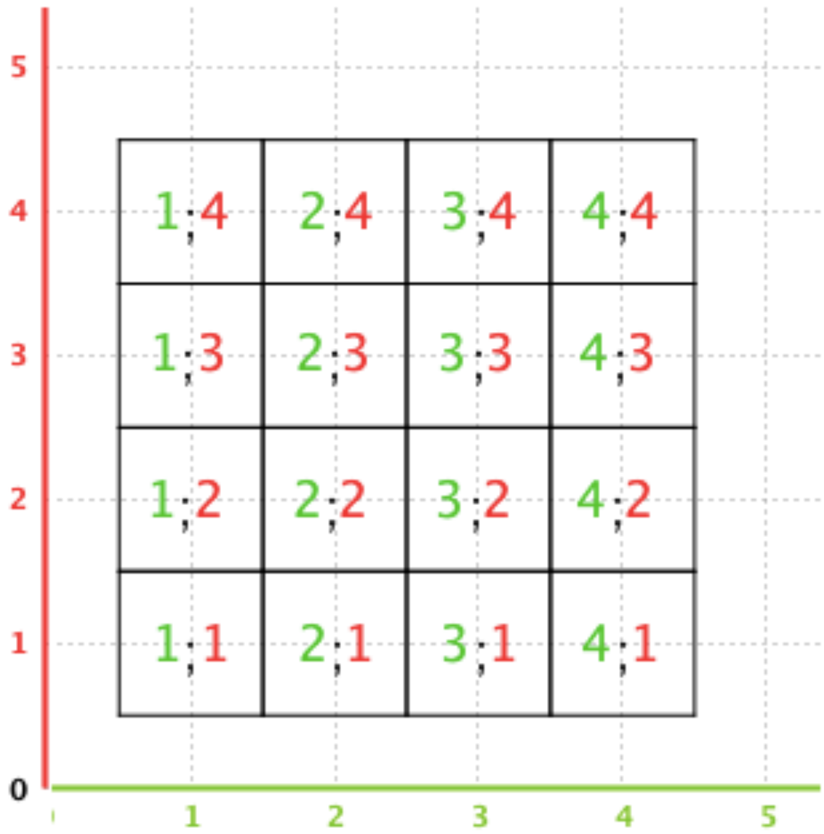
Úloha 15

Předtím, než začnou žáci řešit úlohu, představí učitel ve třídě problematiku číslování vícepodlažního hotelu.

Motivace

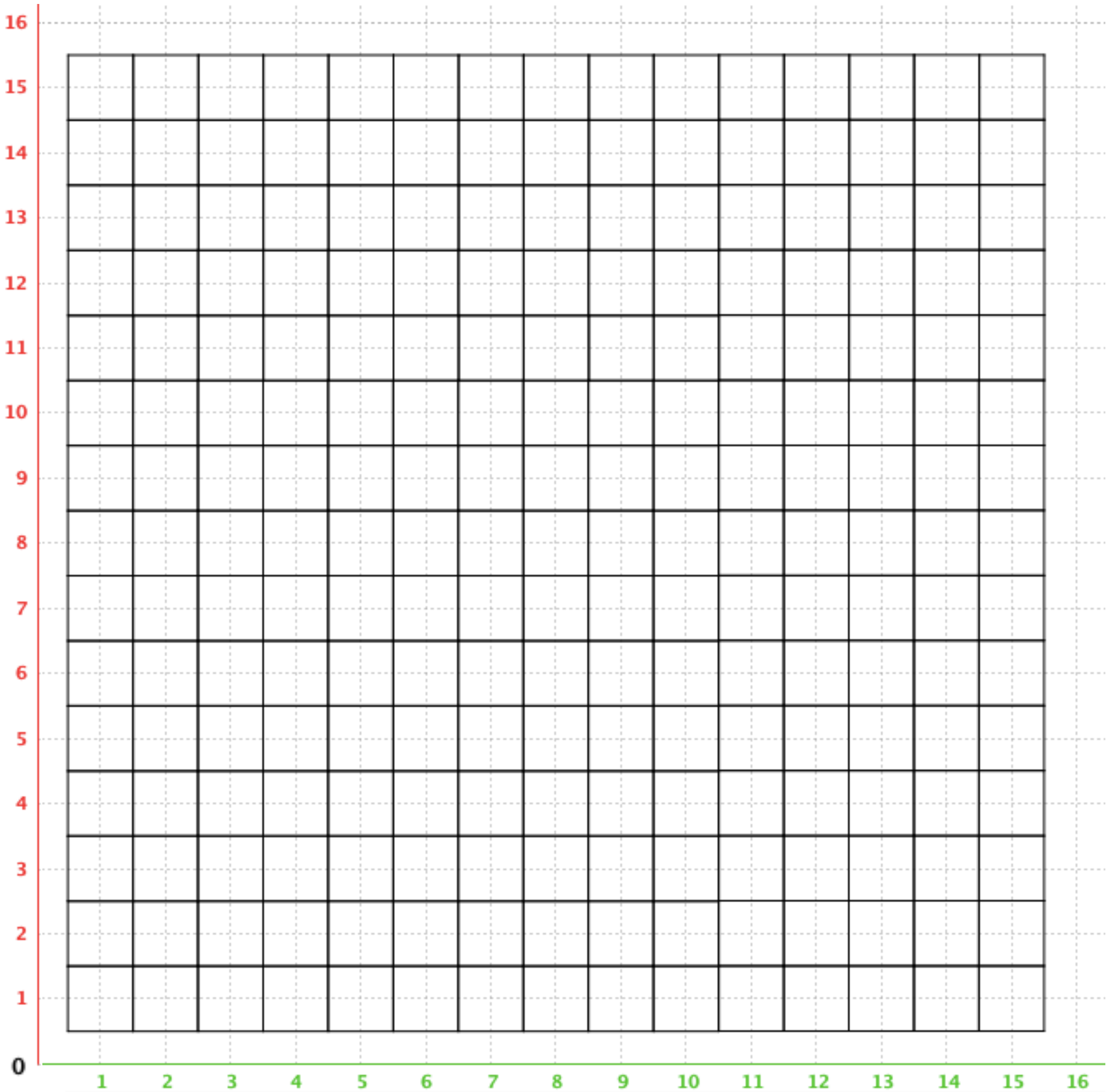
Hotel provozujeme už rok a za tu dobu ho navštívila spousta turistů. Zájem o ubytování je stále větší a náš hotel s jedním podlažím už je malý. Musíme náš hotel zvětšit a rozšířit. Potřebujeme přistavět další podlaží, abychom mohli všechny turisty ubytovat. Představte si, že zájemců je tolik, že je ani nemůžeme spočítat. Je jich nekonečně mnoho, a proto musíme náš hotel rozšířit o nekonečný počet podlaží. Jak to ale zařídit, aby v takovém hotelu každý turista bezpečně našel svůj pokoj? Každý pokoj musí mít jednoznačné označení, aby se nepletl s jiným. Značení pokojů nás nesmí omezovat v nekonečném počtu podlaží a v nekonečném počtu pokojů.

Do hry vstupuje nekonečno a žáci se s ním intuitivně seznamují. Učitel může žáky rozdělit do skupin a dát jim čas na sepsání svých nápadů a jejich vyzkoušení. Nebo může rovnou nechat nápady žáků zaznít v diskuzi. Při prezentování žákovských nápadů je žáci s učitelem posuzují podle toho, zda splňují všechna předem stanovená kritéria (označení musí dávat smysl, musí být jednoznačné a nesmí nás omezovat v počtech pokojů a podlaží, které mohou být nekonečné). Z mých zkušeností jsou již žáci ve 3. ročníku schopni souřadnicový systém společnou prací vyvodit. Učitel může žákům na tabuli nakreslit část čtyřpodlažního hotelu, který si společně vyplní. Ještě lepší je, když takový hotel zůstane ve třídě viset na viditelném místě tak, aby ho měli žáci dobře na očích. Nebo si může každý z žáků vyrobit malou kartičku s očíslovanými pokoji v hotelu sám. Vizuální vnímání a fixace pořadí čísel je zde velmi důležitá. Ze stejného důvodu jsou vodorovné souřadnice označeny zelenou barvou a svislé červenou (na semaforu má zelená přednost před červenou). Stejné barevné značení doporučuji v začátcích užívat i při řešení úloh. Způsob číslování pokoje odpovídá označení bodu v kartézské souřadnicové soustavě. Dohoda je taková, že se vodorovná souřadnice píše na první pozici a svislá na pozici druhou. Abychom odlišili zápis desetinných čísel od zápisu čísla pokoje, budeme s žáky používat středník: 1;1 (čteme „pokoj jedna jedna“ nebo „první pokoj v prvním podlaží“). Je důležité, aby učitel užíval pojem **podlaží** a ne zavádějící pojem patro. (např. v domě je 2. patro zároveň 3. podlaží, v našem číslování by proto vznikl nesoulad; stejně tak neužíváme pro 1. podlaží označení přízemí).



Žáci si samostatně vyzkouší číslování v úloze 15, kde je jejich úkolem očíslovat všechny pokoje v hotelu. Používají přitom zelenou a červenou barvu pro příslušné souřadnice. To má i další výhodu – některým žákům se nebude chtít střídat v ruce pastelky pokaždé, co napíšou jednu souřadnici. Lze proto očekávat, že si práci zjednoduší tím, že nejprve vyplní např. všechny zelené souřadnice a potom všechny červené. Takový postup je žádoucí, protože si tak spíše uvědomí, že červená čísla označující podlaží pokoje jsou v jednom řádku stejná, stejně jako jsou stejná všechna zelená čísla v jednom sloupci označující pořadí pokoje.

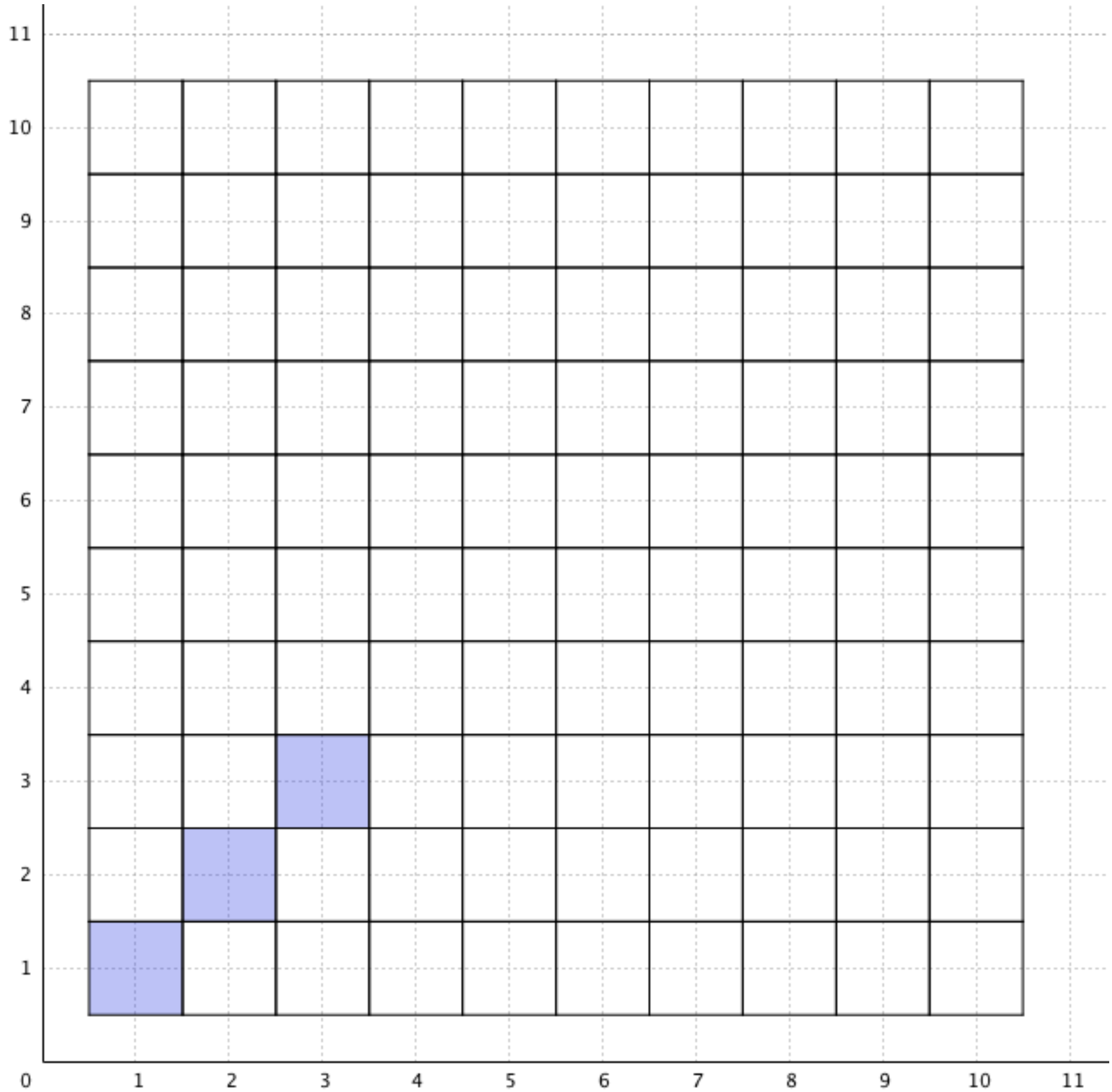
16. **Očísluj pokoje: (1;1), (7;1), (13;1), (2;2), (2;8), (2;15), (3;3), (4;4), (10;10), (15;15), (5;6), (6;5), (9;14), (14;9), (3;15).**



<u>Úloha 16</u>

V této úloze již žáci nečíslují všechny pokoje v hotelu. Zde se učí vyhledávat pokoj podle jeho čísla rychlým způsobem. K orientaci žákům slouží barevné číselné osy.

17. Pokračuj a vyplň tabulku.



pořadí pokoje	1	2								
podlaží	1	2								

<u>Úloha 17</u>

V úloze se poprvé objevuje dvourozměrný lineární barevný rytmus. Žáci do tabulky zaznamenají čísla pokojů, které vybarvili.

<u>Motivace</u>

V hotelu se můžeme pohybovat dvěma způsoby. Po chodbách můžeme chodit vodorovně. Nebo můžeme použít schody a dostat se do jiného podlaží svislým pohybem. Jinak než vodorovně a svisle turisti v hotelu chodit nemohou.

Pan Modrý zapomněl, ve kterém pokoji bydlí. Věděl jen, že obě čísla jeho pokoje jsou stejná, proto musel všechny takové pokoje obejít a vyzkoušet svůj klíč. Po hotelu se mohl pohybovat jen vodorovně a svisle. Modré pokoje vyznačují jeho cestu.

Učitel položí žákům otázku: Jak byste popsali cestu pana Modrého z pokoje 1;1 do pokoje 2;2? Žáci zmíní dva možné způsoby, které jsou nejkratší:

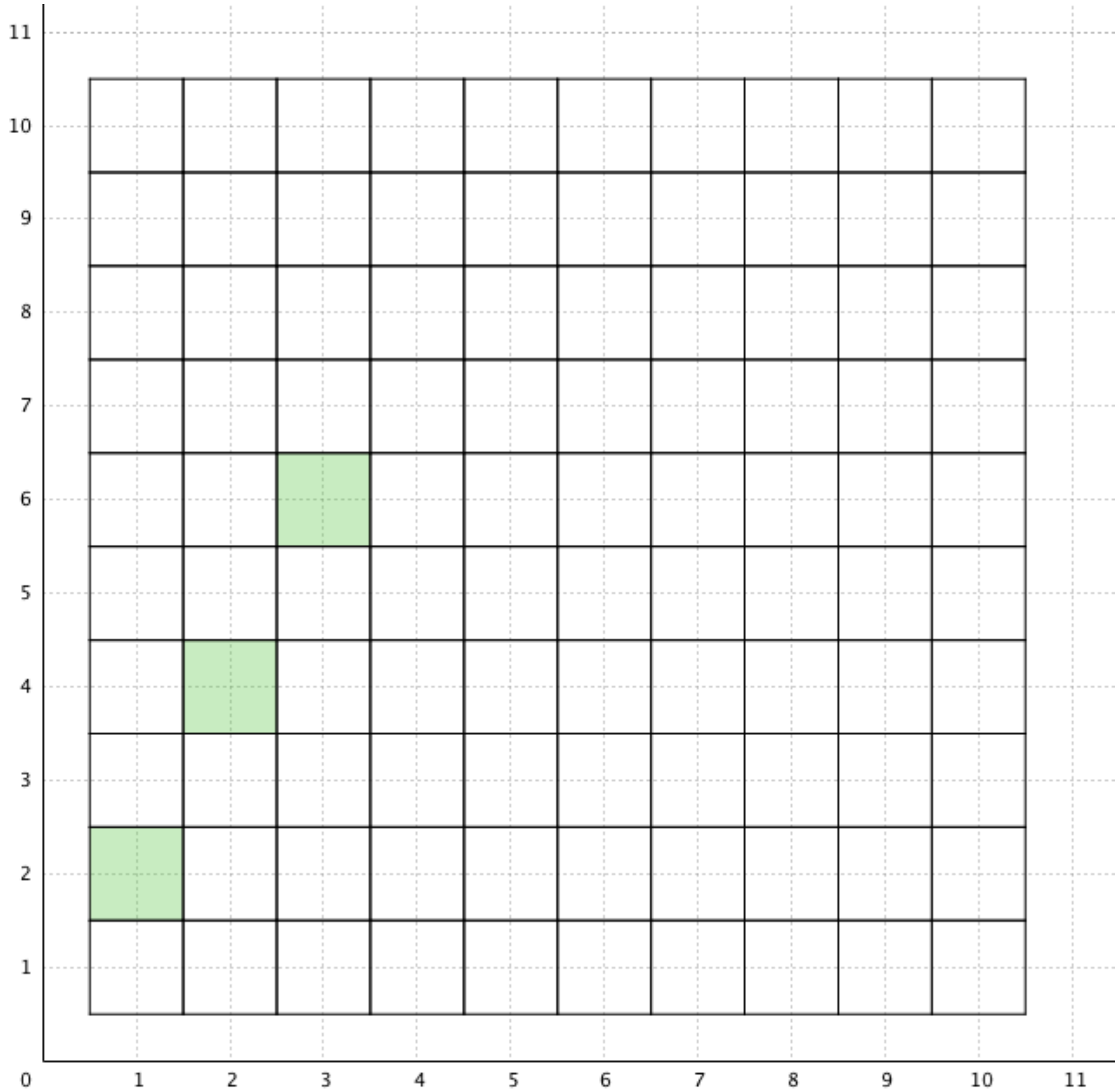
- doprava, nahoru
- nahoru, doprava

Učitel pokračuje: Jak byste takovou cestu zapsali? Dá se očekávat, že pokud mají žáci zkušenosti s popisem cesty z bodu do bodu ve čtvercové síti pomocí šipek, aplikují stejný způsob i zde. Učitel to uvítá. Zapíšeme (1;1) →↑ (2;2) nebo (1;1) ↑→ (2;2).

<u>Řešení</u>

pořadí pokoje	1	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
podlaží	1	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

18. Pokračuj a vyplň tabulku.



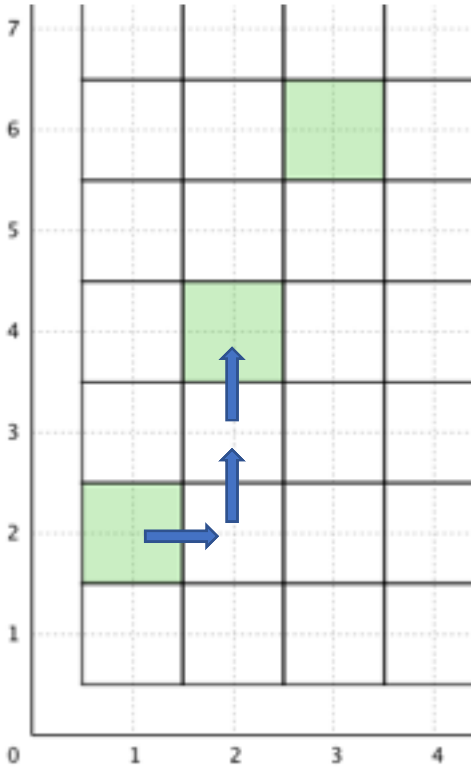
pořadí pokoje	1	2									30	
podlaží	2	4										100

Zapiš cestu pomocí tří šipek: (1;2) _____________ (2;4)

<u>Dohoda</u>: Cestu z pokoje 1;2 do pokoje 2;4 nazýváme **základní**, protože vede mezi dvěma nejbližšími zelenými pokoji. Mezi pokojem 1;2 a 2;4 již žádný další zelený pokoj není. Naopak cesta z pokoje 1;2 do pokoje 3;6 jeden zelený pokoj přeskočila, proto základní není.

Úloha 18

Při řešení úlohy musí mít žáci na paměti, že se při cestě do nejbližšího pokoje pohybují stále stejným způsobem. O vyplněné tabulce vedeme ve třídě diskuzi. Učitel se v ní zaměřuje také na poslední dva sloupce tabulky a ptá se žáků, jakým způsobem při jejich vyplňování postupovali. Žáci zapíší cestu z prvního pokoje do sousedního. Učitel potom může nechat žáky zapsat cesty z různých dvou pokojů (i z těch, které spolu přímo nesousedí). Rozlišujeme přitom cesty základní a ostatní (viz rámeček níže). Pro lepší přehlednost a orientaci si žáci mohou šipky do hotelu přímo zakreslit, jak ukazuje obrázek.



Řešení

pořadí pokoje	1	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	30	**50**
podlaží	2	4	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	**16**	**18**	**20**	**60**	100

(1;2) →↑↑ (2;4)

Dohoda: Cestu z pokoje 1;2 do pokoje 2;4 nazýváme **základní**, protože vede mezi dvěma nejbližšími zelenými pokoji. Mezi pokojem 1;2 a 2;4 již žádný další zelený pokoj není. Naopak cesta z pokoje 1;2 do pokoje 3;6 jeden zelený pokoj přeskočila, proto základní není.

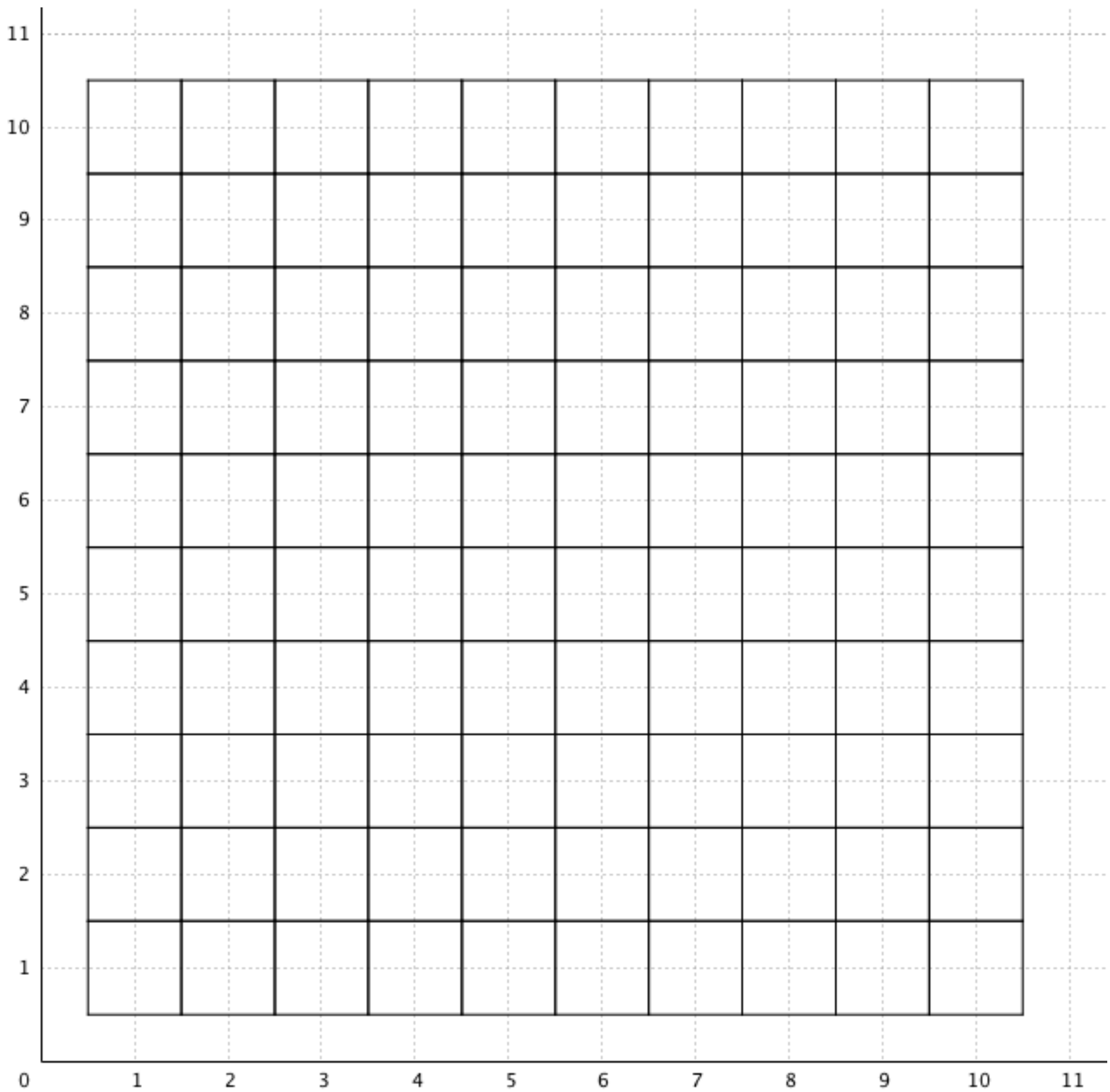
Text v rámečku se žákům předkládá kvůli ujasnění terminologie, která se bude v dalších úlohách používat. Hledání základní cesty je propedeuticky důležité pro pozdější porozumění vektorům v analytické geometrii. Když základní cestu ve tvaru →↑↑ vynásobím dvěma, dostaneme cestu →→↑↑↑↑. Tuto cestu můžeme vidět v úloze při cestování z pokoje 1;2 do pokoje 3;6. Tato cesta však přeskočí pokoj 2;4. Žáci intuitivně získávají zkušenosti s násobením vektoru přirozeným číslem.

19. Vybarvi pokoje,

a) které mají obě čísla stejná, červeně.

b) které mají první číslo (označující pořadí pokoje) větší než druhé, modře.

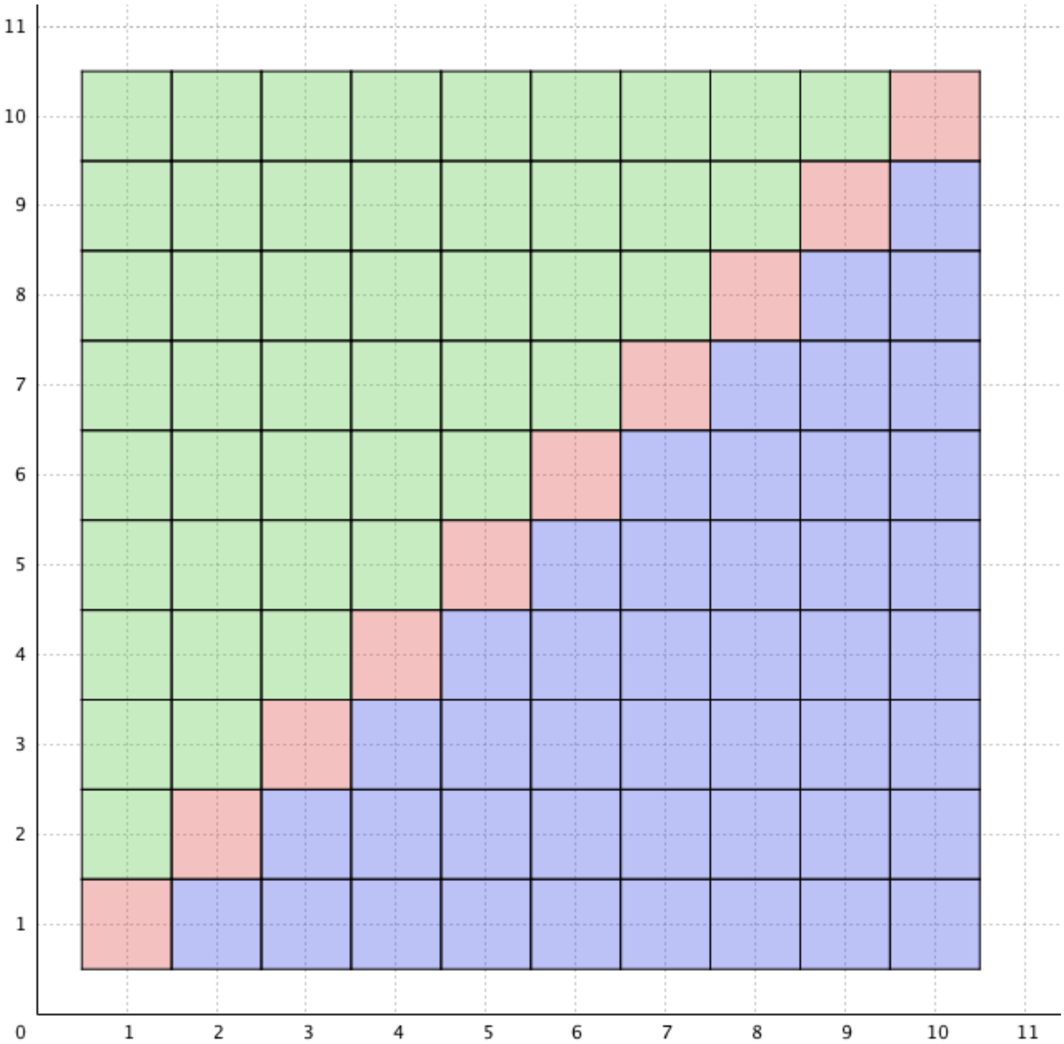
c) které mají druhé číslo (označující podlaží) větší než první, zeleně.



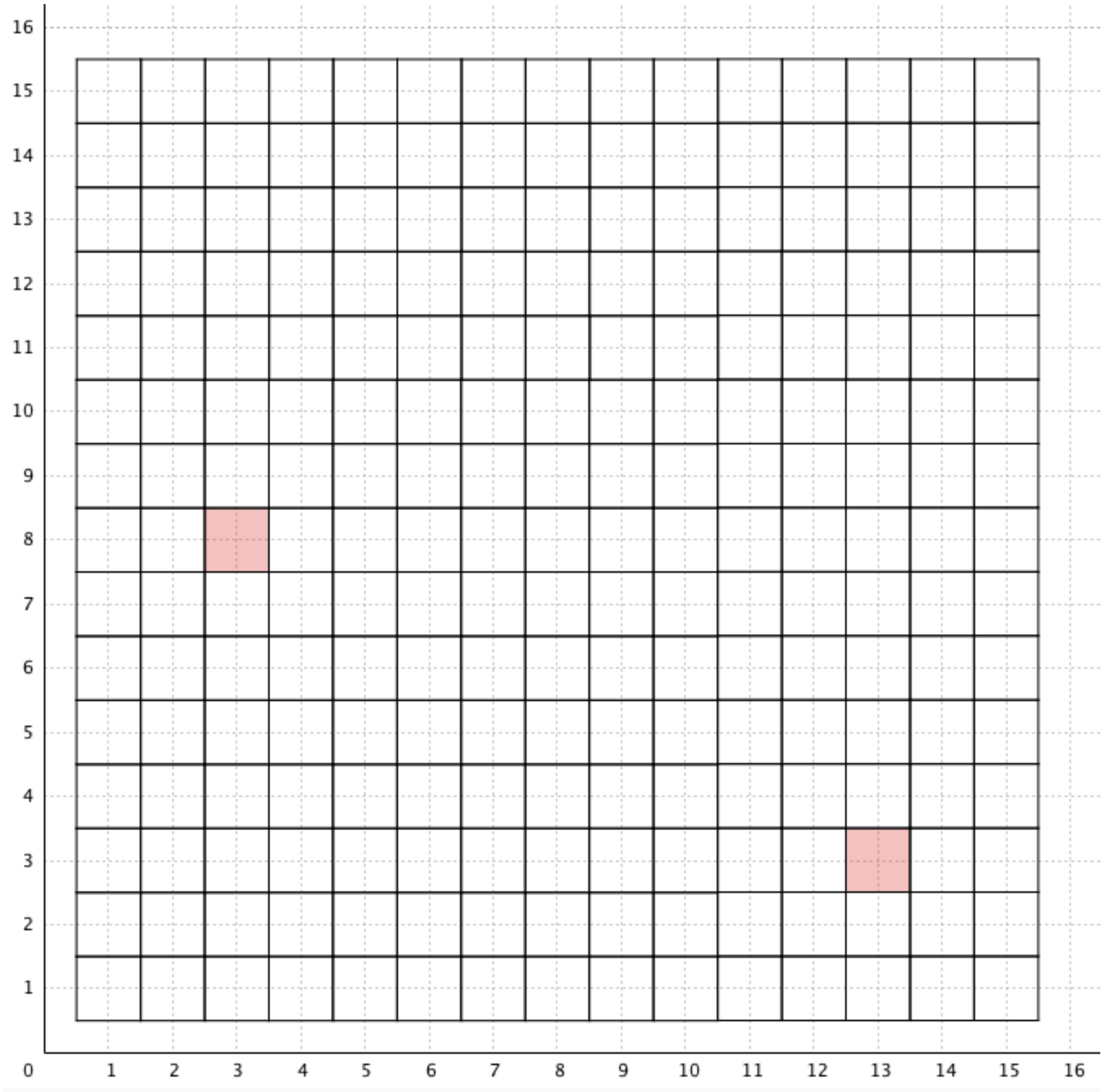
Úloha 19

Žáci se seznamují se základními vlastnostmi lineárních funkcí. Podmínku a) splňují čísla pokojů ležící na úhlopříčce hotelu. Podmínku b) splňují čísla pokojů ležící pod touto úhlopříčkou, podmínku c) splňují čísla pokojů ležící nad touto úhlopříčkou. O všem s žáky diskutujeme.

Řešení



20. Pokračuj. Najdi základní červenou cestu a vybarvi pokoje.



Popiš červenou cestu v hotelu z jednoho červeného pokoje do dalšího pomocí šipek:

(;) _______________ (3 ; 8) _______________ (;) _______________

(;) _______________ (;) _______________ (;) _______________

(13 ; 3) _______________ (;)

Úloha 20

Učitel může nechat nejprve žáky řešit úlohu samostatně. Podmínka je přitom stejná – při cestě do nejbližšího pokoje se pohybuji stále stejným způsobem. Většina žáků pravděpodobně odhalí, že cesta z pokoje do sousedního je →→↓, respektive ←←↑.

