

## **Posudek oponenta disertační práce**

### *Structure and approximation of real planar algebraic curves*

autorky Mgr. Evy Blažkové

Předkládaná doktorská disertační práce autorky Evy Blažkové se věnuje problematice reálných rovinných křivek, studiu jejich topologie a jejich aproximací. Jde o vysoce aktuální téma na pomezí algebraické geometrie a geometrického modelování s řadou potenciálních aplikací. Při studiu uvedené problematiky jsou zpravidla využívány vybrané algebraické metody, nicméně autorka se vždy snaží úlohu vhodně geometrizovat a s ohledem na cíle práce a svoji specializaci klást právě důraz na využití geometrie zadaných variet. V práci je prezentována řada nových výsledků, jsou představeny a diskutovány nové metody a algoritmy či vylepšení stávajících přístupů. Téma, pojetí, uchopení problematiky, jakož i výsledky práce jsou plně v souladu se studijním programem a oborem a zpracování odpovídá současným trendům řešené problematiky a aktuálnímu stavu poznání ve studované vědní disciplíně.

Práce mající v tištěné podobě 116 stran sestává ze šesti kapitol a jedné přílohy. V úvodní kapitole se autorka věnuje obecnému popisu dané problematiky, seznamuje čtenáře se současným stavem poznání v oboru, vytyčuje motivaci a cíle disertační práce, popisuje použitou metodiku a prezentuje strukturu práce. Text je přiměřeně doplněn odkazy. V kapitole 2 jsou prezentovány základní pojmy potřebné v dalších částech práce. Kapitola 3 je věnována lokálním vlastnostem algebraických křivek v daném bodě. Jako vhodný nástroj si autorka vybírá racionální Puiseuxovy řady, a to zejména s ohledem na existující bijekci mezi těmito řadami a větvemi studované algebraické křivky. Je zaveden pojem tzv. Puiseuxova stromu a rovněž je představen algoritmus pro jeho určení, jenž byl implementován v CAS MATHEMATICA. Autorka nás následně seznamuje, jak lze Puiseuxův strom využít pro určení lokálních vlastností algebraických křivek. Pro každou větev je ukázáno, jak najít příslušnou tečnu, vnější normálu, křivost, lokalizaci v konkrétním kvadrantu, resp. vzájemnou polohu vzhledem k ostatním větvím. Lze konstatovat, že jde o velmi zajímavý přístup, který může vést v budoucnu k dalším užitečným výsledkům. V kapitole 4 je představen nový algoritmus pro hledání globální topologie reálných rovinných křivek. K tomu autorka jako vhodný nástroj využívá tzv. implicitní opěrnou funkci, jakožto speciální druh duálního popisu algebraických křivek. Dále v této části navrhuje metodu „tečných trojúhelníků“ pro učení korektní topologie studovaných křivek. Poslední pátá kapitola je věnována aproximacím algebraických křivek. Zejména je studováno chování opěrné funkce v okolí inflexí, což následně umožňuje autorce navržení interpolačního schématu s řádem aproximace 4, a to nejen v bodech bez inflexe, ale hlavně (a překvapivě) i v inflexních bodech, což

v dosavadních přístupech nebylo garantováno. Toto je velmi pěkný výsledek, který umožňuje efektivně využít prezentovanou metodu pro aproximaci širší třídy algebraických křivek po částech racionální křivkou. V závěrečné kapitole je provedeno shrnutí disertační práce a autorka diskutuje hlavní přínosy, kterých bylo při řešení disertačního úkolu dosaženo.

Text je psán srozumitelně a přehledně, je dobře čitelný, použité výsledky jsou přesně citovány, odkazy na literaturu jsou dostatečné. Velmi oceňuji časté zařazování velmi kvalitních ilustračních obrázků, jež významně přispívají k osvětlení studovaných situací či k prezentaci výsledků. Vysoce rovněž hodnotím, že veškeré studované algoritmy byly implementovány a otestovány, a to v CAS MATHEMATICA.

K práci mám několik následujících poznámek či dotazů:

- Pro jaké nejvyšší stupně algebraických křivek byly navrženy metody testovány? Jaké byly dosaženy výpočetní časy?
- Na řadě míst jsou využívány eliminační přístupy založené na rezultantech či Gröbnerových bázích. Zatímco metody využívající rezultantů jsou poměrně rychlé, ale často obsahují nadbytečné extrafaktory, oproti tomu Gröbnerovy báze dávají výsledky bez extrafaktorů, avšak jejich výpočet je známý svou složitostí. Která z uvedených metod byla preferována a jak to ovlivnilo složitost celkového algoritmu?
- V případě hledání topologického grafu dané algebraické křivky v práci postrádám srovnání s jinými postupy. Je možné uvést alespoň několik výhod ve srovnání s dosavadními metodami?
- Jako příklad praktického použití je zmíněna vhodná, topologii garantující aproximace dané algebraické křivky, která následně vede na racionalitu příslušného ofsetu. Je navrženým postupem garantováno i zachování topologie aproximovaného ofsetu, nebo se spíše nabízí sestrojení ofsetu aproximovat samostatně?
- Existují metody lokální parametrizace a Puiseuxova rozvoje rovněž pro prostorové křivky. Je tudíž navržená metoda využívající Puiseuxových stromů (samozřejmě po určitých nezbytných úpravách) použitelná rovněž i pro prostorové křivky?
- Neodpustím si poznámku – neboť práce svým zaměřením významně spadá i do oblasti geometrického modelování, jehož je jedním ze zakladatelů Pierre Bézier – že jméno Bézier by mělo být psáno korektně.

