Posudek oponenta bakalářské práce

Název: $\mathbb{R}^3$ nemá druhou odmocninu
Autor: Radovan Švarc

Shrnutí obsahu práce

V práci se dokazuje, že pro euklidovský prostor $\mathbb{R}^3$ dimenze 3 neexistuje topologický prostor X takový, že jeho kartézský součin $X \times X$ je roven $\mathbb{R}^3$.

Celkové hodnocení práce

Jedná se o úpravu dvou známých postupů, jednak pomocí stupně zobrazení a jednak pomocí dimenze. Autorovi se podařilo druhou metodou dokázat více, než bylo dříve publikováno.

Z práce je vidět, že autor celé problematice rozumí. Navíc se jedná o dva zcela odlišné přístupy. Stupeň zobrazení je tu probírán klasicky bez použití homologie (čímž je to trochu složitější, ale zase elementárnější). Oponent se domnívá, že by bylo pro daný účel jednodušší nepoužívat „křivé" simplexy na sféře, ale klasické „rovné" simplexy.

Dimenze je používána malá induktivní. Jsou dokázány její základní potřebné (většinou elementární) vlastnosti, ale potom je použito hlubší tvrzení bez důkazu (Brouwerova věta o pevném bodě – ta ovšem snadno plyne ze stupně zobrazení, když uz je zaveden).

Práce je pěkně sestavená i napsaná. Obsahuje několik nepřesností (snadno odstranitelných), které kvalitu práce nesnižují.

Připomínky a otázky

1. *Některé překlepy*: např. na str. 2_3 asi nemá být $k > n$, na str. 3^{13} má být X_n místo x_n, na str, 12 ve 2,řádku definice 2.1.1 chybí „nebo"mezi slovy „větší rovno".
2. *Některé formulační a věcné nejasnosti*:

   Lemma 1.1.3 na str.4 je nepřesně formulováno.

   V definici 1.1.8 na str. 5 by mělo být u konvexního obalu uvedeno, že je v S^n.

   V definici 1.1.9 je nejasný konec definice.

   Před definicí 2.1.1 by bylo vhodné uvést, že ∂U značí hranici množiny U.

   V důkazu 2.2.5 se musí vzít $\overline{U} \subset B$, nikoli jen $U \subset B$ – jinak h nemusí být na celém $\overline{U}$ definováno a neplatila by poslední inkluze.

   V důkazu 2.3.2 pro obloukovou souvislost X nestačí, že X je částí X^n, musí se uvést, že je spojitým obrazem X^n.
3. *Některé osobní názory oponenta*:

   Některé popisy a důkazy jsou zbytečně komplikované, např. barycentrické rozdělení na str 5-7 (zde je vidět nevhodnost použití „křivých" simplexů), důkaz $2 \to 3$ na str.14, důkaz 2.1.4 (tvrzení plyne ze známé věty probírané na přednáškách: z každé otevřené báze separabilního metrického prostoru lze vybrat spočetná báze).

   Lemma 1.1.12 je důležité tvrzení, které by spíše mělo být Větou.

   Asi není vhodné používat slovo „inverz"pro inverzní zobrazení (str 11, 3.řádek).

   Bylo by vhodné označovat konce důkazů, jak je nyní běžné.

Závěr

Práce je velmi pěkná a rozhodně ji doporučuji uznat jako bakalářskou práci.

Miroslav Hušek
KMA
3.9.2018