

Oponentský posudek bakalářské práce

O. Langr: Lipschitzovsky volné prostory

Cílem práce bylo srozumitelně vyložit elementární základy teorie lipschitzovsky volných prostorů. To je poměrně netriviální oblast teorie Banachových prostorů, která je zejména v poslední době populární. Tento cíl se bohužel nepodařilo naplnit, neboť důkazy dvou nejdůležitějších vět obsahují závažné chyby.

Práce pojednává krátce o prostoru lipschitzovských funkcí a dále se věnuje konstrukci a základním vlastnostem lipschitzovsky volných prostorů. Autor ukazuje jejich vlastnost univerzality, důkaz ovšem obsahuje vážnou chybu. Z univerzality se autor dále snaží odvodit další vlastnosti, jako popis duálu a nezávislost na volbě „nulového bodu“. Zde je ovšem závažná chyba, důkaz je úplně špatně. V další části práce autor popisuje metodu, jak počítat normu některých prvků. Pomocí ní ukazuje, jak vypadá norma na lipschitzovsky volném prostoru nad tříprvkovým, resp. čtyřprvkovým metrickým prostorem.

Práce obsahuje kromě několika závažných i velké množství drobnějších matematických chyb: na každé stránce matematického textu je alespoň jedna matematická chyba! Celkově je vidět, že si s promyšlením a formulací nedal autor příliš práce – velmi častá chyba je například dělení nulou.

Formální a jazyková úroveň práce je též velmi slabá. Práce obsahuje příliš velké množství překlepů (v češtině i v matematice) a gramatických chyb na to, abych je zde uváděl. (První gramatická chyba je už v poděkování, podivný je i název jedné z kapitol!) Jen namátkou: Chybí obrovské množství čárek, autor používá hrůzné větné konstrukce typu „máme, že je ...“, „neboť ...“, „tedy ...“, „jelikož ...“, „proto ...“ apod., jsou špatně použita cizí slova a v neposlední řadě i matematické formulace některých tvrzení jsou nešikovné. Práce tedy působí dojmem, že si ji autor po sobě ani jednou nepřečetl. Písemná práce vysokoškolsky vzdělaného člověka by takto rozhodně neměla vypadat.

Oblast matematiky, kterou se práce zabývá, je rozhodně netriviální. Nicméně vzhledem k celkovému dojmu si nejsem jistý, že předložená práce splňuje požadavky kladené na závěrečnou práci bakalářského studia. Rozhodnutí ponechávám plně v kompetenci zkušební komise.

Některé matematické chyby:

- 1) str. 4: V Definici 1 má být $K \geq 0$ (dvakrát).
- 2) str. 4: V Definici 2 má být interval $[0, +\infty)$!
- 3) str. 5: V důkazu Věty 2 v odhadu na začátku má být $|\alpha|$.
- 4) str. 5: V důkazu Věty 2 v kroku 1 má být $x, y \in M, x \neq y$ (dvakrát).
- 5) str. 5: V důkazu Věty 2 v kroku 3 chybí vysvětlení, proč platí druhá nerovnost (se supremy).
- 6) str. 6 nahoře: Opět má být $x, y \in M, x \neq y$.
- 7) str. 6: Ke konci důkazu Věty 2 se používá objekt $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, přestože jeho existence se teprve dokazuje.
- 8) str. 6: Znění druhé půlky části (iii) Lemmatu 3 je prakticky téměř nepoužitelné. V této podobě se v práci dále nedá uplatnit.
- 9) str. 6: Konec Poznámky 3 je nepravdivý.
- 10) str. 6: V důkazu Lemmatu 3(ii) má být $x, y \in M, x \neq y$.
- 11) str. 7: Na konci důkazu Lemmatu 3(iii) není vysvětlena druhá rovnost. Navíc se klidně může stát, že h je konstantní!
- 12) str. 8: V důkazu Věty 4 má být $x, y \in M, x \neq y$.
- 13) str. 8, Poznámka 4: Značení $\mathcal{F}_n(M)$ nikde nebylo zavedeno.
- 14) str. 8: Lemma 5 je nevhodně zformulováno (rovnost norem není podmínkou jednoznačnosti).
- 15) str. 8: Lemma 6 má nedostatečný předpoklad na X .