### **Shrnutí hodnocení disertační práce a související tvůrčí činnosti autorky:**

#### *a) Zhodnocení významu disertační práce pro obor*

Práce se věnuje zejména studiu topologie a aproximací reálných rovinných algebraických křivek. Jde o vysoce aktuální téma na rozhraní (aplikované) algebraické geometrie a geometrického modelování s řadou potenciálních aplikací. Získané výsledky rozhodně přispívají k rozvoji dotčených disciplín a bezesporu je obohacují. Význam práce lze nalézt rovněž v tom, že jsou současně ukázány i některé další možné směry výzkumu v této oblasti.

#### *b) Vyjádření k postupu řešení problému, použitým metodám a splnění určeného cíle*

Stanovené cíle práce byly splněny. Bylo jich dosaženo na základě systematického a dobře strukturovaného přístupu, zpracování nemalého rozsahu podkladů (viz použitá literatura, citace v textu, vlastní experimenty apod.) a vhodným použitím (a kombinací) existujících

postupů, inovovaných technik či zcela nových metod. Navržené metody se jistě mohou stát v budoucnu standardem v dané oblasti a zařadit se mezi ostatní běžně používané postupy.

c) *Stanovisko k výsledkům práce a k původnímu konkrétnímu přínosu předkladatele*

Posuzovaná práce představuje systematické pojednání o studované problematice a nepochybně přináší řadu nových a zajímavých výsledků, které obohacují dosavadní úroveň poznání v dané oblasti. Získané výsledky, které mají povahu jak teoretickou, tak aplikační, již byly v odborné komunitě nejen podrobeny posouzení (na odborných konferencích nebo v rámci peer-review hodnocení), ale i přijaty.

d) *Vyjádření k systematice, přehlednosti, formální úpravě a jazykové úrovni práce*

Předložený text plně odpovídá strukturou a systematickostí požadavkům kladeným na disertační práce. Autorčin výklad je věcný a korektní a dává čtenáři jasnou představu o studované problematice. Práce je psána v anglickém jazyce, a to poměrně slušnou angličtinou. Velmi pozitivní dojem z disertační práce tak kazí snad jen absence finálního přečtení – jistě by se tak odstranila většina překlepů a zbytečných jazykových chyb (až příliš často chybějící -s ve třetí osobě jednotného čísla, nekorektní slovosled, chybějící či chybné členy atd.). Po formální stránce mám ještě jednu připomínku. Příloha 3.A obsahující implementaci algoritmu v CAS MATHEMATICA by měla být uvedena až na konci práce. Na druhou oceňuji, že balíček je možné si stáhnout z odkazované stránky – možná takto mohly být k dispozici i všechny řešené ilustrační příklady.

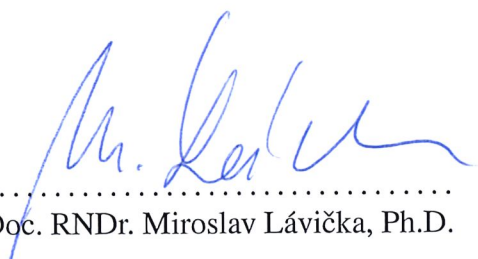
e) *Vyjádření k publikacím autorky*

Autorka v referencích uvádí i výčet svých publikovaných prací – a v případě, že je část disertační práce založena na již publikovaném článku, v práci je to zmíněno. V seznamu lze nalézt sborníkové i časopisecké práce, autorka má rovněž několik článků indexovaných databázemi WoS či Scopus. Mezi publikacemi je i článek publikovaný v časopise s IF, další článek byl do časopisu s IF zaslán. Publikační rozsah a jeho složení považuji za odpovídající požadavkům kladeným na publikační činnost doktoranda. Výsledky práce, které dosud nebyly zpracovány časopisecky, si dle mého rozhodně zaslouží publikaci.

f) *Závěrečné vyjádření oponenta*

Autorka předloženou práci jasně dokumentuje, že zvládá metodiku samostatné vědecké činnosti. Práce splňuje všechny požadavky kladené na disertační práce k získání akademického titulu doktor. Proto navrhuji, aby byla práce Mgr. Evy Blažkové přijata jako disertační a aby jí byl po její úspěšné obhajobě udělen doktorský titul.

Plzeň, 10. května 2018

  
.....  
Doc. RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D.