Tímto způsobem vybarvíme všechny možné pokoje, které na cestě leží. Je možné, že si někteří žáci nebudou umět s úlohou poradit. Učitel proto může nechat žáky řešit ve dvojici nebo větší skupině. Důležitá je následná diskuze o tom, jak žáci úlohy řešili. Efektivní strategie je ta, ve které si spočítám rozdíl čísel podlaží, ve kterém se oba pokoje nacházejí, a pořadí pokojů (3;8) a (13;3):

3 – 8 = -5

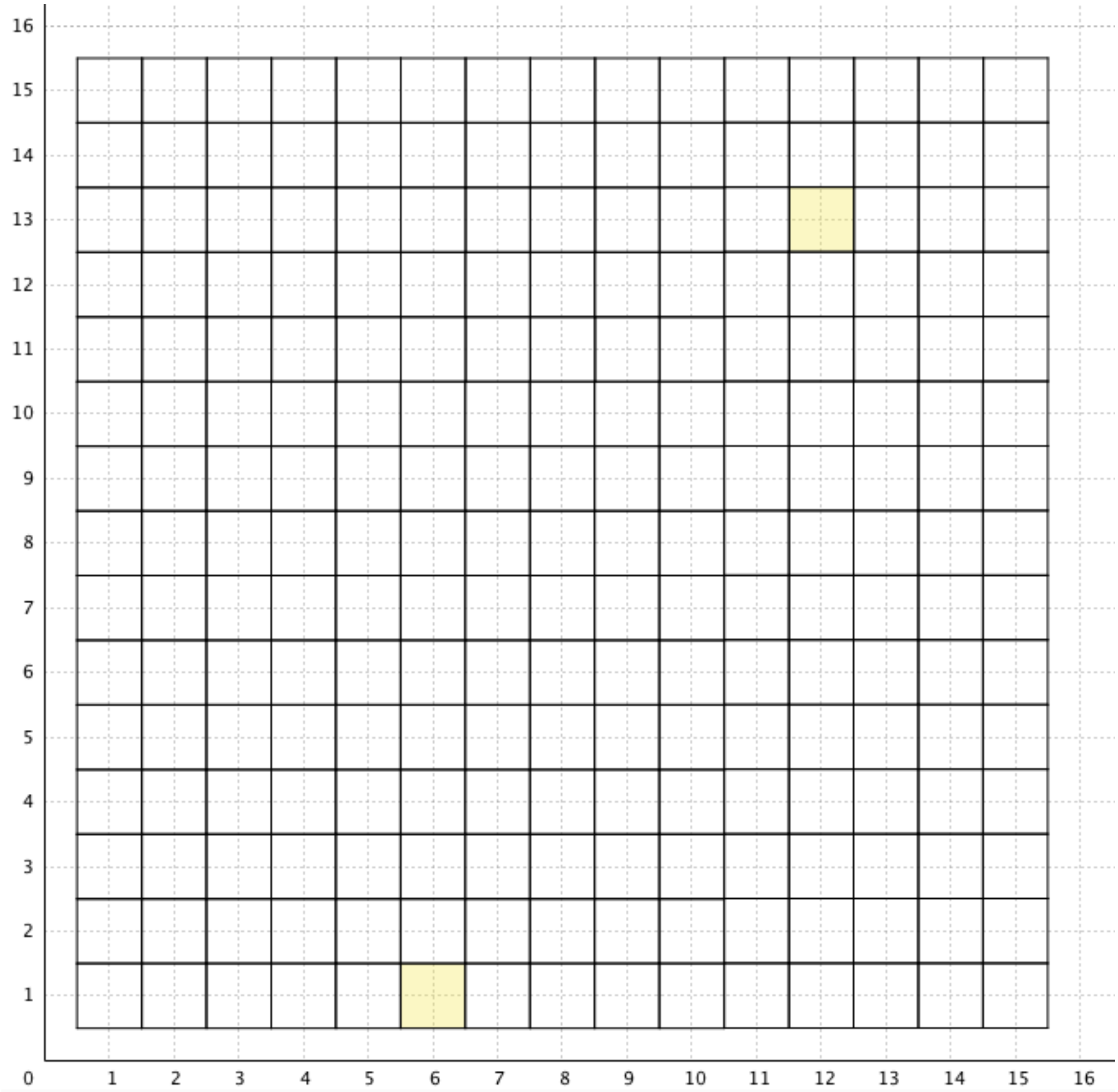
13 – 3 = 10

Z výsledků zjistím cestu z jednoho pokoje do druhého: (3;8) 10→5↓ (13;3). Obě čísla mohu vydělit 5, takže získám základní cestu ve tvaru →→↓. Je možné, že nadanější žák tuto strategii objeví, potom je žádoucí, aby ji sdělil spolužákům. Učitel sám ale žákům nic neprozrazuje. Pomoci může žákům také úkol, který je pod hotelem. Tam mají žáci doplnit šipky a čísla pokojů, které budou v hotelu vybarvené. Zadání napovídá, že mezi dvěma pokoji, které jsou v zadání hotelu vybarvené, mají být další čtyři pokoje.

<u>Řešení</u>

(1;9) →→↓ (3;8) →→↓ **(5;7)** →→↓ **(7;6)** →→↓ **(9;5)** →→↓ **(11;4)** →→↓ (13;3) →→↓ **(15;2)**

21. Pokračuj. Najdi základní žlutou cestu a vybarvi pokoje.



Zapiš cestu z jednoho žlutého pokoje do nejbližšího dalšího žlutého pokoje (tedy základní cestu) pomocí šipek:

(;) _______________ (;)

<u>Úloha 21</u>

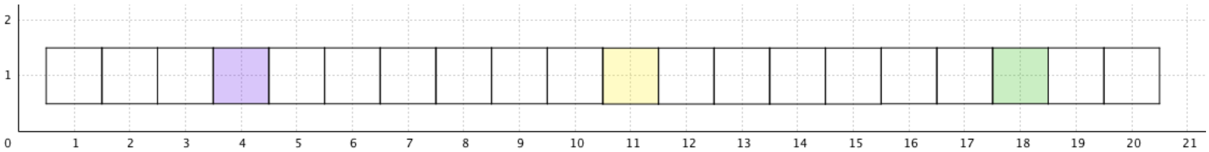
Jedná se o stejný typ úlohy jako v předchozí úloze 20. Žáci potřebují řešením většího množství podobných úloh získat potřebné zkušenosti a vhled. Musí mít dostatek prostoru, aby si vyzkoušeli různé metody řešení a zjistili, která jim nejvíce vyhovuje.

<u>Řešení</u>

žluté pokoje: (6;1) →↑↑ **(7;3)** →↑↑ **(8;5)** →↑↑ **(9;7)** →↑↑ **(10;9)** →↑↑ **(11;11)** →↑↑ (12;13) →↑↑ **(13;15)**

3.3.3 4. Ročník

22. Vybarvi všechny pokoje. Opakují se tři barvy.



Do každého políčka v prvním sloupci tabulky doplň jednu ze tří barev, které se v barevné řadě střídají. V každém řádku budou čísla pokojů příslušné barvy. Začni od nejnižších čísel a postupně v řadě pokračuj.

Co můžeš z tabulky vyčíst? Jaké číslo má čtvrtý žlutý pokoj? Jaké číslo má osmý zelený pokoj? Jakou barvu má pokoj číslo 19 a kolikátý pokoj příslušné barvy to je?

Jaké je číslo

a) desátého fialového pokoje?
b) jedenáctého žlutého pokoje?
c) patnáctého zeleného pokoje?
d) sedmnáctého žlutého pokoje?
e) dvacátého fialového pokoje?
f) padesátého žlutého pokoje?

Urči barvu pokoje a jeho pořadí v barevné posloupnosti

g) pokoj číslo 29
h) pokoj číslo 34
i) pokoj číslo 42
j) pokoj číslo 52
k) pokoj číslo 59
l) pokoj číslo 111

<u>Úloha 22</u>

Po prázdninách žáci řeší typ úlohy, který již znají. Barevná perioda tří prvků se opakuje stále stejným způsobem. Žáci mají při práci s prázdnou tabulkou větší autonomii. Musí si sami rozmyslet, jak do ní čísla uspořádat a jak se v ní orientovat, aby z ní vyčetli podstatné vztahy. Otázky, které jsou pod tabulkou, pomáhají žákům v uvědomění si významu tabulky. Učitel může žákům pokládat další podobné otázky, nebo si mohou otázky k tabulce pokládat spolužáci navzájem. Žáci si mohou v záhlaví tabulky očíslovat jednotlivé sloupce, aby se v tabulce orientovali rychleji (viz řešení). Nadanější žáci tento postup mohou odhalit sami, když jim k tomu dá učitel příležitost.

Když si prohlédneme vyplněnou tabulku, vidíme, že každý řádek ukazuje prvních devět členů aritmetické posloupnosti. Každé dva sousední členy se liší o tři. Fialová posloupnost je tvořená násobky tří zmenšenými o dva. Její vzorec pro vyjádření libovolného členu je $a_n = 3n - 2$. Třetí člen fialové posloupnosti můžeme nalézt tak, že do vzorce za *n* dosadíme 3. $a_3 = 3 * 3 - 2 = 7$. Když se podíváme do tabulky, zjistíme, že třetí fialový pokoj má skutečně číslo 7. Žáci tímto způsobem při řešení doplňujících otázek a) – f) vlastně zjišťují hodnotu členu aritmetické posloupnosti. Tyto náročné termíny však s žáky zatím nepoužíváme. Podobně můžeme najít vzorec pro zelenou posloupnost, což jsou násobky tří zmenšené o jedna. Její vzorec pro vyjádření libovolného členu je tentokrát $a_n = 3n - 1$. Nejjednodušší vzorec pro vyjádření libovolného členu má posloupnost žlutých čísel, protože se jedná o násobky tří: $a_n = 3n$. Žádné ze vzorců žákům nepředkládáme. O tabulce a číselných posloupnostech si však s žáky povídáme a necháme je zákonitosti odhalovat samotné. U otázek g) – l) žáci naopak číslo pokoje znají (tedy hodnotu členu posloupnosti) a zjišťují, do které barevné posloupnosti a na kolikáté pořadí patří.

<u>Řešení</u>

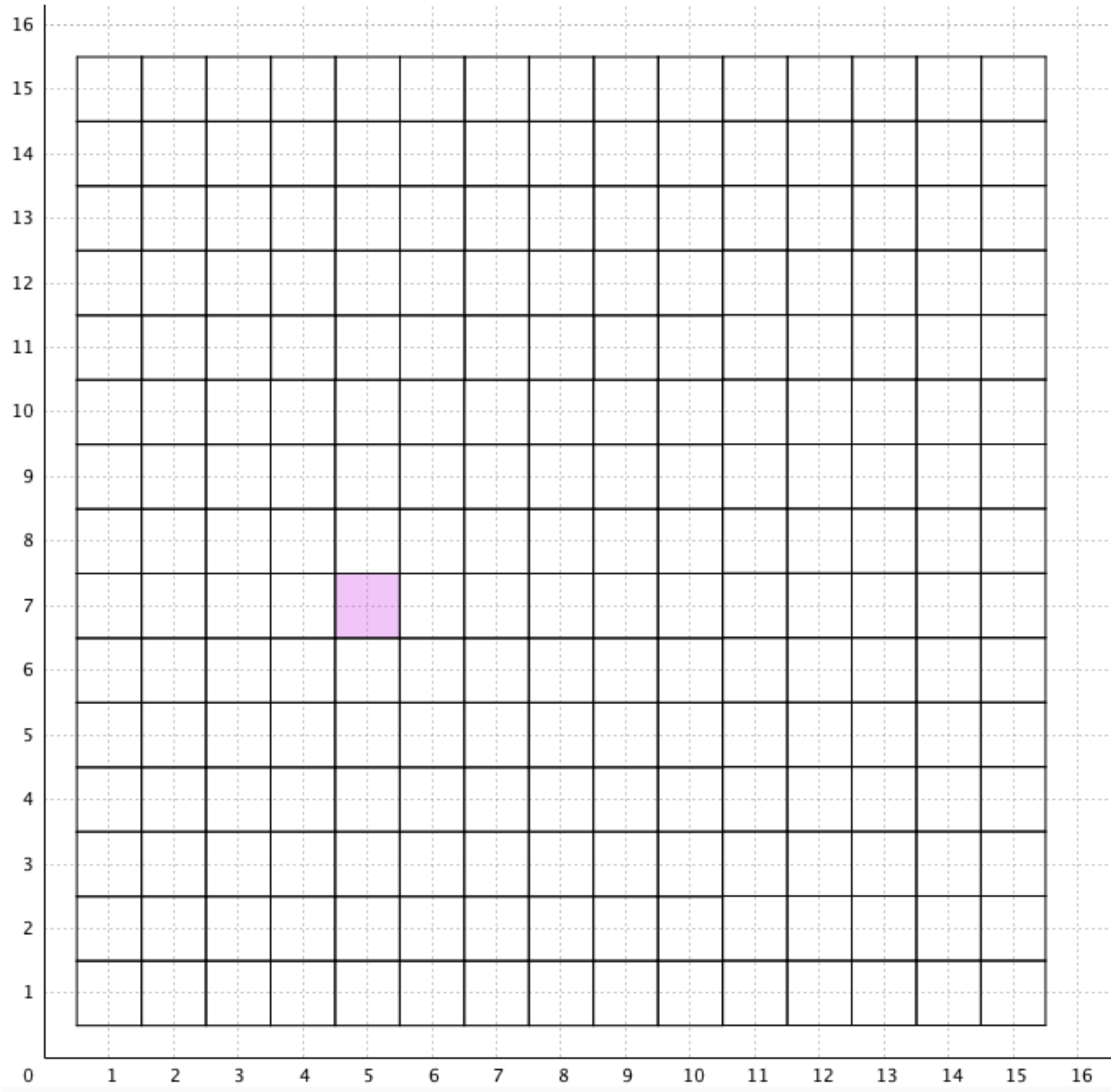
FŽZFŽZFŽZFŽZ...

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
FP	1	4	7	10	13	16	19	22	25

ZP	2	5	8	11	14	17	20	23	26
ŽP	3	6	9	12	15	18	21	24	27

a) 28
b) 33
c) 44
d) 51
e) 58
f) 150
g) 10. zelený pokoj
h) 12. fialový pokoj
i) 14. žlutý pokoj
j) 18. fialový pokoj
k) 20. zelený pokoj
l) 37. žlutý pokoj

23. Pokoj 5;7 je růžový. Pokračuj z něho základní růžovou cestou →↑↑↑ a navštívené pokoje vybarvi.



(5;7) ______________ (;) ______________ (;) ______________ (;)

Jak by vypadala cesta, pokud bychom pokračovali z pokoje 5;7 opačným směrem? Navštívené pokoje vybarvi a opět celu cestu zapiš:

(5;7) _____________ (;) _____________ (;) _____________ (;)

Porovnej obě cesty z pokoje 5;7. Všiml sis něčeho zajímavého?

Dohoda: Při zapisování cesty budeme jako první zapisovat šipky ve vodorovném směru (šipky → a ←) a jako druhé v pořadí budeme psát šipky svislé (šipky ↑ a ↓).

Úloha 23

V úloze si po prázdninách připomeneme způsob cestování ve vícepodlažním hotelu. Připomeneme si také, co je to základní cesta. Porovnáním obou základních cest z pokoje 5;7 objeví žáci důležitý poznatek z analytické geometrie: šipky v obou cestách jsou opačné. Žáci tak intuitivně získávají zkušenosti s násobením vektoru číslem -1.

Řešení

(5;7) →↑↑↑ **(6;10)** →↑↑↑ **(7;13)** →↑↑↑ **(8;16)**

(5;7) ←↓↓↓ **(4;4)** ←↓↓↓ **(3;1)** ←↓↓↓ **(2;-2)**

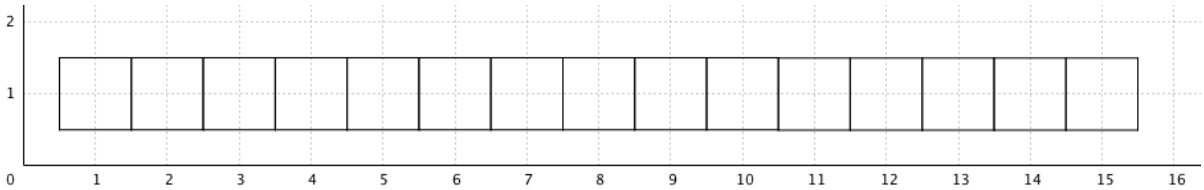
Poslední pokoj s číslem 2;-2 zde uvádím navíc. Je pravděpodobné, že žáci se shodnou na tom, že pokoj 3;1 je poslední, kam se cestou ←↓↓↓ dostanu, a úloha nemá další řešení. Žáci se v tu chvíli opírají o sémantiku – podzemní podlaží v hotelu zatím nemáme. Učitel to respektuje. Je ale možné, že nadanější žák má již ve 4. ročníku představu o záporných číslech a umí s nimi zacházet. Pokud spolužáky seznámí se svým řešením, můžeme se ve třídě dohodnout na rozšíření hotelu i o podzemní podlaží. V tom případě nesmíme zapomenout na podlaží 0, abychom zachovávali soulad s kartézskou souřadnicovou soustavou. Teprve pod nultým podlažím budou pokračovat podlaží -1, -2, -3, ... Obdobně můžeme samozřejmě pokračovat v rozšíření hotelu směrem doleva a přidat záporná čísla do vodorovné souřadnice. Vzhledem k tomu, že zde ale chybí sémantická vazba na reálnou skutečnost (nikde nečíslujeme pořadí pokojů pomocí záporných čísel), tento postup ve 4. ročníku prozatím nedoporučuji.

Dohoda: Při zapisování cesty budeme jako první zapisovat šipky ve vodorovném

směru (šipky → a ←) a jako druhé v pořadí budeme psát šipky svislé (šipky ↑ a ↓).

Dohoda o pořadí šipek v zápisu cesty odráží pravidlo o zápisu vodorovné souřadnice hotelu (pořadí pokoje) na prvním místě a svislé souřadnice (číslo podlaží) na druhém místě. I když mají cesty →↑ a ↑→ stejný počátek a konec, budeme volit první způsob zápisu.

24. Očísluj pokoje.



Kolik pokojů se nachází mezi pokoji

a) 1 a 2?
b) 10 a 15?
c) 14 a 20?
d) 18 a 29?
e) 30 a 60?
f) 100 a 50?

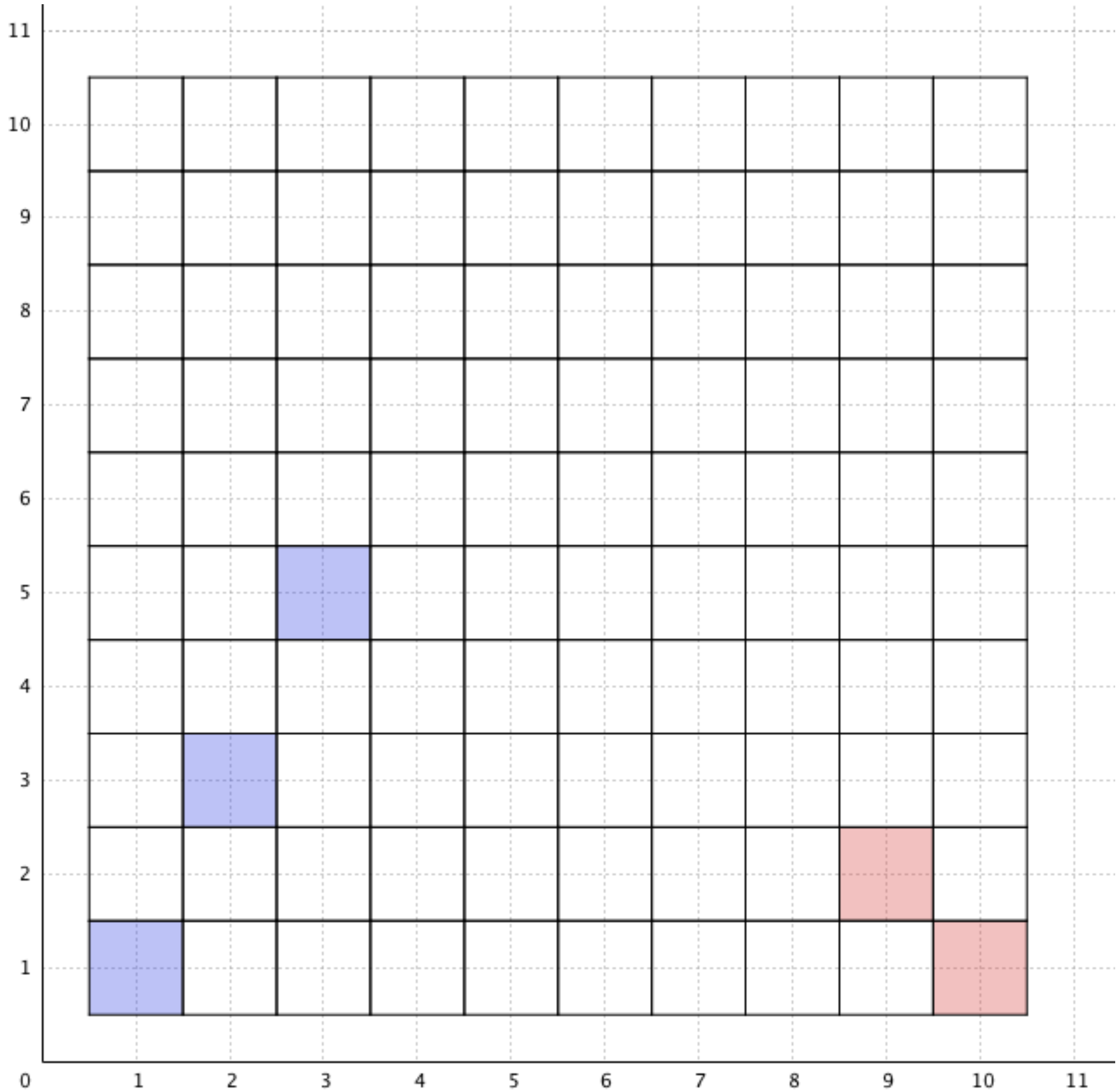
__Úloha 24__

Série doplňujících otázek vede žáky k objevu obecného vztahu pro výpočet počtu pokojů ležících mezi dvěma zadanými pokoji. Pokud ho žáci sami neobjeví, učitel nechá žáky porovnat rozdíly čísel pokojů a počty pokojů, které mezi nimi leží. Žáci zjistí, že se obě čísla liší o 1 (počet pokojů ležících mezi dvěma zadanými pokoji je o jedna menší než rozdíl čísel pokojů).

<u>Řešení</u>

a) 0 pokojů
b) 4 pokoje
c) 5 pokojů
d) 10 pokojů
e) 29 pokojů
f) 49 pokojů

25. Pokračuj a vyplň tabulky.



pořadí pokoje	1	2	3							
podlaží										

pořadí pokoje									9	10
podlaží										

<u>Dohoda</u>: Našel jsi pokoj, který náleží oběma cestám? Takový pokoj nazveme

průsečík cest.

Úloha 25

Žáci řeší úlohu se dvěma barevnými cestami. Do tabulek zaznamenávají čísla vybarvených pokojů. Je možné, že se žáci budou ptát, jak mají vybarvit pokoj 4;7, který náleží oběma barevným cestám. Učitel jim v tom případě neradí, ale povzbudí je v hledání kreativního řešení. Dá se očekávat, že žáci buď vybarví polovinu pokoje modře a polovinu červeně, nebo vybarví celý pokoj fialovou barvou. Žáci tak intuitivně hledají průsečík dvou lineárních funkcí. S žáky takový pokoj nazveme **průsečík cest**, jak je napsáno v dohodě:

Dohoda: Našel jsi pokoj, který náleží oběma cestám? Takový pokoj nazveme **průsečík cest**.

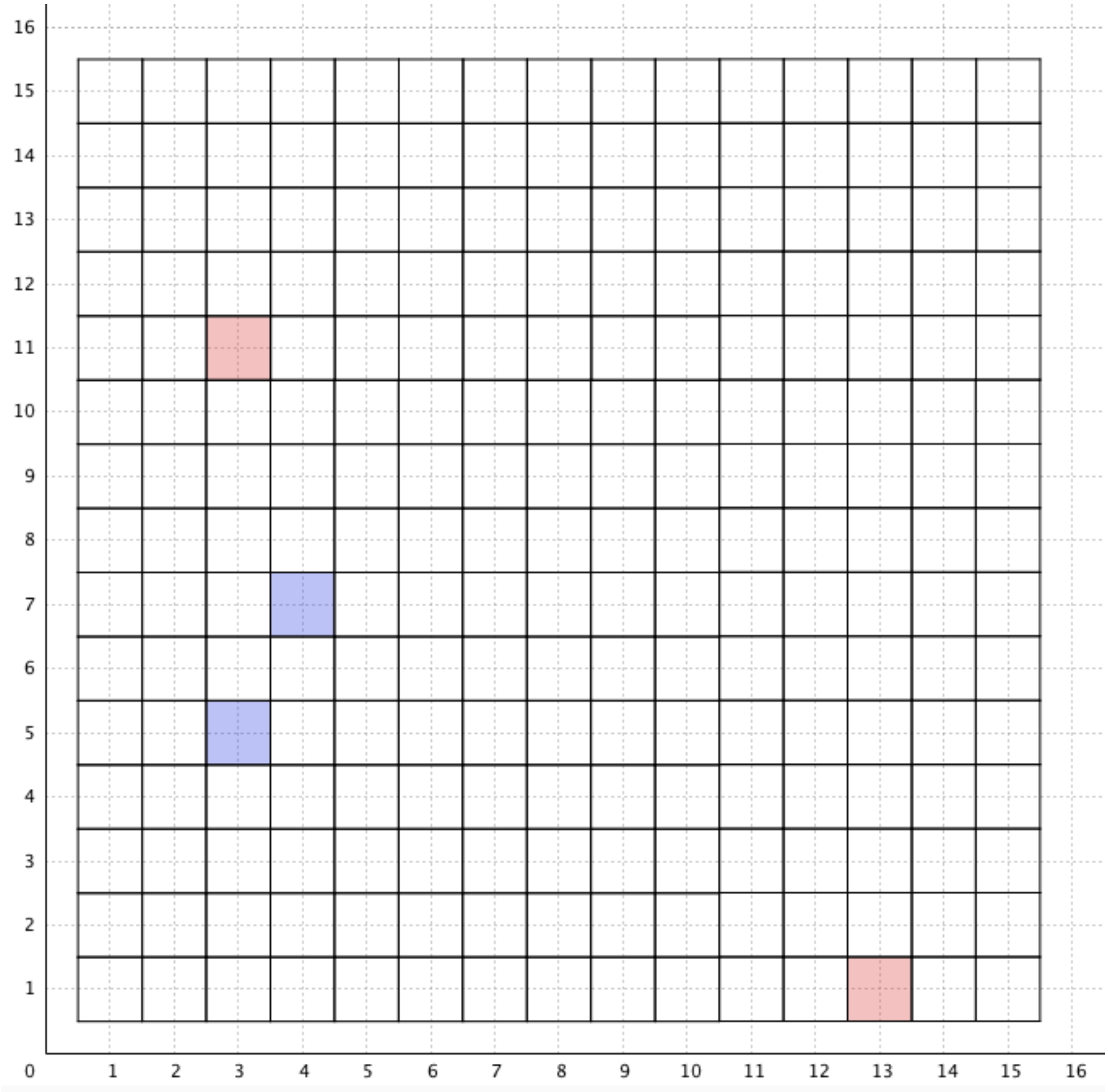
Žáci tak rozšíří význam pojmu průsečík, který znají z geometrie, do další matematické oblasti, ve které se běžně používá. V následné diskuzi se učitel ptá na další vztahy, které lze z obrázku nebo tabulek vyčíst. Pokud to nezmíní sami žáci, učitel zaměří jejich pozornost na porovnání jednotlivých řádků obou tabulek. Čísla v prvních řádcích tabulek označující pořadí pokoje jsou záměrně řazena stejně, a to vzestupně zleva doprava. Čísla podlaží v modré tabulce směrem doprava **rostou**. Modrá cesta znázorňuje funkci $f_1\colon y = 2x - 1$, která je **rostoucí**. Naopak čísla podlaží v červené tabulce směrem doprava **klesají**. Červená cesta znázorňuje funkci $f_2\colon y = 11 - x$, která je **klesající**. Žáci mohou tyto vztahy snadno vyčíst z tabulek a seznamují se tak snadno s důležitými pojmy týkajícími se oblasti funkcí a analytické geometrie. S žádnými vzorci žáky samozřejmě neseznamujeme, všechno probíhá formou diskuze a verbálního pojmenování na úrovni odpovídající věku žáků. Žáci pravděpodobně také zmíní, že čísla podlaží v modré tabulce rostou **po dvou**, kdežto čísla podlaží v červené tabulce klesají **po jedné**. Je dobré tyto poznatky navázat na šipkový zápis základních cest – v základní modré cestě se objevují **dvě šipky** nahoru, v základní červené cestě je **jedna šipka** dolů.

S modrou tabulkou může učitel dále pracovat tak, že povede žáky k objevu obecného vztahu pro vyjádření závislosti čísla podlaží na pořadí pokoje. Žáci odhalí, že se jedná o posloupnost lichých čísel, a bude pro ně snadné v tabulce dále pokračovat přičítáním 2 ve druhém řádku. Protože můžeme přidávání čísla 2 označit jako **proces**, říkáme, že žáci úlohu uchopili **procesuálně**. Učitel pokračuje tím, že tabulku rozšíří o další sloupce. Zadá žákům úkol, aby zjistili, ve kterém podlaží se nachází např. 50. pokoj v pořadí. Zvolí tedy takové číslo pořadí pokoje, u něhož nelze zjistit číslo podlaží prostým přičtením 2 k poslednímu číslu ve druhém řádku. Někteří žáci se budou snažit zjistit číslo podlaží stále procesuálně – budou přičítat tolik dvojek, kolik je potřeba. V našem případě se 10. pokoj na posledním místě tabulky a 50. pokoj liší o 40. Žák by tedy k podlaží 19 přičetl čtyřicetkrát 2, tedy 19 + 40 * 2 = 99. Pokud žáci žádný jiný způsob řešení neobjeví, učitel zaměří jejich pozornost na jednotlivé sloupce v tabulce. Žáci si tak spíše všimnou, že číslo podlaží získají vynásobením pořadí příslušného pokoje dvěma a odečtou 1. V případě, že se žákům tento objev nedaří, učitel žákům žádný vzorec nepředkládá. Hledá spíše cesty, jak objev žákům usnadnit (např. pokračovat v tabulce dál, dokud nebudou vztahy více patrné). Ve chvíli, kdy žáci (například verbálně) zformulují vyjádření závislosti čísla podlaží na pořadí pokoje dané vztahem $y = 2x - 1$, říkáme, že žáci úlohu uchopili **konceptuálně** jako celek.

Řešení

pořadí pokoje	1	2	3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
podlaží	**1**	**3**	**5**	**7**	**9**	**11**	**13**	**15**	**17**	**19**

26. Najdi základní cesty a vybarvi pokoje.



<u>Úloha 26</u>

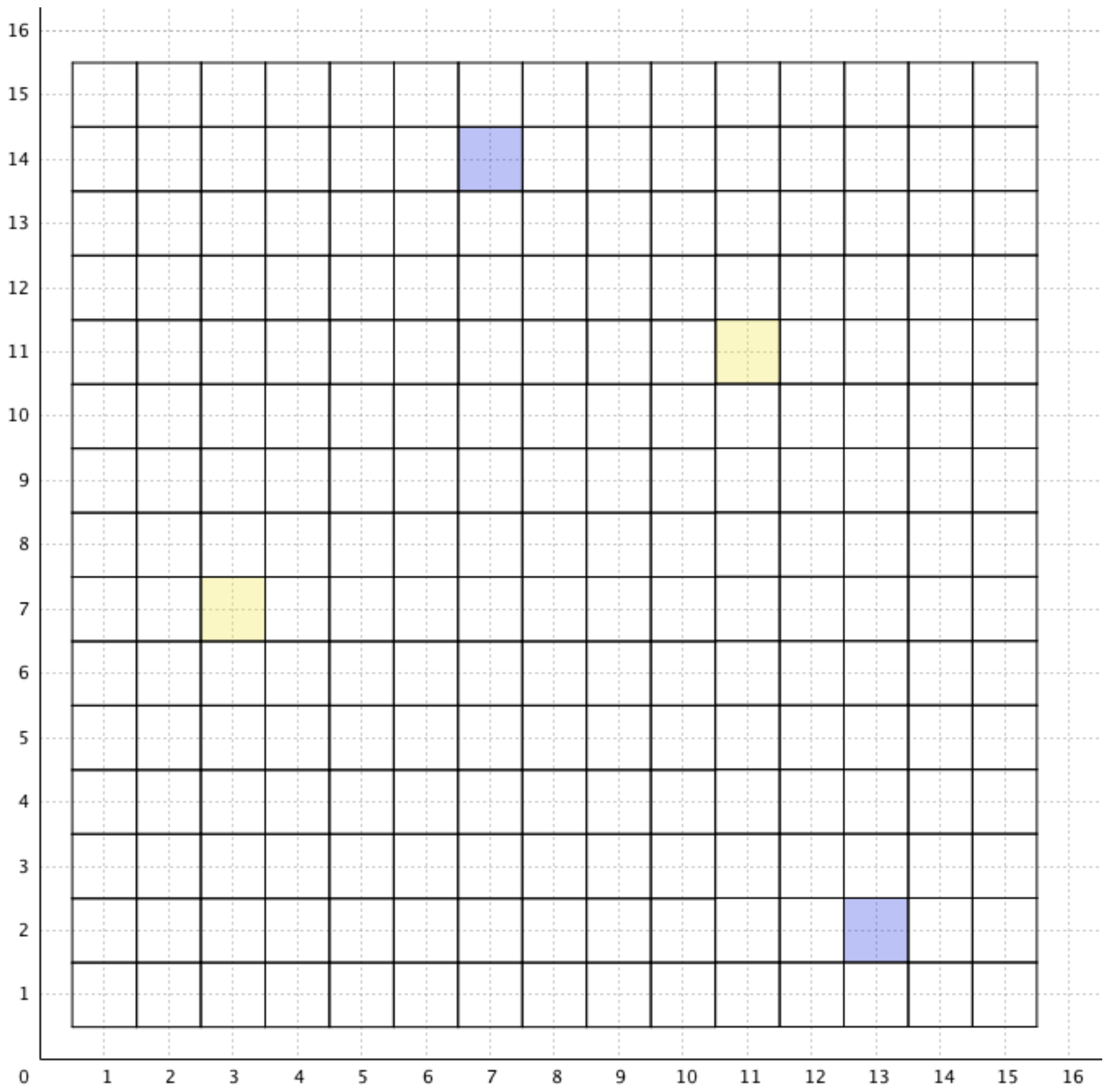
Žáci řeší úlohu, ve které hledají základní barevné cesty a průsečík cest.

