

Abstrakt

Metody Krylovovských podprostorů představují jeden z běžně používaných přístupů k řešení soustav lineárních algebraických rovnic. K dosažení efektivní metody je často zapotřebí tzv. *předpodmínění celé soustavy*, tedy transformace daného problému před aplikací samotné iterační metody. Jednou z vlastností původní soustavy, která často umožňuje konstrukci efektivních předpodmínění, je *strukturální řídkost* matice systému. Vývoj a výzkum posledních let přinesl nový, související fenomén tzv. *datovou řídkost* matice. Na rozdíl od strukturální řídkosti, datová řídkost odkazuje na nevyváženost informací, které jsou při výpočtu *využitelné*. U většiny problémů toto odpovídá tomu, že bloky dané matice jsou dobře aproximovatelné maticemi nízkých hodnot. Úprava klasických metod tak, aby využívaly tohoto specifického rysu výrazně mění jejich charakter. Tato práce se zabývá možnostmi, jak navrhnout a zkonstruovat předpodmínění pro metodu sdružených gradientů pro problémy se symetrickou a pozitivně definitní matice, založené na Choleského faktorizaci pro datově řídké matice.

Metody využívající datovou řídkost se vyvíjejí velmi rychle a ovlivňují nikoliv pouze oblast iterativních metod a jejich předpodmínění. Hierarchické maticové formáty založené právě na datové řídkosti mohou být odvozeny jak na základě dané aplikace (např. Hackbusch, 1999), tak čistě algebraicky (např. Enquist a Ying, 2011). Choleského faktorizace pro tyto formáty je převážně založena na rekurentní formulaci, která může být kombinována například s přeuspořádáním typu *nested dissection*. Neúplnost Choleského faktorizace je pak zajištěna aproximací jednotlivých bloků maticemi nízkých hodnot (např. Grasedyck, Kriemann a Le Borne 2008 nebo Kriemann a Le Borne 2014). Tato práce se soustředí na klasickou sloupcovou formulaci Choleského faktorizace, což umožňuje kombinovat přístupy charakteristické jak pro strukturálně řídké neúplné faktorizace tak pro problémy s datově řídkými maticemi. Cílem je zachovat si výhody obou, alespoň do jisté míry. K tomu je zapotřebí odvodit nové algoritmické přístupy k neúplné Choleského faktorizaci, která je startovním bodem našeho postupu.