

POSUDEK VEDOUcíHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Ondřej Langr: Lipschitzovsky volné prostory

Úkolem studenta bylo zpracovat základní poznatky o Lipschitzovsky volných prostorech, případně se krátce zabírat vzorcem pro výpočet normy. Motivací byl náš nedávný článek s M. Johanisem, kde jsme našli explicitní vzorec pro výpočet normy v Lipschitzovsky volném prostoru nad metrickým prostorem sestávajícím ze tří bodů.

V práci nalezneme jednak sepsané základní poznatky o Lipschitzovsky volných prostorech, dále pak alternativní (a dle mého názoru lepší) důkaz našeho výsledku s M. Johanisem. Práce navíc obsahuje i vzorec pro prostory, které vznikly ze čtyř bodů.

Téma práce bylo náročné a to se podepsalo na kvalitě jejího zpracování.

Do první poloviny strany 8 vypadá odevzdaná práce celkem dobře, pak se začíná objevovat čím dál tím více nepřesností a míst, která jsou pro pozorného čtenáře dosti nepohodlná. To je pravděpodobně důsledkem toho, že student práci dokončoval pod časovým tlakem. V textu je velké množství překlepů a neobratností ve vyjadřování. Kromě toho se v práci nachází několik problematických míst z matematického hlediska. Často se jedná o text, který je napsán velmi nejasně a zavádějícím způsobem, ovšem při správné interpretaci si zkušený matematik domyslí, jak to autor asi myslel (pro ilustraci: například v důkazu Lemmatu 6 místo správného “spojitá zobrazení L a T se shodují na husté podmnožině, tedy $L = T$ ” autor píše “ze spojitosti na husté podmnožině dostáváme, že $L = T$ ”, podobných nepřesností je více). V práci se také nachází dvě místa, kde je důkaz chybně, a to sice

- důkaz Věty 7 (strana 9, řádek 13-14 odspoda): nerovnost $\sum_{i=1}^N a_i x^*(L(x_i)) \leq \|x^* \circ L\|_{\text{Lip}} \|a\|_{\mathcal{F}(M)}$ je pravděpodobně špatně odůvodněna (vypadá to, jako kdyby autor ve svém argumentu nevezal v úvahu záporné hodnoty a_i)
- Důsledek 11 se pravděpodobně nedá dokázat jako důsledek Věty 10, ale spíše jako důsledek Věty 7. Chybu způsobilo nepřesné znění Věty 10, kde podaný důkaz projde jen pokud je Lipschitzovsky volný prostor $\mathcal{F}(M)$ z předpokladu zkonstruován pomocí bodu n .

První chyba je snadno odstranitelná, nerovnost je ale třeba ukázat jinak, než jak se o to autor pokouší. Druhá chyba je sice o dost závažnější (správný důkaz by byl zhruba tak dlouhý jako důkaz Věty 10), na druhou stranu jsem tuto chybnou metodu důkazu navrhl studentovi kdysi já sám s tím, ať si ji zkusí podrobně rozmyslet. Chyba studenta pak byla v tom, že pravděpodobně důkaz nerozepsal dostatečně, můj omyl neodhalil a správný důkaz nenašel. Myslím, že by se student k těmto dvěma chybám měl vyjádřit, například při obhajobě své práce.

Na samém konci práce se nacházejí výše zmíněné výsledky o výpočtu normy v prostorech, které vznikly ze tří/čtyř bodů. Tato pozorování jsou zajímavá, netriviální a pokud by se rozpracovala dále, mohlo by se jednat o počátek publikovatelného textu. Studentův přínos zde byl ten, že doplnil potřebné detaily a sepsal důkazy navržené vedoucím práce.

Závěr: Studentovi se podařilo si rozmyslet osnovu celé práce, zformulovat potřebná tvrzení a s výjimkou dvou případů sepsat i víceméně korektní důkazy. Kvůli velkému množství překlepů, neobratností a nepřesností, nepůsobí text práce příliš profesionálně. Na druhou stranu je třeba vzít v úvahu, že téma práce bylo složité a pokud by student text odladil, mohlo by se jednat o opravdu výjimečně zajímavou práci. Proto, s přihlédnutím k náročnosti tématu a k počáteční snaze studenta, ji doporučuji uznat jako bakalářskou práci.

20. 8. 2018

Marek Cúth