

Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy

Posudek vedoucího diplomové práce

Autor: **Michal Outrata**

Název práce: **Aproximace maticemi malé hodnoty a jejich aplikace**

Studijní program a obor: **Numerická a výpočtová matematika**

Rok odevzdání: **2018**

Jméno a tituly vedoucího: **Prof. Ing. Miroslav Tůma, CSc.**

Pracoviště: **Katedra numerické matematiky**

Kontaktní e-mail: **mirektuma@karlin.mff.cuni.cz**

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího/oponenta:

Téma efektivních výpočtů se objevuje hned v souvislosti s prvními algoritmy v numerické a výpočetní matematice. Například, v oblasti řešení diferenciálních rovnic se výběr diskretizačních schémat, která poskytují soustavy rovnic s maticemi s omezeným množstvím nenulových prvků, stal důležitým tématem historicky dávno. Zvětšující se velikost řešených úloh a rozvoj výpočetní techniky od poloviny dvacátého století vedly k tomu, že techniky zefektivnění výpočtů začaly zahrnovat stále větší podíl algoritmů numerické lineární algebry i diskrétní matematiky. Samozřejmě, tento vývoj byl podporován nejen vývojem nových maticových algoritmů, ale úzce souvisel i s vývojem numerických metod jako jsou, například, metody konečných rozdílů a konečných prvků. Algoritmy začaly být postupně schopny počítat stále obtížnější úlohy a namísto jednoduchých maticových tvarů, jako jsou matice pásové nebo profilové, se hlavní směr vývoje soustředil na řešení problémů s maticí obecně **strukturálně** řídkou, se strukturou řídkosti popsanou grafovým modelem. Vlivný příspěvek z devadesátých let dvacátého století, kterým byla zavedena multipólová metoda, vedl postupně k vývoji alternativního modelu zefektivnění řešení problémů, kde nižší hustota užitečné informace v modelu není popsána grafem, ale maticemi nízké hodnoty, které nahrazují maticové bloky. Tento způsob vyjádření, nazývaného využití **datové** řídkosti, obvykle znamená, že ani popis původního diskretizovaného problému není přesný, ale je jen přibližný. Z hlediska řešení velmi rozsáhlých úloh to není překážkou, protože aproximace v nějaké fázi řešení je obvykle potřeba a při použití předpokládaných iteračních postupů je přirozená.

Práce Michala Outraty je originálním příspěvkem k tématu aproximací maticemi nízké hodnoty a jejich použití ve výpočtové matematice. Originalita je dána tím, že autor hledá nové cesty, jak skloubit výše zmíněnou strukturální a datovou řídkost dohromady. Klasické efektivní algoritmy založené na strukturální řídkosti a používané na soudobých výpočetních architekturách jsou téměř vždy založeny na blokovém rozkladu. Pro velmi rozsáhlé úlohy je možné takové bloky

aproximovat maticemi s nízkou hodnotí, ale nutně implicitní uložení těchto aproximací neumožňuje použít klasické rozklady v jejich plné síle. Řešení problému, jak takové algoritmy konstruovat, je jádrem diplomové práce. Konkrétně, autor se zabývá problémem, jak včlenit aproximaci maticemi nízkých hodnotí do klasického blokového sloupcového Choleského rozkladu, který je jedním z hlavních přístupů využívajících strukturální řídkost. Dosavadní postupy využití datové řídkosti jdou cestou hierarchického uspořádání, které ale může výrazně ovlivnit konvergenci iteračních metod, do kterých jsou maticové rozklady včleněny.

Práce je nepochybně otvíráním nových obzorů a nikoli drobným vylepšováním stávajících cest. I proto mi nevadí některé drobné přepisy. Jazykové problémy autorovi vytknou samostatně. Potřebná kombinace znalosti různých souvislostí může vést k tomu, že se práce někdy hůře čte. Rozsah práce odpovídá ambicióznímu úkolu autora. Práce postupně představuje základní maticové rozklady, související iterační metody, ukazuje potřebu a zároveň přirozenost aproximace maticemi nízké hodnotí a popisuje cestu k Choleského faktorizaci s datovou řídkostí. Zabývá se zde jejími vlastnostmi i ukazuje výsledky některých numerických experimentů.

Autor má velmi široký záběr, porozuměl řadě souvisejících problémů a z práce je zřejmé, že je plně připraven rozvíjet několik možných scénářů. Ty můžou například zahrnovat studium diskretizací parciálních diferenciálních rovnic a jejich souvislostí s dobře aproximovatelnými bloky nebo další práce na teorii takovýchto kompozitních přístupů a jejím ověření v řešení rozsáhlých úloh. V každém případě soudím, že diplomová práce splnila nejen odborný, ale i pedagogický účel.

Celková úroveň práce je vynikající a doporučuji ji k obhajobě. Navrhuji hodnocení **výborně**.

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

Pro přiblížení práce publiku by bylo dobré blíže vylíčit souvislost matic, které vznikají v metodě konečných prvků a matic na straně jedné a dobře aproximovatelnými bloky na straně druhé.

Místo, datum a podpis vedoucího/opponenta:

Praha, 16. 8. 2018 