Aneta Švejdová: **Číslo π a řetězové zlomky**

Posudek oponenta bakalářské práce

Práce je věnována výpočtu čísla π a jeho vlastnostem. Začíná klasickou Archimédovou metodou založenou na aproximaci kružnice pravidelnými mnohoúhelníky, poté následují Viètova a Wallisova vyjádření π ve formě nekonečných součinů. Hlavní pozornost je věnována třem řetězovým zlomkům pro výpočet π (Lambertův, Eulerův, Brounckerův). Vzorce nejsou odvozovány se všemi podrobnostmi, spíše jsou pouze naznačeny hlavní myšlenky. Autorka dále pomocí počítačových programů porovnává efektivitu jednotlivých vzorců pro výpočet π. V závěrečné kapitole jsou naznačeny důkazy iracionality a transcendence π (převedením na transcendenci e).

Text má převážně kompilační charakter, jedná se však o netriviální kompilaci několika českých a cizojazyčných pramenů. Použité zdroje jsou řádně citovány. Za vlastní přínos autorky lze považovat i osm krátkých programů v jazyce Python (šest z nich je v příloze, dva přímo v textu). Po jazykové a stylistické stránce je práce na dobré úrovni, objevil jsem jen několik málo překlepů (4^{10}: vypsán $\to$ vepsán; 15^4 nekončených $\to$ nekonečných; 34_7: je je $\to$ je).

K odborné stránce textu mám některé kritické připomínky:

1) 7_2: Bylo by vhodné lépe vysvětlit, proč úhly TSA a ASB jsou stejně velké (na první pohled není zřejmé, jak to souvisí s informací, že S je střed kruhu).
2) 11_{8-9}: Není jasné, proč podíl integrálů $\int_0^{\pi/2} \sin^{2m} x\,\mathrm{d}x$ a $\int_0^{\pi/2} \sin^{2m+1} x\,\mathrm{d}x$ je v limitě pro $m \to \infty$ roven jedné.
3) 15, Definice 4.5: Proč jsou konvergenty definovány pouze pro klasické řetězové zlomky, když se v dalším textu pracuje s obecnějším typem zlomků?
4) 17^2: Místo $B_{n+1} = a_{n+1}B_n + b_{n+1}B_{n-1}$ asi má být $B_n = a_nB_{n-1} + b_nB_{n-2}$. Důkaz věty 4.7 je trochu matoucí: Mělo by být řečeno, že předpokládáme platnost indukční hypotézy pro všechny řetězové zlomky s n články, nikoliv pouze pro zlomek s pevně zvolenými články a_i a b_i.
5) 18: Lze Lambertův rozvoj čísla π počítat bez znalosti čísla π? Pokud ne, k čemu je rozvoj užitečný? Pokud známe π, tak je nepotřebujeme aproximovat.
6) 20: Chybí vysvětlení, pro jaká x platí rozvoj artcg x do mocninné řady. Informace, že „$q = -t^2$ je menší než jedna pro každé $t \in \mathbb{R}$“, je pravdivá, ale bezcenná; důležité je vědět, kdy $|-t^2| < 1$.
7) 23_6: Tvrzení, že „obory konvergence nevyšetřujeme, neboť práce je určená též zájemcům bez matematického vysokoškolského vzdělání“, mi připadá poněkud pokrytecké. Takoví zájemci asi nejsou obeznámeni ani s jinými pojmy a výsledky (Taylorova řada, derivování a integrování mocninné řady člen po členu).
8) 31, poslední odstavec: Mělo by být napsáno, že $a_0, \ldots, a_m$ jsou celá čísla (jinak by nebyla pravda, že $|s_n(p/q)| \geq 1/q^m$).
9) 33, druhý odstavec: Vysvětlení je nesrozumitelné a podle mého názoru neúplné. Při vyšetřování asymptotického chování je třeba vzít v úvahu, že integrál není konstanta – integrand závisí na n. Tvrzení „posloupnost q^m konverguje k nekonečnu pomaleji než posloupost $n!$ pro $m \leq n$“ nedává smysl – vzhledem k jaké proměnné se bere limita?
10) 34: Důkaz lemmatu 5.2 je nesrozumitelný. Co když je hodnota řetězového zlomku větší než jedna? Pak $\lambda_1 > \lambda_0$. Co je λ_2, λ_3, … ? Nerozumím tvrzení „Získali bychom tím nekonečný řetězový zlomek, jeho hodnota je však z principu iracionální.“ Z jakého principu? Není toto tvrzení totožné s tvrzením, které se snažíme dokázat?
11) 34_7: Tvrzení „jestliže $nb > a^2 + 1$, je hodnota tohoto řetězového zlomku iracionální“ nedává smysl, žádné n se ve zlomku nevyskytuje.

Prosím autorku, aby se v průběhu obhajoby vyjádřila především k bodům 2), 5), 9), 10), 11).

Doporučuji uznat práci jako bakalářskou a navrhuji hodnocení *velmi dobře.*

V Praze dne 4. 6. 2018

doc. RNDr. Antonín Slavík, Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky MFF UK