

Univerzita Karlova v Praze
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Matematická prostředí Bludiště a Cyklostezky u žáků 1. stupně ZŠ
The Mathematical Environments Mazes and Cycle Path with Primary
School Pupils

Jana Bartoňová

Vedoucí práce: PhDr. Jana Slezáková, Ph.D.

Studijní program: Učitelství pro základní školy

Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň ZŠ

2016

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Matematická prostředí Bludiště a Cyklostezky u žáků 1. stupně ZŠ vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze 10. 3. 2016

.....

podpis

Chtěla bych poděkovat vedoucí mé diplomové práce PhDr. Janě Slezákové, Ph.D., za vedení, trpělivost, cenné rady a věnovaný čas. Také jí děkuji za poskytnutí příležitostí k výuce.

Dále chci poděkovat rodině, za podporu při studiu a za pomoc a trpělivost při psaní této diplomové práce.

ABSTRAKT

Diplomová práce pojednává o matematických prostředích Bludiště a Cyklostezky. V úvodní části se zabývá vymezením dvou protipólních edukačních stylů, a to transmisivního a konstruktivistického. V rámci konstruktivistického edukačního stylu se dále zaměřuje na vyučování orientované na budování schémat a vymezení jeho zásad pro výuku matematiky podle Hejného metody. Také seznamuje s novým termínem genetický konstruktivismus, jehož autor prokazuje ukotvenost matematiky Hejného a jeho didaktických prostředí v dávné historii.

Práce odpovídá na otázku, proč prostředí Bludiště a Cyklostezky patří do výuky matematiky, a tedy na jakém matematickém základě stojí. Proto poskytuje nahlédnutí do základů teorie grafů. Zaměřuje se na historické hledisko pojmů bludiště a cyklostezka a mapuje v Hejného učebnicích matematiky úlohy z prostředí Bludiště a Cyklostezky.

Cílem výzkumné části je rozšíření zásobárny úloh z těchto dvou prostředí, zmapování řešitelských strategií žáků a nalezení efektivních výukových metod v souladu s vyučováním orientovaným na budování schémat, což bylo zkoumáno v rámci sedmi experimentů. V závěru práce je představena didaktická hra, jenž je zaměřena na úlohy z prostředí Bludiště a Cyklostezky.

KLÍČOVÁ SLOVA

matematická prostředí Bludiště a Cyklostezky, konstruktivismus, vyučování orientované na budování schémat, genetický konstruktivismus, teorie grafů

ABSTRACT

The diploma thesis deals with the mathematical environments Mazes and Cycle Paths. The first part is concerned with the definition of two opposite educational styles, transmissive and constructivistic. Within the constructivistic educational style it is also focused on schema-oriented education and on defining its principles for teaching mathematics by Hejný's method. It also introduces a new term *genetic constructivism* - its author proves that Hejný's mathematics and its didactic environments are embedded in ancient history.

This diploma thesis gives an answer to the question of why the environments Mazes and Cycle Paths belong to the teaching of mathematics, and therefore, on what mathematical basis it stands. It is for this reason that it provides insight into the fundamentals of graph theory. It is focused on the historical aspect of terms *maze* and *cycle path* and charts exercises in Hejný's textbooks of mathematics from environments Mazes and Cycle Paths.

The aim of research is to expand the collection of exercises from these two environments, to chart pupils' solving strategies and identify effective teaching methods in accordance with the schema-oriented education, which has been studied in seven experiments. The last part of this diploma thesis presents a didactic game, which is focused on exercises from Mazes and Cycle Paths.

KEYWORDS

The Mathematical Environments Mazes and Cycle Path, Constructivism, Schema-oriented Education, Genetic Constructivism, Graph Theory

Obsah

Úvod	8
1 Pojetí výuky	11
1.1 Transmisivní pojetí výuky	12
1.2 Konstruktivistické pojetí výuky	15
1.2.1 Konstruktivistické metody výuky	20
1.2.2 Vyučování orientované na budování schémat	21
1.2.3 Genetický konstruktivismus	23
1.3 Shrnutí	25
2 Teorie grafů na 1. stupni ZŠ	27
2.1 Pojem grafu	28
2.1.1 Definice grafu	30
2.1.2 Stupně vrcholů v grafu	31
2.1.3 Isomorfní grafy	32
2.1.4 Souvislost grafů	32
2.1.5 Vzdálenost v grafech	33
2.1.6 Rovinné grafy	34
2.1.7 Shrnutí	34
2.2 Využití teorie grafů na 1. stupni ZŠ	35
2.2.1 Bludiště	35
2.2.1.1 Prostředí Bludiště	36
2.2.1.2 Zmapování prostředí Bludiště v učebnicích matematiky Hejného metody	41
2.2.1.3 Shrnutí	48
2.2.2 Cyklostezky	49

2.2.2.1	Prostředí Cyklostezky	50
2.2.2.2	Zmapování prostředí Cyklostezky v učebnicích matematiky Hejného metody.....	51
2.2.2.3	Shrnutí	63
2.2.3	Shrnutí	63
3	Výzkumná část	65
3.1	Východiska a cíle	65
3.2	Vymezení rozsahu výzkumu a přehled uskutečněných experimentů.....	65
3.3	Průběh experimentů	67
3.3.1	Experiment Cyklostezky (C1).....	67
3.3.2	Experiment Cyklostezky (C2).....	79
3.3.3	Experiment Cyklostezky v outdooru (C3)	87
3.3.4	Experiment Bludiště v outdooru (B1)	98
3.3.5	Experiment Bludiště (B2)	107
3.3.6	Experiment Cyklostezky (C4).....	112
3.3.7	Experiment Cyklostezky (C5).....	119
3.3.8	Experiment Hra – Bludiště, Cyklostezky (H)	126
	Závěr.....	133
	Seznam použitých informačních zdrojů	135
	Seznam příloh.....	140

Úvod

Má cesta k matematice byla dlouhá a složitá. Na prvním stupni základní školy byla matematika mým oblíbeným předmětem, ale s přestupem na druhý stupeň to šlo s oblíbeností i se známkami z kopce. Nevěděla jsem, proč mám něco takového počítat, k čemu mi to bude. Tato situace pokračovala i na střední škole a má cesta došla skoro na samé dno. Pamatuji si, jak jeden středoškolský profesor řekl: „*U ní to není o tom, že by na to neměla, ale že nechce.*“. Ano, opravdu jsem nechtěla. Nevěděla jsem, proč se učit analytickou geometrii, planimetrii, goniometrii, stereometrii. Nedávalo mi to žádný smysl.

Poté jsem se dostala na Vysokou školu ekonomickou, což byla pořádná zajíždka, při mé cestě k tomu být učitelkou. Doma však slovo učitelka bylo absolutním tabu a já dále trpěla s integrály, maticemi a derivacemi. Nakonec se ze mě ekonom nestal. Já si prosadila svou a v roce 2011 jsem začala konečně studovat na tu vysněnou učitelku. Rozhodně studium nebylo snem, ale já po dlouhém boji dělala to, co jsem doopravdy chtěla.

S matematikou na vysoké škole jsem však hned kamarád nebyla. Mnoho přednášek jsem nechápavě zírala a ptala jsem se, jestli jsem opravdu na vysoké škole. Já byla ta, co se neustále bouřila a nechápala, proč nemohu psa rovnou přepočítat na čtyři myši, ale musím k nim dojít přes husy a kočky. Takto jsem protestovala téměř na všech přednáškách i seminářích. Nechápala jsem smysl matematických prostředí a proč skoro každé cvičení hrajeme hru Sova. Ani to, že jsem matematiku před zkouškami doučovala spolužačky, mi neotevřelo cestu k pozitivnímu nahlížení na ní. Bavilo mě to, to ano, ale dále jsem zůstávala skeptická.

Trochu mi otevřel oči pan profesor Hejný v roce 2013, když byl hostem v rádiu a odpověděl mi na dotaz, ve kterém jsem se ptala, k čemu jsou dobrá figurální čísla. Ukázal mi cestu do historie a tím i to, že se v jeho metodě nejedná o nějaké výmysly bez podložení, ale že kořeny má daleko v historii. Avšak takto to vidím až nyní, v té době mě odpověď potěšila, ale zároveň jsem se začala rozčilovat, proč se na přednáškách neprobírá právě to, kde má dané prostředí kořeny, jak je podložené matematicky.

Ve čtvrtém ročníku jsem si zapsala matematický modul a tam přišel zlom. Učila jsem děti a viděla na nich pozitivní změny. Přestávaly být svázané školními zvyklostmi, nebály

se říct svůj názor, i když byl chybný, a co bylo hlavní, matematika je bavila. Začala jsem v této matematice spatřovat něco víc. Má cesta k matematice začala, po předchozích serpentýnách, směřovat pomalu, ale jistě k vrcholu. Díky dětskému bádání a objevování, se mi začalo odkrývat, co se pod matematickými prostředími skrývá. A právě to mě asi postupně dovedlo k této diplomové práci.

Na semináři matematického modulu jsme se nově seznámila s prostředími Cyklostezky a Linky. Určitě k tomu přispělo to, že jsem doma v tu chvíli měla bratra, který se cyklistice ve svém volném čase hodně věnoval, a Cyklostezky mě ihned zaujaly a já se postupně rozhodla zvolit je jako téma své diplomové práce. Avšak při listování učebnicemi mě upoutala úloha v učebnici pro 1. třídu, kde jsou ledové kry propojené barevnými mosty, po kterých se máme dostat na kru s medvědicí a medvídětem (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007c, s. 5). Nebyly to cyklostezky, ale ta podobnost. Když jsem šla na fakultu, nechat si zapsat téma diplomové práce do SIS, vzala jsem s sebou i tuto úlohu, abych se optala, jestli si myslím správně, že jde o přípravnou úlohu k prostředí Cyklostezky. Tím se do tématu mé diplomové práce dostalo i prostředí Bludiště.

A jak to je s mou cestou k matematice a jejímu vyučování? Dospěla jsem po ní na pomyslný vrchol hory? Určitě ne, vrchol hory je schovaný v oblacích a po cestě k němu potřebuji zodpovědět ještě mnoho otázek, odučit spousty hodin a zažít mnoho radosti z řešitelských úspěchů dětí. Ale musím přiznat, že momentálně cesta směřuje nahoru, což je, myslím, velkým úspěchem. Avšak nemyslím si, že by někdy nastala ta chvíle, kdy bych si řekla, že jsem vrcholu dosáhla. Vždy tam bude přítomno to tajemno nezodpovězených otázek a neobjeveného.