<u>Řešení</u>

červené pokoje: **(1;13)** →↓ **(2;12)** →↓ (3;11) →↓ **(4;10)** →↓ **(5;9)** →↓ **(6;8)** →↓ **(7;7)** →↓ **(8;6)** →↓ **(9;5)** →↓ **(10;4)** →↓ **(11;3)** →↓ **(12;2)** →↓ (13;1)

modré pokoje: **(1;1)** →↑↑ **(2;3)** →↑↑ (3;5) →↑↑ (4;7) →↑↑ **(5;9)** →↑↑ **(6;11)** →↑↑ **(7;13)** →↑↑ **(8;15)** ...

27. Najdi základní cesty a vybarvi pokoje.



<u>Úloha 27</u>

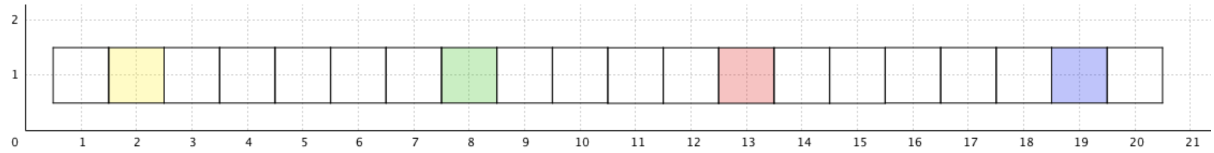
Žáci řeší úlohu, ve které hledají základní barevné cesty a průsečík cest.

<u>Řešení</u>

modré pokoje: (7;14) →↓↓ **(8;12)** →↓↓ **(9;10)** →↓↓ **(10;8)** →↓↓ **(11;6)** →↓↓ **(12;4)** →↓↓ (13;2)

žluté pokoje: **(1;6)** →→↑ (3;7) →→↑ **(5;8)** →→↑ **(7;9)** →→↑ **(9;10)** →→↑ (11;11) →→↑ **(13;12)** →→↑ **(15;13)**

28. Vybarvi všechny pokoje. Opakují se čtyři barvy.



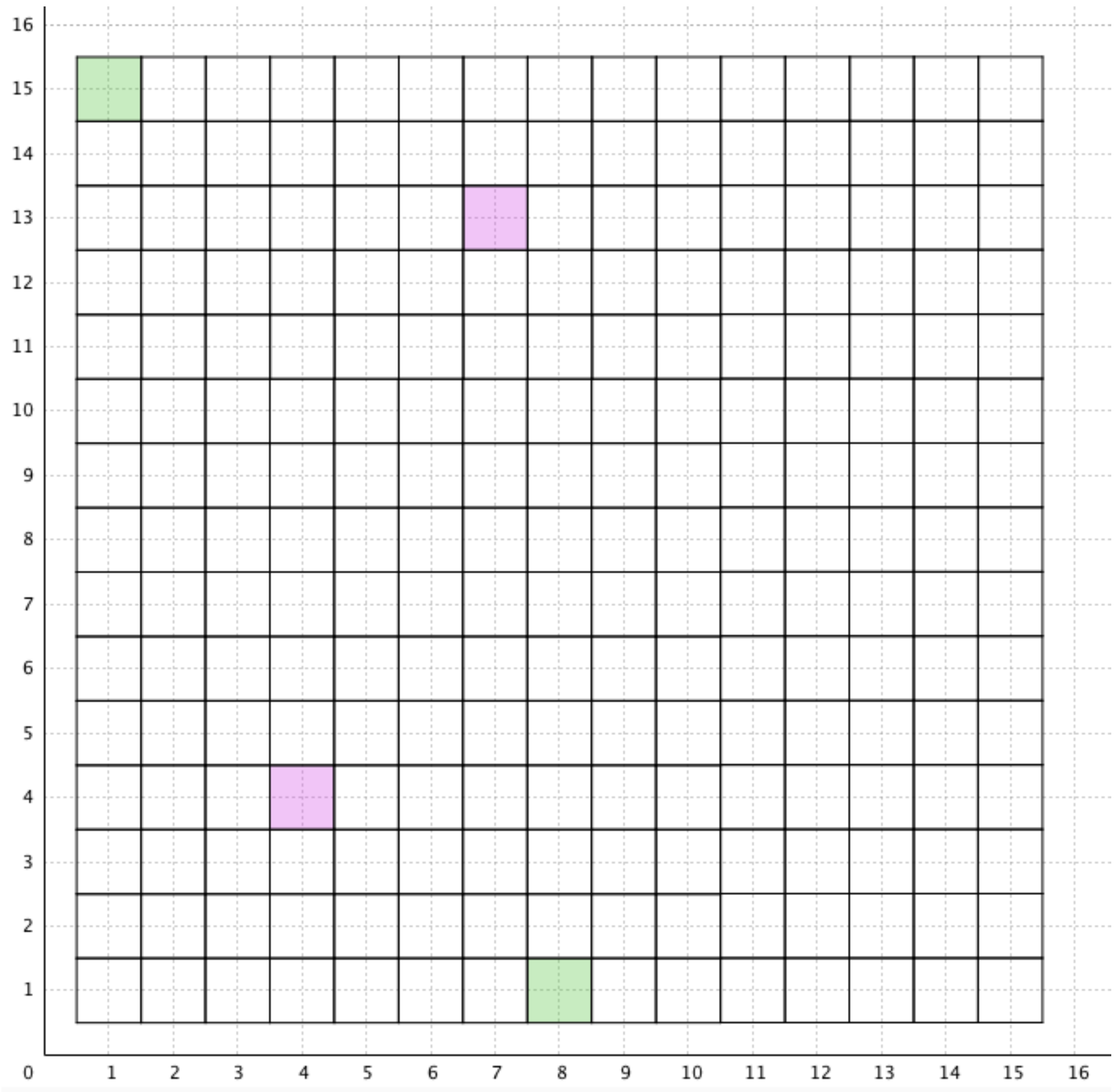
<u>Úloha 28</u>

Žáci hledají barevný rytmus. Metodický komentář viz úloha 22.

<u>Řešení</u>

ČŽMZČŽMZČŽMZ...

29. Najdi základní cesty a vybarvi pokoje.



O kolik se liší pořadí dvou vybarvených růžových pokojů v zadání?

O kolik se liší čísla podlaží dvou vybarvených růžových pokojů v zadání?

pořadí pokoje										
podlaží										

pořadí pokoje										
podlaží										

<u>Úloha 29</u>

Žáci řeší úlohu, ve které hledají základní barevné cesty a průsečík cest. Dvě návodné otázky pod hotelem mají žáky navést na odhalení efektivní strategie pro zjištění základní růžové cesty v hotelu, pokud ji žáci ještě neobjevili. Strategie je také zmíněna v komentáři k úloze 19 ve třetím ročníku. Rozdíl pořadí pokojů je 7 – 4 = **3**. Rozdíl čísel podlaží je 13 – 4 = **9**. Objevili jsme tak cestu (4;4) 3→9↑ (7;13). Tuto cestu můžeme vydělit 3 (tedy největším společným dělitelem obou čísel) a získat základní cestu ve tvaru →↑↑↑. Čísla vybarvených pokojů žáci vyplní do tabulek. Protože je v tabulkách místo na deset pokojů, mohou žáci vyplnit také pokoje, které nejsou v hotelu na obrázku, ale základní cestou se do nich dostaneme. U zelené cesty se žáci mohou shodnout na tom, že pokojů je konečný počet, pokud nechtějí vpustit do hry záporná čísla.

<u>Řešení</u>

fialové pokoje: **(3;1)** →↑↑↑ (4;4) →↑↑↑ **(5;7)** →↑↑↑ **(6;10)** →↑↑↑ (7;13) →↑↑↑ **(8;16)**

zelené pokoje: (1;15) →↓↓ **(2;13)** →↓↓ **(3;11)** →↓↓ **(4;9)** →↓↓ **(5;7)** →↓↓ **(6;5)** →↓↓ **(7;3)** →↓↓ (8;1)

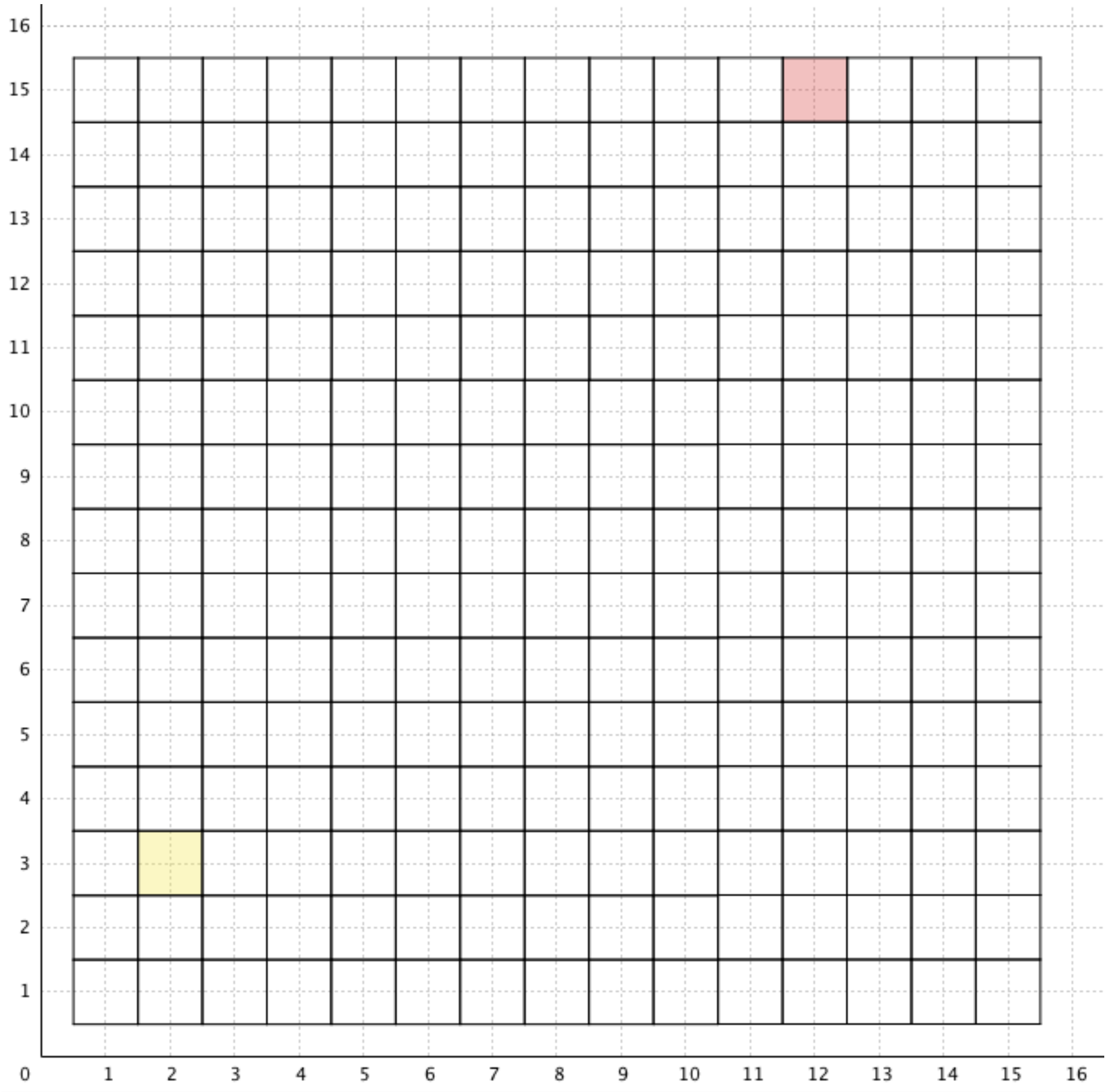
Pořadí dvou vybarvených růžových pokojů se liší o **3**.

Čísla podlaží dvou vybarvených růžových pokojů se liší o **9**.

pořadí pokoje	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
podlaží	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28

pořadí pokoje	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
podlaží	15	13	11	9	7	5	3	1	-1	-3

30. Žlutá a červená cesta se potkají v pokoji 10;11 (pokoj 10;11 je průsečík obou barevných cest). Urči obě základní barevné cesty a zapiš je.



základní žlutá cesta:

základní červená cesta:

Úloha 30

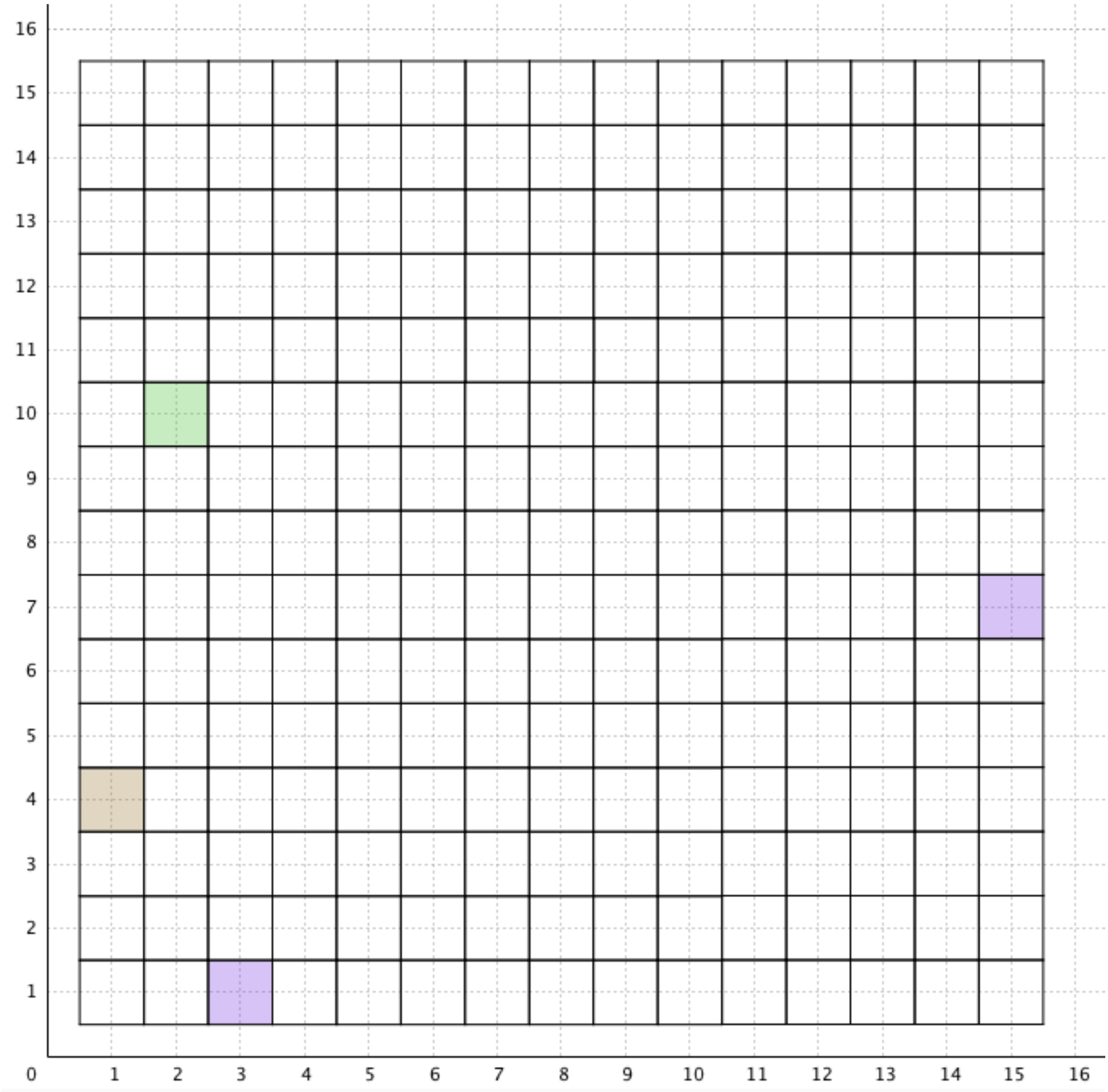
Úloha s barevnými cestami je obměněná tím, že průsečík obou cest známe. Ten si můžeme v hotelu vybarvit napůl žlutou a červenou a potom zjistit obě základní barevné cesty. Pro zápis řešení stačí zapsat obě základní cesty příslušným počtem šipek. Žáci tak používají srozumitelný jazyk šipek pro zapsání směrového vektoru obou cest.

Řešení

základní žlutá cesta: →↑

základní červená cesta: ←↓↓

31. **Najdi základní fialovou cestu. Z hnědého i zeleného pokoje se pohybujeme stejným způsobem jako po základní fialové cestě. Vybarvi příslušné pokoje hnědou a zelenou barvou.**



základní fialová cesta:

základní hnědá cesta:

základní zelená cesta:

<u>Úloha 31</u>

Řešením úlohy žáci získávají zkušenosti s rovnoběžností přímek a jejich směrovým vektorem. Základní cesta, která je u všech barev stejná, zde představuje směrový vektor rovnoběžných přímek.

<u>Řešení</u>

fialové pokoje: (3;1) →→↑ **(5;2)** →→↑ **(7;3)** →→↑ **(9;4)** →→↑ **(11;5)** →→↑ **(13;6)** →→↑ (15;7) hnědé pokoje: (1;4) →→↑ **(3;5)** →→↑ **(5;6)** →→↑ **(7;7)** →→↑ **(9;8)** →→↑ **(11;9)** →→↑ **(13;10)** →→↑ **(15;11)**

zelené pokoje: (2;10) →→↑ **(4;11)** →→↑ **(6;12)** →→↑ **(8;13)** →→↑ **(10;14)** →→↑ **(12;15)**

základní fialová cesta: →→↑

základní hnědá cesta: →→↑

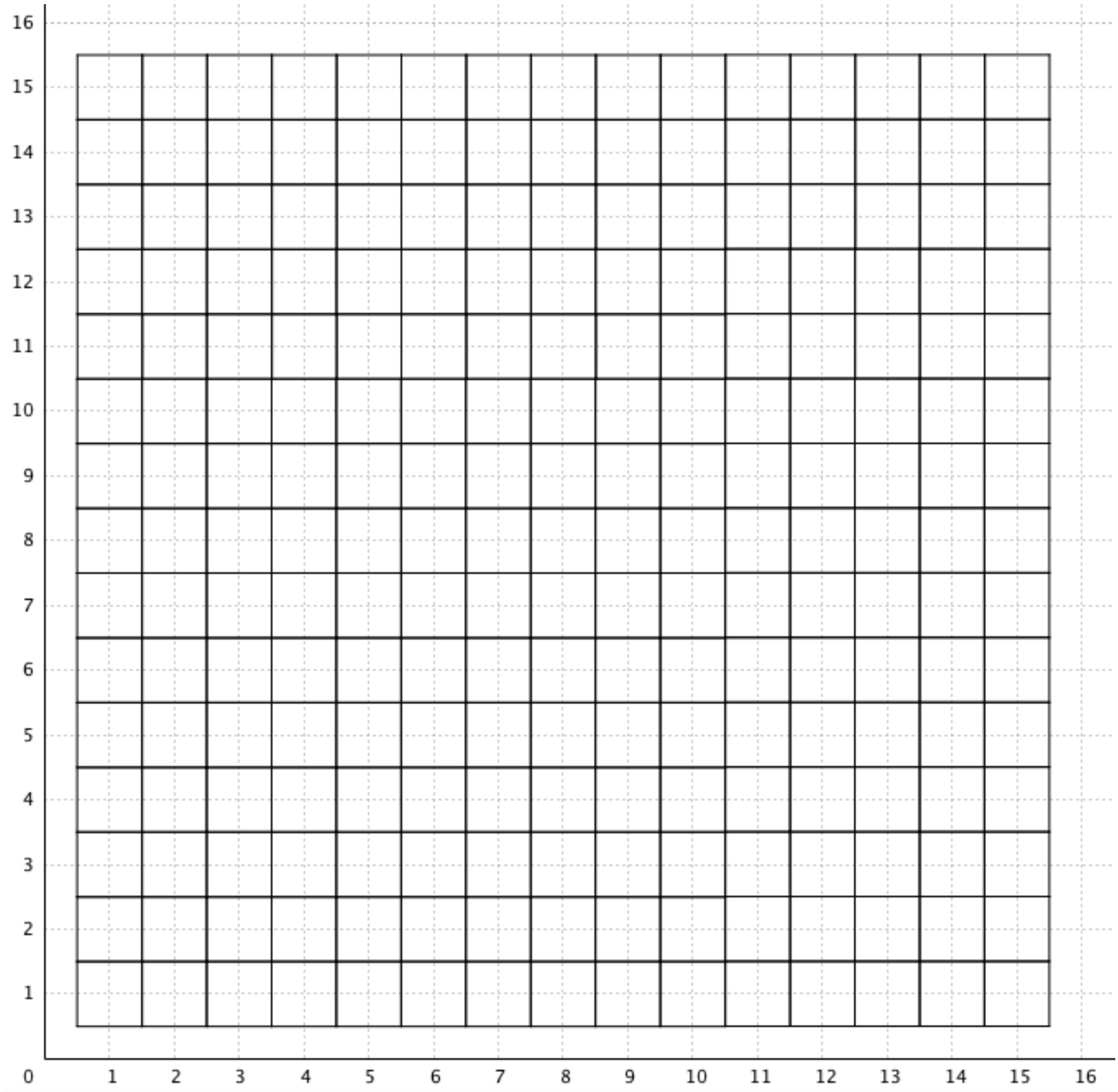
základní zelená cesta: →→↑

32. Vybarvi pokoje,

a) které mají obě čísla stejná, červeně.

b) které mají první číslo (označující pořadí pokoje) dvakrát větší než druhé, modře.

c) které mají druhé číslo (označující podlaží) dvakrát větší než první, zeleně.



základní červená cesta:

základní modrá cesta:

základní zelená cesta:

<u>Úloha 32</u>

Žáci získávají zkušenosti se základními lineárními funkcemi. Červené pokoje představují funkci $f_3: y = x$ (číslo podlaží je stejné jako pořadí pokoje). Modré pokoje představují funkci $f_4: y = \frac{x}{2}$ (číslo podlaží je polovinou pořadí pokoje). Zelené pokoje představují funkci $f_5: y = 2x$ (číslo podlaží je dvojnásobkem pořadí pokoje).

<u>Řešení</u>

červené pokoje: **(1;1)** →↑ **(2;2)** →↑ **(3;3)** →↑ **(4;4)** →↑ **(5;5)** →↑ **(6;6)** →↑ **(7;7)** →↑ **(8;8)** →↑ **(9;9)** →↑ **(10;10)** →↑ **(11;11)** →↑ **(12;12)** →↑ **(13;13)** →↑ **(14;14)** →↑ **(15;15)**

modré pokoje: **(2;1)** →→↑ **(4;2)** →→↑ **(6;3)** →→↑ **(8;4)** →→↑ **(10;5)** →→↑ **(12;6)** →→↑ **(14;7)**

zelené pokoje: **(1;2)** →↑↑ **(2;4)** →↑↑ **(3;6)** →↑↑ **(4;8)** →↑↑ **(5;10)** →↑↑ **(6;12)** →↑↑ **(7;14)**

základní červená cesta: →↑

základní modrá cesta: →→↑

základní zelená cesta: →↑↑

3.3.4 5. Ročník

Úlohy v pátém ročníku se od úloh v předešlých ročnících znatelně odlišují. Mají zpravidla delší slovní zadání a grafické zadání často chybí. To ale neznamená, že žáci si nemohou obrázek hotelu na čtverečkovaný papír nakreslit a řešit úlohy tímto způsobem. Vyžaduje to od nich ale více samostatné práce. Kromě toho ne všechny úlohy mají takové číselné zadání, které rychlé a efektivní grafické řešení umožňuje. Počítá se s tím, že žáci již mají za sebou hodně zkušeností s řešením úloh v předcházejících ročnících a že se seznámili s větším množstvím řešitelských strategií, z nichž si vybírají tu, kterou umí efektivně použít pro správné vyřešení zadané úlohy. Pokud slabší žák při řešení úloh výrazně selhává, měl by mu učitel umět vytvořit úlohu na úrovni jeho aktuálních matematických schopností (inspiraci může hledat v úlohách pro nižší ročníky). Takový žák by měl vždy, pokud je to možné, opřít své řešení o grafické znázornění.

33. V hotelu je zadaná cesta →→↑↑↑, která začíná v pokoji 3;7. Pokoj 5;10 je na cestě druhý v pořadí. Zjisti číslo pokoje, který je na cestě

a) pátý v pořadí	d) dvacátý v pořadí
b) desátý v pořadí	e) dvacátý čtvrtý v pořadí
c) třináctý v pořadí	f) třicátý první v pořadí

Dohoda: Cestu →→↑↑↑ můžeme zkráceně zapsat jako 2→3↑.

Úloha 33

Zadání úlohy obsahuje příklad, který žákům usnadňuje pochopení úkolu. Parametrem gradace úlohy je zvyšování číselného oboru. Obtížnost a) si žáci v případě potřeby snadno nakreslí. Grafické řešení obtížností b) – f) je zdlouhavé, a proto v žácích pravděpodobně vyvolá potřebu hledání rychlejší a efektivnější strategie. Tou je například vynásobení základní cesty příslušným pořadím pokoje. Pro vypočítání obtížnosti b) vynásobíme základní cestu →→↑↑↑ devíti (protože desátý a první pokoj dělí devět základních cest) a získáme cestu 18→27↑. Kam se touto cestou dostaneme z prvního pokoje 3;7, zjistíme tím, že šipky k číslu pokoje přičteme: 3 + 18 = 21, 7 + 27 = 34. Desátý pokoj v pořadí má tedy číslo 23;37. Pokud se žákům tento objev nedaří, může učitel zvolit nižší pořadí pokojů a výsledky organizovat do tabulky, která odhalení pravidla žákům usnadní:

pořadí pokoje na cestě	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
číslo pokoje	3;7	5;10	7;13	9;16	11;19	13;22	15;25	17;28	19;31	21;34

Žáci intuitivně přičítají k bodu v rovině (číslo pokoje) směrový vektor (šipková cesta), čímž nacházejí opět bod v rovině (číslo hledaného pokoje). Úloha má mimo jiné důležitou propedeutickou funkci pro pozdější porozumění operacím v analytické geometrii.

Řešení

a) 11;19

b) 21;34

c) 27;43

d) 41;64

e) 49;76

f) 63;97

Dohoda: Cestu →→↑↑↑ můžeme zkráceně zapsat jako 2→3↑.

Dohoda je zde pro případ, pokud by žáci s nápadem zkráceného zápisu cesty pomocí čísel nepřišli sami.

34. Zjisti základní barevnou cestu, pokud znáš dvojici pokojů

a) zelené pokoje: 4;5 a 13;11

b) červené pokoje: 9;2 a 25;14

c) modré pokoje: 3;14 a 18;8

d) žluté pokoje: 8;3 a 35;12

e) fialové pokoje: 6;19 a 22;13

f) hnědé pokoje: 5;10 a 35;60

Úloha 34

Parametrem gradace úlohy je vzdálenost zadaných pokojů. V obtížnosti a) si může žák hotel na čtverečkovaný papír nakreslit a úlohu tak graficky vyřešit. V dalších obtížnostech jsou pokoje daleko od sebe, což velmi znesnadňuje grafické řešení úlohy. Pro učitele může být úloha dobrým diagnostickým nástrojem pro zjištění úrovně matematických schopností žáka v oblasti odhalování závislostí a vztahů. Řešení obtížnosti a) najdeme tak, že souřadnice pokojů od sebe odečteme: 13 – 4 = 9, 11 – 5 = 6. Cestu 9→6↑ můžeme vydělit (zkrátit) číslem 3 a najít tak základní cestu 3→2↑. Stejně můžeme postupovat u dalších obtížností. Žáci by s touto strategií již mohli mít zkušenosti, pokud řešili dostatek úloh v předcházejících ročnících. Cesty mohou být otočené v závislosti na tom, ze kterého pokoje žáci začnou cestovat (v odpovědi na obtížnost a) tedy může být také řešení 3←2↓). Stejně tomu je i u dalších obtížností a v dalších úlohách tohoto typu.

Řešení

základní zelená cesta: 3→2↑ (nebo 3←2↓)

základní červená cesta: 4→3↑

základní modrá cesta: 5→2↓

základní žlutá cesta: 3→1↑

základní fialová cesta: 8→3↓

základní hnědá cesta: 3→5↑

35. Ve kterém pokoji se obě barevné cesty potkají?

a) červená cesta: (5;3) 3→1↑ modrá cesta: (15;3) 2←1↑

b) červená cesta: (19;21) 2←3↓ modrá cesta: (7;18) 1→1↓

c) červená cesta: (1;14) 2→1↑ modrá cesta: (3;29) 3←8↑

d) červená cesta: (4;35) 3→4↓ modrá cesta: (43;9) 4←1↑

e) červená cesta: (53;21) 5←3↑ modrá cesta: (47;79) 3←5↓

f) červená cesta: (13;3) 3→2↑ modrá cesta: (33;17) 3←2↓

g) červená cesta: (79;227) 7→2↓ modrá cesta: (71;295) 5→8↓

<u>Úloha 35</u>

Žáci řeší úlohy zaměřené na hledání průsečíku (společného pokoje) dvou funkcí (barevných cest). Efektivní strategie může být taková, že si žáci čísla pokojů obou barevných cest napíšou do tabulky a budou pokračovat tak dlouho, dokud nenajdou pokoj, který se vyskytuje v obou tabulkách. Vzhledem k tomu, že s podobnou evidencí čísel pokojů již žáci mají zkušenosti z řešení úloh v nižších ročnících, dá se očekávat, že s tímto postupem alespoň jeden žák ve třídě přijde. Obtížnost f) je zajímavá tím, že nemá řešení, což někteří žáci zjistí rychleji a jiní po dlouhém počítání a vypisování velkého množství čísel pokojů. Je důležité, aby se žáci s takovými úlohami seznamovali a dokázali vysvětlit, proč úloha řešení nemá. V tomto případě je to kvůli tomu, že obě barevné cesty jsou rovnoběžné a modrá cesta je v hotelu výš než červená.

<u>Řešení</u>

a) 11;5	d) 19;15	g) 121;215
b) 13;12	e) 23;39	
c) 19;23	f) nemá řešení	

36. Zjisti, kolik má hotel pokojů, když znáš počet pokojů na každém z podlaží a celkový počet podlaží. Petr si vytvořil tabulku, kam si zapsal všechna čísla ze zadání. Tabulka měla tři řádky a každý sloupec představoval jednu obtížnost. Vytvoř stejnou tabulku jako Petr.

a)	počet pokojů v podlaží: 2	počet podlaží: 4
b)	počet pokojů v podlaží: 5	počet podlaží: 3
c)	počet pokojů v podlaží: 4	počet podlaží: 5
d)	počet pokojů v podlaží: 6	počet podlaží: 3
e)	počet pokojů v podlaží: 5	počet podlaží: 7
f)	počet pokojů v podlaží: 9	počet podlaží: 4
g)	počet pokojů v podlaží: 10	počet podlaží: 11
h)	počet pokojů v podlaží: x	počet podlaží: 3
i)	počet pokojů v podlaží: x	počet podlaží: 4
j)	počet pokojů v podlaží: x	počet podlaží: 5
k)	počet pokojů v podlaží: x	počet podlaží: y

Úloha 36

Žáci řeší úlohu na výpočet obsahu obdélníku z délek jeho stran. Jsou vyzváni k evidenci údajů do tabulky. Tabulka pomůže odhalit zákonitost i slabším žákům a usnadní zobecnění vztahu pro výpočet počtu pokojů v hotelu (tedy vzorec pro výpočet obsahu obdélníku, který je zde sémantizován). V případě potřeby může učitel usnadnit pochopení proměnné x a y tím, že o nich bude mluvit jako o *neznámém počtu pokojů na jednom podlaží* a o *neznámém počtu podlaží*. Důležité je nakonec o tabulce mluvit a rozebrat poslední čtyři sloupce. Žáci by si měli uvědomit, v čem je zápis $x * y$ výhodný (za písmena si mohu dosazovat libovolná čísla a jejich vynásobením tak zjistit výsledek). Žáci získávají zkušenost s tím, že proměnná x zastupuje počet pokojů v jednom podlaží (tedy vodorovnou souřadnici) a proměnná y zastupuje počet podlaží (tedy svislou souřadnici). Značení tak dostává stejnou formu, jaká se užívá v kartézské souřadnicové soustavě. Úloha počítá s tím, že žáci mají bohatou zkušenost s výpočtem obsahu obdélníku v jiných prostředích a typech úloh (vhodné je zde počítat obsah obdélníku, který je nakreslený ve čtvercové síti). V případě, že učitel cítí, že žáci ještě nejsou připraveni k práci s proměnnou, může úlohu přeskočit a vrátit se k ní později.

Řešení

počet pokojů v podlaží	2	5	4	6	5	9	10	x	x	x	x
počet podlaží	5	3	5	3	7	4	11	3	4	5	y
počet pokojů	10	15	20	18	35	36	110	x*3	x*4	x*5	x*y

37. Nakresli si na čtverečkovaný papír hotel, který má 3 pokoje v každém podlaží a celkem má 4 podlaží. V tomto hotelu se snaž uspořádat sousední pokoje do dvojic (dvojici pokojů můžeš zakroužkovat). Kolik dvojic jsi našel? Opakuj stejný postup pro hotely z úlohy 36 a) – g).

Úloha 37

Úloha připravuje objev, ke kterému dojdou žáci v úloze 38, a sémanticky ho opírá o prostředí hotelu: pokud je alespoň jedno z čísel sudé, lze počet pokojů v hotelu uspořádat do dvojic (např. pokud má hotel 4 podlaží a v každém podlaží jsou 3 pokoje, zakroužkuju v každém sloupci dvě dvojice pokojů a celkem takových dvojic bude 6). Pokud jsou obě čísla lichá, pak to není možné.

<u>Řešení</u>

a) rozměry 3 a 4: 6 dvojic

b) rozměry 2 a 4: 4 dvojice

c) rozměry 5 a 3: 7 dvojic a jeden pokoj zbyde

d) rozměry 4 a 5: 10 dvojic

e) rozměry 6 a 3: 9 dvojic

f) rozměry 5 a 7: 17 dvojic a jeden pokoj zbyde

g) rozměry 9 a 4: 18 dvojic

h) rozměry 10 a 11: 55 dvojic

38. Petra zaujala tabulka z úlohy 36 a vytvořil si vlastní podrobnější. První řádek označený *x* představuje počet pokojů v jednom podlaží. Druhý řádek označený *y* představuje počet podlaží. Do třetího řádku napsal celkový počet pokojů hotelu. Vyplň poslední řádek tabulky.

x	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7
y	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
x*y	2												

Petr si tabulku prohlédl a potom všechna políčka se sudými čísly vybarvil červeně a všechna políčka s lichými čísly vybarvil modře. Udělej to také. Petr si všiml něčeho zajímavého. Co ty?