- 16) str. 9: V důkazu Lemmatu 6 je třeba využít spojitosti na celém X , ne jen na husté podmnožině!
- 17) str. 9: V důkazu Věty 7 v definici V se zbytečně vylučuje m .
- 18) str. 9: V důkazu Věty 7 na druhém řádku má být $\delta(x_i)$ místo x_i a V místo M . To nejsou překlepy, to je zmatení objektů, se kterými se pracuje.
- 19) str. 9: V důkazu Věty 7 se tvrdí, že něco je „báze množiny“, kterýžto pojem asi nemá žádnou standardní definici.
- 20) str. 9: V důkazu Věty 7 je **vážná chyba**: odhad pro $\|\tilde{L}(a)\|$ neplatí pro záporná a_i .
- 21) str. 9: V důkazu Věty 7 chybí vysvětlení nejdůležitějšího kroku (odhad normy $\|\tilde{L}(a)\|$), přestože jinak se v práci vysvětlují i triviality!
- 22) str. 9: Ke konci chybí slovo „spojité“ (lineární zobrazení) - ostatně to chybí i v názvu používaného Lemmatu 6.
- 23) str. 10: V důkazu Důsledku 8 je chybně chápána izometrie a tím pádem není správně dokázána.
- 24) str. 10: Ve formulaci Důsledku 9 chybí předpoklad „nula na nulu“!
- 25) str. 10: V důkazu Důsledku 9 se používá Lemma 3(iii). Na toto použití ale jeho formulace nestačí (viz poznámka 8) výše).
- 26) str. 11: Vlastnost 2. ve formulaci Věty 10 je na nic (a v důkazu se zjevně nepoužije).
- 27) str. 11: Ve formulaci Věty 10 je **vážná chyba**, která vede k jejímu chybnému použití dále: prostor $\mathcal{F}(M)$ dědí „nulový bod“ n !
- 28) str. 12: Důkaz Důsledku 11 je **zcela špatně**. Věta 10 se k důkazu tohoto tvrzení nedá použít.
- 29) str. 12: Ve formulaci Lemmatu 12 chybí předpoklad $m \in N$.
- 30) str. 12: V důkazu Lemmatu 12 se neřeší, je-li \hat{f} dobře definována.
- 31) str. 12: V důkazu Lemmatu 12 opět chybí $x \neq y$.
- 32) str. 12: V důkazu Lemmatu 12 je poslední nerovnost v hlavním odhadu špatně. Navíc se neřeší případ $f \equiv 0$.
- 33) str. 13: V důkazu Věty 13 je třeba vzít f splňující $\|f\| \leq 1$.
- 34) str. 13: Na konci důkazu Věty 13 by se mělo říci, že se důkaz dokončí podobně jako důkaz Věty 10.
- 35) str. 14: V důkazu Věty 14 je myšlenkový skok ve vyjádření $\|ta\|_{KR}$ a neřeší se speciální případ $t = 0$.
- 36) str. 15: V Poznámce 7 má být $\delta(x_i)$ místo x_i .
- 37) str. 15: Jádro Poznámky 7 není vůbec vysvětleno!
- 38) str. 15: Věta 15 je chybně zformulována (poslední dvě podmínky jsou přehozeny).
- 39) str. 16: Ve formulaci Věty 16 chybí, co je M .
- 40) str. 16: V důkazu Věty 16 v části 2(i) je chybný rozklad prvku a (přitom to je to nejdůležitější)!
- 41) str. 16: V důkazu Věty 16 v části 2(i) se vůbec neřeší případ $z = m$.
- 42) str. 17: V množině na třetím řádku chybí prvek m (toto zjevně není překlep - viz předchozí bod).
- 43) str. 17: V důkazu Věty 16 v části 2(ii) se neřeší, že by mělo platit $f(m) = 0$.
- 44) str. 16, 17: Celkově k důkazům Vět 15 a 16: Nesmyslně se znovu a znovu opakuje pořad dokola ta samá argumentace, která ve skutečnosti měla být jen jednou, a to v Poznámce 7 (kde ale chybí!).

5.9.2018

Michal Johanis