

POSUDEK VEDOUCÍHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Combinatorial Properties of Metrically Homogeneous Graphs

Autor: Matěj Konečný

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Autor se zabývá otázkou zda daný graf s ohodnocením hran celými čísly lze vnořit do metrického prostoru tak, aby ohodnocení hran v grafu odpovídalo vzdálenostem v metrickém prostoru. Pokud uvažujeme Urysohnův prostor, tato otázka má kladnou odpověď pro hranově ohodnocené grafy neobsahující nemetrické kružnice (tedy kružnice kde jedna hrana má větší ohodnocení než součet ohodnocení zbývajících). Právě takové grafy lze doplnit na metrické prostory a existence vnoření je pak důsledkem univerzality Urysohnova prostoru. Otázka je motivována aplikacemi v strukturální Ramseyově teorii a je složitější v případě, že metrický prostor musí splňovat další podmínky.

Práce řeší otázku pro metrické prostory, které odpovídají metricky homogenním grafům. Tyto speciální prostory byly izolovány v rámci klasifikačního programu homogenních struktur a jsou hlavním tématem připravované monografie G. Cherlina *Homogeneous Ordered Graphs and Metrically Homogeneous Graphs*. Hlavním výsledkem práce je překvapivě jednoduchý a efektivní algoritmus pro doplnění chybějících vzdáleností, který lze (po mírném zesílení) použít pro všechny metricky homogenní grafy v katalogu. Existence takového algoritmu má několik důsledků, včetně existence Ramseyovské expanze všech struktur z katalogu.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Téma práce považuji za náročné a odpovídající zadání doktorské práce. Při řešení bylo nutné porozumět složitému katalogu a hned několika oblastem na pomezí teorie modelů (homogenním strukturám, Fraisseho teorii), kombinatoriky (strukturální Ramseyovy teorie) i teoretické informatiky (práce má přesah do CSP a dalších oblastí).

Vlastní příspěvek. Autor začal na projektu pracovat během programu Doccourse in Ramsey Theory, který probíhal v roce 2016. Toho se účastnil jako jediný undergraduate. Studium vlastností metricky homogenních grafů byl společný projekt několika účastníků programu: A. Arandy, D. Bradley-Williamse, M. Karamanlise, M. Kompatschera, M. Pawliuka a nás. Z projektu vznikly tři publikace. Témata prezentovaná v předkládané práci nejsou všechny výsledky tohoto projektu, ale ty, kde lze Matěje Konečného považovat za hlavního autora.

Algoritmus na doplňování struktur přinesl lepší porozumění vlastního katalogu a také se stal překvapivě užitečným nástrojem pro dokazování dalších vlastností. Už v rámci Doccourse se podařilo najít souvislosti s rozšiřující vlastností pro částečné automorfismy (EPPA) a stacionární nezávislosti (SIR) a propojit tak oblasti, které byly doposud uvažovány odděleně. Na dalších aplikacích a zobecnění metody autor pracuje například ve spolupráci s G. Cherlinem, R. Coulson, D. Evansem, Y. Li, J. Nešetřilem a M. Kompatscherem.

Matematická úroveň. Práce obsahuje stručný, ale kvalitní úvod do klasifikačního programu homogenních struktur a strukturální Ramseyovy teorie (Sekce 1–3). Vlastní výsledky jsou netriviální a překvapivě obecné. Technicky nejnáročnější je sekce 5, kde je dokázána korektnost doplňovacího algoritmu. Důkazy jsou opatrně strukturovány a sepsány velmi poctivě. Jsou tak i přes technickou náročnost dobře čitelné.

Práce se zdroji. Práce vychází z publikací [ABWH⁺17a, ABWH⁺17b, ABWH⁺17c]. Prezentace všech výsledků byla ale pro potřeby práce výrazně upravena a je podrobnější, protože se autor věnuje jen části výsledků a má tak více prostoru pro jejich popis.

Všechny zdroje jsou citovány v dostatečné míře.

Formální úprava. Po formální stránce nemám k práci připomínky.

ZÁVĚR

Matěj Konečný sepsal vyjímčnou práci. Doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

Práci také navrhuji na zvláštní ocenění.

Jan Hubička
Katedra Aplikované Matematiky
12. 6. 2018