<u>Úloha 38</u>

Úloha navazuje na předchozí úlohy 36 a 37 a je vhodné žákům předložit všechny tři úlohy v krátkém časovém úseku po sobě. Cílem je zde odhalit vazbu mezi paritou čísel *x* a *y* a jejich součinem. Žáci si všimnou, že výsledek součinu dvou celých čísel je sudý, pokud je alespoň jedno z čísel *x* a *y* sudé. Výsledek součinu je lichý právě tehdy, pokud jsou obě čísla *x* a *y* lichá. Pokud se žákům objev vztahu nedaří, je vhodné tabulku rozšířit, aby měli před očima více výsledků. Nový objev můžeme zapsat pomocí barev (M jako modré číslo, Č jako červené číslo) například takto:

M*Č = Č

Č*Č = Č

Č*M = Č

M*M = M

Nebo v jazyce matematiky (S jako sudé číslo, L jako liché číslo):

L*S = S

S*S = S

S*L = S

L*L = L

Řešení

x	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7
y	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
x*y	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42	49	56

39. Rozšiřte se spolužáky váš hotel o podzemní podlaží. Ve skupině navrhněte způsob, jak podzemní podlaží číslovat. Část takového hotelu nakreslete a očíslujte podzemní pokoje. Se svým nápadem seznamte spolužáky.

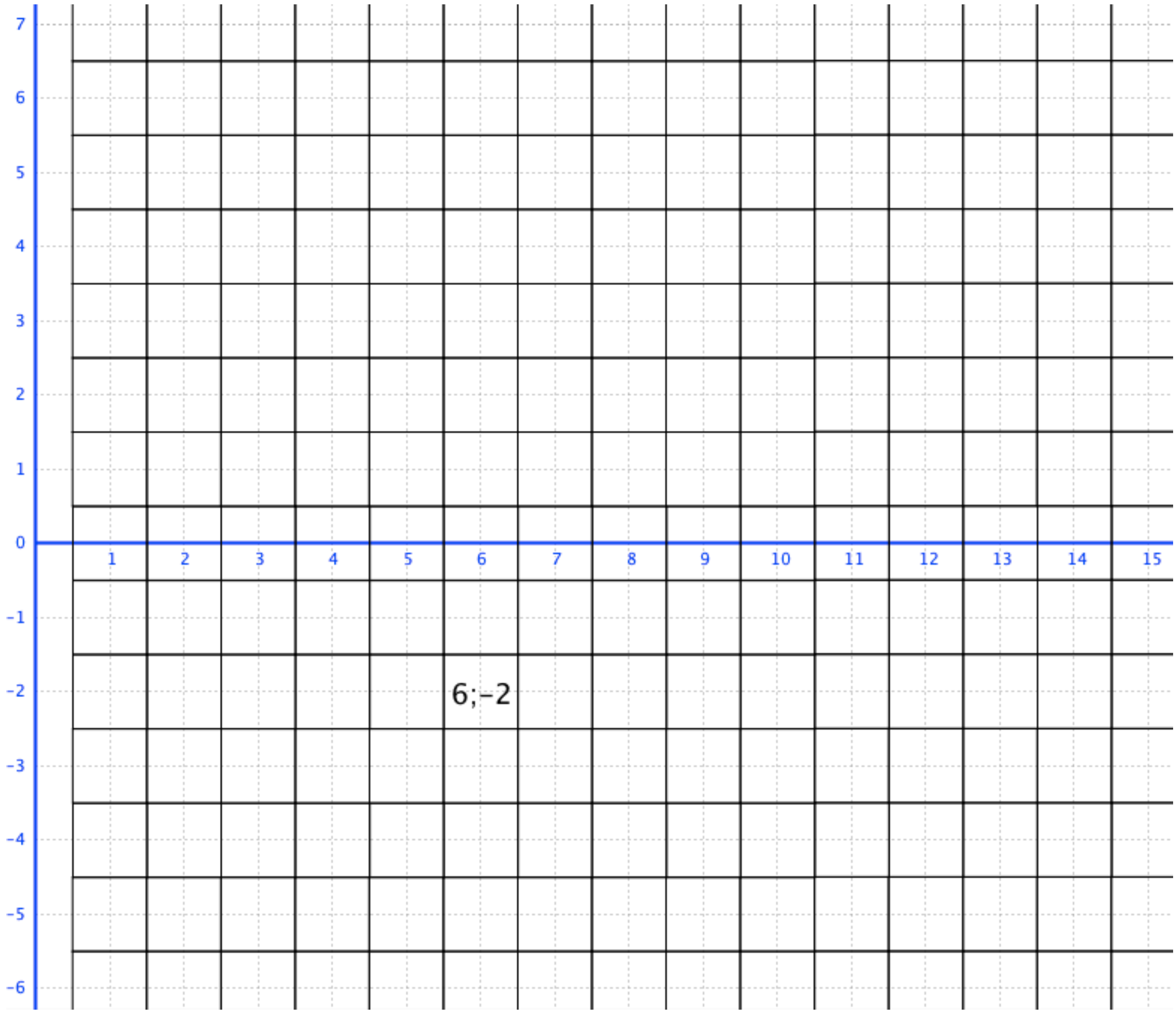
Úloha 39

Motivace

O víkendu jsem byl(a) v nákupním centru, kde jsme autem zaparkovali v podzemních garážích. To mě přivedlo na nápad, že bychom mohli náš hotel dále rozšířit, tentokrát o podzemní podlaží. Jakým způsobem bychom mohli podzemní podlaží a pokoje číslovat?

Učitel žáky před prací na úloze motivuje (může si vymyslet vlastní příběh s návštěvou obchodního centra). Žáci pracují ve skupinách po třech nebo po čtyřech na návrhu způsobu číslování podzemních podlaží a pokojů. Dá se očekávat, že vzhledem k jejich životním zkušenostem a zkušenostem se značením pokojů ve vícepodlažním hotelu většina skupin navrhne očíslovat podzemní podlaží zápornými čísly. Návrhy se mohou lišit v tom, jestli žáci použijí 0 pro očíslování podlaží. Pokud by v následné diskuzi o návrzích učitel viděl, že se žáci ve třídě přiklánějí k tomu, že nulu do číslování podlaží nezahrnou, může jim učitel argumentovat tímto způsobem: *Jaký je výsledek početní úlohy* 2 – 2? Žáci samozřejmě odpoví, že 0. *Kdybychom nulu z číslování podlaží v našem hotelu vypustili a pod podlažím 1 by bylo rovnou podlaží -1, měla by stejná úloha 2 – 2 jiný výsledek: Jsem ve druhém podlaží a jdu o dvě podlaží dolů. Skončím v podlaží -1.* Celou diskuzi je vhodné opírat o obrázky a ilustrovat návrhy na tabuli. Podlaží 0 je důležité z hlediska souladu značení pokojů v hotelu a značení bodů v kartézské souřadnicové soustavě. Až se na tomto způsobu všichni shodnou, každý žák si malou část nového hotelu nakreslí do sešitu na čtverečkovaný papír a všechny pokoje v hotelu si očísluje. Důležité je, aby hotel měl kladná i záporná čísla podlaží a aby si žák označil také pokoje v podlaží 0: (1;0), (2;0), (3;0) atd. Zápis 1;0 čteme „pokoj jedna nula“ nebo „první pokoj v nultém podlaží“ nebo „první pokoj v podlaží 0“. Je dobré, aby si žáci zaznačili do hotelů vodorovnou i svislou číselnou osu (na obrázku modře), což jim usnadní orientaci.

Řešení



40. Z pokoje 37;45 do pokoje 67;5 vede červená cesta. Najdi základní červenou cestu. Z barevných pokojů se pohybujeme stejným způsobem jako po základní červené cestě. U každé barevné cesty najdi dalších 5 pokojů v pořadí:

a) modrý pokoj (20;59)

b) zelený pokoj (2;83)

c) žlutý pokoj (150;45)

d) fialový pokoj (234;128)

e) hnědý pokoj (53;18)

f) růžový pokoj (89;12)

Mohou se některé dvě barevné cesty potkat v nějakém pokoji? Zdůvodni.

<u>Úloha 40</u>

Žáci řeší úlohu, ve které hledají směrový vektor (základní červená cesta) a přičítají ho k bodům (barevným pokojům), čímž nacházejí další body (pokoje). Všechny barevné cesty jsou rovnoběžné, což má za následek, že se v žádném pokoji nesetkají (rovnoběžky nemají průsečík). Jedinou výjimkou jsou ty rovnoběžky, které jsou totožné (leží na sobě). To odhalí žáci v odpovědi na doplňující otázku. Základní červenou cestu najdeme opět pomocí rozdílů souřadnic červených pokojů: 67 – 37 = 30 a 5 – 45 = – 40. Najdeme tak cestu (37;45) 30→40↓ (67;5). Cestu můžeme vydělit deseti a získáme tak základní červenou cestu: 3→4↓. Pokud žáci počítají rozdíl svislých souřadnic výpočtem 45 – 5 = 40, musí si uvědomit, že pokoj 67;5 je níž než pokoj 37;45, a proto jdeme o 40 podlaží dolů. Nadanější žáci mohou odhalit, že záporný rozdíl vodorovných souřadnic značí šipky doleva (←) a záporný rozdíl svislých souřadnic značí šipky dolů (↓). V obtížnosti e) a f) jsou některé pokoje v podzemí (jejich svislá souřadnice je záporná).

<u>Řešení</u>

základní červená cesta: 3→4↓

a) (20;59) 3→4↓ (**23;55**) 3→4↓ (**26;51**) 3→4↓ (**29;47**) 3→4↓ (**32;43**) 3→4↓ (**35;39**)

b) (2;83) 3→4↓ (**5;79**) 3→4↓ (**8;75**) 3→4↓ (**11;71**) 3→4↓ (**14;67**) 3→4↓ (**17;63**)

c) (150;45) 3→4↓ (**153;41**) 3→4↓ (**156;37**) 3→4↓ (**159;33**) 3→4↓ (**162;29**) 3→4↓ (**165;25**)

d) (234;128) 3→4↓ (**237;124**) 3→4↓ (**240;120**) 3→4↓ (**243;116**) 3→4↓ (**246;112**) 3→4↓ (**249;108**)

e) (53;18) 3→4↓ (**56;14**) 3→4↓ (**59;10**) 3→4↓ (**62;6**) 3→4↓ (**65;2**) 3→4↓ (**68;-2**)

f) (89;12) 3→4↓ (**92;8**) 3→4↓ (**95;4**) 3→4↓ (**98;0**) 3→4↓ (**101;-4**) 3→4↓ (**104;-8**)

Modrá a zelená cesta mají všechny pokoje společné, protože jsou to totožné cesty (překrývají se). Můžeme se o tom přesvědčit tím, že zelenou cestu prodloužíme. K zelenému pokoji 17;63 přičteme ještě jednou základní červenu cestu a tím dostaneme pokoj 20;59, který je modrý: (17;63) 3→4↓ (20;59).

41. Zjisti základní barevnou cestu, pokud znáš dvojici pokojů

a) zelené pokoje: 14;0 a 10;16

b) červené pokoje: 3;4 a 11;-8

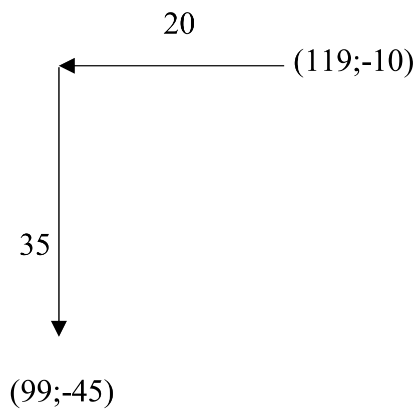
c) fialové pokoje: 12;-9 a 135;-9

d) modré pokoje: 23;-5 a 33;13

e) hnědé pokoje: 17;-109 a 17;3 f) žluté pokoje: 119;-10 a 99;-45

<u>Úloha 41</u>

Žáci získávají zkušenosti s cestováním v hotelu, který má podzemní podlaží. Pro zjištění základní barevné cesty mohou žáci využít strategii odčítání souřadnic pokojů, která je popsána v úlohách 29, 34 a 40. Pokud bychom chtěli i náročnější úlohy řešit graficky, nemusíme kreslit celý hotel a všechny pokoje. Postačí jednoduchý přibližný náčrtek situace, do kterého zaneseme známé údaje. Obtížnost d) tak můžeme řešit tímto náčrtkem:



Víme, že z pokoje 119;-10 se do pokoje 99;-45 dostaneme tak, že půjdeme dvacet kroků vlevo (číslo 99 je menší než číslo 119, proto jdeme doleva) a 35 kroků dolů (číslo -45 je menší než číslo -10, proto jdeme dolů). Základní fialová, respektive základní hnědá cesta tvořená pouze vodorovnými, respektive svislými šipkami může některým žákům připadat „nestandardní“. Někteří si také nemusí vědět rady s tím, jak zkrátit barevnou cestu mezi 12. a 135. pokojem na jednom podlaží (obdobně u hnědé cesty).

<u>Řešení</u>

základní zelená cesta: 1←4↑ (nebo 1→4↓)

základní červená cesta: 2→3↓

základní fialová cesta: 1→

základní modrá cesta: 5→9↑

základní hnědá cesta: 1↑

základní žlutá cesta: 4←7↓

42. Ve kterém pokoji se obě barevné cesty potkají?

a) červená cesta: (13;9) 4→3↓ modrá cesta: (35;5) 2←1↓

b) červená cesta: (27;3) 3←1↓ modrá cesta: (84;43) 8←5↓

c) červená cesta: (37;-30) 6←11↑ modrá cesta: (19;9) 2→9↓

d) červená cesta: (51;-1) 5←3↓ modrá cesta: (37;-47) 9←4↑

Úloha 42

Žáci řeší podobnou úlohu, jakou je úloha 35. Rozdíl je v tom, že se zde vyskytují také podzemní podlaží. Žákům může řešení opět usnadnit nakreslení náčrtku.

Řešení

a) 25;0

b) 12;-2

c) 25;-18

d) 1;-31

43. Stojíš v pokoji 26;15. Zapiš čísla všech pokojů, do kterých se dostaneš cestou tvořenou třemi šipkami. V žádné cestě přitom nesmí být šipky opačného směru (například → a ←). Kolik jsi našel řešení?

Úloha 43

Žáci řeší kombinatorickou úlohu, ve které musí tři šipky uspořádat všemi možnými způsoby. Vhodné je grafické řešení na čtverečkovaném papíře. Vzhledem k velkému počtu řešení musí žáci hledat přiměřenou strategii k jejich evidenci. Pokud úlohu řeší graficky na čtverečkovaném papíře, je vhodné postupovat od výchozího pokoje jedním směrem, například ve směru hodinových ručiček. Pokud žáci řeší úlohu pomocí kombinace šipek v zápisu cesty, je vhodnou strategií tzv. metoda systematického prohledávání (viz řešení). Cesty nepíšu nahodile, ale snažím se do zápisu vnést řád. Počet řešení úlohy odpovídá počtu pokojů, do kterých se dostanu cestou tvořenou třemi šipkami, nikoliv počtu těchto cest (cesty →↑→ a →→↑ můžeme na čtverečkovaném papíře považovat za různé, ale obě končí ve stejném cílovém pokoji, jedná se tedy o jedno řešení). Pokud všechny pokoje znázorníme ve čtvercové síti, vznikne nám čtverec. Žáci se seznamují s odlišnými metrickými systémy, než je měření vzdálenosti v euklidovské rovině. Pokud změníme způsob měření vzdálenosti a vzdálenost nebudeme měřit v centimetrech, ale pomocí počtu vodorovných a svislých šipek, můžeme tvrdit, že všechny navštívené pokoje jsou

v jazyce šipek stejně daleko od výchozího pokoje 26;15. Poněvadž množina bodů stejně vzdálených od daného bodu se nazývá kružnice, můžeme dále tvrdit, že všechny navštívené pokoje vytyčují kružnici – pokoj 26;15 je její střed a její poloměr jsou 3 šipky.

Řešení

(26;15) →→→ (**29;15**)

(26;15) →→↓ (**28;14**)

(26;15) →↓↓ (**27;13**)

(26;15) ↓↓↓ (**26;12**)

(26;15) ←↓↓ (**25;13**)

(26;15) ←←↓ (**24;14**)

(26;15) ←←← (**23;15**)

(26;15) ←←↑ (**24;16**)

(26;15) ←↑↑ (**25;17**)

(26;15) ↑↑↑ (**26;18**)

(26;15) →↑↑ (**27;17**)

(26;15) →→↑ (**28;16**)

44. Stejnou situaci jako v úloze 43 řeš pro cesty

a) ze čtyř šipek
b) z pěti šipek
c) z šesti šipek
d) z šesti šipek

Kolik řešení (navštívených pokojů) jsi u každé cesty našel?

Úloha 44

Žáci řeší kombinatorickou úlohu vycházející z předchozí úlohy 43.

4 Závěr

Ve své práci jsem se zabýval propedeutikou kartézské souřadnicové soustavy na 1. stupni základní školy a různými možnostmi rozvíjení funkčního a analytického myšlení žáků mladšího školního věku. Svůj experiment jsem provedl na základě prostudování příslušné odborné literatury týkající se především matematiky a její didaktiky. V úvodu své práce jsem stanovil tři cíle.

Prvním cílem bylo vytvořit sérii úloh, která připravuje žáky na orientaci v kartézské souřadnicové soustavě. Splnění tohoto cíle je doloženo v přílohách na konci mé práce, na něž je odkázáno na příslušných místech v praktické části. V novém didaktickém matematickém prostředí Hotel jsem sestavil provázanou sérii úloh, která primárně a cíleně rozvíjí porozumění hlubokým matematickým myšlenkám, pojmům a vztahům mezi nimi v oblasti analytické geometrie, funkcí a posloupností. Žáci při řešení těchto úloh pracují se čtvercovou sítí označenou dvěma navzájem kolmými číselnými osami, čímž získávají potřebné zkušenosti s orientací v souřadnicovém systému.

Dalším cílem bylo ověřit použitelnost vytvořené série úloh ve výuce žáků 1. – 5. ročníku. Tento cíl byl splněn realizováním experimentu s žáky všech pěti ročníků v období od 15. 5. do 20. 6. 2018. Popis, průběh a reflexe experimentu jsou součástí praktické části této diplomové práce. Ukázalo se, že žáci dokážou bez problémů pracovat s barevnými a číselnými posloupnostmi a odhalovat v nich podstatné vztahy. Žáci 3., 4. a 5. ročníku byli schopni společnou prací vymyslet sami souřadnicový systém, který se v matematice označuje jako kartézská souřadnicová soustava. Žáci dokázali také úspěšně řešit různé úlohy s lineárními funkcemi v prostředí Hotelu, a to jak graficky, tak početně.

Posledním cílem bylo finalizovat ucelenou sérii úloh s metodickým komentářem pro učitele, což jsem provedl na základě realizování a reflexe experimentu a analýzy žákovských prací. Ucelená série úloh s metodickým komentářem je součástí praktické části mé práce. V přílohách jsou pouze zadání těchto úloh ve formátu vhodném ke kopírování a následném využití ve výuce.

Osobní přínos této práce pro mě samotného vidím zejména v tom, že jsem měl možnost si vyzkoušet tvorbu vlastních úloh, jejichž použitím ve výuce bych rozvíjel určitou část žákovského matematického myšlení. Dovednost tvořit úlohy považuji za velmi důležitou pro učitele na všech stupních vzdělávání. Každá třída je jedinečná a je dobré, pokud učitel umí přizpůsobit úroveň úloh a jejich kontext žákům, které sám vyučuje. Sám jsem si vyzkoušel práci s úlohami během vyučování a celý experiment jsem vedl v duchu konstruktivistického pojetí výuky. Pro mě jako učitele byla velmi motivující zjištění, co všechno jsou schopni prostřednictvím řešení vhodných úloh žáci sami objevit. Přínos pro žáky, se kterými jsem experiment realizoval, spatřuji ve skutečnosti, že se s podobným typem úloh setkali poprvé a v budoucnu jim snad usnadní porozumění složitějším matematickým pojmům. Má diplomová práce má přínos také pro širokou pedagogickou veřejnost, neboť sérii úloh s metodickým komentářem může ve výuce využít každý učitel na 1. stupni základní školy. Rozsah mé práce odpovídá mému studijnímu oboru, tj. Učitelství pro 1. stupeň základní školy. Jsem ale přesvědčen, že se má práce může stát zdrojem inspirace pro studenty učitelství matematiky na 2. a 3. stupni, pokud by se chtěli touto oblastní didaktiky matematiky zabývat.

5 Použitá literatura

BLAŽEK, Jaroslav, Blanka KUSSOVÁ, Milan KOMAN a Emil CALDA. *Algebra a teoretická aritmetika. I*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1983.

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2014. ISBN 978-80-7290-776-2.

HEJNÝ, Milan, Jarmila NOVOTNÁ a Naďa VONDROVÁ, ed. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3.

JIROTKOVÁ, Darina. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2010. ISBN 978-80-7290-399-3.

KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: analytická geometrie*. Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-7196-120-5.

KOUKOLÍK, František. *Mozek a jeho duše*. 4. rozšířené a přepracované vydání. Praha: Galén, 2014. Makropulos. ISBN 978-80-7492-069-1.

KOVÁŘ, Luděk. *Zavádění obsahu mnohoúhelníků, zejména metodou uvolňování parametru, v primární škole* [online]. 2017 [cit. 2018-04-18]. Dostupné z: https://is.cuni.cz/webapps/zzp/detail/144336. Vedoucí práce Jaroslava Kloboučková.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: posloupnosti a řady*. Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-85849-91-7.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: funkce*. 4. vyd. Praha: Prometheus, 2009. ISBN 978-80-7196-357-8.

STERNBERG, Robert J. *Kognitivní psychologie*. Vydání 2. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-638-4.

ŠKODA, Jiří a Pavel DOULÍK. *Psychodidaktika: metody efektivního a smysluplného učení a vyučování*. Praha: Grada, 2011. ISBN 978-80-247-3341-8.

<u>Řada učebnic nakladatelství Prodos</u>

MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika a její aplikace: pro I. ročník, 1. díl*. Olomouc: Prodos, 2006. Modrá řada. ISBN 80-7230-158-6.

MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika a její aplikace: pro I. ročník, 3. díl*. Olomouc: Prodos, 2006. Modrá řada. ISBN 80-7230-160-8.

MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika a její aplikace: 2. ročník., 1. díl*. Olomouc: Prodos, 2007. Modrá řada. ISBN 978-80-7230-181-2.

MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika a její aplikace: 2. ročník., 3. díl*. Olomouc: Prodos, 2007. Modrá řada. ISBN 978-80-7230-183-6.

MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika a její aplikace: 3. ročník, 1. díl*. Olomouc: Prodos, 2007. Modrá řada. ISBN 978-80-7230-184-3.

MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika a její aplikace: 3. ročník, 2. díl*. Olomouc: Prodos, 2007. Modrá řada. ISBN 978-80-7230-185-0.

MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika a její aplikace pro 4. ročník, 1. díl*. 2. vyd., aktualiz. dle RVP ZV. Olomouc: Prodos, 2012. Modrá řada. ISBN 978-80-7230-203-1.

MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika a její aplikace: 5. ročník*, *1. díl*. Olomouc: Prodos, 2008. Modrá řada. ISBN 978-80-7230-208-6.

MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika a její aplikace: 5. ročník*, *2. díl*. Olomouc: Prodos, 2008. Modrá řada. ISBN 978-80-7230-209-3.

MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika a její aplikace: 5. ročník, 3. díl*. Olomouc: Prodos, 2008. Modrá řada. ISBN 978-80-7230-210-9.

Řada učebnic nakladatelství Alter

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika. 1, Numerace, sčítání a odčítání do 6*. Vyd. 11. Všeň: Alter, 2010. ISBN 978-80-7245-115-9.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika. 3, Numerace do 20, sčítání a odčítání bez přechodu desítky*. Vyd. 10. Všeň: Alter, 2009. ISBN 978-80-7245-175-3.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika. 4/B, Sčítání a odčítání do 20 s přechodem desítky*. Vydání druhé. Všeň: Alter, 2011. ISBN 978-80-7245-207-1.

EICHLEROVÁ, Marie, Hana STAUDKOVÁ a Ondřej VLČEK. *Matematika. 6, Sčítání a odčítání dvojciferných čísel do 100, násobení a dělení 2, 3, 4*. Vyd. 10. Všeň: Alter, 2011. ISBN 978-80-7245-260-6.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace, 2. díl*. Vydání 5. Praha: Alter, 2010. ISBN 978-80-7245-217-0.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace, 3. díl*. Vydání 5. Praha: Alter, 2010. ISBN 978-80-7245-218-7.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace, 1. díl*. Vyd. 5. Praha: Alter, 2010. ISBN 978-80-7245-212-5.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace, 3. díl*. Vyd. 5. Praha: Alter, 2010. ISBN 978-80-7245-214-9.

Řada učebnic Nakladatelství Fraus

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: pro 1. ročník základní školy, 1. díl*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-626-0.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: pro 1. ročník základní školy, 2. díl*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-627-7.

HEJNÝ, Milan a kol. *Matematika: pro 3. ročník základní školy*. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-824-0.

HEJNÝ, Milan a kol. *Matematika: pro 5. ročník základní školy*. Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-80-7238-966-7.

Internetové zdroje

http://www.sccg.sk/~matus/part2.htm (citováno dne 12. 4. 2018)
http://mathworld.wolfram.com/TaxicabMetric.html (citováno dne 12. 4. 2018)
http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/opatreni-ministryne-skolstvi-mladeze-a-telovychovy-kterym-se-1-1-1 (citováno dne 12. 4. 2018)

6 Seznam příloh

Příloha 1 – Pracovní listy s úlohami předložené žákům 1. ročníku

Příloha 2 – Pracovní listy s úlohami předložené žákům 2. ročníku

Příloha 3 – Pracovní listy s úlohami předložené žákům 3. ročníku

Příloha 4 – Pracovní listy s úlohami předložené žákům 4. ročníku

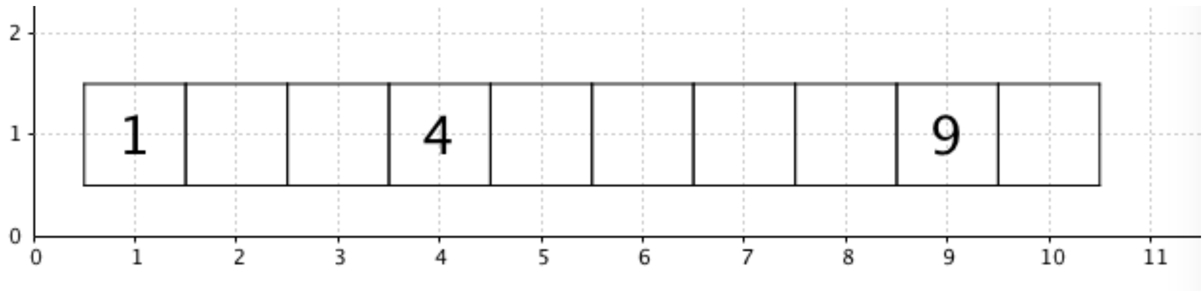
Příloha 5 – Pracovní listy s úlohami předložené žákům 5. ročníku

Příloha 6 – Kopírovatelná verze finální série úloh

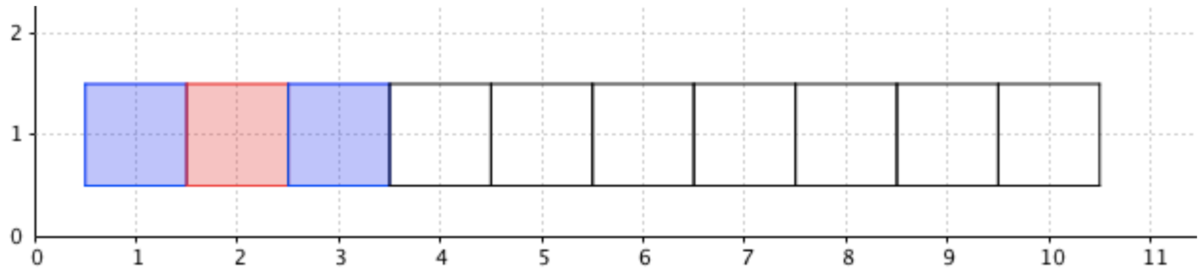
7 Přílohy

Příloha 1 – Pracovní listy s úlohami předložené žákům 1. ročníku

45. OČÍSLUJ POKOJE.

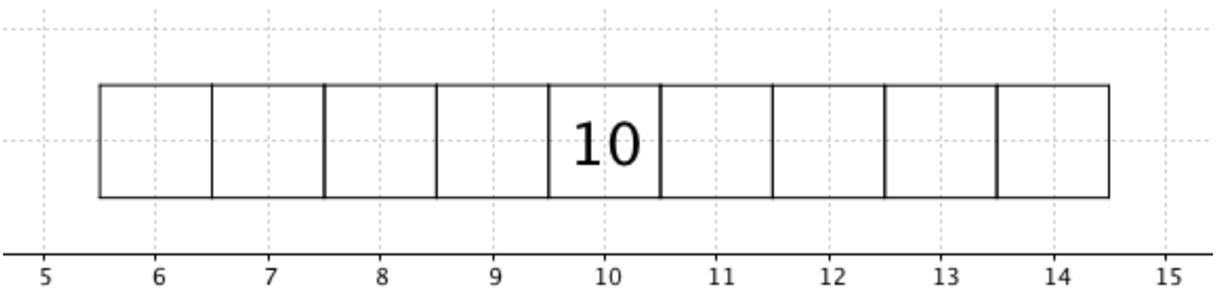


46. POKRAČUJ.



JAKOU BARVU BUDE MÍT
D) POKOJ ČÍSLO JEDENÁCT?
E) POKOJ ČÍSLO ČTRNÁCT?
C) POKOJ ČÍSLO DVACET?

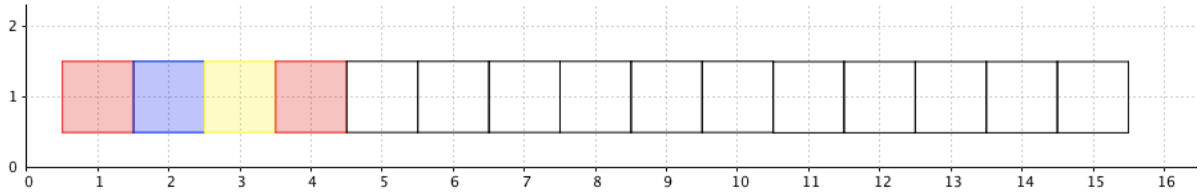
47. OČÍSLUJ POKOJE.



KOLIK POKOJŮ SE NACHÁZÍ MEZI POKOJI ČÍSLO
d) 7 A 13?

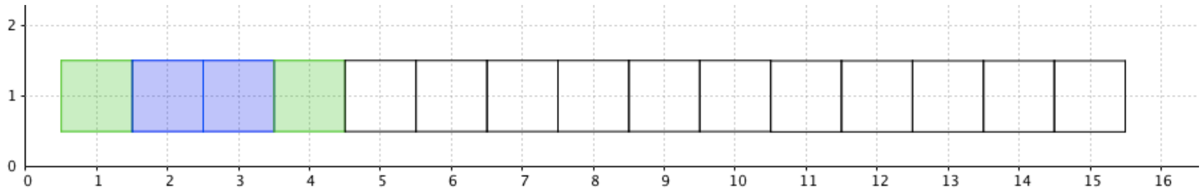
e) 12 A 17?
f) 16 A 20?

48. POKRAČUJ.



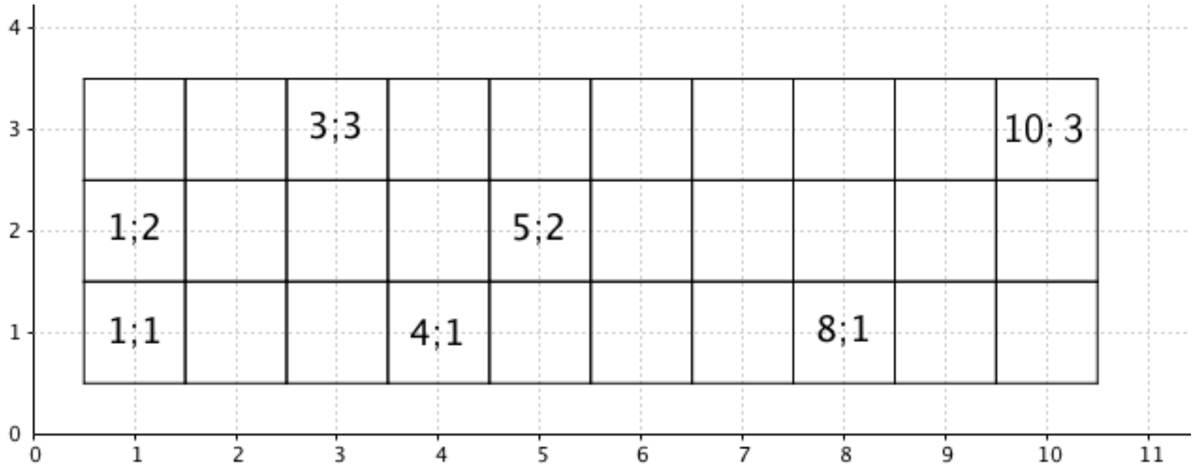
JAKOU BARVU BUDE MÍT
D) SEDMNÁCTÝ POKOJ?
E) DVACÁTÝ POKOJ?
F) TŘICÁTÝ POKOJ?

49. POKRAČUJ.



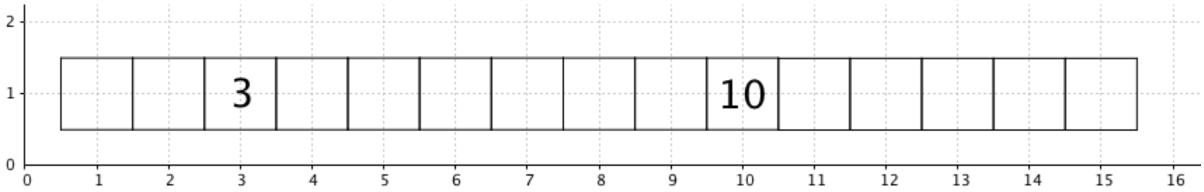
JAKOU BARVU BUDE MÍT
D) SEDMNÁCTÝ POKOJ?
E) DVACÁTÝ POKOJ?
F) TŘICÁTÝ POKOJ?

50. OČÍSLUJ POKOJE.


3;3
10; 3
1;2
5;2
1;1
4;1
8;1

Příloha 2 – Pracovní listy s úlohami předložené žákům 2. ročníku

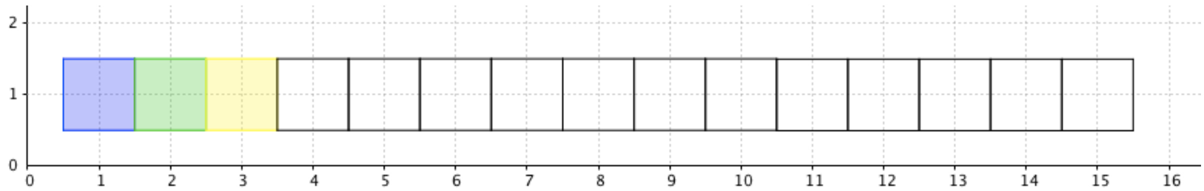
1. Očísluj pokoje.