Ve své diplomové práci bych tedy chtěla zdůvodnit, a zároveň jsem si to stanovila za cíl, proč prostředí Bludiště a Cyklostezky patří do matematiky, jelikož tato otázka mi v průběhu studia vyvstávala u mnohých prostředí a považuji její zodpovězení, nejen pro sebe, za důležité. Proto se budu věnovat teorii grafů, abych pochopila, o čem je, a tedy kam tato prostředí směřují.

Za důležité také považuji pojetí výuky matematiky tak, aby děti bavila, měly v ní právo na vlastní názor, dostatek času na objevování vlastních řešení, nebály se chyby, dokázaly obhájit svá řešení a případně přijímat řešení jiných a celkově měly k matematice

kladný vztah. Proto ve své diplomové práci chci mluvit o edukačních stylech. Jednom, který to, co jsem zde vyjmenovala, neumožňuje, a druhém, který to naopak podporuje.

Také bych se chtěla zaměřit na historický aspekt prostředí Bludiště a Cyklostezky a na zmapování úloh těchto dvou prostředí ve stávajících učebnicích Hejného metody.

Ve výzkumné části diplomové práce bych chtěla především rozšířit zásobárnu úloh z prostředí Bludiště a Cyklostezky. Dále zmapovat řešitelské strategie a zkusit nalézt efektivní metody výuky těchto prostředí. Jako poslední cíl jsem si stanovila vymyslet hru či didaktickou pomůcku k výuce zmiňovaných matematických prostředí.

1 Pojetí výuky

Mnoho z nás si vybaví situaci ze své školní docházky, kdy vypočítal úlohy, které mu byly zadány učitelem, protože se naučil nazpaměť vzorce, jež byly buď uvedeny v učebnici, nebo je napsal učitel na tabuli a on si je opsal do sešitu. Při zkoušení nám většinou stačilo znát tento vzorec a umět do něj dosadit údaje z úlohy, která byla téměř shodná s úlohou, jenž nám předtím byla uvedena jako vzorová. Kdo z nás však věděl, proč daný vzorec vypadá právě takto? Kolik z nás si všechny ty vzorce pamatuje ještě dnes? Nejspíš nikdo. Pamatovali byste si však takový vzorec, na který byste přišli sami pomocí experimentu? Nejspíš ano, nebo byste si minimálně tento experiment vybavili a pomocí jeho rekonstrukce, ať už skutečné, nebo jen ve vaší hlavě, vzorec opět objevili.

To zda se žáci učí vzorce, kterým ve skutečnosti ani nerozumí, odříkat seznam pouček, memorovat kvanta informací, které jim učitel nadiktoval, nebo zda v hodinách mají možnost objevovat, přicházet s vlastními řešitelskými strategiemi a nebojí se chyby, záleží mimo jiné na osobnosti učitele a jeho pojetí výuky, edukačním stylu. Učitele můžeme v jednoduchosti rozdělit s malou nadsázkou do dvou skupin. První skupinou jsou učitelé, kteří se považují za nositele pravdy, kladou důraz na výkon a kvantitu probrané látky a žáky považují za nesamostatné, bez práva na vlastní názor, za jakousi nádobu, kterou mají naplnit vědomostmi, příliš jim nezáleží na osobnosti žáka. Druhou skupinou jsou učitelé, kteří jsou pro žáky spíše průvodci za poznáním, žáka berou jako individualitu a tak k němu i přistupují, podporují v žácích jejich vnitřní motivaci, jejich přirozenou radost z učení. Tyto dvě skupiny učitelů úzce souvisí s pojetím výuky či chcete-li edukačním stylem¹ (Spilková, 2005, s. 27 – 36).

„Edukační styly klasifikujeme podle míry intelektuální autonomie, kterou učitel dává žákovi podle toho, jak výrazně se na odhalování matematických poznatků podílejí žáci. Když je učivo žákům předkládáno, mluvíme o transmisivním edukačním stylu. Když se žáci

¹ „Výuka je proces získávání vědomostí, dovedností a postojů, na němž se spolupodílejí učitel, žák, učivo a prostředí a dále zahrnuje formy výuky, její organizaci, dílčí a hlavní cíle, výsledky a zpětnou vazbu.“ (Hartl, Hartlová, 2000, s. 683) Jedná se tedy o vzdělávací činnost, při které vstupují učitel a žáci do vzájemné interakce, jejímž cílem je dosahování stanovených cílů. (Průcha, Walterová, Mareš, 2009, s. 357, podle J. Maňáka, 1994)

na objevování matematiky výrazně podílejí, mluvíme o edukačním stylu konstruktivistickém. Jsou to polaritní styly, které v realitě těžko budou existovat v čisté podobě“ (Hejný, 2014, s. 113).

My se nyní budeme těmito dvěma póly zabírat podrobněji. Avšak musíme mít na paměti, že neexistují pouze tyto dva edukační styly. Velmi blízkým edukačním stylem transmisivnímu pojetí výuky je instruktivní edukační styl.²

1.1 Transmisivní pojetí výuky

Transmisivní pojetí výuky můžeme také nazvat slovně názorné, tradiční či herbartovské pojetí výuky. U nás má velmi hluboké kořeny, a ač po roce 1989 proběhla transformace českého školství, je toto pojetí výuky stále hojně rozšířeno.

„Herbartismus je pedagogický směr, který rozvinuli žáci a pokračovatelé německého filozofa, psychologa a pedagoga Johanna Friedricha Herbarta (1776 – 1841). Nejznámější je herbartovská teorie vyučování (odvozená od asocianistické psychologie), silně formalistní, která od poloviny 19. století významně ovlivnila především evropské a americké střední školství. Výraz „herbartismus“ se dnes používá jako negativní hodnotící označení školního vzdělávání zaměřeného na učivo, jednotlivé předměty a metody vyučování a nedostatečně respektujícího potřeby dítěte“ (Průcha, Walterová, Mareš, 2009, s. 89 – 90).

Asocianistická teorie učení je založena na tzv. uniformě-univerzálním modelu metodiky, což znamená, že žáci nejsou považováni za individuality, za osobnosti, u kterých bereme v potaz jejich charakter, jejich psychiku nebo jejich city. Podle asocianistické teorie se liší pouze tím, jaké množství vědomostí a jak rychle dokáží absorbovat a jak dlouho si tyto vědomosti dokáží uchovat. Také schéma vyučovacího procesu je stereotypní, neměnné. Nezáleží na charakteru učební látky či na jedinečnosti žáků. Struktura hodiny je vždy sestavena následovně: motivace, výklad nového učiva, procvičování, opakování, prověřování a hodnocení kvantity a kvality osvojeného učiva.

² „Instruktivní edukační styl se shoduje se stylem transmisivním, pokud jde o výklad učiva. Liší se od něj v tom, že připouští jen ty postupy, které žáků předvádí učitel.“ (Hejný, 2014, s. 115)

Žák zde má submisivní, pasivní postavení. Jeho role spočívá v pozorování, naslouchání, plnění zadaných úkolů, vštěpování informací do paměti, aby je následně mohl reprodukovat a v odpovídání na dotazy učitele. V dominantním postavení je zde učitel, který je nositelem vědění a má v hodině akustickou převahu. Učitel vykládá, popisuje, analyzuje, zobecňuje, formuje pravidla, kontroluje (Spilková, 2005, s. 31).

Název **slovně názorné** pojetí vyučování je odvozen od převažujícího verbálního projevu učitele a jeho demonstrace probíraného učiva. Transmisivní pojetí výuky klade důraz na metodu výkladu a považuje ji za primární prostředek přenášení vědomostí (Spilková, 2005, s. 31). Demonstrace probíraného učiva neboli metoda názorně demonstrační spočívá v tom, že učitel předvádí žákům nějaký pokus, aniž by žáci měli možnost si něco vyzkoušet, nebo učitel žákům ukazuje obrazový materiál k probírané látce, či žáci něco dělají podle přesné instruktaže a nemají možnost experimentovat (Zormanová, 2012, s. 10).

Tradiční pojetí výuky přistupuje k žákovi jako k prázdné nádobě, kterou je třeba naplnit vědomostmi a dovednostmi. Klade důraz na výkon a cílem je připravit žáka na úspěšné složení zkoušky. Učitel se dostává do pozice trenéra, který stejně jako trenér vrcholových sportovců má dovést žáka k maximálním výkonům, procvičuje žáka v typových úlohách, ukazuje mu snazší a rychlejší cestu ke správnému řešení, nebo chceme-li jako u vrcholového sportovce k lepšímu času běhu, vštěpuje do žákovi paměti přesné formulace definic, vět, důkazů a snaží se tyto informace co nejvíce zjednodušit do dobře zapamatovatelných instrukcí, tabulek, schémat či grafů (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 31). „*Zvýrazňuje nedostatky v žákově výkonu, počítá s jeho nesamostatností, potlačuje jeho odpor, odměňuje úsilí, snahu přizpůsobit se, podřídit se. Centrem učitelova zájmu bývá učivo, nikoli žák a jeho rozvoj*“ (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 31, podle Mareš, 1998, str. 65). „*Učitel ponechává žákovi úzký prostor pro seberealizaci, Neočekává od žáka spekulování, zkoumání, experimentování či hledání. Případnou iniciativu žáka v tomto směru spíše tlumí, než povzbuzuje. Považuje ji za nežádoucí jev, který proces vyučování rozdrobňuje, odvádí pozornost na věci podružné a tempo výuky zpomaluje*“ (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 31 – 32).

Pro transmisivní pojetí výuky je z organizačních forem typická frontální výuka a s ní frontálně uspořádané lavice ve třídě. Žáci tak nemají prostor k diskuzi a k sdílení, ty jsou také v tradičním vyučování nežádoucí.

Důraz na tempo výuky plyne z minulosti a z nutnosti plnění učebních osnov. Transmisivní učitel má učivo přesně rozplánováno na měsíce, týdny, dny a hodiny a jakákoli žákova zvědavost by mohla zpomalit tempo výuky a tyto plány rozbít.

„Transmise (přenos) hotové vědy ze světa kultury (z učitelovy mysli, učebnic, encyklopedií a monografií...) do paměti žáků“ (Hejný, Kuřina, 2009, s. 193). Transmisivní výuka je orientována na fakta a výsledky, nikoli na proces konstruování poznatků. Učitel v transmisivní výuce matematiky nevěnuje čas modelovým etapám poznávacího procesu (motivace → separované modely → univerzální modely → poznatek), ale dává žáků hotové abstraktní poznatky (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 29). Důsledkem přeskokování etapy modelů je takzvaný formalismus, který zdůrazňuje formu proti obsahu.

