

# Posudek vedoucího bakalářské práce

## Martin Surma: Łojasiewiczova nerovnost pro různé třídy funkcí

Práce se zabývá otázkou, pro jaké třídy funkcí více proměnných platí Łojasiewiczova nerovnost (LN) a jaký je optimální Łojasiewiczův exponent pro funkce z uvažovaných tříd. Konkrétně se zabývá zobecněnými Morseovými–Bottovými funkcemi (ZMB-funkce) a funkcemi s jednoduchým normálním křížením (JNK-funkce). V poslední kapitole je pak ukázáno, jak (LN) umožňuje dokázat konvergenci řešení diferenciální rovnice ke stacionárnímu bodu včetně odhadů rychlosti konvergence. Optimalita Łojasiewiczova exponentu pak dává optimalitu těchto odhadů.

Práce sestává ze čtyř kapitol. V první jsou základní definice, v dalších dvou je dokázána (LN) po řadě pro ZMB-funkce a JNK-funkce (včetně optimality Łojasiewiczova exponentu) a poslední kapitola se zabývá aplikací na diferenciální rovnice.

Úkolem uchazeče bylo 1. nastudovat a přehledně sepsat důkazy (LN) pro ZMB-funkce a JNK-funkce z preprintu [1], 2. zamyslet se nad optimalitou Łojasiewiczova exponentu a 3. nastudovat a přehledně sepsat důkazy týkající se diferenciálních rovnic z [2]. Zatímco nastudování a sepsání třetí části bylo bezproblémové, první část se ukázala být nečekaně obtížná, neboť preprint obsahoval celou řadu chyb, které uchazeč postupně objevoval a nakonec se ukázalo, že je potřeba pozměnit definici ZMB-funkcí, aby tvrzení (LN) zůstalo v platnosti. Zde uchazeč odvedl velký kus práce a také strávil hodně času, který pak chyběl při přemýšlení o různých definicích optimality Łojasiewiczova exponentu.

V důkazu optimality Łojasiewiczova exponentu pro JNK-funkce je chyba. Autor v práci dokázal (závěr důkazu Věty 4), že obrácená (LN) platí jen na jisté přímce a nikoli na celém okolí zkoumaného bodu. Odtud plyne, že (LN) nemůže platit s větším exponentem a Łojasiewiczův exponent je tedy v tomto smyslu optimální. Nicméně autor se nakonec rozhodl definovat optimalitu tak (po mém doporučení!), že platí obrácená (LN) na celém okolí. A toto dokázáno není a domnívám se, že to ani neplatí. Autorova verze optimality je však potřeba pro optimalitu rychlosti konvergence ve 4. kapitole, takže poslední Důsledek je zřejmě nepravdivý. Důkazy pro ZMB-funkce jsou v pořádku.

Celkově je práce velmi pěkně napsaná, vše je jasně a podrobně vysvětleno, nenašel jsem žádné překlepy (netvrším, že tam nejsou), jen pár neobratných formulací. Grafická úprava je také pěkná a vlastní přínos autora netriviální. Předložená práce bezesporu **splňuje podmínky kladené na bakalářskou práci** a doporučuji ji tedy uznat.

V Praze dne 10.8.2018,

doc. RNDr. Tomáš Bárta, Ph.D.

[1] P. Feehan: Resolution of singularities and geometric proofs of the Łojasiewicz inequalities, arXiv:1708.09775

[2] R. Chill, A. Harauz, M. Jendoubi: Applications of the Łojasiewicz-Simon gradient inequality to gradient-like evolution equations, Anal. Appl. (Singap.) 7 (2009), no. 4, 351–372.