Kolik pokojů se nachází mezi pokoji číslo

a) 3 a 10?
b) 13 a 17?
c) 18 a 22?

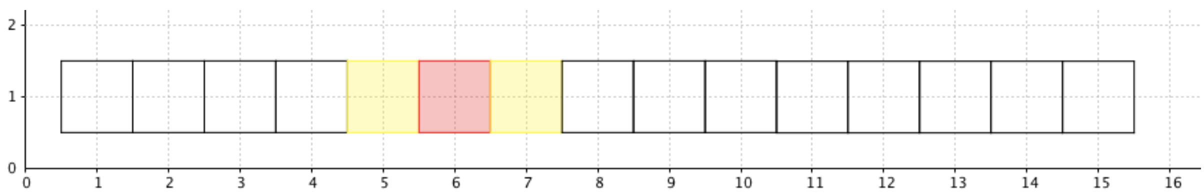
2. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít

a) pokoj číslo sedmnáct?
b) pokoj číslo dvacet?
c) pokoj číslo třicet?

3. Pokračuj.

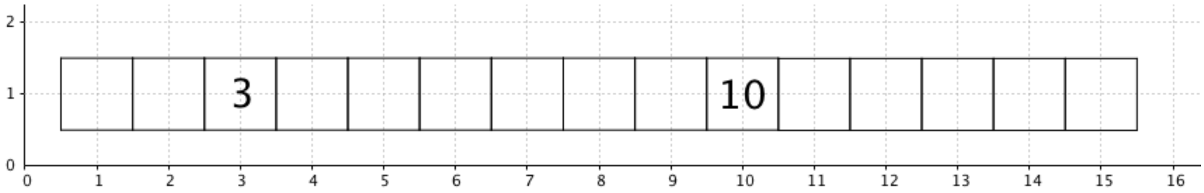


Jakou barvu bude mít

a) pokoj číslo sedmnáct?
b) pokoj číslo dvacet?
c) pokoj číslo třicet?

Příloha 3 – Pracovní listy s úlohami předložené žákům 3. ročníku

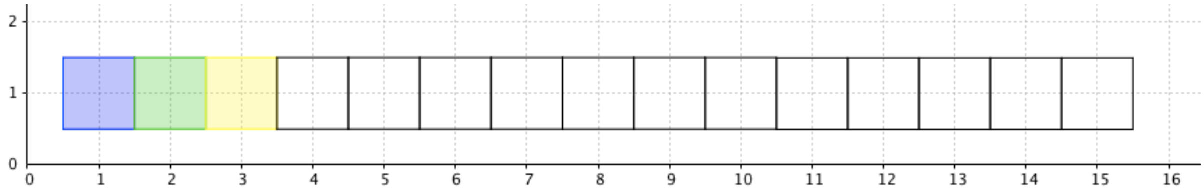
1. Očísluj pokoje.



Kolik pokojů se nachází mezi pokoji číslo

a) 3 a 10?
b) 13 a 18?
c) 17 a 25?

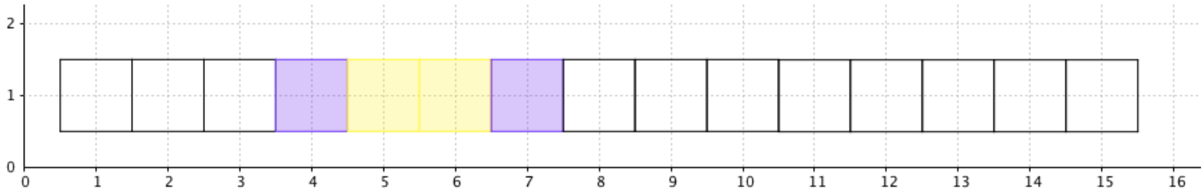
2. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít

a) pokoj číslo dvacet?
b) pokoj číslo třicet?
c) pokoj číslo třicet sedm?

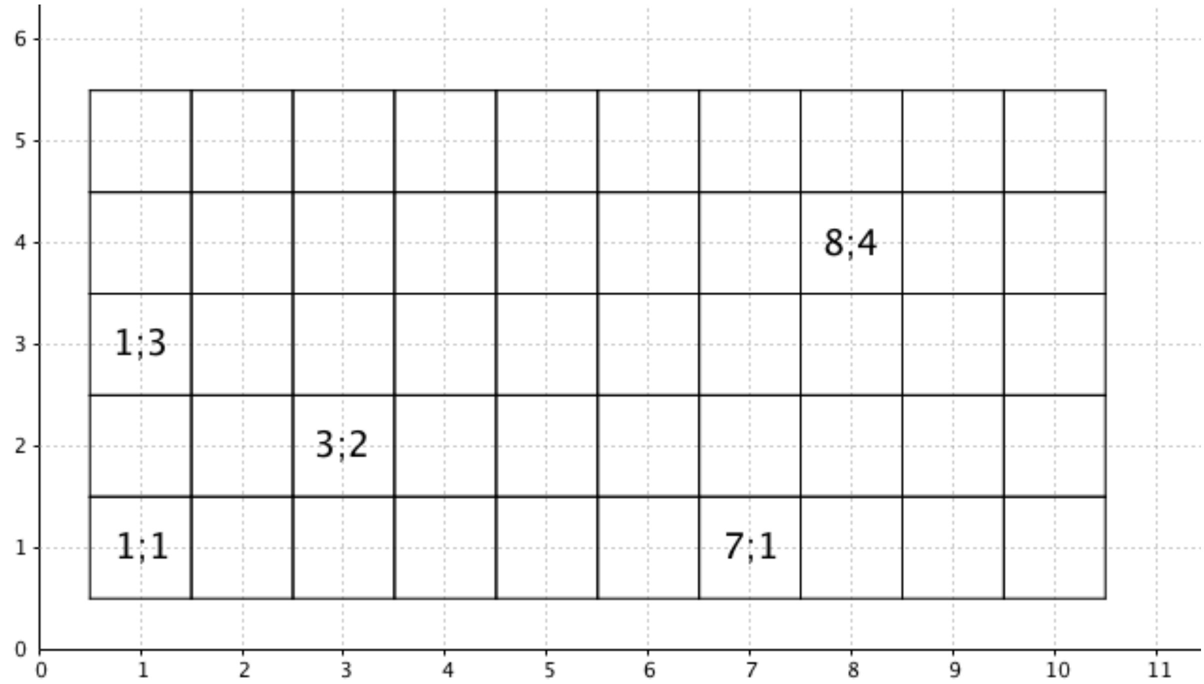
3. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít

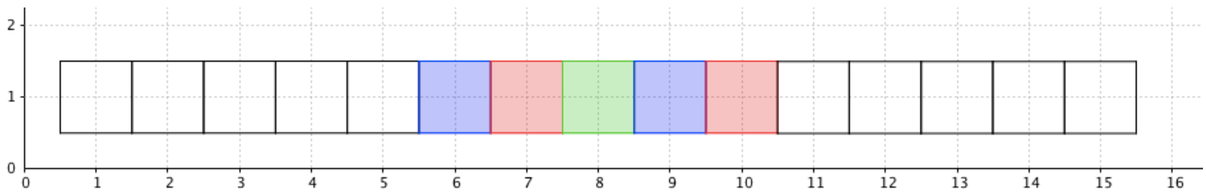
a) pokoj číslo dvacet?
b) pokoj číslo třicet?
c) pokoj číslo třicet sedm?

4. Očísluj pokoje.



Podívej se na všechny pokoje. Co zajímavého zde pozoruješ?

5. Pokračuj.

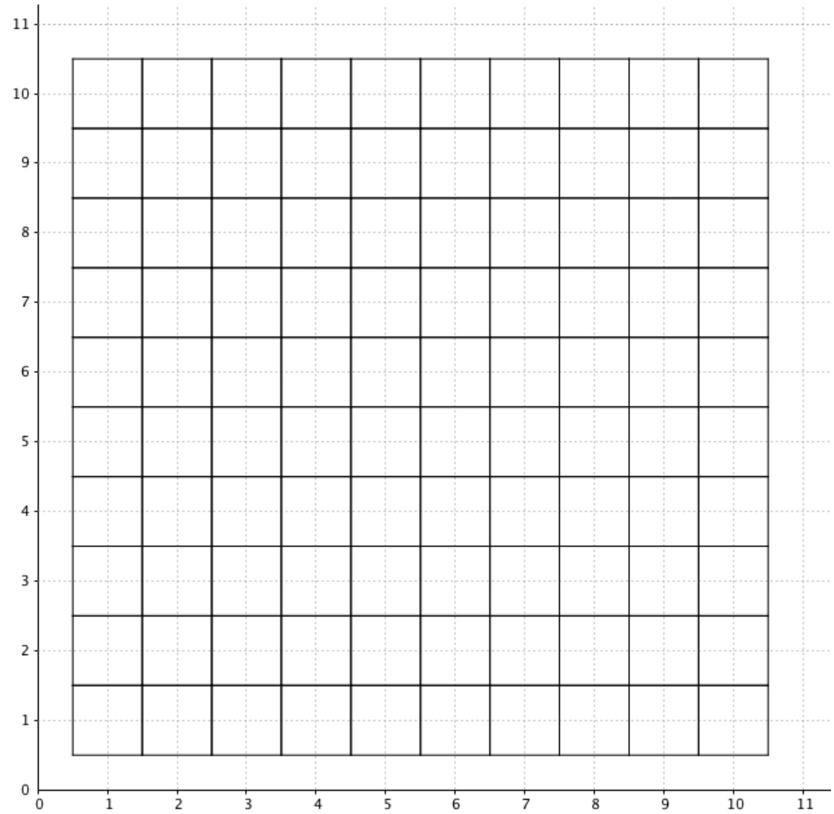


Jakou barvu bude mít

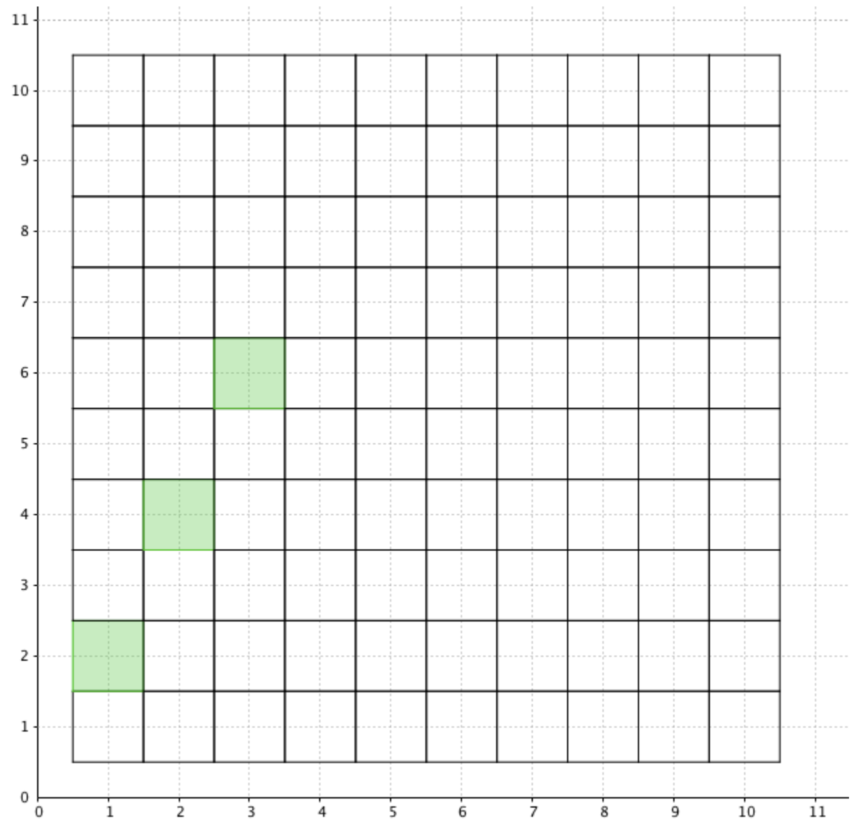
a) pokoj číslo dvacet?
b) pokoj číslo dvacet osm?
c) pokoj číslo třicet pět?

6. Očísluj pokoje

(1,1), (4,1), (10,1), (2,2), (2,5), (2,8), (3,3), (4,4), (10,10), (7,5).



7. Pokračuj a vyplň tabulku.

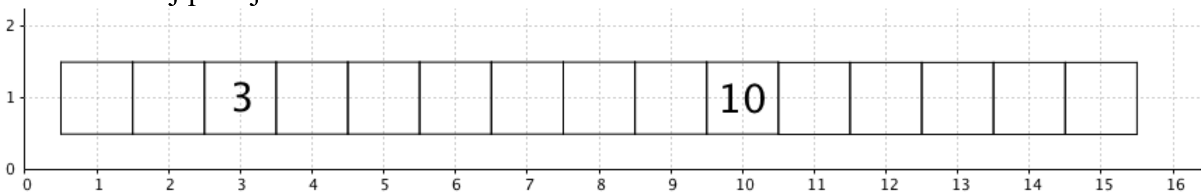


sloupec	1	2								

řádek	2	4								

Příloha 4 – Pracovní listy s úlohami předložené žákům 4. ročníku

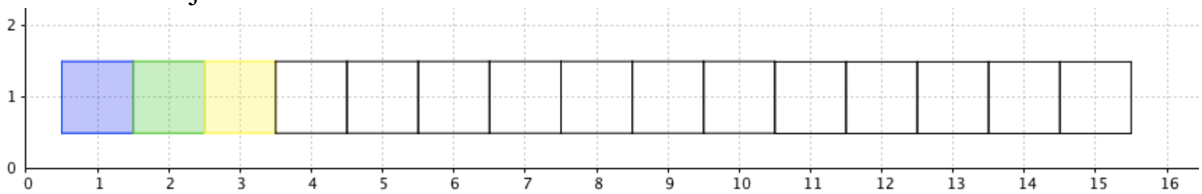
1. Očísluj pokoje.



Kolik pokojů se nachází mezi pokoji číslo

a) 3 a 13?
b) 13 a 20?
c) 17 a 27?

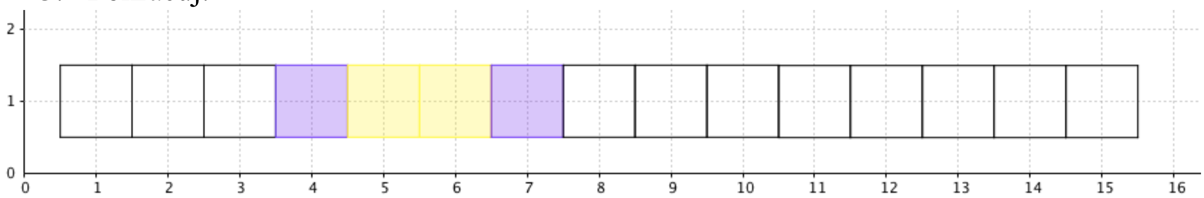
2. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít

a) pokoj číslo dvacet?
b) pokoj číslo třicet?
c) pokoj číslo třicet sedm?

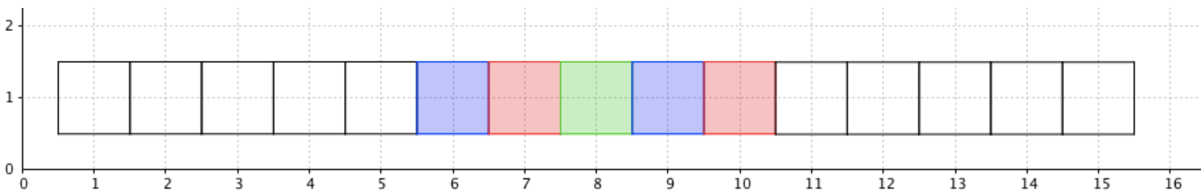
3. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít

a) pokoj číslo dvacet?
b) pokoj číslo třicet?
c) pokoj číslo třicet sedm?

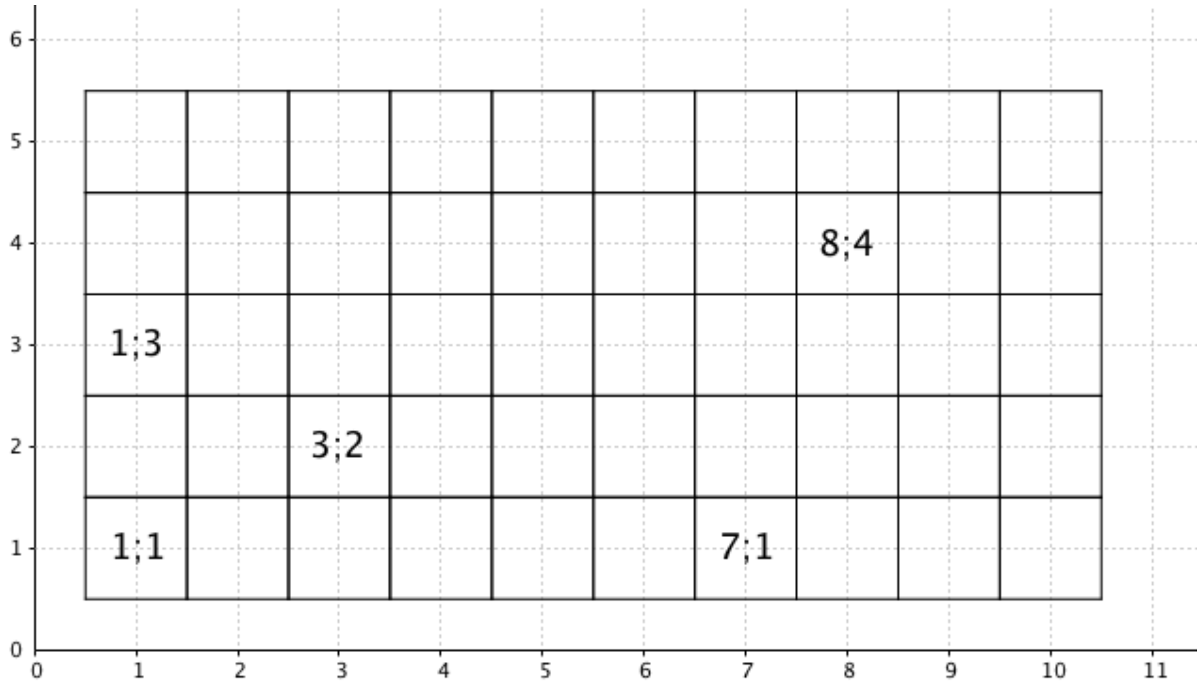
4. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít

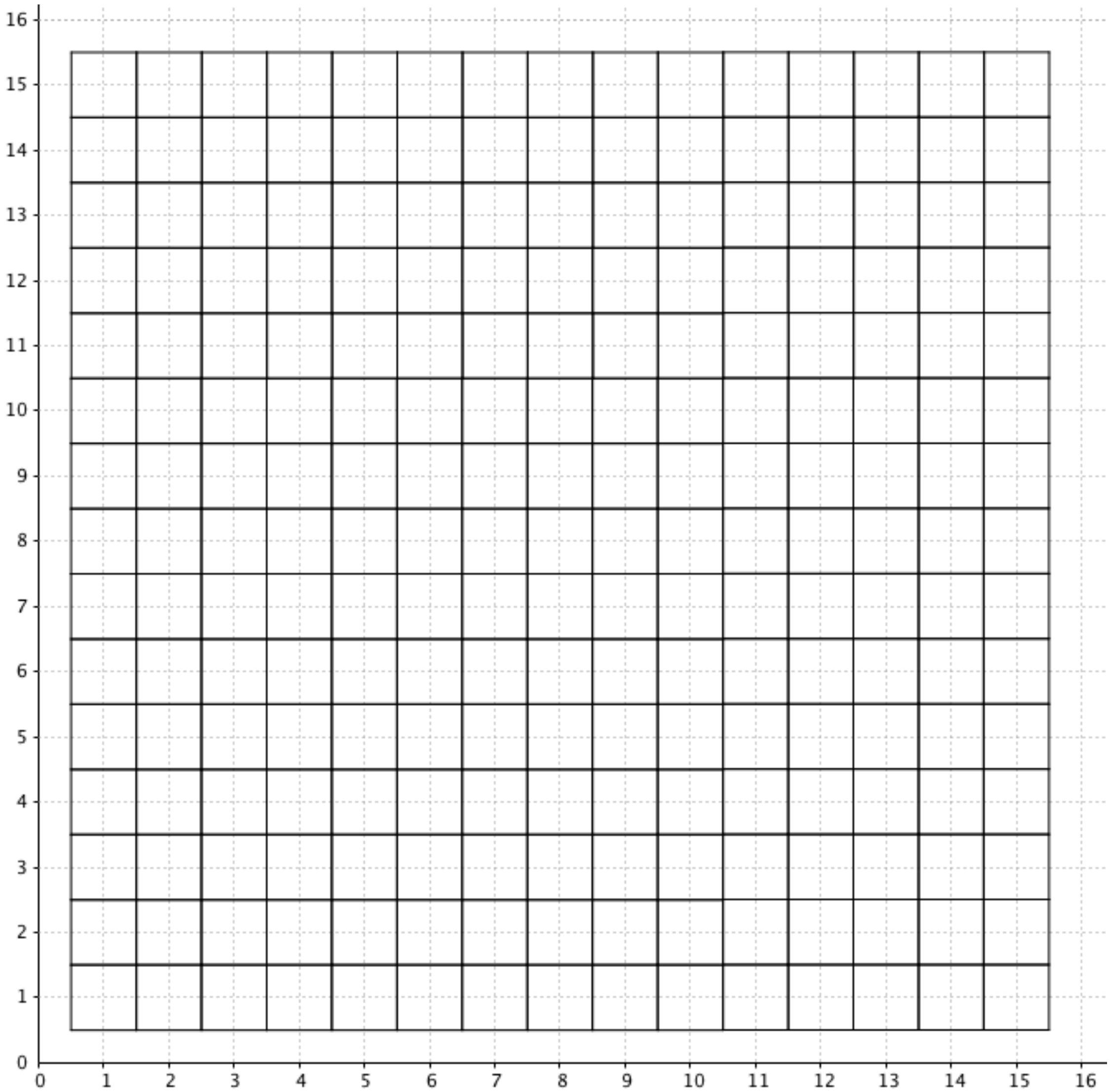
a) pokoj číslo dvacet?
b) pokoj číslo dvacet osm?
c) pokoj číslo třicet pět?

5. Očísluj pokoje.

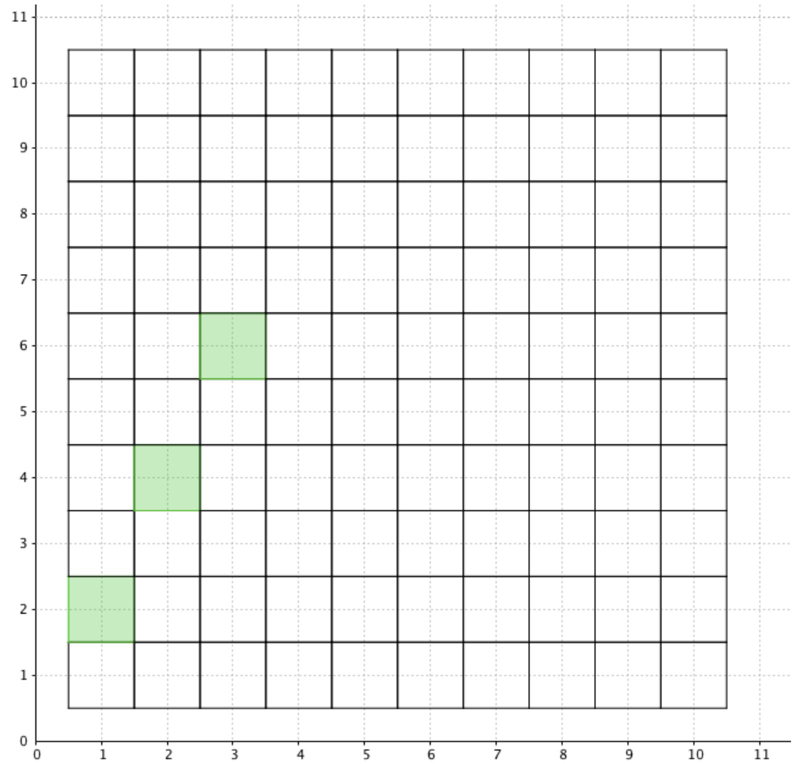


6. Očísluj pokoje.

(1,1), (7,1), (13,1), (2,2), (2,8), (2,15), (3,3), (4,4), (10,10), (15,15), (5,6), (6,5), (9,14), (14,9).

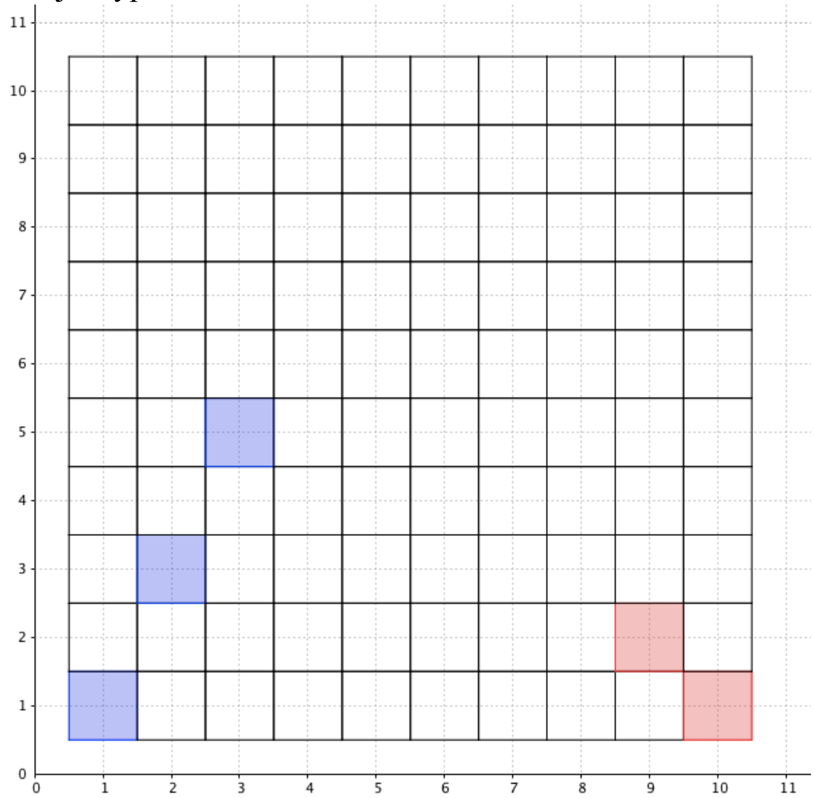


7. Pokračuj a vyplň tabulku.



sloupec	1	2								
řádek	2	4								

8. Pokračuj a vyplň tabulku.



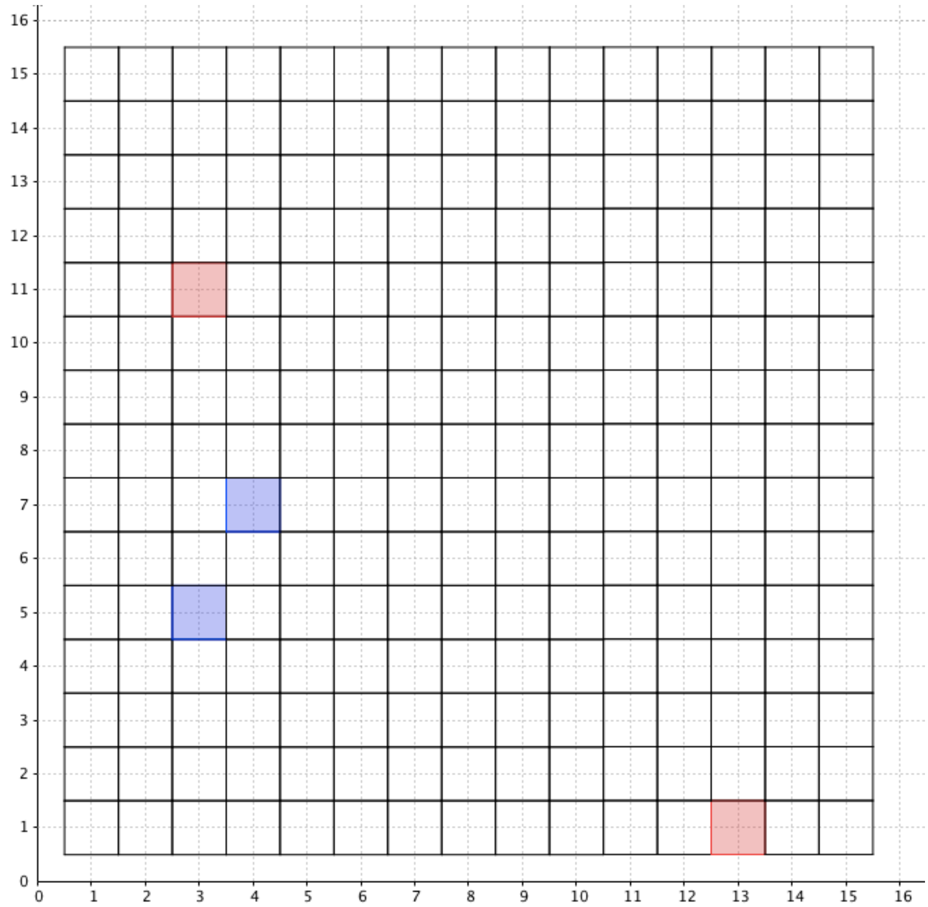
MODRÉ POKOJE

sloupec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
řádek										

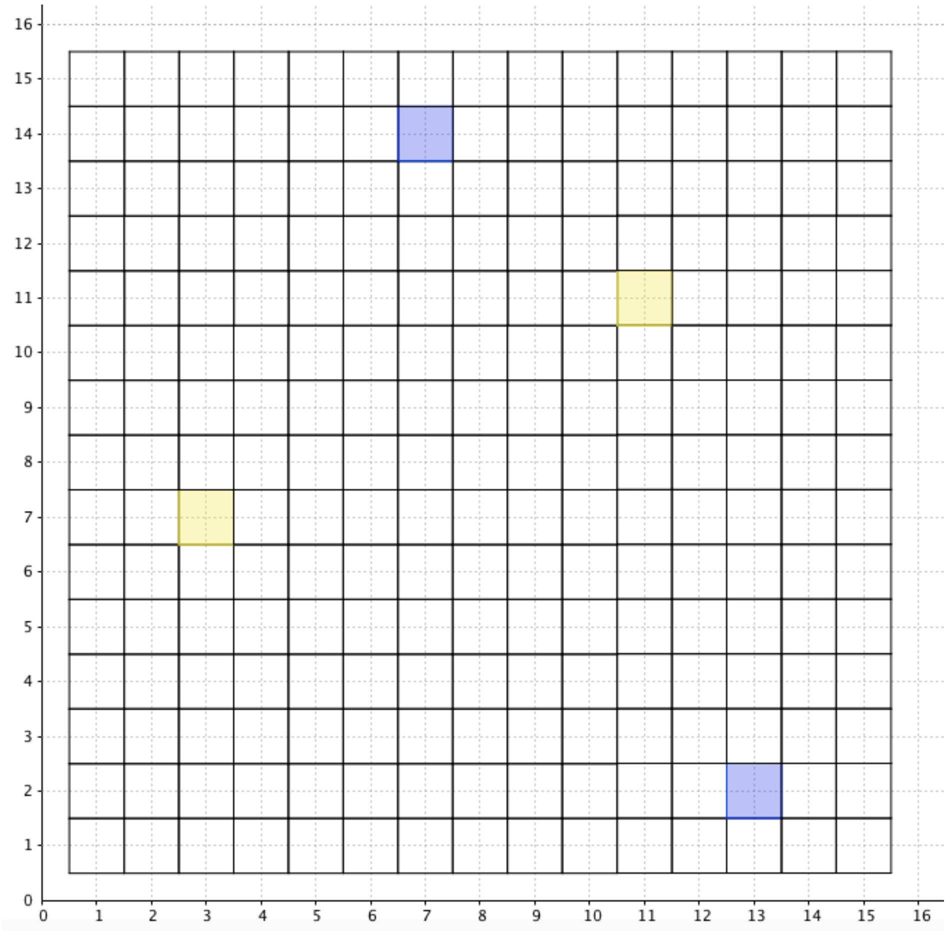
ČERVENÉ POKOJE

sloupec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
řádek										

9. Pokračuj.

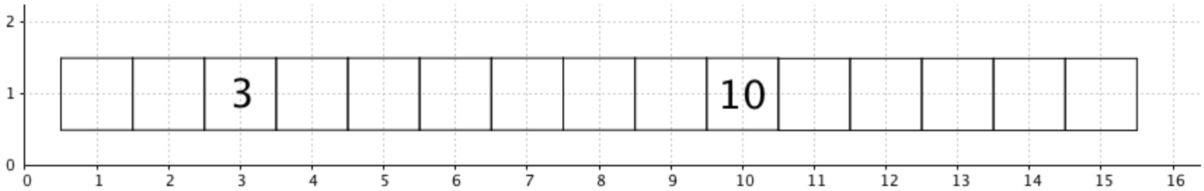


10. Pokračuj.


0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

Příloha 5 – Pracovní listy s úlohami předložené žákům 5. ročníku

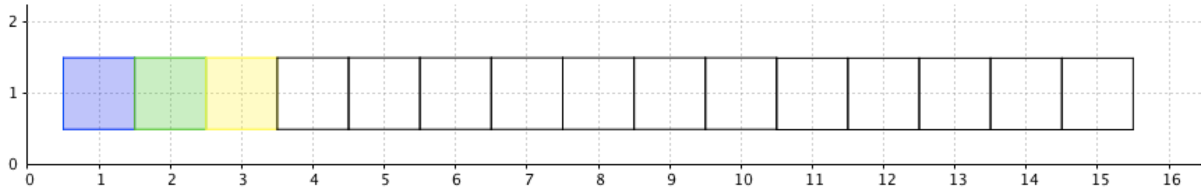
1. Očísluj pokoje.



Kolik pokojů se nachází mezi pokoji číslo

a) 3 a 15?
b) 13 a 23?
c) 17 a 34?

