

Posudek oponenta na bakalářskou práci Martina Surmy Łojasiewiczova nerovnost pro různé třídy funkcí

Nechť $G \subset \mathbb{R}^d$ je otevřená množina a $f: G \rightarrow \mathbb{R}$ je funkce třídy C^1 na G . Řekneme, že f splňuje Łojasiewiczovu nerovnost v bodě $x_\infty \in G$, pokud existují konstanty $\theta \in (0, \frac{1}{2}]$, $\sigma > 0$ a $C > 0$ takové, že platí

$$\|f'(x)\| \geq C|f(x) - f(x_\infty)|^{1-\theta}$$

pro každé $x \in \mathbb{R}^d$ splňující $\|x - x_\infty\| < \sigma$.

Práce pana Surmy je věnována této nerovnosti a jejím aplikacím na soustavy diferenciálních rovnic tvaru $u' + f'(u) = 0$. Úvod práce obsahuje vysvětlení Łojasiewiczovy nerovnosti a je osvětlen hlavní záměr práce. Pak jsou v první kapitole uvedeny základní pojmy, značení a dvě varianty Taylorovy formule. Ve druhé kapitole jsou definovány Morseovy-Bottovy (zobecněné) funkce a je pro ně dokázána Łojasiewiczova nerovnost. Ve třetí kapitole je uvedena definice funkcí s jednoduchým křížením a opět je pro ně dokázána Łojasiewiczova nerovnost. V poslední kapitole jsou pak studovány konvergenční vlastnosti řešení diferenciální rovnice zmíněné výše, přičemž Łojasiewiczova nerovnost je zde důležitým nástrojem. Bakalářská práce se opírá zejména o texty [1] a [2].

Práce je psána srozumitelně a přehledně. Níže uvádím některé nedostatky typografické povahy a připomínky týkající se použitého stylu. V seznamu je dále několik otázek, které by měly být zodpovězeny během obhajoby. Práce splňuje nároky kladené na bakalářskou práci.

- 2⁸: Pokud se při formulaci matematického tvrzení používají symboly pro kvantifikátory, měl by se také používat standardní způsob zápisu matematické formule, tj. nejprve jsou uvedeny kvantifikátory a pak příslušná výroková forma. Tato poznámka se vztahuje na řadu dalších míst, které však již uvádět nebudu.
- 3⁷: Místo „k“ má být „k“.
- 4⁷: Předpoklad $0 \in \mathcal{U}$ je zbytečný.
- 5⁷: Zde by bylo vhodné upřesnit používaný pojem varieta.
- 6₁₈: Proč můžeme předpokládat $\psi(\Omega) = V$?
- 6₁₅: Místo „N“ má být „N“. Stejný překlep je i na 7⁹.
- 6₃: Proč platí $\psi(s, t) \notin \text{Crit } \mathcal{E}$?
- 7⁵: Místo „n“ má být „n“.
- 8⁶: Bylo by vhodné vysvětlit, proč můžeme aplikovat Taylorovu formuli na zobrazení do $(\mathbb{R}^d)^*$, ačkoliv používaná formulace pracuje s prostorem \mathbb{R}^d .
- 11³: Zde se využívá i kompaktnost sféry.
- 11⁹: O jaké zjednodušující předpoklady se jedná?
- 11¹⁶: Zde je symbol „)“ navíc.
- 11₇: Proč platí odhad (2.6)?
- 19₄: Řešení diferenciální nerovnice by mělo být pojednáno podrobněji.
- 20¹⁴: Proč je uveden předpoklad o monotonii $\mathcal{E}(u(t))$?
- 21⁴: Chybný řádkový zlom.

- 21¹⁹: Proč je uveden předpoklad o monotonii $\mathcal{E}(u(t))$?
23²⁻⁷: V některých jménech jsou malá písmena místo velkých.

REFERENCE

- [1] R. Chill, A. Haraux, M. A. Jendoubi. Applications of the Łojasiewicz-Simon gradient inequality to gradient-like evolution equations. *Anal. Appl. (Singap.)*, 7(4):351–372, 2009.
- [2] P. M. N. Feehan. Resolution of singularities and geometric proofs of the Łojasiewicz inequalities. arXiv:1708.09775, 2017.

Doc. RNDr. Miroslav Zelený, Ph.D.