„Žák nesměřuje k poznání cestou přes modely, ale volí zkratku. Snaží se převzít hotový poznatek (obecné pravidlo, instrukci, návod nebo vzoreček) a uchovat jej v dlouhodobé paměti. Takové poznání umožní žákovi reprodukovat definice, poučky a vzorce a imitovat řešitelské postupy ve standardních situacích. Mnohé z toho lze úspěšně použít u tradiční zkoušky. Takové „urychlené“ poznání však neumožní žákovi další tvůrčí použití těchto poznatků, jejich obměňování, rozvíjení, propojování na poznatky jiné, jejich případnou autokorekci či použití mimo oblast reprodukce a imitace. Takové poznání vlastně není skutečným poznáním, je pouze protézou. Taková poznání nazveme formální“ (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 28).

Formalismus zpomaluje a někdy docela zastavuje schopnost analyzovat problémovou situaci, schopnost třídit soubor jevů, hierarchizovat poznatky z hlediska jejich důležitosti, formulovat složitější myšlenky, tvořit hypotézy, argumentovat apod. (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 28). *„Formalismus vede člověka k povrchnímu pohledu na svět matematiky, ale nejenom matematiky, k nadhodnocování sféry jevové a ke ztrátě citlivosti vůči podstatám. Formalismus snižuje intelektuální sebedůvěru žáka, vnucuje mu zhoubné a osudové přesvědčení, že jeho rozum nestačí na pochopení náročnějších věcí a vztahů, že nemá na to, aby svět, ve kterém žije, analyzoval a kriticky hodnotil. Je nucen*

spolehnout se na rozhodnutí jiných. Nabádá ho k vyhýbání se situacím, které vyžadují jisté intelektuální schopnosti“ (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 28 - 29).

1.2 Konstruktivistické pojetí výuky

„Konstruktivismus je široký proud teorií ve vědách o chování a sociálních vědách, zdůrazňující aktivní úlohu subjektu v poznávání světa, význam jeho vnitřních předpokladů v pedagogických a psychologických procesech, důležitost jeho interakce s prostředím a společností.

V didaktice je konstruktivismus jedno z dominantních soudobých paradigmat, dělící se do několika proudů:

- a) Kognitivní konstruktivismus vychází především z evropské genetické epistemologie (studuje mechanismy a vývojová stadia poznávacích schopností u jednotlivce, jejichž vyústěním je exaktní intelekt) J. Piageta a americké kognitivní psychologie (J. S. Bruner aj.). Snaží se realizovat didaktické postupy založené na předpokladu, že poznávání se děje konstruováním tak, že si poznávající subjekt spojuje fragmenty informací z vnějšího prostředí do smysluplných struktur, rekonstruuje stávající struktury a provádí s nimi mentální operace podmíněné odpovídající úrovní jeho kognitivního vývoje.*
- b) Sociální konstruktivismus vychází z prací o sociální dimenzi učení (A. Bandura, L. S. Vygotskij aj.) a zdůrazňuje nezastupitelnou roli sociální interakce a kultury v procesu konstrukce poznání. V didaktice se jeho zásady realizují zejména v kooperativním učení.*
- c) Ve školní praxi dochází k eklektické syntéze obou uvedených pojetí v pedagogickém hnutí, které prosazuje ve výuce řešení problémů ze života, tvořivé myšlení, práci dětí ve skupinách a méně teorie a drilu. Způsoby výuky zdůrazňují manipulaci s předměty, například v matematice se pracuje s nejrůznějšími hlavolamy a stavebnicemi. V USA, kde toto hnutí má mnoho příznivců (J. Henderson, P. Campbellová), je pedagogický konstruktivismus považován za nadějný pro zlepšení znalostí žáků. Jeho odpůrci mu vytýkají*

příliš velký důraz na zábavu a opomíjení procvičování a pamětního učení“
(Průcha, Walterová, Mareš, 2009, s. 131 – 132, 69 - 70).

Výše zmíněnou eklektickou syntézu kognitivního a sociálního konstruktivismu můžeme také nazývat tzv. pedagogickým konstruktivismem nebo tzv. didaktickým konstruktivismem (Hartl, Hartlová, 2000, s. 271 – 272, Hejný, Kuřina, 2009, s. 193 – 197).

Na předchozí navazují Hejný, Novotná, Stehlíková, kteří dělí konstruktivismus na radikální, kognitivní, sociální, matematický či didaktický a na konstruktivismus realistický.

Do **radikálního konstruktivismu** spadá vše, co je vně svět zkušeností jedince. Radikální konstruktivismus přikládá velký význam subjektivitě jedince a pravdu považuje za společenský konsensus a nepřipouští možnost „objektivní“ pravdy (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004a, s. 12, podle Glaserfeld, 2005).

Kognitivní konstruktivismus, který, jak již bylo zmíněno, vychází z J. Piageta, je založen na sbírání informací z vnějšího světa a následným konstruováním do smysluplných struktur, s nimiž dále provádí mentální operace, které odpovídají kognitivnímu rozvoji jedince (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004a, s. 12, podle Průcha aj. 2001).

Pro **sociální konstruktivismus**, jenž vychází z Vygotského, je velmi důležitá role sociální interakce a kultury v procesu poznávání. Zásady sociálního konstruktivismu ústí např. do kooperačního učení, kdy je důležitá spolupráce jedinců při konstrukci sdílených a společných porozumění a významů (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004a, s. 12, podle Kalhous aj., 2002).

V **matematickém konstruktivismu** hraje zásadní roli motivace jedince, bez níž by nemohla být budována jeho poznatková struktura. V matematickém konstruktivismu jde o vytváření části matematiky v mysli žáka a podle jeho povahy může být podkladem pro takovou konstrukci otázka či problém ze světa přírody, techniky nebo matematiky samé (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004a, s. 13, podle Kuřina, 2002).

Realistický konstruktivismus nezavrhuje transmisi, dokonce ji i povoluje, protože ne vše je možné vymyslet. K učení potřebujeme i informace, které nalezneme ve světě kolem nás, v učebnicích, v internetových zdrojích, či ve škole zprostředkovaně od učitele. Avšak hlubší poznání by mělo vznikat pomocí vlastních žákových konstrukcí. Realistický

konstruktivismus tedy vychází z reálné situace při aplikaci konstruktivismu ve výuce (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004a, s. 14, podle Kuřina 2002).

Konstruktivistické pojetí vyučování je postaveno na vlastní zkušenosti, na řešení problémů ze života a konstruování poznatků jedincem podle jeho úrovně kognitivního vývoje. Tyto zkušenosti, s kterými žák přichází do školy, nazýváme prekoncepty, na kterých dále staví a které ovlivňují jeho vnímání a porozumění.

Podle Hejného a Kuřiny, kteří přetvořili obecný konstruktivistický edukační styl na tzv. **didaktický konstruktivismus**, je jeho cílem kultivace žákova duševního světa. „Žáci si vytvářejí vlastní představy a budují si vlastní poznatkovou strukturu. V duševním světě žáků se odehrávají procesy porozumění, vznikají představy, krystalizují pojmy“ (Hejný, Kuřina, 2009, s. 193).

Podle Hejného a Kuřiny vychází jejich pojetí konstruktivistické výuky matematiky z tzv. Desatera konstruktivismu:

„I. Aktivita

Matematiku chápeme především jako specifickou lidskou aktivitu, tedy nikoli jen jako její výsledek, který obvykle formulujeme do souboru definic, vět a důkazů.

II. Řešení úloh

Podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problémů, tvorba pojmů, zobecňování tvrzení a jejich dokazování. Popsaný proces může probíhat v matematice samé nebo v libovolné jiné oblasti lidského poznání. Tvorba matematických modelů reality je pak jeho součástí.

III. Konstrukce poznatků

Poznatky, a to nejen poznatky matematické, jsou nepřenosné. Přenosné (z knih, časopisů, přednášek a různých médií) jsou pouze informace. Poznatky vznikají v mysli poznávajícího člověka. Jsou to individuální konstrukty.

IV. Zkušenosti

Vytváření poznatků (např. v oblasti pojmů, postupů, představ, domněnek, tvrzení, zdůvodnění) se opírá o informace, je však podmíněno zkušenostmi poznávajícího.

Zkušenosti si přináší žák zčásti z kontaktu s realitou svého života, měl by však mít dostatek příležitostí nabývat zkušeností i ve škole (experimentování, řešení úloh...).

V. Podnětné prostředí

Základem matematického vzdělávání konstruktivistického typu je vytváření prostředí podněcujícího tvořivost. Nutným předpokladem toho je tvořivý učitel a dostatek vhodných podnětů (otázky, úlohy, problémy...) na straně jedné a sociální klima třídy příznivé tvořivosti na straně druhé.

VI. Interakce

Ačkoli je konstrukce poznatků proces individuální, přispívá k jeho rozvoji sociální interakce ve třídě (diskuze, srovnávání výsledků, konstrukce příkladů a protipříkladů, pokusy o formulace domněnek a tvrzení, argumentace, hledání důkazů...).

VII. Reprezentace a strukturování

Pro konstruktivistický přístup k vyučování je charakteristické pěstování nejrozumnějších druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa. Dílčí zkušenosti a poznatky jsou různě orientovány, tříděny, hierarchizovány, vznikají obecnější a abstraktnější pojmy.

VIII. Komunikace

Pro konstruktivistické vyučování v matematice má značný význam komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky. Jedním z nich je neverbální vyjadřování, jiným matematická symbolika. Dovednost vyjadřovat vlastní myšlenky a rozumět jazyku druhých je třeba systematicky pěstovat.

IX. Vzdělávací proces

Vzdělávací proces v matematice je nutno hodnotit minimálně ze tří hledisek. První je porozumění matematice, druhé je zvládnutí matematického řemesla, třetí jsou aplikace matematiky. Pro porozumění matematice má zásadní význam vytváření představ, pojmů a postupů, uvědomování si souvislostí. Rozvíjení matematického řemesla vyžaduje trénink a případně i paměťové zvládnutí určitých pravidel,

algoritmů a definic. Aplikace matematiky nemusí být jen vyvrcholením vzdělávacího procesu; mohou hrát i roli motivační. Matematiku se učíme jejím provozováním.