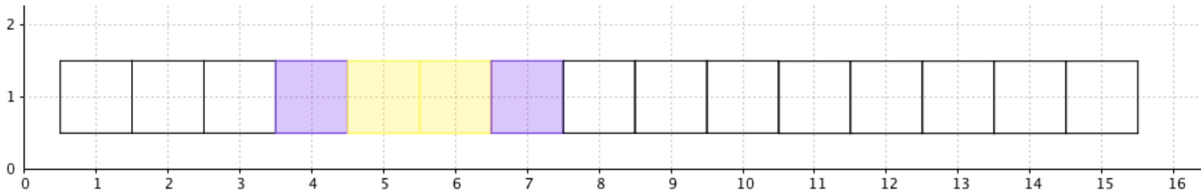
2. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít

a) pokoj číslo dvacet?
b) pokoj číslo třicet?
c) pokoj číslo třicet sedm?

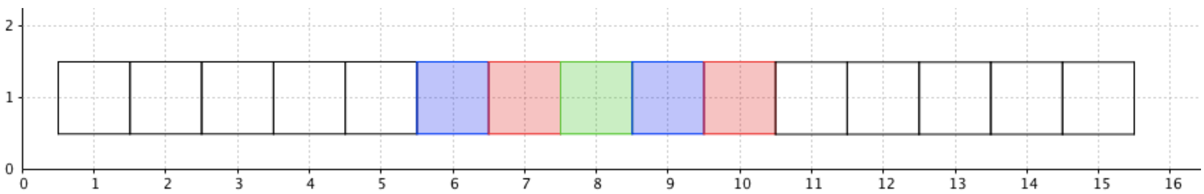
3. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít

a) pokoj číslo dvacet?
b) pokoj číslo třicet?
c) pokoj číslo třicet sedm?

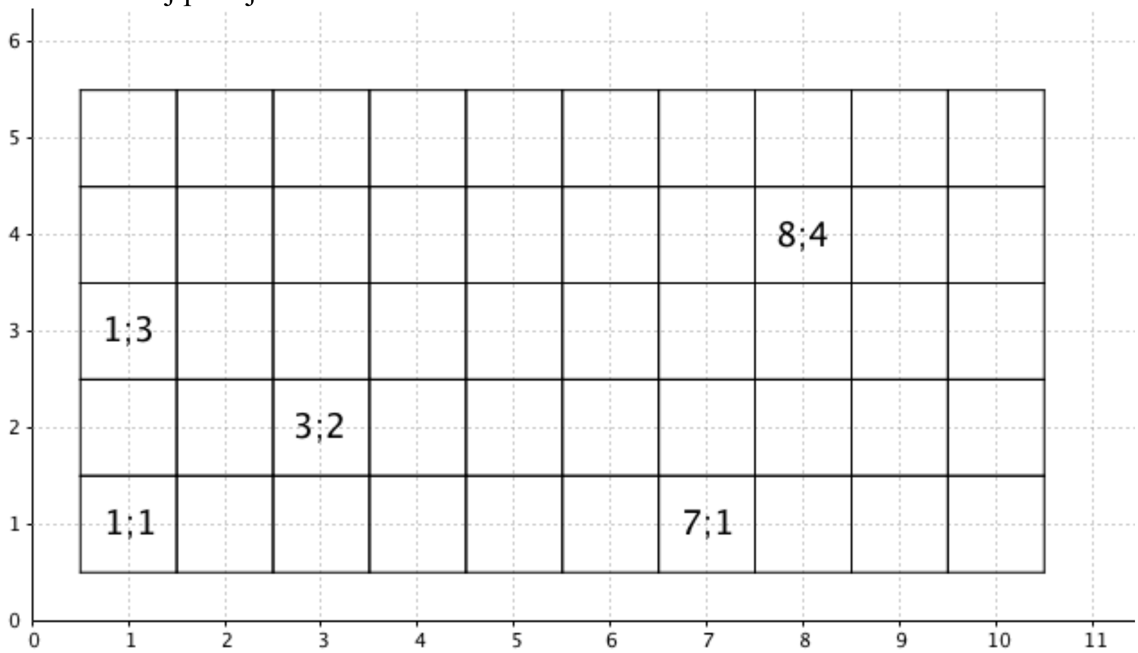
4. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít

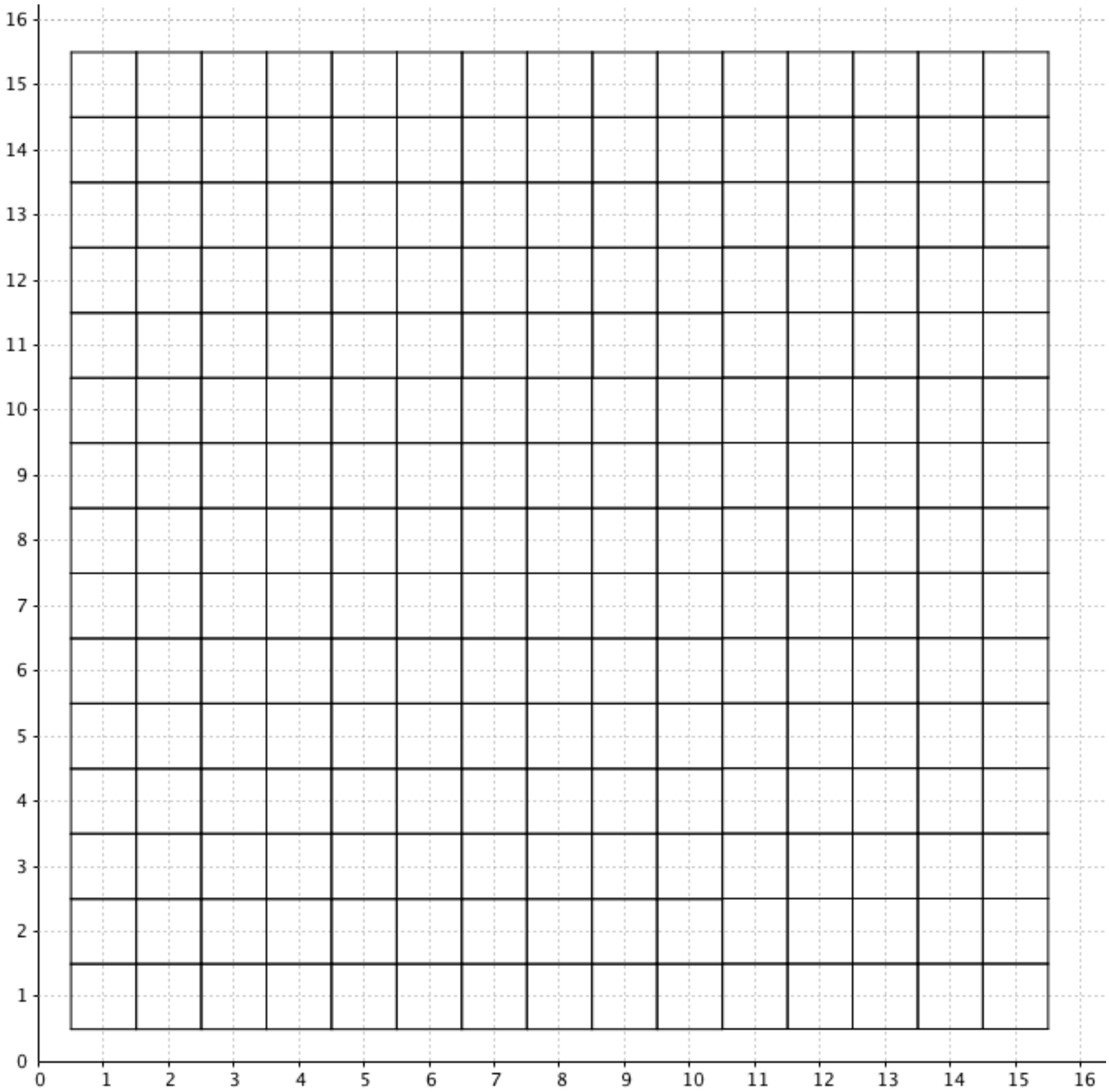
a) pokoj číslo dvacet?
b) pokoj číslo dvacet osm?
c) pokoj číslo třicet pět?

5. Očísluj pokoje.

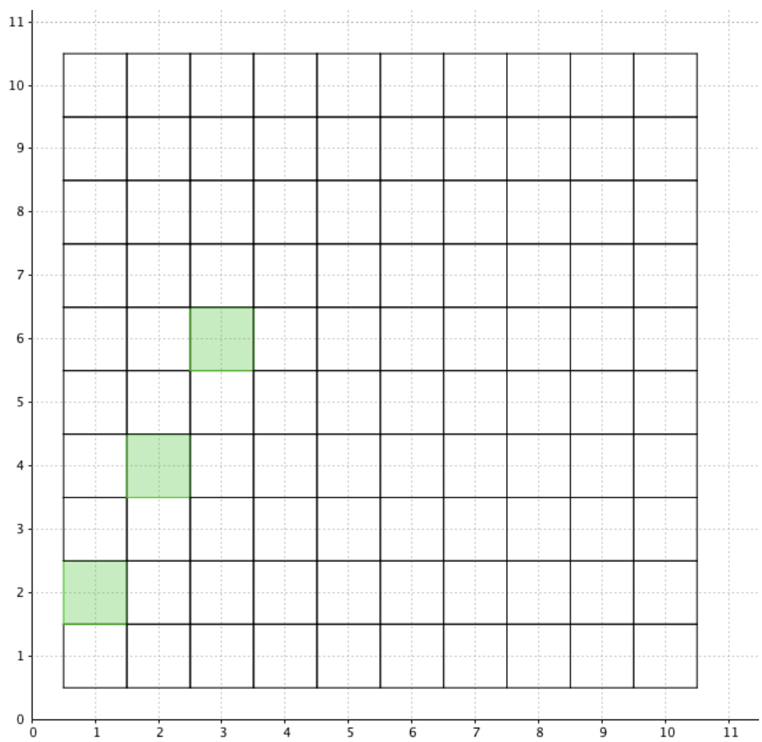


6. Očísluj pokoje.

(1,1), (7,1), (13,1), (2,2), (2,8), (2,15), (3,3), (4,4), (10,10), (15,15), (5,6), (6,5), (9,14), (14,9).

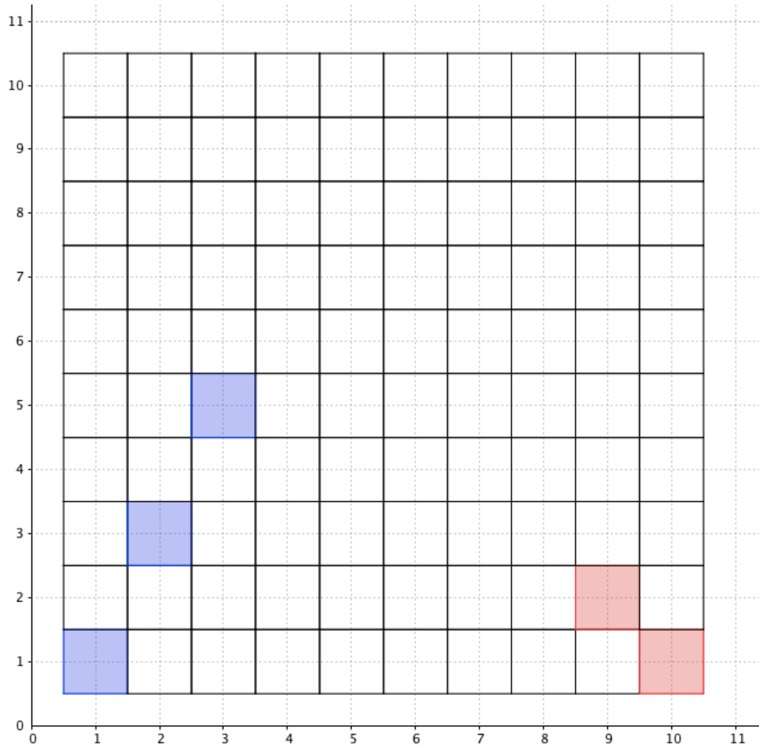


7. Pokračuj a vyplň tabulku.



sloupec	1	2								
řádek	2	4								

8. Pokračuj a vyplň tabulku.



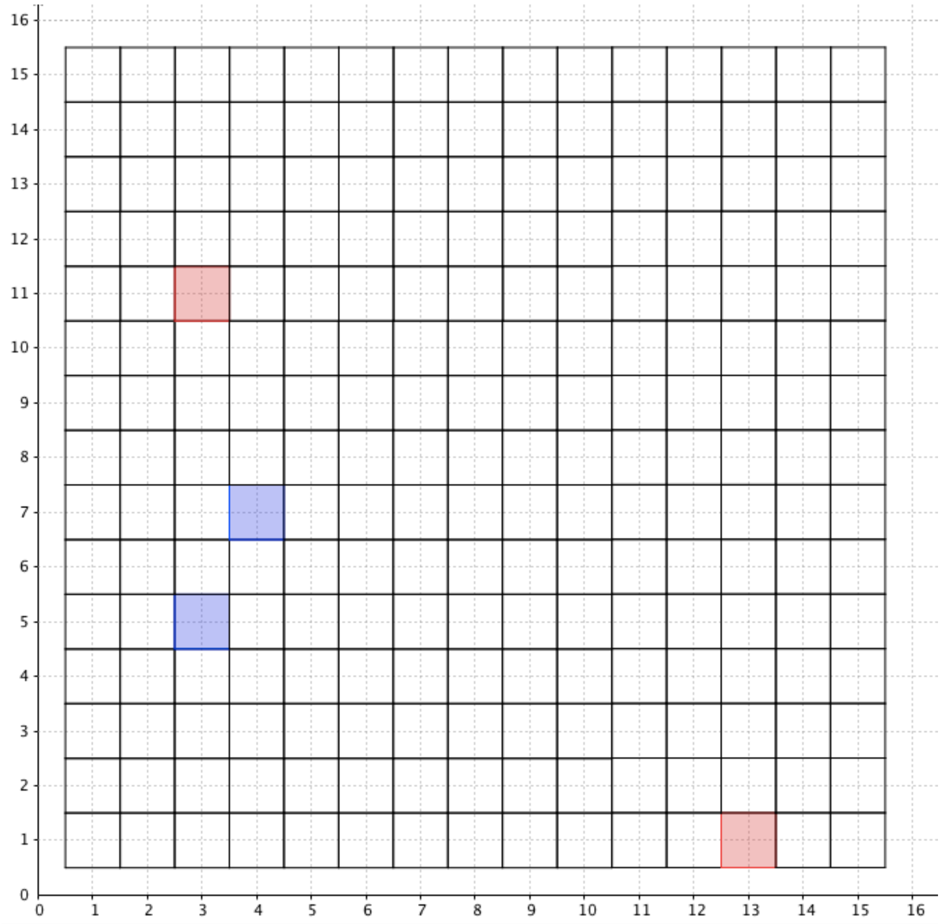
MODRÉ POKOJE

sloupec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
řádek										

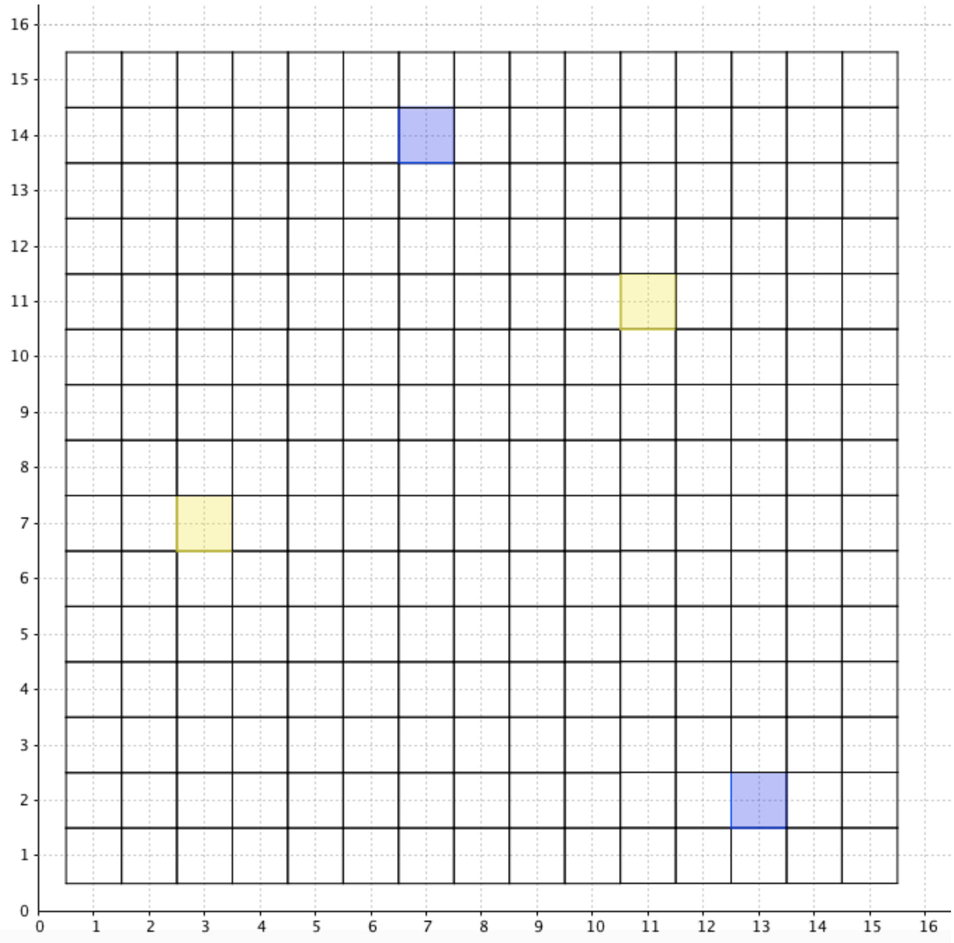
ČERVENÉ POKOJE

sloupec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
řádek										

9. Pokračuj a vybarvené pokoje očísluj.



10. Pokračuj a vybarvené pokoje očísluj.

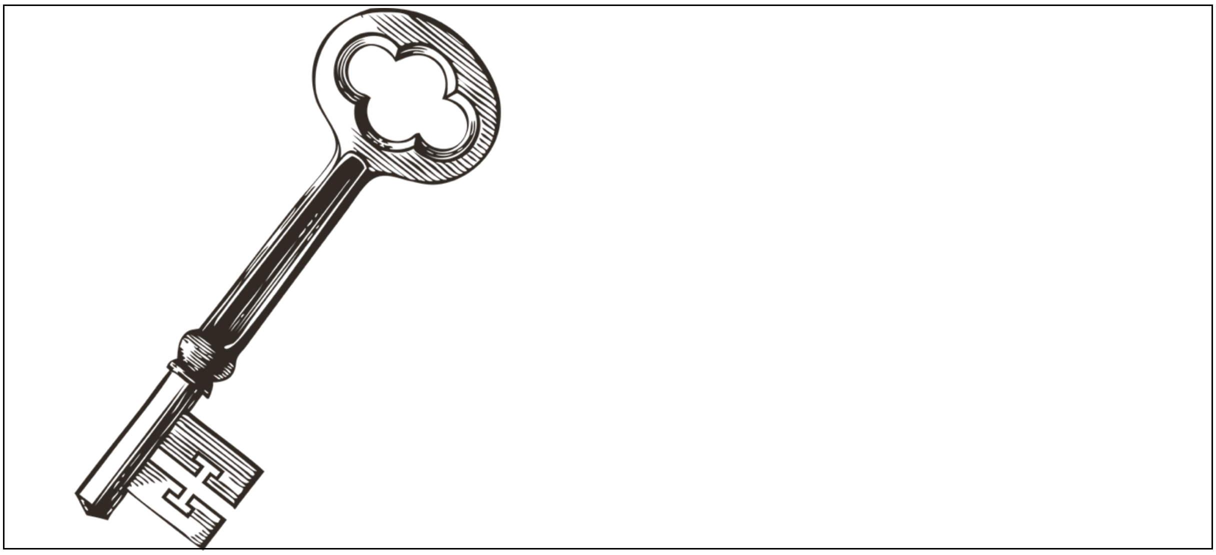

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

Příloha 6 – Kopírovatelná verze finální série úloh

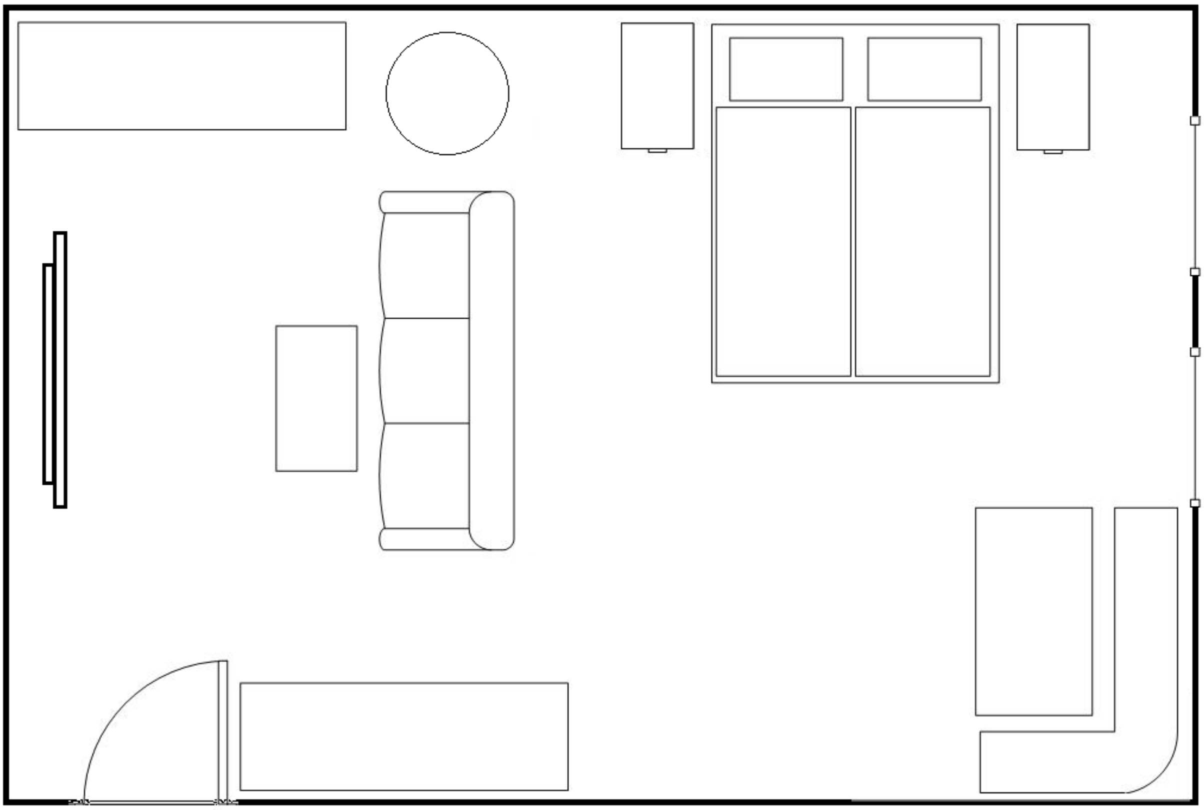
2. ROČNÍK

První seznámení s prostředím

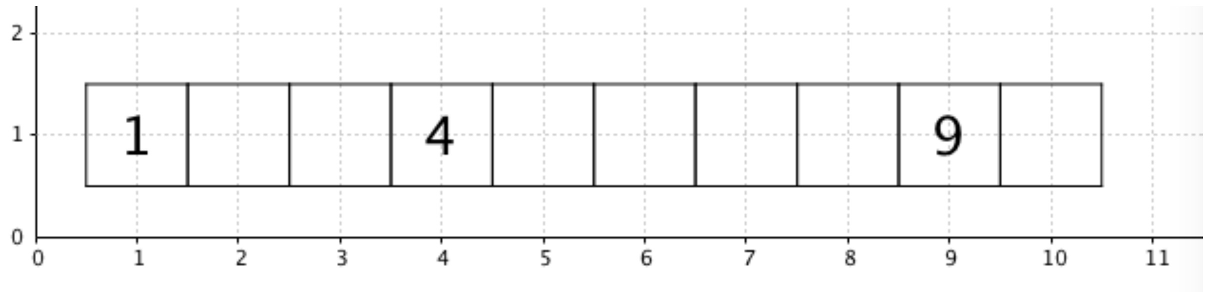
kartička s klíčem:



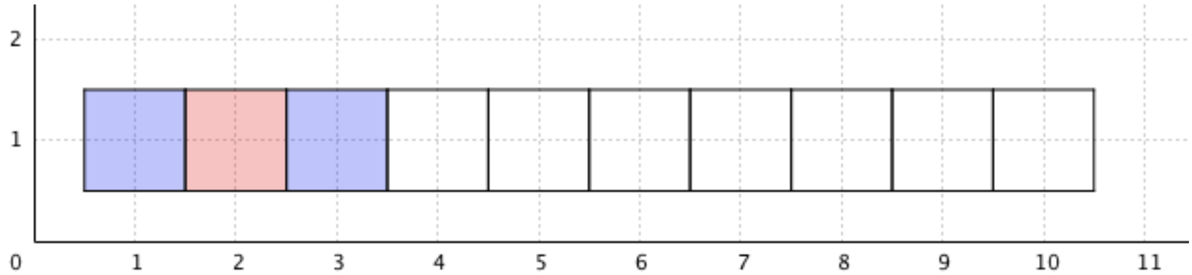
kartička s pokojem:



1. Očísluj pokoje.



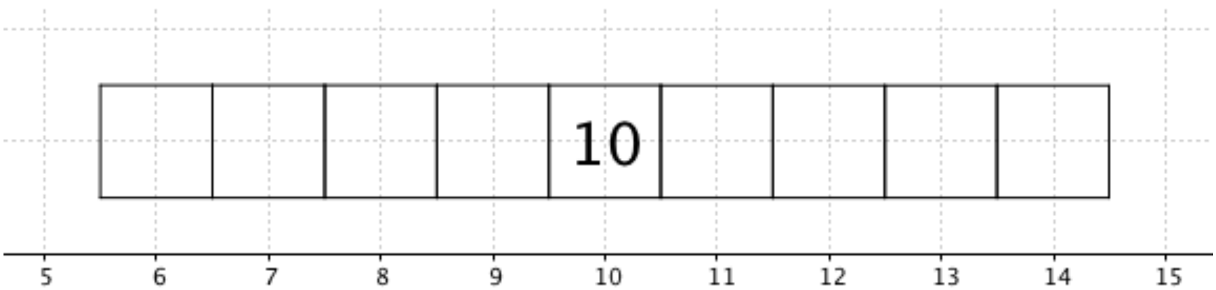
2. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít pokoj číslo

a) jedenáct?
b) čtrnáct?
c) dvacet?

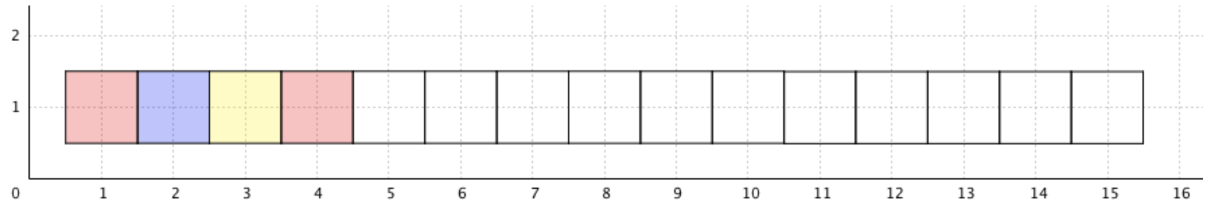
3. Očísluj pokoje.



Kolik pokojů se nachází mezi pokoji

a) 7 a 13?
b) 12 a 17?
c) 16 a 20?

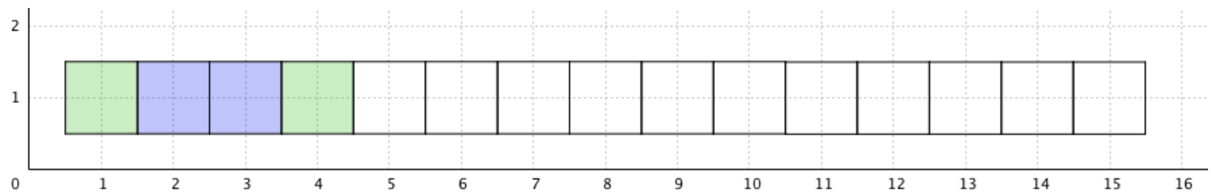
4. Pokračuj.



Jakou barvu bude mít pokoj číslo

a) sedmnáct?
b) dvacet?
c) třicet?

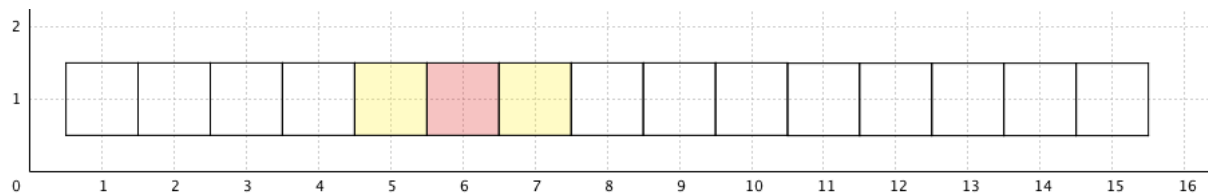
5. Pokračuj.



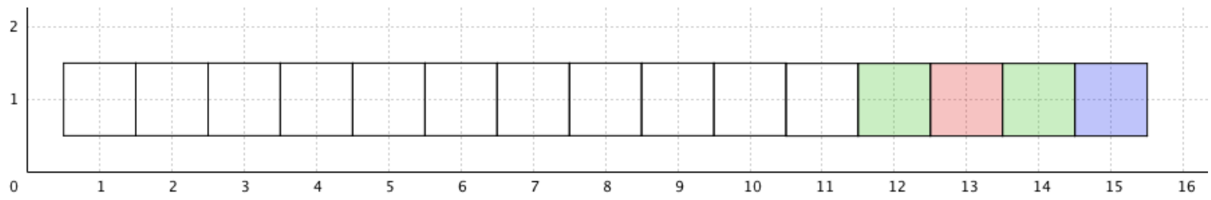
Jakou barvu bude mít pokoj číslo

a) devatenáct?
b) dvacet tři?
c) třicet?

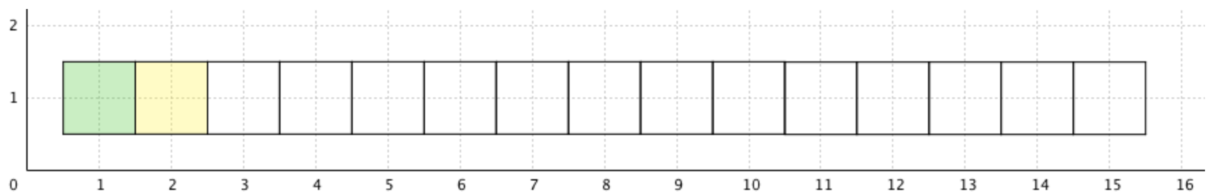
6. Pokračuj.



7. Pokračuj.



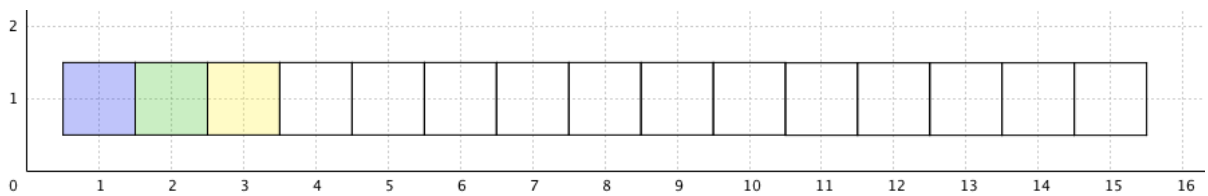
8. Pokračuj. Doplň tabulku.



ŽP	2								
ZP	1								

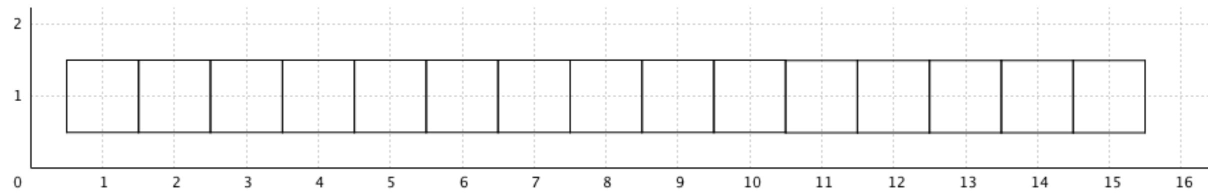
3. ROČNÍK

9. Pokračuj. Doplň tabulku.



ŽP	3								
ZP	2								
MP	1								

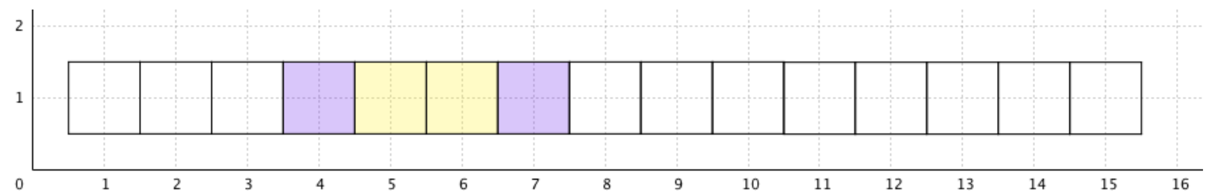
10.Očísluj pokoje.



Kolik pokojů se nachází mezi pokoji

a) 3 a 13?
b) 10 a 18?
c) 17 a 25?

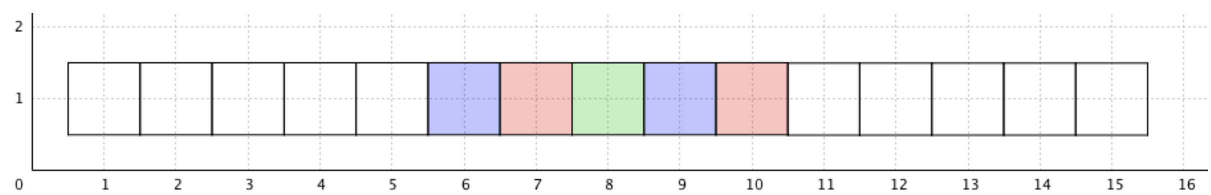
11. Pokračuj.



Kolik žlutých pokojů bude mít hotel, který má celkem

a) 24 pokojů?
b) 36 pokojů?
c) 48 pokojů?

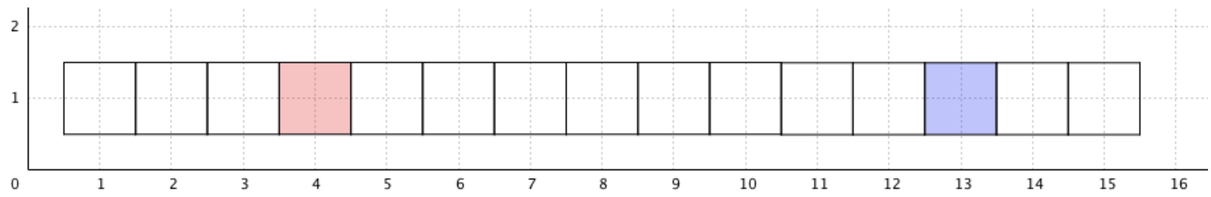
12. Pokračuj.



