

### Chládek A.: Combinatorics of filters on the natural numbers

Toto je třetí posudek na Bakalářskou práci kandidáta A. Chládky. Téma práce i její strukturovanost zůstalo stejné a proto i mé shrnutí obsahu v následujících dvou odstavcích je stejné jako v minulém posudku.

Práce se zabývá filtry na přirozených číslech, jmenovitě mezihrou mezi jejich kombinatorickými vlastnostmi a definovatelností. Práce je psaná v angličtině. Náročnost tématu splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci. Cílem práce bylo podrobně a přehledně zavést všechny potřebné pojmy a dokázat některé základní výsledky.

Práce se skládá z pěti částí. V úvodní části jsou shrnuty základní aspekty Teorie Množin. První kapitola zavádí pojem filtru. Ve druhé kapitole jsou diskutována různá uspořádání na filtrech. Čtvrtá část je věnována základním vlastnostem topologických prostorů a konečně v páté kapitole se dokazuje Mazurova charakterisace  $F_\sigma$  ideálů pomocí subměr a je formulována Soleckého věta (bez důkazu).

Tato verze práce je v porovnání k předchozím lepší ve všech směrech. Nevyskytují se žádná místa, která by byla úplně špatně. Většina chyb (v obsahové stránce práce) jsou spíše nepozornosti, překlepy nebo nedotažané některé kroky v důkazech (snad s výjimkou čtvrtého bodu níže).

Seznam překlepů a nejasností:

- strana 4, poslední věta před Definition 1.1, ocenil bych komentář proč “... size comparison of infinite sets using the subset relation doesn't work ...” nefunguje a v čem je Definition 1.1 lepší,
- strana 10, v definici  $G_f$  je první množina definována nesprávně,
- strana 11, v Definition 3.8 by  $X \leq_T Y$  mělo znamenat, že  $X$  je Tukey reducible to  $Y$  a ne naopak,
- strana 12, závěrečná část důkazu Lemma 3.12, příliš mnoho věcí se jmenuje  $C$  a proto důkaz tak jak je napsán není dobře,
- strana 14, v důkazu Observation 3.21 není poslední krok v pořádku, musíme dokázat, že  $\forall A \in \mathcal{U} \exists B \in \mathcal{B} (A \subseteq f[B])$ ,
- strana 14, Definice 3.22, ve všech verzích této práce se vyskytl v této definici současně symbol  $A(n)$  a  $A_x(n)$  (popř  $A^x(n)$ ), autor by si měl vybrat jeden ze symbolů a na ostatní zapomenout,
- strana 15, první část důkazu Observation 3.28 je špatně,
- strana 20, Definice 4.24, tak jak je napsáno bod 1) a 4) implikují, že  $|X| = 1$ ,
- strana 22, čtvrtý řádek, má být  $\cap$  místo  $\cup$ ,
- strana 29, třetí řádek od konce má být  $\cap$  místo  $\cup$ ,

Celkové shrnutí: Práce působí kompaktnějším dojmem než předchozí verze. Způsob vyjadřování a jazyková úroveň práce nejsou dobré, ale to se dá u bakalářské práce psané v angličtině tolerovat. Co se týče obsahového hlediska tak bych vytkl velké množství definic objektů se kterými se pak nikde nepracuje. Myslím, že více pozorování nebo faktů by si zasloužilo důkaz. Jestli tato práce může sloužit jako úvod do problematiky pro někoho, kdo s tímto tématem není již obeznámen, si nejsem jistý. Celkově si, ale myslím, že rozsah znalostí (teorie množin, topologie, kombinatorika na filtrech) nutný k pochopení Mazurovy a Soleckého věty je velký a proto **doporučuji tuto práci uznat jako bakalářskou práci**, avšak z důvodů výše zmíněných navrhuji známku dobře.

V Praze dne 8. Zář 2018

Jan Grebík