X. Formální poznání

Vyučování, které má charakter předávání informací (vyučování transmisivní), nebo vyučování, které dává pouze návody jak postupovat (vyučování instruktivní), vede především k ukládání informací do paměti. To umožňuje v lepším případě jejich reprodukci (např. u zkoušky), obvykle však dochází k jejich rychlému zapomínání a zřídka k jejich netriviálnímu využití. Takové poznání je pseudopoznáním, je poznáním formálním“ (Hejný, Kuřina, 2009, 194 – 195).“

Pro konstruktivismus je důležitý individuální přístup k žákovi, který také zdůrazňuje Čapek. „Učitel přistupuje k žákovi i k sestavování výukových jednotek (bloků) s vědomím, že žáci do školy vstupují již s určitými vědomostmi, dovednostmi, zkušenostmi. Každý je má pochopitelně na odlišné úrovni a učiteli nepřisluší je všechny dorovnat na požadovanou (ideální) rovinu, nýbrž každého žáka individuálně vést k tomu, aby sám vůči sobě dosáhl co nejvyšší možné úrovně těchto vědomostí a dovedností. Žák, který opouští vyučovací hodinu, školní rok či stupeň školy, nemá být totožným univerzálem se svými spolužáky, ale má zůstat individualitou, obohacenou, případně restrukturovanou. Tato filozofie je podporou pravého individuálního přístupu k žákům. Základem výuky není přenos informací z učitele na žáka, ale komunikace ve třídě se umožňuje všemi směry (učitel → žák, žák → žák, žák → učitel a další varianty zahrnující skupiny žáků jakožto komunikační jednotky). Toho lze dosáhnout nejen společnou prací, ale i vzájemným učením a dalšími formami výuky. Komunikace mezi žáky je tu tedy oproti transmisivnímu pojetí naopak žádoucí (samozřejmě při dodržování předem daných komunikačních zásad)“ (Čapek, 2015, s. 289 – 290).

Co se týká pozice učitele v konstruktivistickém pojetí výuky, jsou na něj kladeny vyšší nároky, nežli na učitele, který vyučuje transmisivně. Konstruktivistický učitel obrací svou pozornost na dítě a je mu průvodcem, garantem metody, podněcovatelem činností a spolutvůrcem. Takovýto konstruktivisticky vyučující učitel by měl umět naslouchat, umět žáky vhodně motivovat k nalézání vlastních strategií a měl by být komunikačně

zdatný (Čapek, 2015, s. 290). „Jeho odpovědnost začíná být tím více skryta, čím více vystupuje zjevně navenek odpovědnost žákov. Přestává být kázeňskou autoritou v tradičním slova smyslu, neboť kázeňských problémů z nudy, nemotivovanosti, pocitu neúspěchu atd. ubývá. Jeho vztahy s žáky se „zosobňují“ – pracovní kontakt učitele a žáka se stává osobnějším, těsnějším. A nakonec je tu i menší psychické zatížení učitele a naopak větší pocit dobře vykonané práce“ (Čapek, 2015, s. 291).

Na rozdíl od kritiky některými konzervativními (tradičními) pedagogy, konstruktivismus nezamítá aktivní roli učitele nebo hodnotu odborné znalosti. Konstruktivismus tuto roli modifikuje, takže učitelé studentům, pomáhají vytvářet znalosti, spíše než reprodukovat řadu faktů. Konstruktivistický učitel poskytuje nástroje, ke kterým žáci formulují a testují své nápady, vyvozují závěry a důsledky, a dávají dohromady a sdílejí své znalosti (Workshop: Konstruktivism as a Paradigm for Teaching and Learning, online).

Učitel, který má snahu přispět k formování žákovy osobnosti, a to zejména k jeho kognitivnímu a metakognitivnímu rozvoji, nepodává žákovi hotové vědomosti, ale ukazuje mu způsob, cestu, jak se k těmto vědomostem, poznání, dopracovat. Předkládá žákovi problémové úlohy, přičemž je mu partnerem v diskuzi, dokáže vyslechnout žákovo vyprávění o hledání řešení a následně se spolu s ním raduje z úspěchu z nového objevu. Zároveň dokáže podpořit a motivovat žáka, který neumí s problémem pohnout, a pomocí doplňujících otázek a rad ho orientovat správným směrem. Vede žáky k tomu, aby si na základě svých vlastních zkušeností vybudovali svůj vlastní autentický obraz matematického světa (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 33).

1.2.1 Konstruktivistické metody výuky

Konstruktivistických metod existuje celé množství a není ani možné, je zde všechny uvést. Jsou to všechny ty metody, které podporují ve výuce řešení problémů ze života, tvořivé myšlení a práci ve skupinách (Čapek, 2015, s. 289). Zmíníme alespoň některé z nich.

Mezi aktivizující výukové metody využitelné v matematice patří metody diskuzní, metody heuristické, řešení problémů, metody situační a didaktická hra.

Metody diskuzní jsou založeny na komunikaci učitele a žáků, při které dochází k výměně názorů a argumentaci na základě vlastních znalostí, čímž společně nacházejí řešení daného problému (Maňák, Švec, 2003, s. 108 – 112).

Metody heuristické, řešení problémů, jsou takové metody, které mají žáky podporovat v objevování, pátrání a hledání pomocí problémových otázek či situací (Maňák, Švec, 2003, s. 113 – 118).

Metody situační jsou založeny na řešení problémového případu z reálného života (Maňák, Švec, 2003, s. 119 – 122).

Didaktickou hru lze vymezit jako hrovou činnost, která slouží pedagogickým cílům (Maňák, Švec, 2003, s. 127).

Mezi komplexní výukové metody řadíme skupinovou a kooperativní výuku, individuální a individualizovanou výuku, kritické myšlení, projektovou výuku a další (Maňák, Švec, 2003, s. 137 – 171).

1.2.2 Vyučování orientované na budování schémat

Vyučování orientované na budování schémat (anglicky – schema-oriented education) je specifický edukační styl v rámci konstruktivistického pojetí výuky, který se týká Hejného metody vyučování matematiky.

„Metoda vyučování orientované na budování schémat stojí na dvou pilířích: na učiteli a na učivu uchopeném do sítě úloh vložených do didaktických prostředí“ (Hejný, 2014, s. 121).

Tento edukační styl je ve velké míře určen osobností učitele. Učitel musí být vnitřně přesvědčen o správnosti této metody, aby mohl správně rozvíjet osobnost žáka a jeho matematické myšlení (Hejný, 2014, s. 127).

„Edukační styl vyučování orientované na budování schémat lze charakterizovat souborem zásad:

- 1) Učitel vytváří optimální pracovní klima: žádný žák není frustrován, žádný se nenudí. Autonomní práci žáků posiluje tím, že spoluprožívá s žákem radost z jeho úspěchu. Žáka, kterému hrozí rezignace, povzbuzuje poukazem na jeho dřívější úspěch.
- 2) Učitel ponechává žákům prostor pro jejich úvahy. Nepodsouvá jim svoje postupy, ani když se mu ty žákovské jeví těžkopádné. Pomocné otázky dává, až když jsou žáci v koncích. Nevstupuje žákovi do jeho myšlenkového pochodu. Na přímý matematický dotaz žáka reaguje slovy typu „To je zajímavá otázka,“ a obrací se ke třídě, aby hledal odpověď.
- 3) Učitel vede žáky k vzájemným diskuzím, ať již ve dvojicích, malých skupinách, nebo v rámci celé třídy. Při moderování diskuze nezavrhne chybné myšlenky a zapojuje do ní i slabší žáky, aby žáci mohli proniknout k podstatě zkoumané problematiky i odhalováním příčin chybných představ. V případě, že se ve třídě vyhroť dva odlišné názory, nepřikloní se k žádnému, ale ponechá, aby si každý žák zvolil to, co považuje za správné. Například když žáci objeví dva různé algoritmy písemného odčítání, ponechá každému žákovi volbu, který algoritmus bude používat. Tím, že připouští, ba podporuje různost názorů, dává žákům nejen hlubší pohled do matematiky, ale i porozumění pro jiné myšlenkové pochody a názory obecně. V tomto bodě matematika přispívá ke kritickému myšlení a kultivuje demokratické myšlení žáků.
- 4) Učitel dává žákům přiměřené úlohy: každý žák řeší úlohu, která odpovídá jeho schopnostem, a tak může zažít radost z úspěchu. Frontálně zadávané úlohy, které neumožňují diferenciaci, jsou pro slabé žáky často frustrující a pro výborné žáky nudné. Naopak vhodné jsou úlohy, které připouštějí jak rychlé, tak i pomalé řešitelské postupy.
- 5) Vlastním přístupem k matematice vede žáky k potřebě rozumět matematice, tedy k potřebě experimentovat, hledat, odhalovat zákonitosti, komunikovat, se spolužáky, formulovat vlastní myšlenky a interpretovat myšlenky spolužáků a hledat argumenty. Tím, že vysoce hodnotí tvůrčí práci žáků a nijak zvláště nehodnotí

rychlost, reprodukci ani imitaci, orientuje žáky k účinnému rozvíjení vlastního matematického orgánu.

- 6) *S chybou žáka pracuje učitel promyšleně. Tím rozumíme, že vede žáka k tomu, aby sám vlastní chybu odhalil a aby odhalil i příčiny chyby“ (Hejný, 2014, s. 127).*

1.2.3 Genetický konstruktivismus

S názvem genetický konstruktivismus přichází Kvasz, který chce přístup prof. Hejného odlišit od konstruktivistických přístupů, se kterými bývá ztotožňován a kvůli tomu kritizován. Domnívá se, že tato kritika pochází z nedorozumění, kdy texty, které byly mířeny především na učitele, byly čtené jako teoretický výklad této metody. Také z důvodu, že Hejného metoda může často působit nesrozumitelně, jelikož principy, ač se opírají o pevné podloží, kterým je míněna historie a epistemologie matematiky, nejsou nikde vyloženy. Dalšími důvody bylo právě Hejného přihlášení se ke konstruktivismu, kvůli čemuž byla metoda vnímána a interpretována z hlediska širšího proudu didaktického konstruktivismu, a kvůli tomu i sepletí s politickými a hodnotovými postoji týkajícími se konstruktivismu (Kvasz, 2016).

„Ako naznačuje názov „genetický konstruktivizmus“, to základné, čo túto metódu odlišuje od ostatných druhov konstruktivizmu je, že genetický prístup k matematike je založený na poznaní jej histórie a epistemológie. To znamená, že aj keď ide o formu konstruktivizmu, tento je zasadený do pevného rámca genézy matematického poznania. Je to práve tento genetický rámec, ktorý zmierňuje radikálnosť jeho psychologických a pedagogických téz. Stručne povedané, žiak sice musí matematiku objavovať, úlohou učiteľa je však úlohy a problémy, ktoré žiakovi predkladá, voliť tak, aby žiak pri konštrukcii svojho matematického poznania rekonštruoval proces jeho historickej genézy“ (Kvasz, 2016).