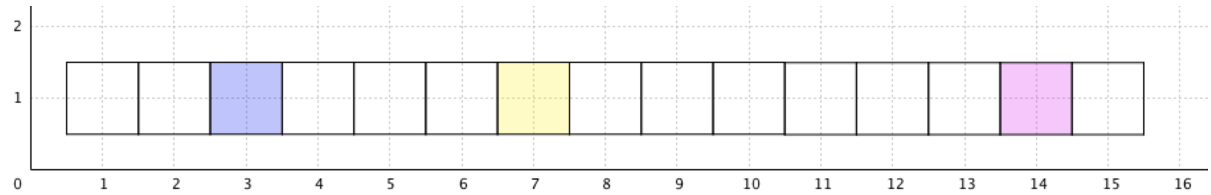
Kolik všech pokojů musí mít hotel, který má

a) 10 modrých pokojů?
b) 14 červených pokojů?
c) 20 zelených pokojů?

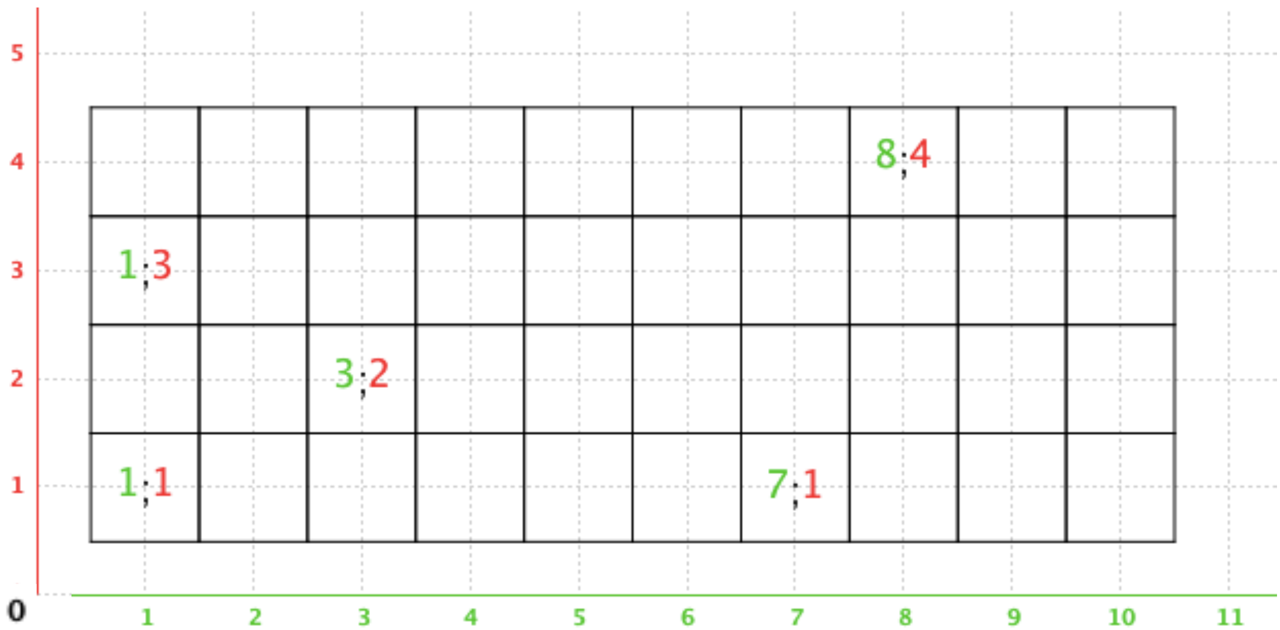
13. Vybarvi všechny pokoje. Dvě barvy se opakují stále stejným způsobem.



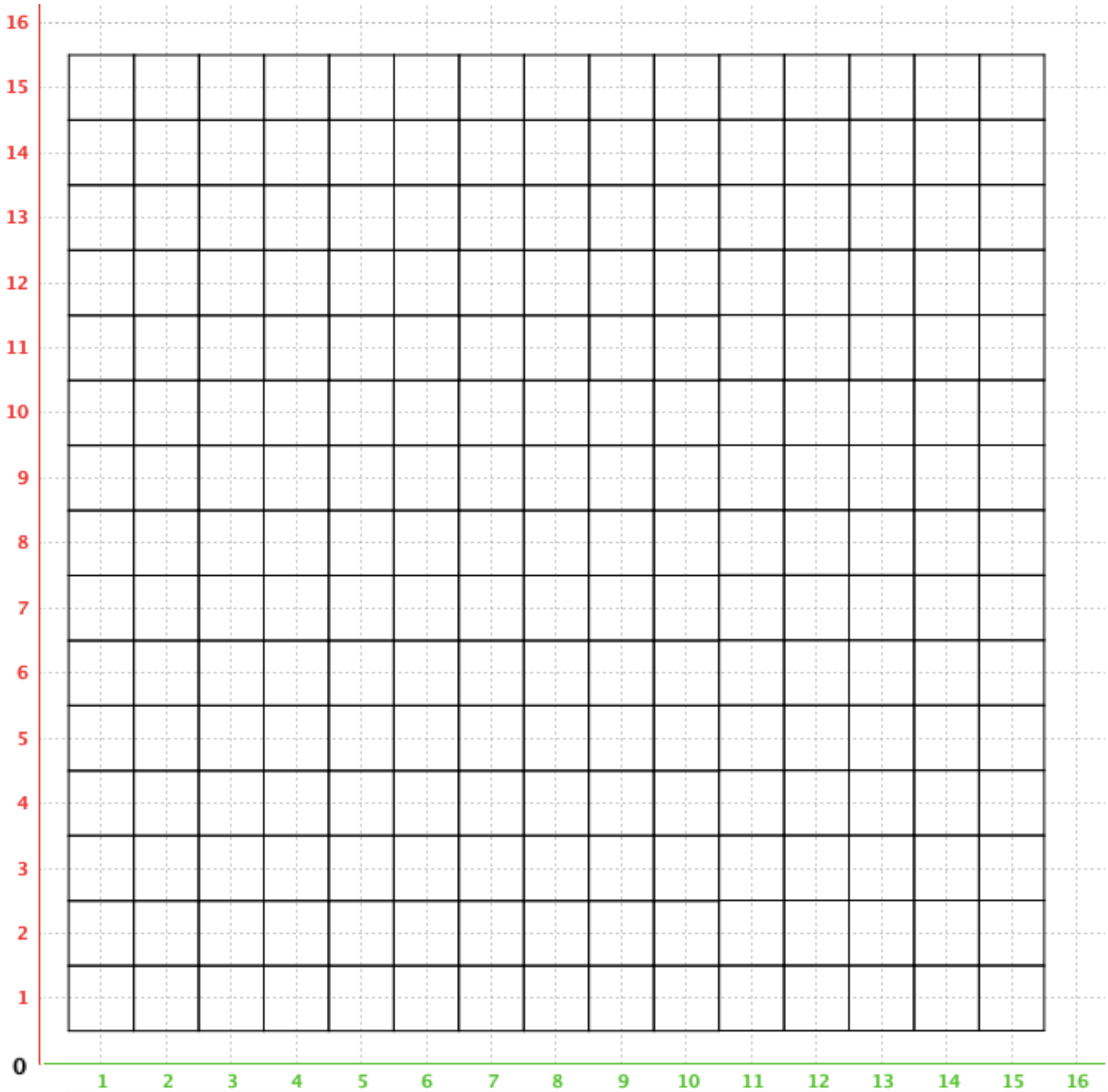
14.Vybarvi všechny pokoje. Opakují se tři barvy.



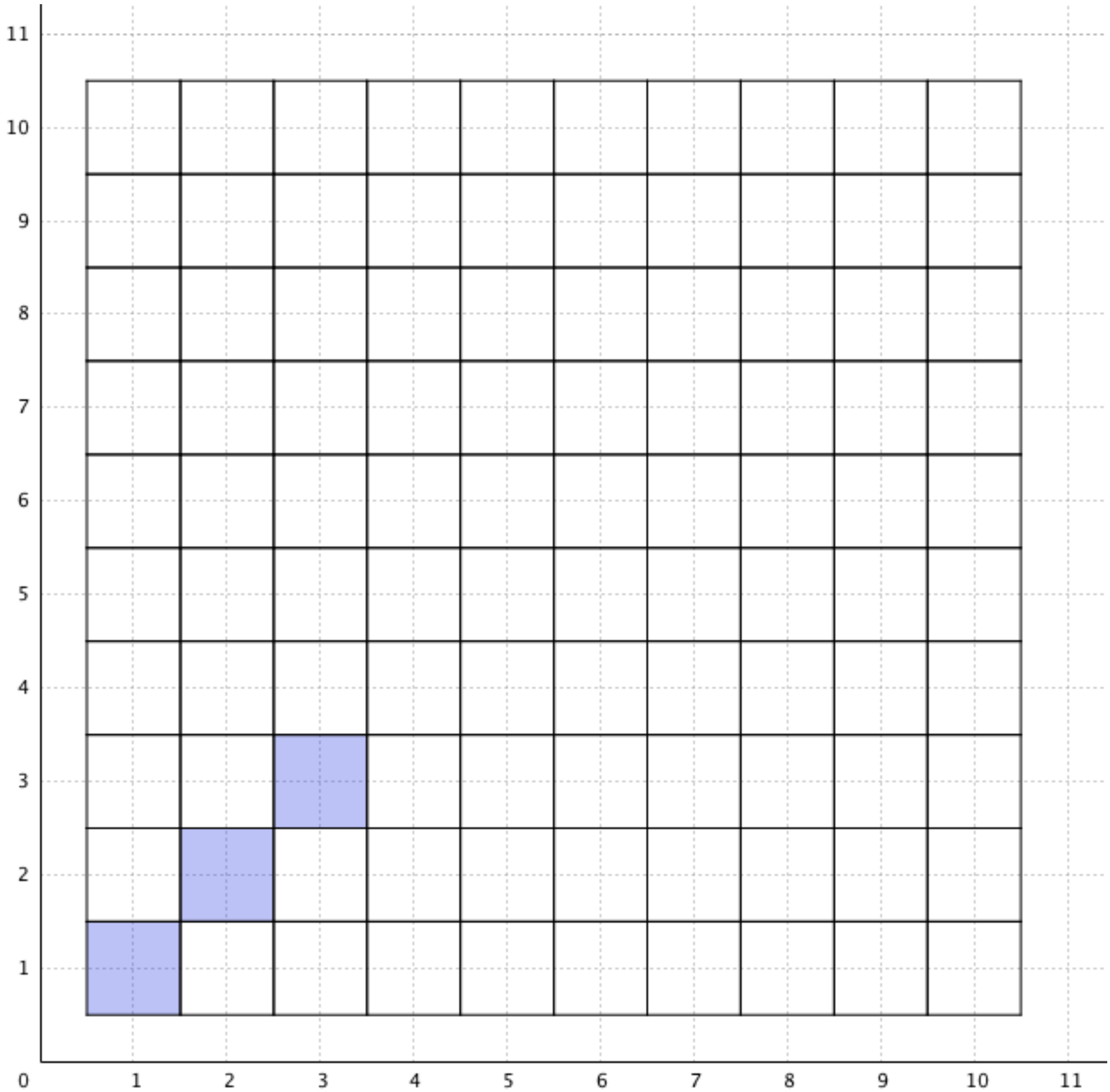
15.Očísluj všechny pokoje.



16. Očísluj pokoje: (1;1), (7;1), (13;1), (2;2), (2;8), (2;15), (3;3), (4;4), (10;10), (15;15), (5;6), (6;5), (9;14), (14;9), (3;15).

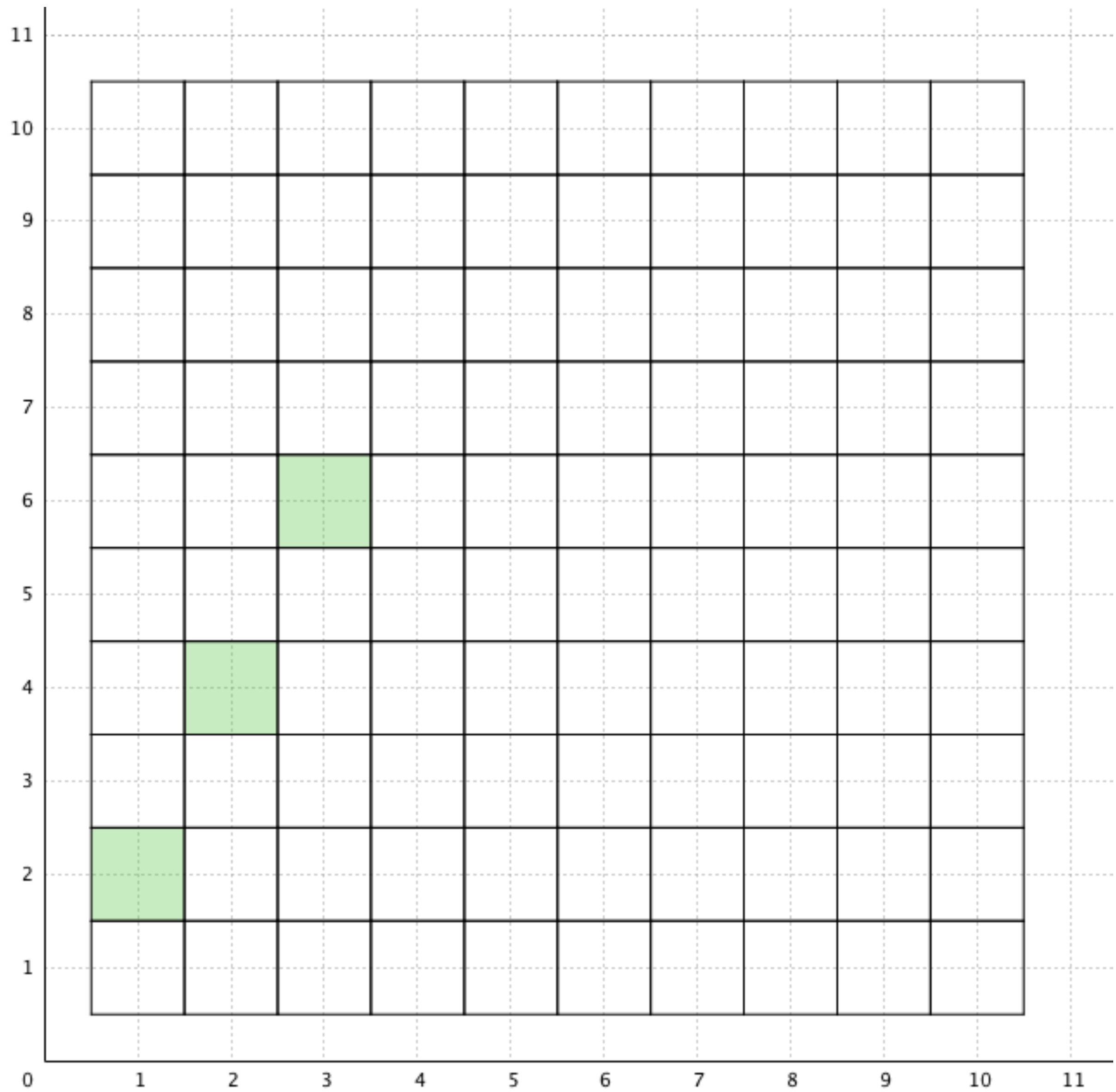


17.Pokračuj a vyplň tabulku.



pořadí pokoje	1	2								
podlaží	1	2								

18.Pokračuj a vyplň tabulku.



pořadí pokoje	1	2								30	
podlaží	2	4									100

Zapiš cestu pomocí tří šipek: (1;2) _____________ (2;4)

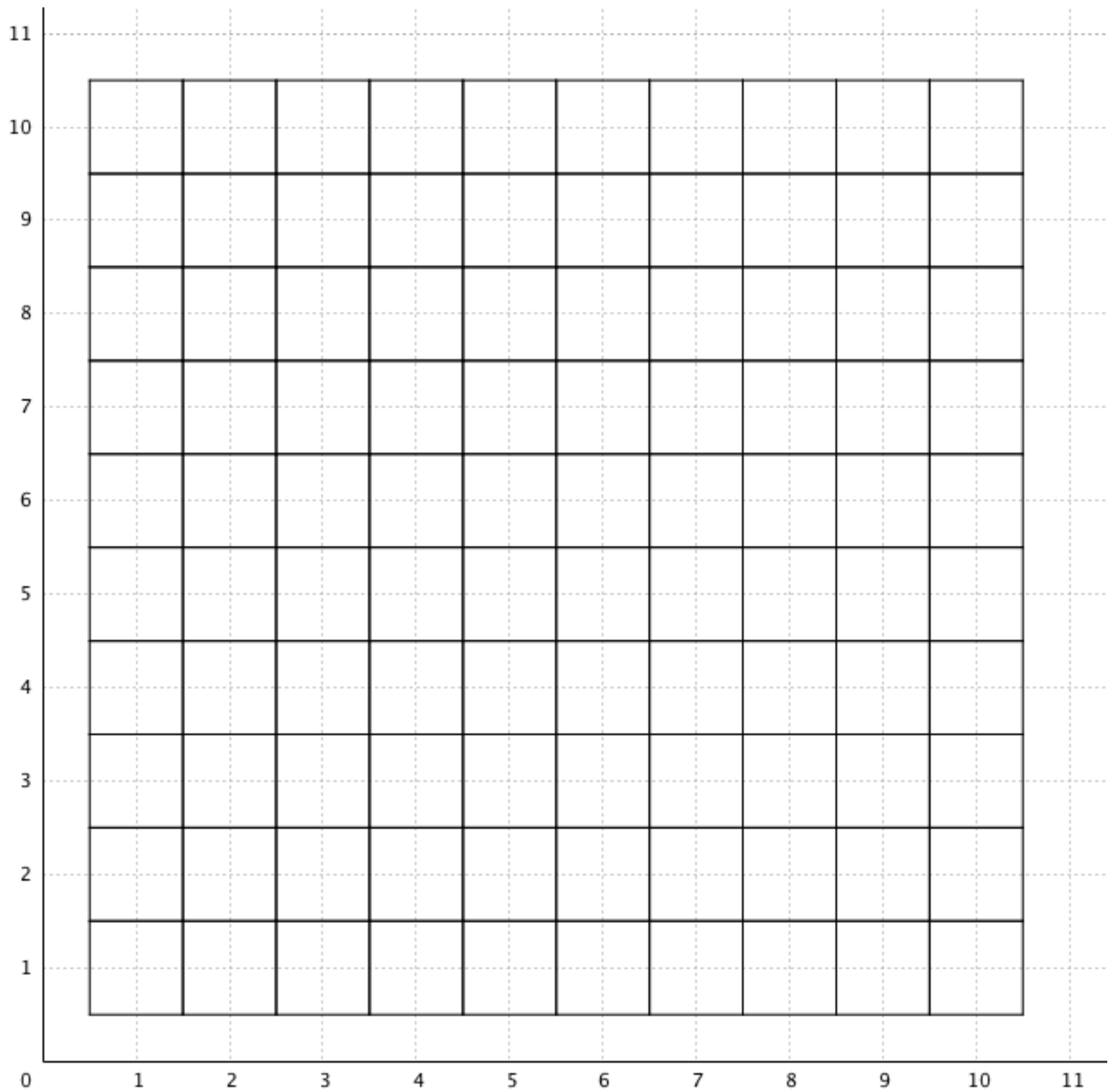
<u>Dohoda</u>: Cestu z pokoje 1;2 do pokoje 2;4 nazýváme **základní**, protože vede mezi dvěma nejbližšími zelenými pokoji. Mezi pokojem 1;2 a 2;4 již žádný další zelený pokoj není. Naopak cesta z pokoje 1;2 do pokoje 3;6 jeden zelený pokoj přeskočila, proto základní není.

19. Vybarvi pokoje,

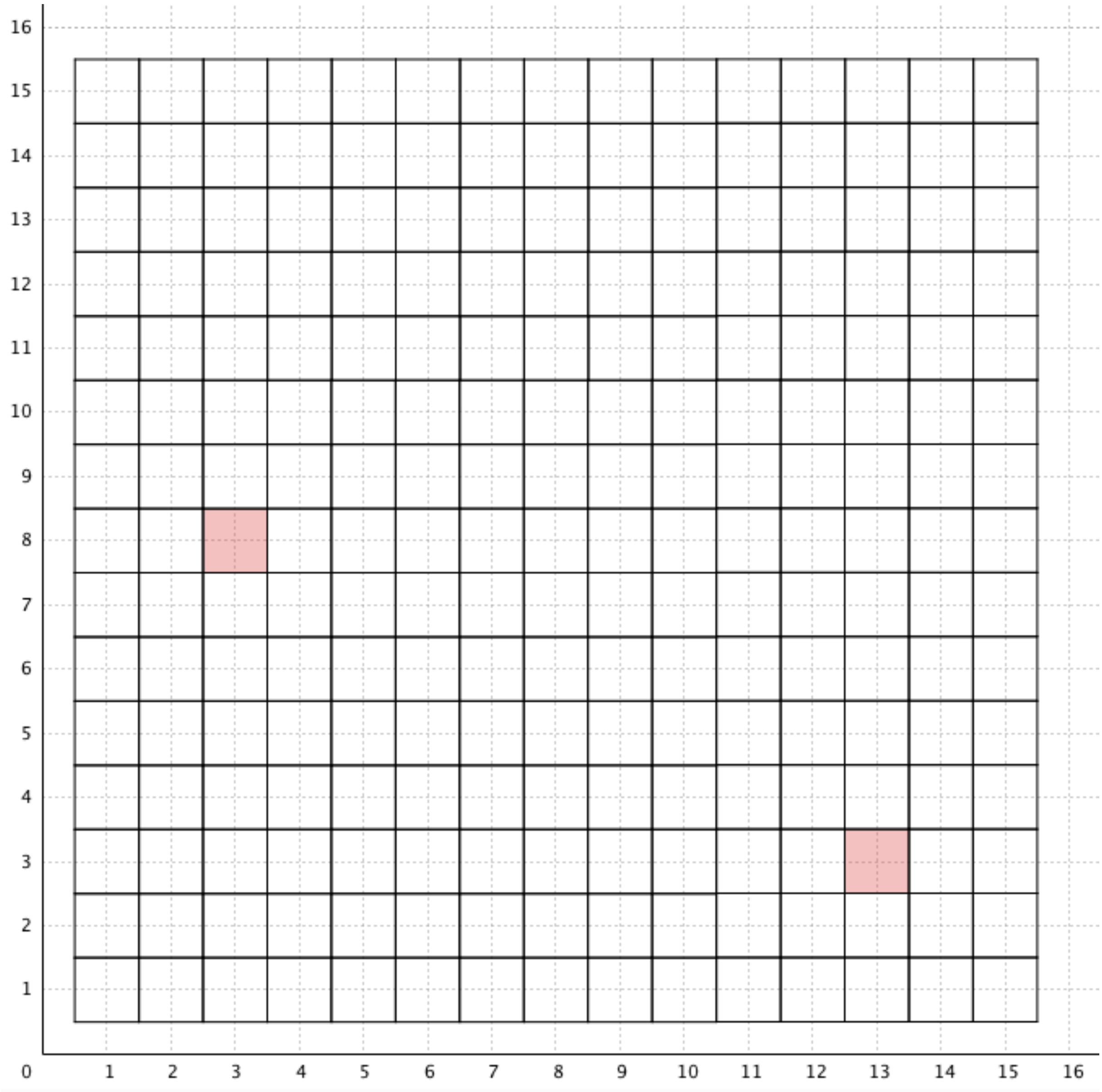
a) které mají obě čísla stejná, červeně.

b) které mají první číslo (označující pořadí pokoje) větší než druhé, modře.

c) které mají druhé číslo (označující podlaží) větší než první, zeleně.



20.Pokračuj. Najdi základní červenou cestu a vybarvi pokoje.



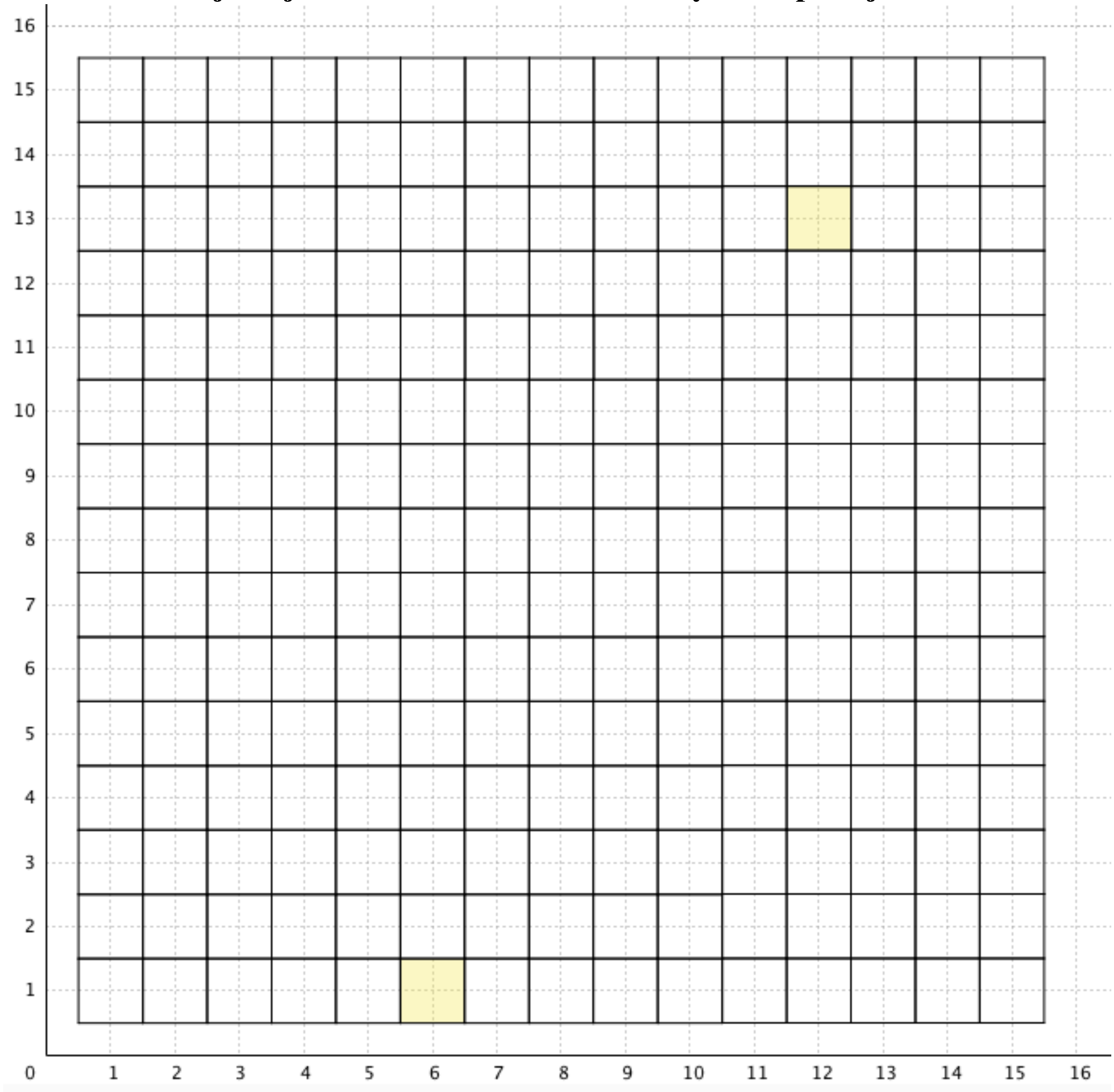
Popiš červenou cestu v hotelu z jednoho červeného pokoje do dalšího pomocí šipek:

(;) ________________ (3 ; 8) ________________ (;) ________________

(;) ________________ (;) ________________ (;) ________________

(13 ; 3) ________________ (;)

21.Pokračuj. Najdi základní žlutou cestu a vybarvi pokoje.

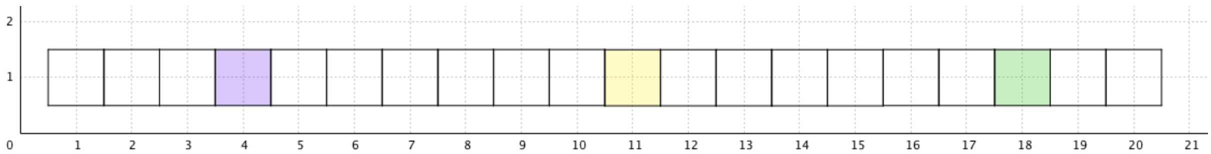


Zapiš cestu z jednoho žlutého pokoje do nejbližšího dalšího žlutého pokoje (tedy základní cestu) pomocí šipek:

(;) _______________ (;)

4. ROČNÍK

22. Vybarvi všechny pokoje. Opakují se tři barvy.



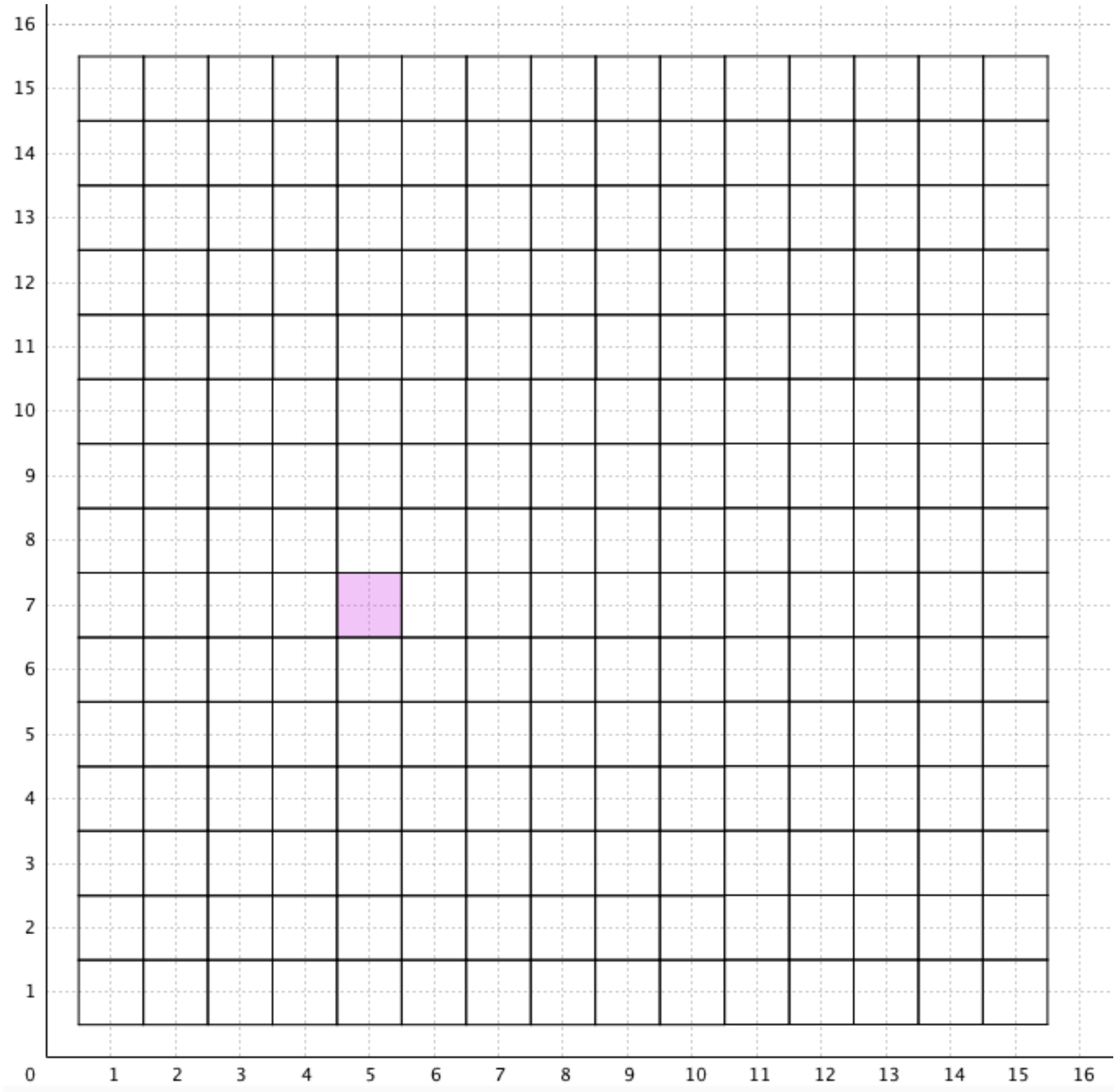
Do každého políčka v prvním sloupci tabulky doplň jednu ze tří barev, které se v barevné řadě střídají. V každém řádku budou čísla pokojů příslušné barvy. Začni od nejnižších čísel a postupně v řadě pokračuj.

Co můžeš z tabulky vyčíst? Jaké číslo má čtvrtý žlutý pokoj? Jaké číslo má osmý zelený pokoj? Jakou barvu má pokoj číslo 19 a kolikátý pokoj příslušné barvy to je?

Jaké je číslo
- a) desátého fialového pokoje?
- b) jedenáctého žlutého pokoje?
- c) patnáctého zeleného pokoje?
- d) sedmnáctého žlutého pokoje?
- e) dvacátého fialového pokoje?
- f) padesátého žlutého pokoje?

Urči barvu pokoje a jeho pořadí v barevné posloupnosti
- g) pokoj číslo 29
- h) pokoj číslo 34
- i) pokoj číslo 42
- j) pokoj číslo 52
- k) pokoj číslo 59
- l) pokoj číslo 111

23. Pokoj 5;7 je růžový. Pokračuj z něho základní růžovou cestou →↑↑ a navštívené pokoje vybarvi.



(5;7) ______________ (;) ______________ (;) ______________ (;)

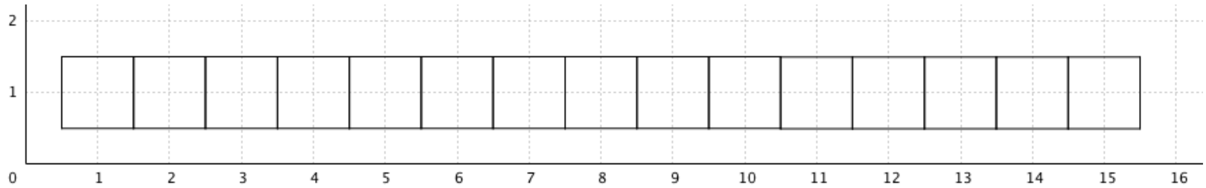
Jak by vypadala cesta, pokud bychom pokračovali z pokoje 5;7 opačným směrem? Navštívené pokoje vybarvi a opět celu cestu zapiš:

(5;7) ______________ (;) ______________ (;) ______________ (;)

Porovnej obě cesty z pokoje 5;7. Všiml sis něčeho zajímavého?

