

POSUDEK VEDOUCÍHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Moduly a lokalizace

Autor: Tomáš Lysoněk

Shrnutí obsahu práce

Klasická Grothendieckova věta říká, že kategorie kvazikoherentních svazků $QC(X)$ nad afinním schématem $X = \text{Spec } R$ je ekvivalentní kategorii modulů $\text{Mod-}R$. Není-li X afinní, lze $QC(X)$ charakterizovat s využitím otevřeného afinního pokrytí (souřadnic) $X = \cup X_i$ pomocí kategorií modulů $\text{Mod-}R_i$, kde $X_i = \text{Spec } R_i$. Tímto způsobem lze rozšiřovat pojmy z kategorií modulů nad komutativními okruhy na kategorie kvazikoherentních svazků nad libovolnými schématy. Například pojem projektivního modulu se takto rozšiřuje do pojmu (nekonečně-dimenzionálního) vektorového bandlu. Různá volba souřadnic ovšem obecně může dávat různá rozšíření pojmů. Pojem, který na volbě souřadnic nezávisí, se nazývá lokální.

Práce podrobně prezentuje důkaz lokálnosti pojmu vektorového bandlu, který pochází od Raynauda a Grusona, v opravené verzi A.Perryho, prezentované ve Stacks Projectu.

Celkové hodnocení práce

Téma práce. *Hodnocení náročnosti a přiměřenosti tématu. Bylo téma zpracováno tak, aby bylo splněno zadání práce?*

Téma práce je náročné, vyžaduje znalosti přesahující látku běžně přednášenou na bakalářském studiu matematiky (tenzorové součiny modulů, ploché moduly, Mittag-Lefflerovy inverzní systémy, aj.). Téma práce bylo zpracováno podrobně, zadání práce bylo splněno.

Vlastní příspěvek. *Obsahuje práce vlastní příspěvek autora? V čem tento příspěvek spočívá? Je v práci dostatečně specifikován?*

Práce je kompilačního charakteru, založená na preprintu A. Perryho „Faithfully flat descent for projectivity of modules“ z roku 2010, který se stal mezitím součástí rozsáhlého textu Stacks Project <https://stacks.math.columbia.edu/>. Perryho preprint je detailní a opravenou verzí části slavného, ale těžko čitelného francouzského článku M.Raynauda a L.Grusona „Critères de platitude et de projectivité“, který vyšel v Invent. Math. v r. 1971.

Příspěvek autora spočívá v prezentaci výsledků v kontextu klasické teorie lokalizace a doplnění příkladů, osvětlujících význam používané specifické terminologie.

Matematická úroveň. *Jaká je matematická úroveň práce? Obsahuje práce rigorózně a korektně zformulovaný matematický text?*

Práce je napsána rigorózně, na velmi dobré matematické úrovni.

Práce se zdroji. *Jsou zdroje správně citovány? Neobsahuje práce doslova zkopírované nebo otrocky přeložené pasáže?*

Práce cituje všechny použité zdroje. Klíčový pojem plochého Mittag-Lefflerova modulu je dobře znám a lze k němu, a důkazu jeho vlastností, přistupovat z několika ekvivalentních, i když na první pohled zdánlivě nesouvisejících, pohledů. Autor práce si zvolil přístup/pohled, který umožnil rychlou formulaci a důkaz hlavního výsledku o AD-vlastnosti projektivních modulů.

Formální úprava. *Hodnocení formální úpravy práce.*

Práce je na velmi dobré formální úrovni. Byla vytvořena v systému LaTeX.

Připomínky a otázky

V závěru práce autor diskutuje otázku rozšiřování vlastností modulů po věrně plochých homomorfismech komutativních okruhů. Může uvést další příklady, kdy je odpověď pozitivní?

Závěr

Práci považuji za vynikající a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

Návrh klasifikace vedoucí/oponent sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.

Jméno vedoucího: Jan Trlifaj, podpis:

Pracoviště: KA MFF UK

Datum: 31.7.2018