Za klíčové Kvasz považuje to, že matematika se v antickém Řecku zrodila v dialogu. V eristetice, což je umění vést dialog, se zrodily právě termíny jako problém, hypotéza, důkaz a definice (Kvasz, 2016). Dialog je také zásadní součástí Hejného metody.

Od většiny tradičních koncepcí se Hejného přístup liší zakotvením v matematické zkušenosti a ve znalosti dětské psychiky (Kvasz, 2016).

Kvasz dále vytyčuje pět principů genetického konstruktivismu: princip epistemické blízkosti matematiky, ontické závažnosti, instrumentální ukotvenosti, genetické postupnosti a didaktické adekvátnosti (Kvasz, 2016).

Princip epistemické blízkosti je založen na tom, že autentický matematický poznatek se rodí výhradně z vlastní zkušenosti žáka, a to v procesu jeho vlastních poznávacích aktivit. Matematické poznání tedy není možné předat v hotové podobě a ani si ho osvojit pamětným učením. Jeho osvojení je možné pouze vlastní poznávací činností (Kvasz, 2016).

Princip ontické závažnosti znamená, že matematika je postavena na faktickém obsahu, je věčná, nezakládá se na konvenci, jako například jazyk. Nejedná se tedy o nic umělého, svévolně nastoleného. Jde o přizpůsobení vyučování matematiky charakteru této disciplíny (Kvasz, 2016).

Princip instrumentální ukotvenosti spočívá v tom, že velká čísla, geometrické konfigurace nebo komplexní algebraické vztahy nejsou přímo přístupné poznání, nelze je dobře znázornit, tak jako je tomu v principu epistemické blízkosti. Tyto poznatky jsou tedy zprostředkované pomocí symbolů. V genetickém konstruktivismu je proto kladen velký důraz na prostředí, která učí žáky manipulovat se symboly a ikonami, což je pro matematiku naprosto zásadní. Matematické poznání je tak instrumentálně ukotvené (Kvasz, 2016).

Princip genetické postupnosti vyzdvihuje uspořádání učebnic, které kopíruje proces historického vzniku matematického poznání a rozkládá ho do didaktické postupnosti úloh. „*Ked' sa pozrieme na učebnice Milana Hejného očami historika matematiky, nájdeme v nich veľké množstvo skrytej, implicitnej histórie matematiky. Každý poznatok, ktorý chce dieťa naučiť, je rozložený de série malých kognitívnych krokov opakujúcich históriu matematiky, a každý krok je prezentovaný vo veľkom množstve variant – jazykových, kontextových, rodových a náročnostných*“ (Kvasz, 2016).

Posledním principem je **princip didaktické adekvátnosti**, který říká, že každá kognitivní změna v mysli žáka, která vznikne osvojením specifického matematického jevu, objektu, či poznatku musí proběhnout způsobem, jenž je přiměřený povaze této změny.

Aby v mysli žáků došlo ke kognitivní proměně, která spočívá v schopnosti logického odlišení platného argumentu od argumentu neplatného, je zapotřebí v hodinách rozvíjet umění věcné diskuze, při které se žáci učí posuzovat pádnost argumentů a pomocí argumentování dospívat ke konsenzu. Osvojení nástroje symbolické nebo ikonické reprezentace, je druhým typem kognitivních změn. V genetickém konstruktivismu není žádoucí, aby učitel zavedl jakoukoli konvenci na označení neznámé, naopak se má obrnit trpělivostí a čekat, až k tomuto objevu dojde žák sám. Když se podíváme např. do historie algebry, ani tam nevznikla rovnou symbolická algebra, ale předcházelo jí přibližně osm set let vývoje. Jako první vznikla tzv. rétorická algebra, která k formulaci matematických operací užívala přirozeného jazyka. Rétorická algebra fungovala šest set let a poté se z ní vyvinula synkopická algebra, která využívala počátečních písmen slov z rétorické algebry. Teprve v 17. století vznikla algebra symbolická. Stejně jako se symbolická algebra nevyvinula z ničeho nic, nemůžeme také žákovi předložit symbolickou konvenci na označení neznámé v době, kdy ještě není vnitřně připraven na její přijetí (Kvasz, 2016).

1.3 Shrnutí

V této kapitole byla vymezena dvě polaritní pojetí výuky, a to transmisivní a konstruktivistické, které se od sebe liší v pojetí role učitele a žáka.

Transmisivní, tradiční, slovně názorné pojetí výuky je zaměřeno na výkon a založeno na osvojování hotových poznatků. Cílem je, aby žák uspěl u zkoušek, nikoli jeho osobní rozvoj. Žák zastává úlohu pasivního příjemce, naproti tomu učitel je nositelem vědomostí a pravdy, které žákovi předává převážně verbální metodou ve frontálně organizované výuce. V transmisivní výuce není prostor na žakovské dotazy či objevování a tak dochází k tzv. formalismu, kdy žák dosahuje pouze formálního poznání, ale chybí mu porozumění danému problému.

Konstruktivistické pojetí výuky je zaměřeno na žáka a na jeho osobnostní rozvoj. Učitel je žákovi průvodcem za poznáním, garantem metody a podněcovatelem činností, který dokáže žáka vhodně motivovat. K žákovi v konstruktivisticky orientované výuce je přistupováno jako k osobnosti, která přichází do školy s určitými vědomostmi

a dovednostmi, na kterých dále staví své konstrukce. Žák má zdravé sebevědomí, nebojí se zeptat a nebojí se chyby. V konstruktivismu je žádaná kooperace a komunikace mezi žáky a je kladen důraz na podnětné prostředí.

Je nutné však zdůraznit, že v edukační realitě se pohybujeme někde mezi těmito dvěma póly (viz srovnání v tabulce 1). Mezi těmito póly můžeme najít také vyučování orientované na budování schémat, které vychází z konstruktivistického edukačního stylu a týká se Hejného metody matematiky. Nyní se objevuje ještě další název pro konstruktivismus v Hejného metodě, a to genetický konstruktivismus, jak ho nazývá Kvasz (Kvasz, 2016).

Tabulka 1: rozdíly konstruktivistického a transmisivního edukačního stylu

	polaritní dipól	konstruktivistické vyuč.	transmisivní vyuč.
1	hodnota poznání	kvalita	kvantita
2	motivace	vnitřní	vnější
3	trvanlivost poznání	dlouhodobá	krátkodobá
4	vztah učitel - žák	partnerský	submisivní
5	klima	důvěry	strachu
6	nositel aktivity	žák	učitel
7	činnost žáka	tvořivá	imitativní
8	poznatek žáka	produktivní	reproduktivní
9	nosná otázka	CO? a PROČ?	JAK?

(Hejný Stehlíková, 1999, s. 33)

2 Teorie grafů na 1. stupni ZŠ

S grafy se setkáváme v běžném životě, často aniž bychom si to uvědomovali. Už jen při cestě do školy, do práce, za nákupy, za kulturou či za zábavou se setkáváme s grafy. Takovým příkladem jsou dopravní prostředky. Nad každými dveřmi v metru je vyvěšen plán tras. V každém vagónu najdeme několik dalších, podrobnějších plánů. Tedy jakýkoli plán, plán vodovodního potrubí, plán rozvodné elektrické sítě, podzemních chodeb či samotná mapa obce, kraje, země či světa, je grafem. Grafem se také dají vyjádřit vztahy mezi lidmi, mezi dětmi ve třídě, ale mnoho dalšího.

S grafy se setkávají děti již v mateřské škole, a to při řešení tzv. bludišť či labyrintů, kde mají najít cestu, po které se myška dostane k sýru, mají zjistit, jestli prasátko po své cestě dojde k jablku, hrušce, nebo mrkvi, či kudy se má trpaslík vydat, aby se dostal do své ložnice. Bludiště mají nesmírné množství variant a snaží se o co největší zaujetí dětí. Takovou ukázkou mohou být např. Bláznivá bludiště Thomase Flinthama (Flintham, 2011). Dalšími, neobvyklými bludišti jsou bludiště, ve kterých, po jejich projití a vybarvení správné cesty, vznikne nějaký obrázek. Tyto bludiště najdeme např. v publikaci Bludiště s pastelkami (Bludiště s pastelkami, 2007). Dále se mohou děti setkat s grafy při řešení tzv. jednotažek, kdy se mají jedním tahem spojit všechny body obrázku. Nejznámější asi je nakreslení domečku jedním tahem.

Na prvním stupni základní školy se děti v učebnicích matematiky podle metody profesora Hejného setkávají s bludišti s barevnými branami, s bludišti s barevnými mosty a s dalšími druhy bludišť, o kterých budeme mluvit později.

S grafy se též žáci prvního stupně mohou setkat u sémantického prostředí Cyklostezky. Tímto prostředím se také budeme zabývat později.

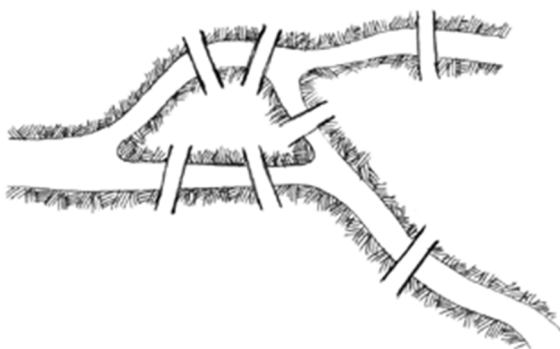
V učebnicích matematiky podle metody profesora Hejného bychom našli i další prostředí, ve kterých se vyskytuje graf. Takovým je například prostředí Rodina, které se zabývá vztahy mezi lidmi, tedy rodokmenem nebo prostředí Linky. Avšak tato prostředí nebudou v práci uvedena.

V této kapitole probereme jen základní pojmy z teorie grafů, které nám pomohou lépe pochopit smysl prostředí Bludiště a Cyklostezky.