<u>Dohoda</u>: Při zapisování cesty budeme jako první zapisovat šipky ve vodorovném směru (šipky → a ←) a jako druhé v pořadí budeme psát šipky svislé (šipky ↑ a ↓).

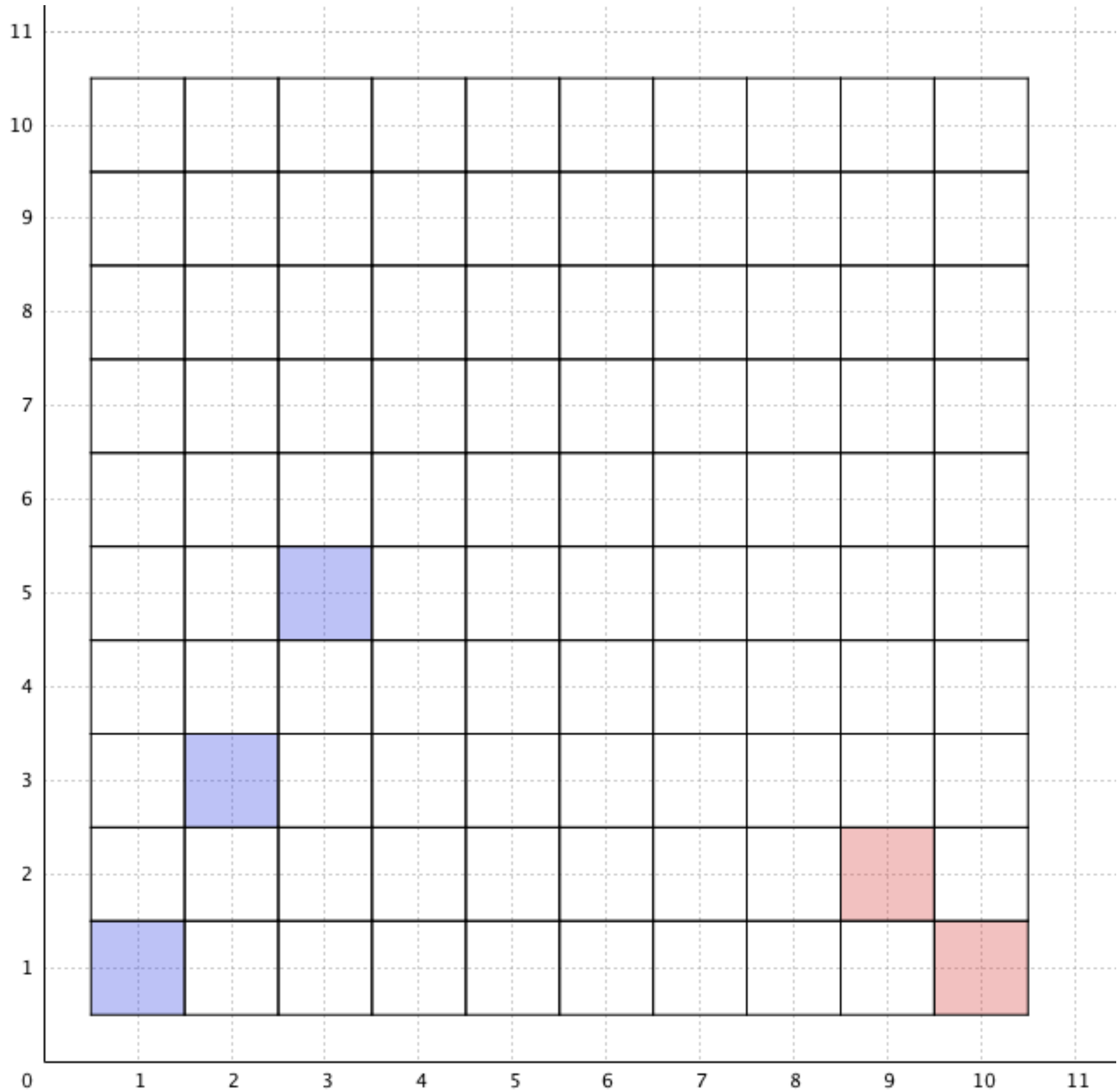
24. Očísluj pokoje.



Kolik pokojů se nachází mezi pokoji

a) 1 a 2?
b) 10 a 15?
c) 14 a 20?
d) 18 a 29?
e) 30 a 60?
f) 100 a 50?

25. Pokračuj a vyplň tabulky.

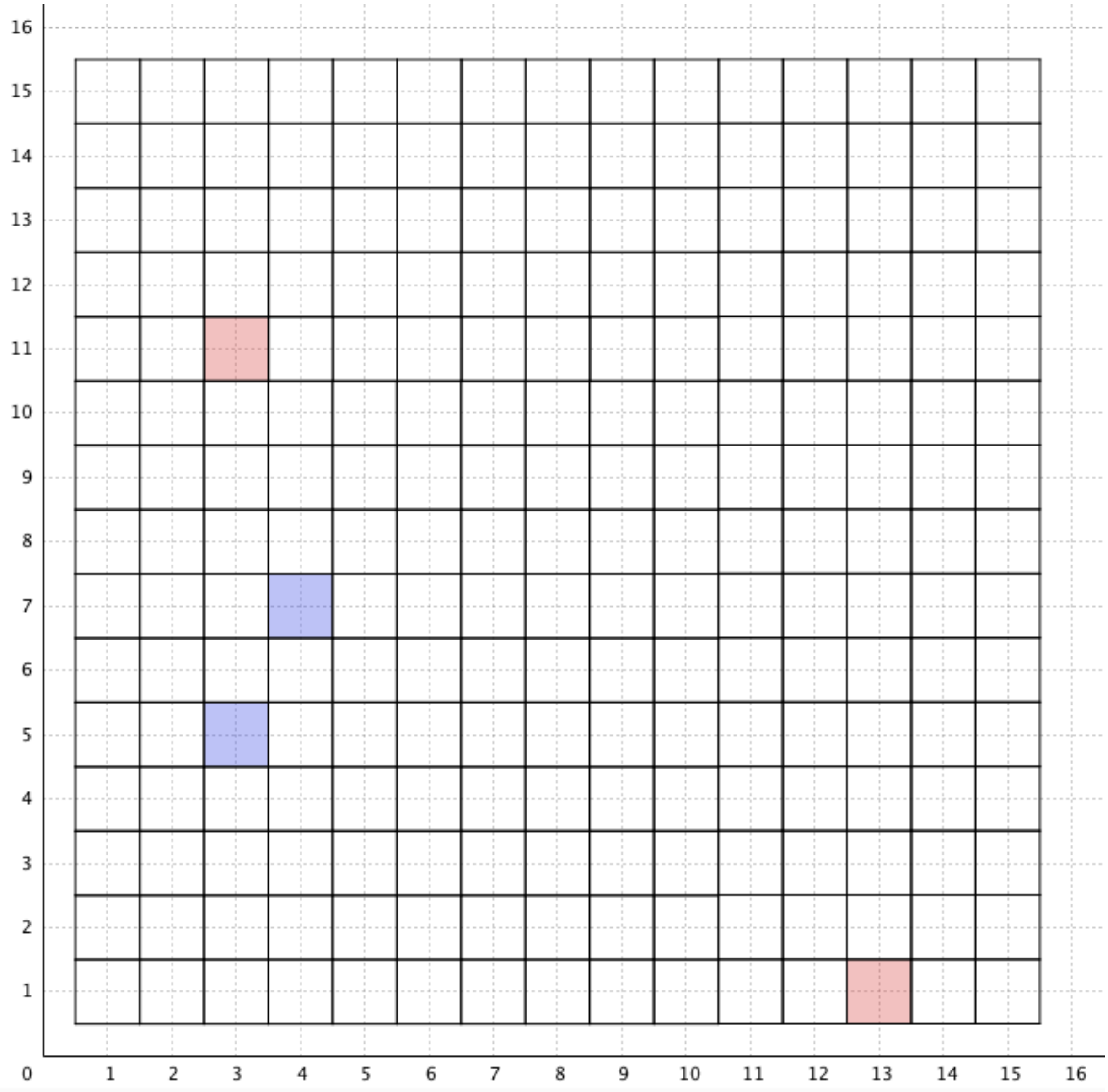


pořadí pokoje	1	2	3							
podlaží										

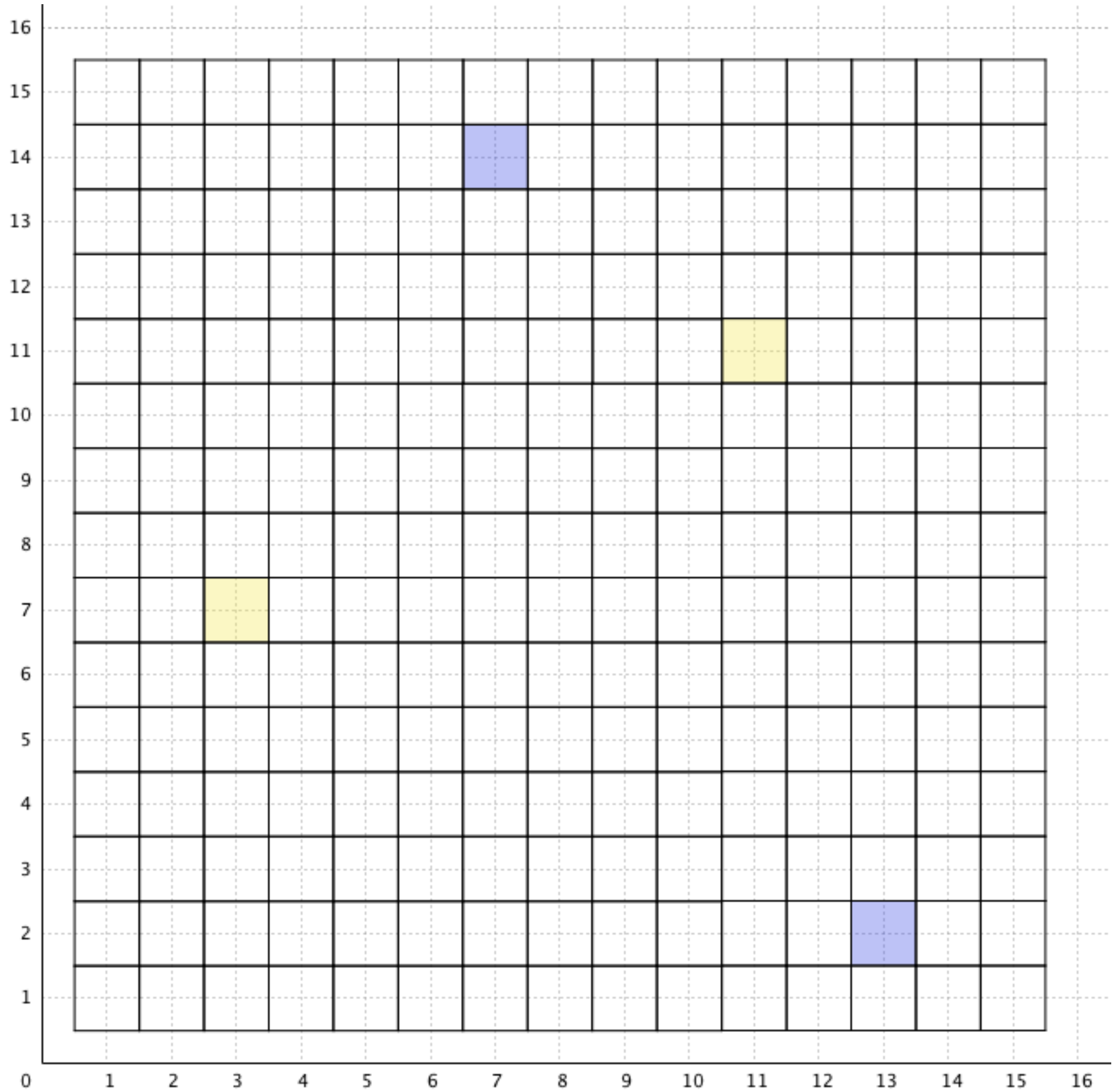
pořadí pokoje									9	10
podlaží										

Dohoda: Našel jsi pokoj, který náleží oběma cestám? Takový pokoj nazveme **průsečík cest**.

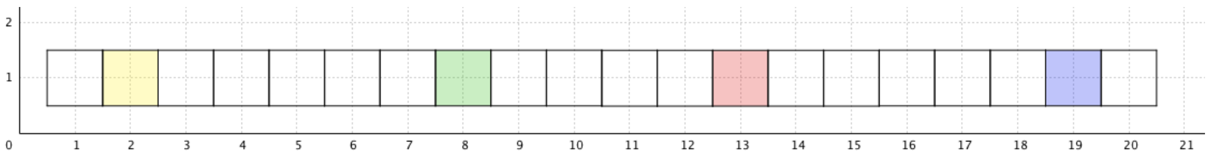
26. Najdi základní cesty a vybarvi pokoje.



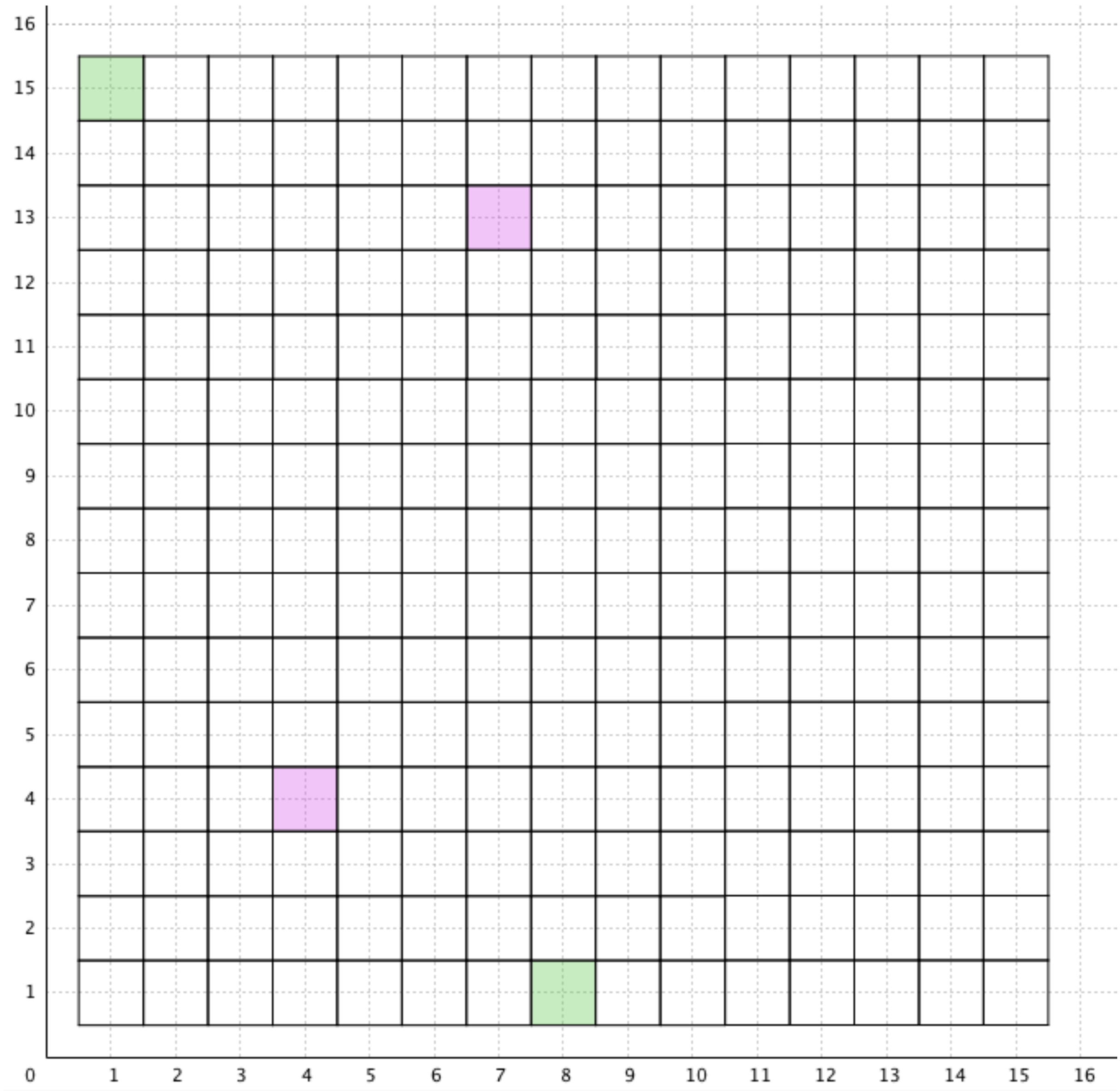
27. Najdi základní cesty a vybarvi pokoje.



28. Vybarvi všechny pokoje. Opakují se čtyři barvy.



29. Najdi základní cesty a vybarvi pokoje.



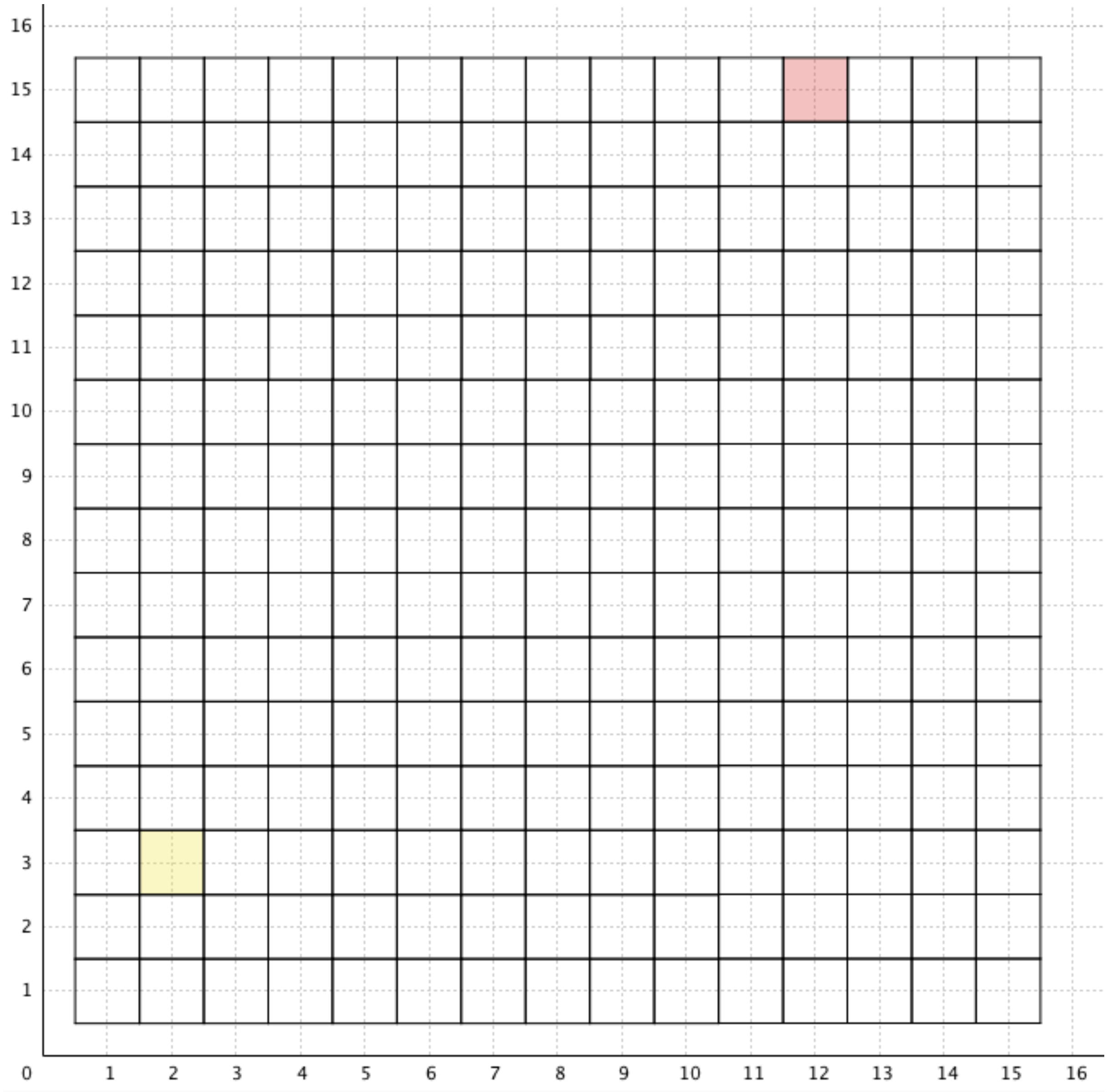
O kolik se liší pořadí dvou vybarvených růžových pokojů v zadání?
O kolik se liší čísla podlaží dvou vybarvených růžových pokojů v zadání?

pořadí pokoje										
podlaží										

pořadí pokoje										

podlaží										

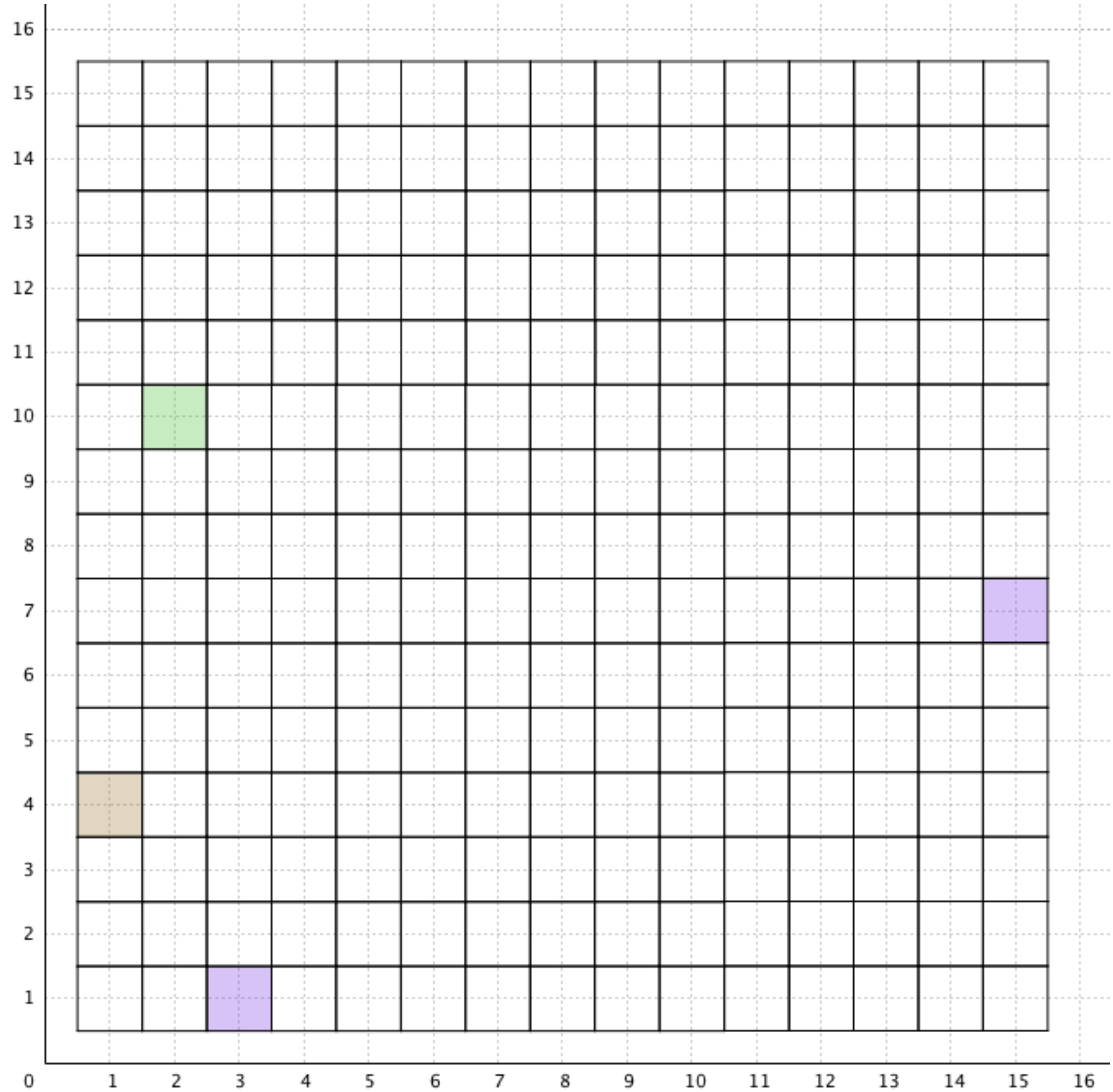
30. Žlutá a červená cesta se potkají v pokoji 10;11 (pokoj 10;11 je průsečík obou barevných cest). Urči obě základní barevné cesty a zapiš je.



základní žlutá cesta:

základní červená cesta:

31. Najdi základní fialovou cestu. Z hnědého i zeleného pokoje se pohybujeme stejným způsobem jako po základní fialové cestě. Vybarvi příslušné pokoje hnědou a zelenou barvou.



základní fialová cesta:

základní hnědá cesta:

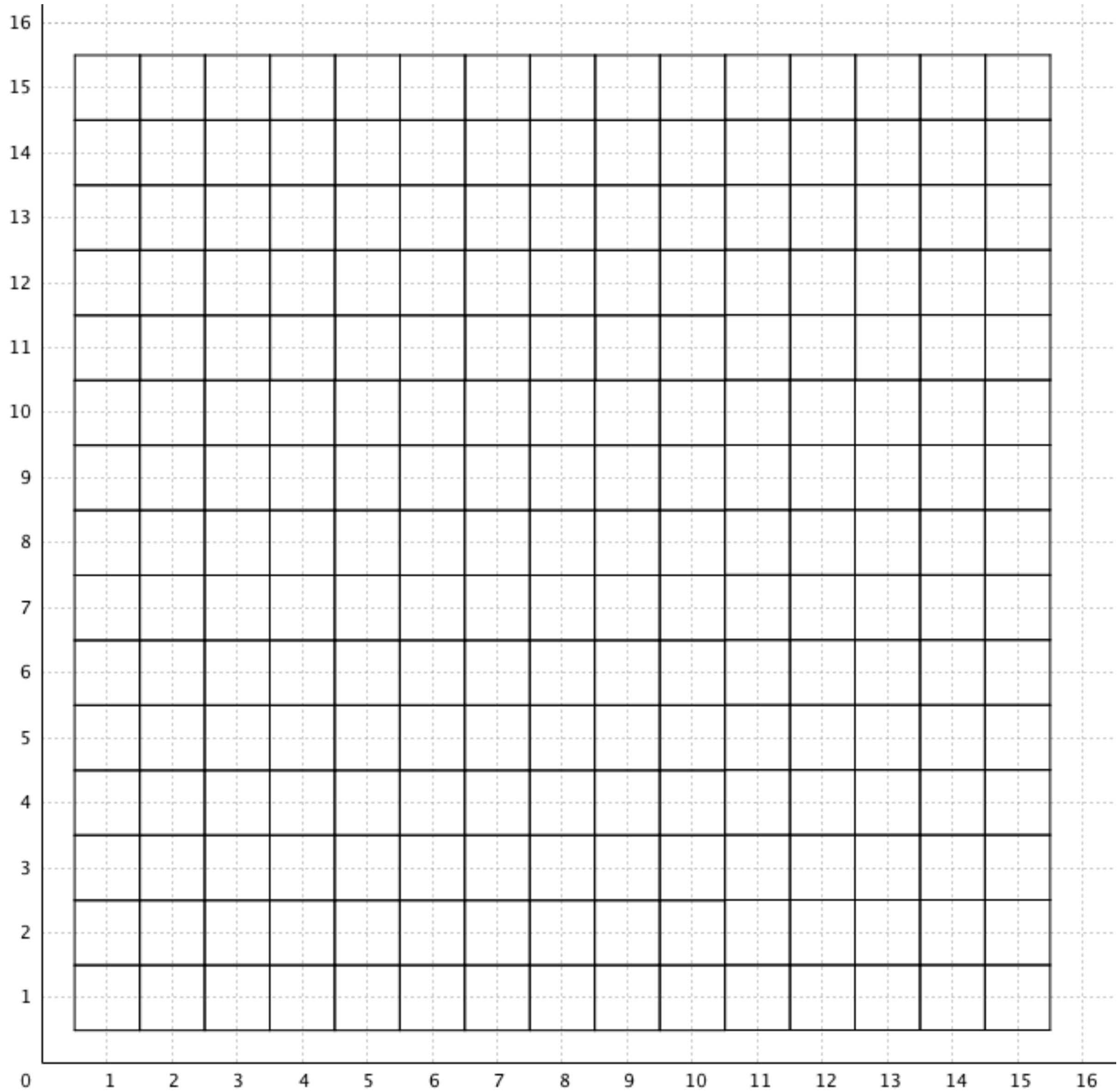
základní zelená cesta:

32. Vybarvi pokoje,

a) které mají obě čísla stejná, červeně.

b) které mají první číslo (označující pořadí pokoje) dvakrát větší než druhé, modře.

c) které mají druhé číslo (označující podlaží) dvakrát větší než první, zeleně.



základní červená cesta:

základní modrá cesta:

základní zelená cesta:

5. ROČNÍK

33. V hotelu je zadaná cesta →→↑↑↑, která začíná v pokoji 3;7. Pokoj 5;10 je na cestě druhý v pořadí. Zjisti číslo pokoje, který je na cestě

a) pátý v pořadí
b) desátý v pořadí
c) třináctý v pořadí
d) dvacátý v pořadí
e) dvacátý čtvrtý v pořadí
f) třicátý první v pořadí

Dohoda: Cestu →→↑↑↑ můžeme zkráceně zapsat jako 2→3↑.

34. Zjisti základní barevnou cestu, pokud znáš dvojici pokojů

a) zelené pokoje: 4;5 a 13;11
b) červené pokoje: 9;2 a 25;14
c) modré pokoje: 3;14 a 18;8
d) žluté pokoje: 8;3 a 35;12
e) fialové pokoje: 6;19 a 22;13
f) hnědé pokoje: 5;10 a 35;60

35. Ve kterém pokoji se obě barevné cesty potkají?

a) červená cesta: (5;3) 3→1↑ modrá cesta: (15;3) 2←1↑
b) červená cesta: (19;21) 2←3↓ modrá cesta: (7;18) 1→1↓
c) červená cesta: (1;14) 2→1↑ modrá cesta: (3;29) 3←8↑
d) červená cesta: (4;35) 3→4↓ modrá cesta: (43;9) 4←1↑
e) červená cesta: (53;21) 5←3↑ modrá cesta: (47;79) 3←5↓
f) červená cesta: (13;3) 3→2↑ modrá cesta: (33;17) 3←2↓
g) červená cesta: (79;227) 7→2↓ modrá cesta: (71;295) 5→8↓

36. Zjisti, kolik má hotel pokojů, když znáš počet pokojů na každém z podlaží a celkový počet podlaží. Petr si vytvořil tabulku, kam si zapsal všechna čísla ze zadání. Tabulka měla tři řádky a každý sloupec představoval jednu obtížnost. Vytvoř stejnou tabulku jako Petr.

a) počet pokojů v podlaží: 2 počet podlaží: 4
b) počet pokojů v podlaží: 5 počet podlaží: 3
c) počet pokojů v podlaží: 4 počet podlaží: 5
d) počet pokojů v podlaží: 6 počet podlaží: 3
e) počet pokojů v podlaží: 5 počet podlaží: 7
f) počet pokojů v podlaží: 9 počet podlaží: 4
g) počet pokojů v podlaží: 10 počet podlaží: 11
h) počet pokojů v podlaží: x počet podlaží: 3
i) počet pokojů v podlaží: x počet podlaží: 4
j) počet pokojů v podlaží: x počet podlaží: 5
k) počet pokojů v podlaží: x počet podlaží: y

37. Nakresli si na čtverečkovaný papír hotel, který má 3 pokoje v každém podlaží a celkem má 4 podlaží. V tomto hotelu se snaž uspořádat sousední pokoje do dvojic (dvojici pokojů můžeš zakroužkovat). Kolik dvojic jsi našel? Opakuj stejný postup pro hotely z úlohy 36 a) – g).

38. Petra zaujala tabulka z úlohy 36 a vytvořil si vlastní podrobnější. První řádek označený *x* představuje počet pokojů v jednom podlaží. Druhý řádek označený *y* představuje počet podlaží. Do třetího řádku napsal celkový počet pokojů hotelu. Vyplň poslední řádek tabulky.

x	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7
y	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
x*y	2												

Petr si tabulku prohlédl a potom všechna políčka se sudými čísly vybarvil červeně a všechna políčka s lichými čísly vybarvil modře. Udělej to také. Petr si všiml něčeho zajímavého. Co ty?

39. Rozšiřte se spolužáky váš hotel o podzemní podlaží. Ve skupině navrhněte způsob, jak podzemní podlaží číslovat. Část takového hotelu nakreslete a očíslujte podzemní pokoje. Se svým nápadem seznamte spolužáky.

40. Z pokoje 37;45 do pokoje 67;5 vede červená cesta. Najdi základní červenou cestu. Z barevných pokojů se pohybujeme stejným způsobem jako po základní červené cestě. U každé barevné cesty najdi dalších 5 pokojů v pořadí:

a) modrý pokoj (20;59)
b) zelený pokoj (2;83)
c) žlutý pokoj (150;45)
d) fialový pokoj (234;128)
e) hnědý pokoj (53;18)
f) růžový pokoj (89;12)

Mohou se některé dvě barevné cesty potkat v nějakém pokoji? Zdůvodni.

41. Zjisti základní barevnou cestu, pokud znáš dvojici pokojů

a) zelené pokoje: 14;0 a 10;16
b) červené pokoje: 3;4 a 11;-8
c) fialové pokoje: 12;-9 a 135;-9
d) modré pokoje: 23;-5 a 33;13
e) hnědé pokoje: 17;-109 a 17;3
f) žluté pokoje: 119;-10 a 99;-4

42. Ve kterém pokoji se obě barevné cesty potkají?

a) červená cesta: (13;9) 4→3↓ modrá cesta: (35;5) 2←1↓
b) červená cesta: (27;3) 3←1↓ modrá cesta: (84;43) 8←5↓
c) červená cesta: (37;-30) 6←11↑ modrá cesta: (19;9) 2→9↓
d) červená cesta: (51;-1) 5←3↓ modrá cesta: (37;-47) 9←4↑

43. Stojíš v pokoji 26;15. Zapiš čísla všech pokojů, do kterých se dostaneš cestou tvořenou třemi šipkami. V žádné cestě přitom nesmí být šipky opačného směru (například → a ←). Kolik jsi našel řešení?

44. Stejnou situaci jako v úloze 43 řeš pro cesty

a) ze čtyř šipek
b) z pěti šipek
c) z šesti šipek
d) z šesti šipek

Kolik řešení (navštívených pokojů) jsi u každé cesty našel?