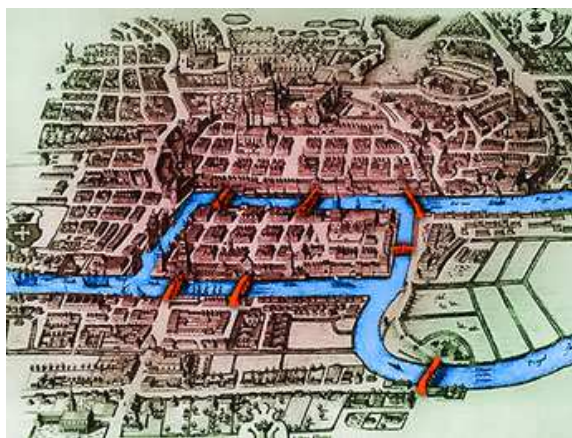
2.1 Pojem grafu

Graf reprezentuje množinu objektů, u které chceme znázornit, že některé elementy jsou propojeny. Objekty znázorňujeme jako vrcholy a propojení mezi nimi jako hrany. Grafy slouží jako abstrakce mnoha problémových situací. Často jsou využívány jako zjednodušený model nějaké skutečné sítě, jako jsou ulice ve městech, dopravní či vodovodní síť, jak jsme již zmínili výše (Graf (teorie grafů), 2015).

Pojem graf se v matematice poprvé objevil v roce 1736 ve spojitosti se sedmi mosty města Královce, kdy obyvatelé, řešili, jak projít přes všechny mosty právě jednou. (Vejmola, Fiala, 1985, s. 31, Fuchs, 1986, s. 77) Úloha přesně zní: „*Městem Königsberg teče řeka Pregel. V této řece jsou dva ostrovy, které byly s pevninou vzájemně propojeny sedmi mosty tak, jak je uvedeno na obrázku 1. Je možné vyjít z jednoho místa, projít po každém mostě právě jednou a skončit procházku ve výchozím bodě?*“ (Fuchs, 1986, s. 77), (obr. 2.1, 2.2).



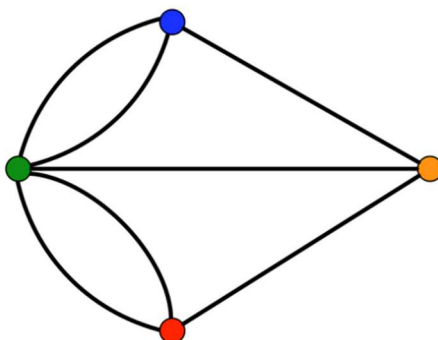
Obr. 2.1 (zdroj: <http://voho.cz/wiki/graf/>)



Obr. 2.2 mapa Königsbergu ukazující sedm mostů (zdroj: http://world.mathigon.org/Graph_Theory)

Jako první tuto úlohu vyřešil Leonhard Euler (1707 – 1783), který zjistil, že úloha nemá řešení (Graph_Theory, Fuchs, 1986, s. 78, Vejmolá, Fiala, 1985, s. 31).

Obrázek sedmi mostů si můžeme jednoduše převést na graf, a to tak že každá část města a oba ostrovy se stanou vrcholy (znázorněné kroužky) a mosty se stanou hranami (znázorněnými jako spojnice kroužků), (obr. 2.3).

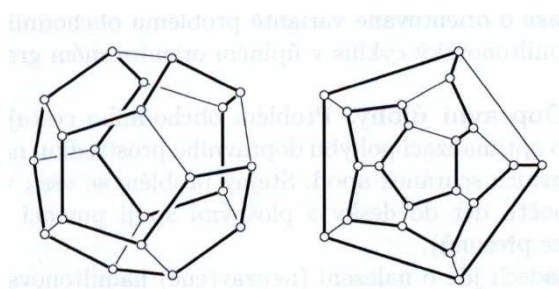


Obr. 2.3 (zdroj: <http://rosalind.info/glossary/eulerian-cycle/>)

Aby se tato úloha dala vyřešit, je zapotřebí graf z obr. 2.3 nakreslit jedním tahem. To je však nemožné. Pokud bychom chtěli, aby měla úloha řešení, musel by existovat ještě jeden most na spojeném úseku řeky. Avšak úloha by stále nebyla řešitelná jako uzavřený Eulerův tah, který začíná i končí ve stejném vrcholu grafu, ale byla by řešitelná jako otevřený Eulerův tah, kdy začíná v jednom vrcholu a končí v jiném vrcholu grafu (Vejmolá, Fiala, 1985, s. 31 – 32).

Za zmínku také stojí tzv. Hamiltonova hádanka irského matematika Williama Rowana Hamiltona, která byla v polovině 19. století zveřejněna v přírodopisném časopise. „Jednalo se o nalezení uzavřené trasy vedoucí přes dvacet měst, která byla rozmístěna ve vrcholech pravidelného dvanáctistěnu, přičemž se přes žádné město nesmělo cestovat dvakrát“ (Demel, 2015, s. 197).

Tato úloha je řešitelná pomocí takzvané Hamiltonovské kružnice či cesty, která prochází všemi městy (vrcholy), jejíž počáteční město (vrchol) je zároveň i cílovým. Na rozdíl od Eulerovského tahu, nemusíme projít přes všechny silnice (hrany), (obr. 2.4).



Obr. 2.4 „Dvě nakreslení grafu pravidelného dvanáctistěnu s vyznačenou hamiltonovskou kružnicí. Obrázek vpravo lze chápat jako „širokoúhlý“ pohled dovnitř skrz přední stěnu dvanáctistěnu.“(Demel, 2015, s. 197)

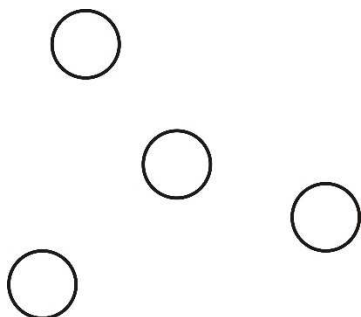
2.1.1 Definice grafu

„Graf se skládá z tzv. vrcholů a tzv. hran. Hrana vždy spojuje dva vrcholy a je buď orientovaná, nebo neorientovaná. U hran orientovaných rozlišujeme počáteční a koncový vrchol a říkáme, že hrana vede z počátečního do koncového vrcholu. Neorientované hrany chápeme jako symetrické spojení dvou vrcholů. Pokud hrana spojuje nějaký vrchol se sebou samým, nazýváme ji smyčkou. Orientovaný graf má všechny hrany orientované, neorientovaný graf má všechny hrany neorientované. Smíšený graf má oba druhy hran“ (Demel, 2015, s. 11).

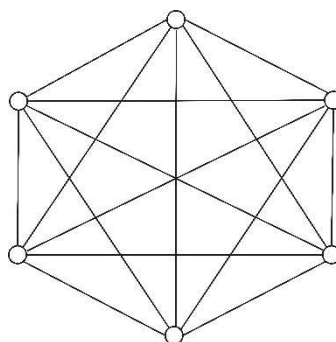
Grafy zakreslujeme tak, že vrcholy značíme jako body či kroužky a hrany jako čáry, které spojují příslušné dva vrcholy, u kterých chceme vyjádřit nějaký vztah. Tyto čáry mohou být přímé, křivé nebo lomené. Pokud se jedná o hranu orientovanou, značíme její orientaci šipkou od počátečního ke koncovému vrcholu. Je však důležité mít na paměti, že graf lze většinou nakreslit mnoha způsoby, a tak na první pohled nerozeznáme, že se jedná o tentýž graf (Demel, 2015, s. 12). Při zakreslování grafu totiž není podstatná ani velikost ani poloha vrcholů, tvar hran nebo jejich délka, ale důležitá je pouze jejich existence a to, zda dva vrcholy jsou hranou spojeny, nebo zda spojeny nejsou (Vejmola, Fiala, 1985, s. 7).

Pokud je počet vrcholů konečný, mluvíme o konečném grafu. V případě nekonečného počtu vrcholů hovoříme o nekonečném grafu, tím se však dále zabývat nebudeme. Speciálním typem grafu může být graf prázdný, ten však má prázdnou množinu vrcholů a hran, tedy není. Dalším příkladem grafu je graf nulový, který má vrcholy, avšak

množinu hran má prázdnou (obr. 2.5). Jeho opakem je graf úplný, v němž je každý vrchol propojen se všemi ostatními vrcholy (obr. 2.6), (Vejmola, Fiala, 1985, s. 8 - 9).

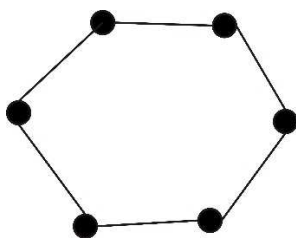


Obr. 2.5 (Vejmola, Fiala, 1985, s. 9)

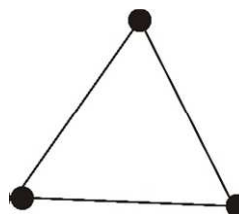


Obr. 2.6 (Vejmola, Fiala, 1985, s. 10)

Kružnice je takový typ grafu, jenž má alespoň 3 vrcholy, které jsou spojeny hranami do jednoho cyklu (Hliněný, 2008, s. 2). Speciálním typem kružnice je trojúhelník, který se, jak již název napovídá, skládá ze 3 vrcholů a 3 hran (obr. 2.7), (Fuchs, 1986, s. 90).



Obr. 2.7 (Fuchs, 1986, s. 90)



Cesta je typ grafu, který má vrcholy spojené za sebou. Počet vrcholů je vždy o 1 větší než počet hran (obr. 2.8), (Hliněný, 2008, s. 2).³



Obr. 2.8 (Hliněný, 2008, s. 2)

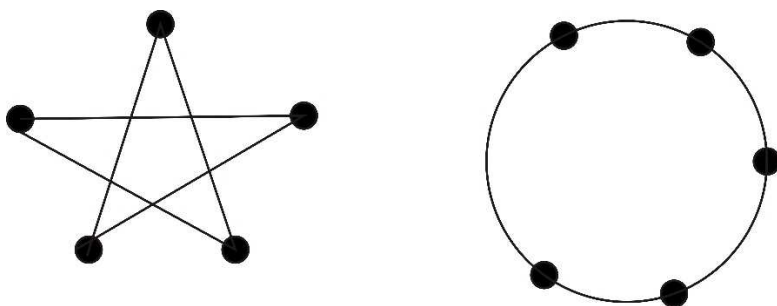
2.1.2 Stupně vrcholů v grafu

U grafu nás může zajímat, kolik hran vychází z kterého vrcholu nebo kolik má vrchol sousedů. Sousedy nazýváme dva vrcholy, které jsou spojeny hranou. K tomu je dobré definovat si pojem „stupeň vrcholu“. Pod tímto pojmem rozumíme počet hran, které vycházejí z vrcholu (Hliněný, 2008, s. 3).

³ Další druhy grafů viz Příloha č. 1 – grafy, které nesouvisí s prostředím Bludiště a Cyklostezky

2.1.3 Isomorfní grafy

Již na začátku jsme se zmínili o tom, že tentýž graf, tedy tytéž vztahy mohou být zakresleny různě. „Přísně formálně řečeno, každé nakreslení jistého grafu, třeba kružnice o délce 5, je jiným grafem, ale přitom bychom rádi řekli, že různá nakreslení téhož grafu jsou „stále stejná“. Už jen proto, že grafy mají modelovat vztahy mezi dvojicemi objektů, ale tyto vztahy přece vůbec nezávisí na tom, jak si grafy nakreslíme. Pro tuto „stejnost“ grafů se vžil pojem isomorfní grafy“ (obr. 2.9), (Hliněný, 2008, s. 5).



Obr. 2.9 (Hliněný, 2008, s. 5)

To zda se jedná o isomorfní graf, můžeme také zkontrolovat podle toho, jestli oba grafy mají vrcholy stejných stupňů.

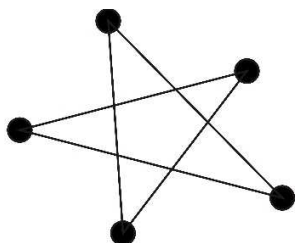
V praxi, pokud mluvíme o grafu, nezáleží na konkrétním podání grafu, ale mluvíme o tzv. celé třídě isomorfismu (Hliněný, 2008, s. 6).

2.1.4 Souvislost grafů

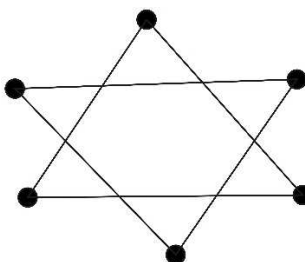
Máme-li graf, který je modelem nějaké sítě, ať už dopravní, telefonní, potrubní nebo počítačové, zajímá nás, zda je možné se v tomto grafu pohybovat, dostat se odněkud někam, z vrcholu do vrcholu. Právě u sítí jako jsou již zmíněné telefonní, potrubní a mnoho dalších, chceme mít tu možnost, dostat se z každého místa, vrcholu, do každého jiného.

Graf, který tuto vlastnost má, že z kteréhokoli vrcholu můžeme projít do každého jiného vrcholu, se nazývá souvislým grafem (Hliněný, 2008, s. 14).

„Graf nazýváme souvislým, jestliže každé jeho dva vrcholy jsou spojeny neorientovanou cestou“ (Demel, 2015, s. 57).



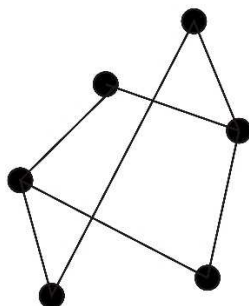
Obr. 2.10 souvislý graf (Hliněný, 2008, s. 14)



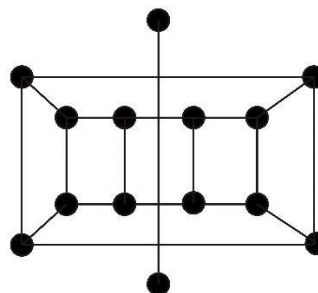
Obr. 2.11 nesouvislý graf (skládá se ze dvou kružnic – trojúhelníků), (Hliněný, 2008, s. 14)

V grafu se pohybujeme po hranách, a to vždy z vrcholu do sousedního vrcholu, přičemž takovou procházku po hranách nazýváme sledem. Důležité je mít na paměti, že cesta v grafu je sledem bez opakování vrcholů, tedy pokud mezi dvěma vrcholy grafu existuje sled, pak mezi nimi existuje cesta (Hliněný, 2008, s. 14 – 15).

„Graf je souvislý, pokud je tvořený nejvýše jednou komponentou souvislosti, tj. pokud každé dva vrcholy grafu jsou spojené cestou“ (obr. 2.12), (Hliněný, 2008, s. 15).



Obr. 2.12 graf z jedné komponenty souvislosti (Hliněný, 2008, s. 15)



Obr. 2.13 graf složený ze dvou komponent souvislosti (Hliněný, 2008, s. 15)

2.1.5 Vzdálenost v grafech

V předchozí kapitole jsme hovořili o souvislosti grafu, což je možnost procházení mezi jednotlivými vrcholy, tedy cesta z jednoho vrcholu do druhého. Někdy bychom však také rádi věděli jaká je mezi vrcholy vzdálenost, jak daleko je z jednoho vrcholu do druhého (Hliněný, 2008, s. 26).

Na grafovou vzdálenost je možné se dívat jako na minimální počet hran, kterými musíme projít, abychom se dostali z vrcholu do vrcholu. Často je však potřeba při zjišťování vzdálenosti mezi vrcholy brát v úvahu délky jednotlivých hran cesty (Hliněný, 2008, s. 26).

„Vzdálenost dvou vrcholů v grafu je dána délkou nejkratšího sledu mezi těmito vrcholy. Pokud sled mezi vrcholy neexistuje, je vzdálenost rovna nekonečnu“ (Hliněný, 2008, s. 26). To tedy znamená, že vzdálenost mezi vrcholy se rovná nejmenšímu počtu hran, které musíme projít, přičemž bychom měli mít na paměti, že nejkratší sled je vždy cestou, tudíž se vrcholy neopakují (Hliněný, 2008, s. 26).

Grafu, u kterého máme ohodnocené hrany, tedy známe délku hran, nazýváme váženým grafem. Tyto hrany jsou ohodnoceny reálnými čísly. My však budeme používat pouze kladná čísla, tedy budeme pracovat s kladně váženým grafem (Hliněný, 2008, s. 29).

2.1.6 Rovinné grafy

Rovinným grafem nazýváme graf, který lze v rovině zakreslit bez křížení hran. Zakreslení, ve kterém jsou v rovině znázorněny vrcholy jako body a hrany jako křivky či přímky, jenž spojují body svých koncových vrcholů, se nazývá rovinným nakreslením. Pokud je graf znázorněn rovinným nakreslením, jedná se o graf rovinný (Hliněný, 2008, s. 86).

Rovinný graf využijeme při překreslování mapy do grafu. Musíme však mít na paměti, že v grafu nebude znázorněna žádná smyčka, jelikož žádné město ani žádný stát nemůže sousedit sám se sebou (Hliněný, 2008, s. 91).

2.1.7 Shrnutí

V této kapitole jsme se dozvěděli, že pomocí grafů je možné zakreslit mnoho věcí, se kterými se běžně setkáváme. Ať už se jedná o dopravní, potrubní, počítačovou nebo elektrickou rozvodnou síť, o zjednodušení map nebo o vztahy mezi lidmi na pracovišti ve škole či v rodině nebo o řešení bludišť.

Dále jsme se dozvěděli, že grafy se skládají z vrcholů, které jsou propojeny hranami, jenž značí vztah mezi sousedními vrcholy. Tyto grafy mohou být orientované, neorientované nebo smíšené. Také již nyní víme, že tentýž graf může být zakreslen mnoha způsoby a takovému grafu říkáme isomorfní. Kromě toho jsme se seznámili se souvislými grafy a s rovinným zakreslením grafu, což je podstatné pro matematická prostředí Bludiště a Cyklostezky, kterým se budeme věnovat dále.

2.2 Využití teorie grafů na 1. stupni ZŠ

Jak už jsme řekli výše, s grafy se setkáváme v každodenním životě a ač nejsou zařazeny jako učivo základní školy, je možné je při výuce využít ať už k vizualizaci či systematizaci nebo k znázornění zdánlivě obtížných úloh. Dále budeme mluvit o takzvaných uzlových grafech, čímž myslíme již výše popsaná schémata vrcholů (uzlů) a hran (Příhonská, 2004, s. 9).

„V popředí našeho zájmu je mimo jiné zkvalitnění schopnosti pracovat s kódovanými znakovými systémy, propojování různých oblastí matematiky základní školy a v souvislosti s tím rozvoj řešitelských strategií žáků“ (Příhonská, 2004, s. 9).

Nejvhodnější je s využitím grafů začít pracovat s bludišti, jelikož každé bludiště je možné znázornit jako graf. Od bludišť je vhodné přejít k tzv. jednotažkám, kde se jedná o hledání Eulerovského tahu. Dále je vhodné pro práci s grafy zařadit úlohy kdy chceme projet všemi ulicemi města, či kdy jako obchodní cestující chceme s minimálními náklady objet všechna města, nebo hledáme všechny cesty, kterými je možné se dostat z jednoho místa do druhého (Příhonská in Jirotková, Stehlíková 2000, s. 18 – 19).

„Děti přitom samy nalézají řešení, přičemž využívají různé řešitelské strategie, nejčastěji strategii „pokus-omyl“, která je založena na opakovaných pokusech hledání cesty. Učí se tak i zakreslovat reálné situace za použití matematických prostředků. Bloudění je vlastně metaforou konstruktivistické činnosti. Užitím bloudění je možné sledovat obecné pedagogicko-psychologické teze v jejich aplikaci v matematice“ (Příhonská in Jirotková, Stehlíková 2000, s. 19).

V dalších kapitolách se podrobněji zaměříme na prostředí Bludiště a Cyklostezky, která nalezneme v učebnicích matematiky Hejného.

2.2.1 Bludiště

Pojem bludiště nebo labyrint se objevuje již ve starověkém Řecku, lépe řečeno v řecké mytologii.

V té době žil v Athénách mistr stavitel Daidalos, který byl na své umění velice pyšný a nesnesl, aby byl kdokoli lepší než on, a proto zavraždil svržením z hradu svého synovce,

nejlepšího a nejnadanějšího učedníka. Po této události i se svým synem Ikarem utekl na ostrov Kréta, kde vládl tvrdý král Minos, který měl pro Daidala mnoho práce.

Minos měl ženu Pasifaé, která se zamilovala do nádherného býka, jenž byl darem od boha Poseidona, a počala s ním dítě. Tímto dítětem byla nestvůra s lidským tělem a býčí hlavou Minotaurus.

Minos se za Minotaura styděl, a proto pověřil Daidala, aby pro stvůru postavil úkryt a zároveň vězení. Tím vězením byl labyrint.

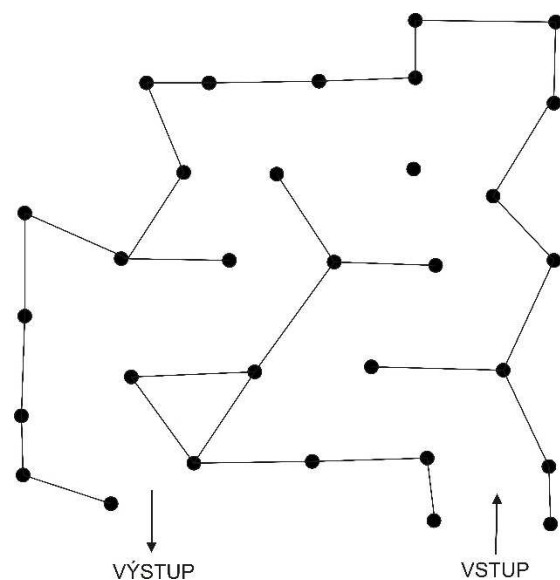
Jako potrava bylo každý rok z Athén posíláno sedm mládenců a sedm dívek, což byl trest Athénám za zavraždění Minoova syna. Jednoho roku mezi mládenci poslanými na Krétu stanul i syn Athénského krále Aigea, Theseus. Byl to odvážný mladík, který se již předtím cestou do Athén musel vypořádat s mnoha nebezpečími. Jeho odvaha zaimponovala i Minoově dceři Ariadně, která Theseovi před vstupem do labyrintu věnovala červenou nit a poradila mu, aby ji uvázal u vstupu a celou cestu ji odmotával a poté se po ní vrátil zpět. Theseus Minotaura zabil a Ariadnina nit ho opravdu vyvedla ven z labyrintu.

Dodnes se pojem Ariadnina nit užívá ve spojení se složitými, zamotanými situacemi. (Neškuda, 2003, Lee, 2015, Petiška, 2002)

2.2.1.1 Prostředí Bludiště

Každé bludiště lze znázornit jako graf, jenž je zadán množinou uzlů (vrcholů) a množinou hran. Pokud bychom takové bludiště chtěli překreslit do grafu, museli bychom vstupu, východu, všem křižovatkám, koncům slepých uliček, nedostupným místům přiřadit uzly (vrcholy) grafu. Hrany by náležely všem chodbám v bludišti, které spojují dva uzly, dvě křižovatky či křižovatku a konec slepé cesty. Ztrácí se tím sice původní podoba bludiště, avšak stane se přehlednějším. Můžeme tak lépe vidět jeho vlastnosti. Zda je možné vůbec dosáhnout cíle bloudění, a pokud k němu vede více cest, která je ta nejkratší, či naopak nejdelší, zda obsahuje slepé cesty, a které to jsou, nebo jestli bludiště v sobě skrývá nějaké nedosažitelné části a jak musíme postupovat, abychom se dostali k cíli (Příhonská, 2004, s. 10).

Předvedeme si nyní takové řešení bludiště na zjednodušeném plánu Zrcadlového bludiště v Praze na Petříně, jak ho uvádí Vejmla, Fiala (obr. 2.14), (Vejmla, Fiala, 1985, s. 27 – 29).

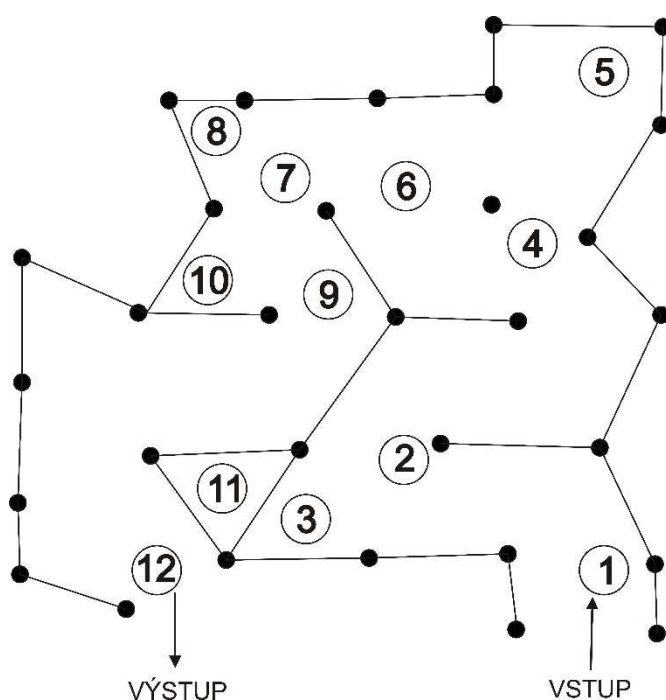


Obr. 2.14 (Vejmla, Fiala, 1985, s. 27)

V bludišti si označíme body (uzly) čísly 1 – 12, kdy vstup má číslo 1 a výstup číslo 12 (obr. 2. 15).

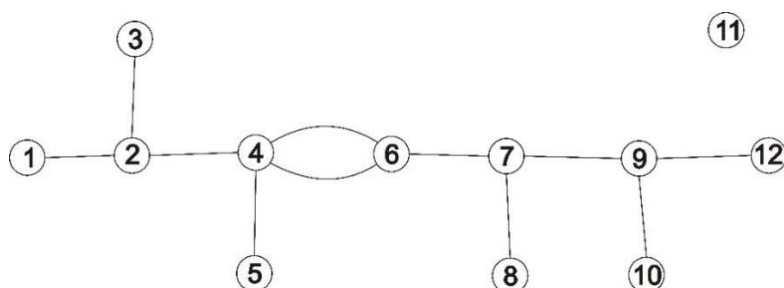
„Nalézt cestu bludištěm mezi dvěma místy je z hlediska teorie grafů totožné, se zjištěním, zda body (uzly) 1 a 12 jsou spojitelné sledem hran, zda patří ke stejné komponentě určitého grafu. Abychom však mohli použít postupu z teorie grafů, je především třeba příslušný graf definovat“ (Vejmla Fiala, 1985, s. 27).

Jak již bylo řečeno výše, uzly budeme umisťovat do vstupu, výstupu, křižovatek, konců slepých uliček a do nepřístupných míst.



Obr. 2.15 Vejmla, Fiala, 1985, s. 28)

Již máme definované uzly a nyní je zapotřebí ještě definovat hrany. „Hrany definujeme vždy mezi těmi dvojicemi uzlů, které jsou bezprostředně dosažitelné bez porušení „zdí“ bludiště a bez průchodu jinými uzly“ (obr. 2.16), (Vejmla, Fiala, 1985, s. 29).



Obr. 2.16 (Vejmla, Fiala, 1985, s. 28)

„Z tohoto obrázku je již patrné, že cesta mezi vstupem a výstupem daného bludiště existuje. Tato cesta dokonce není jediná, ale rozvětzuje se, takže by bylo možné hovořit o kratší, resp. nejkratší cestě bludištěm, máme-li na mysli např. počet hran cesty. V bludišti jsou slepá ramena, kterým je možné se při jejich znalostech vyhnout. Mohou existovat dokonce izolované uzly (zde pouze jeden – u11), do kterých není možné se vůbec dostat – tvoří samostatnou komponentu“ (Vejmla, Fiala, 1985, s. 29).

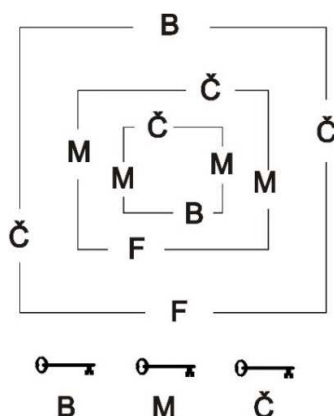
Jistě každý ví, že máme mnoho druhů bludišť, ať už se jedná o stavby nebo o úlohy v literatuře či o bludiště vytvořená počítači. Bludiště podle toho můžeme klasifikovat:

- „skutečná bludiště (Čechy: Kroměříž – park Květná zahrada, Praha na Petříně – zrcadlové bludiště; Británie: Hampton Court – stěny bludiště jsou ze stříhaných křovin)
- obrázková bludiště, bývají oproti skutečným rozsáhlejší, lze v nich realizovat prvky nedosažitelné ve skutečných bludištích. Jde v podstatě o kreslená bludiště.
- barevná bludiště, s „turistickými“ cestami, pravidla vymezují roli barev.
- počítačová bludiště souvisejí s programy, které přímo vytvářejí bludiště – nejde o počítačové pronásledování v místnostech a chodbách velké budovy“ (Příhonská, 2004, s. 10 – 11).

Dále se budeme zabývat barevnými bludišti a začneme tzv. bludišti barevných bran, která jsou pro začátek práce s grafem nejideálnější, avšak počítáme s tím, že děti již mají předchozí zkušenost s řešením klasických bludišť z rekreační matematiky.

Bludiště barevných bran se skládá z obdélníkových či čtvercových zdí, které od sebe oddělují nádvoří a střed bludiště. Ve zdích jsou barevné otvory, které nazýváme branami. Řešitel zde má za úkol dostat se do středu bludiště podle zadaného barevného klíče (Hejný, 1998, s. 4).

Ukázat si to můžeme na následující úloze z publikace Barevná bludiště (Hejný, 1998, s. 4):



Obr. 2.17 (Hejný, 1998, s. 4)

Písmena v obrázku znamenají barvy – B – bílá, Č – červená, F – fialová, M – modrá. Pod obrázkem bludiště se nalézají symboly klíčů, které odemknou bránu stejné barvy, jako je klíč. Tyto klíče musíme použít přesně v tom pořadí, v jakém jsou zakresleny.

„Popis: Bludiště má tři obdélníkové, resp. čtvercové zdi: vnější, prostřední a vnitřní. Prostor mezi vnější a prostřední zdí nazveme první nádvoří. Prostor mezi prostřední zdí a vnitřní zdí nazveme druhé nádvoří. Konečně prostor uvnitř třetí zdi nazveme střed bludiště.

V každé zdi jsou čtyři brány: severní, západní, jižní a východní. Celkem je zde 12 bran. Každá z nich má jistou barvu. Tři jsou bílé (B), tři červené (Č), tři modré (M) a tři fialové (F). Pod bludištěm je nakreslen návod: tři klíče v barvách B, M, Č – čteno zleva doprava.

Cíl: Úkolem řešitele je dostat se z vnějšku do středu bludiště tak, že nejprve projdeme bílou branou (použijeme bílý klíč), pak modrou branou a nakonec červenou branou. Každým klíčem lze otevřít jen jednu bránu.

Řešení: Severní branou B přejdeme na první nádvoří. Prvním nádvořím projdeme až k východní bráně druhé zdi a otevřeme ji klíčem M. Po druhém nádvoří projdeme k severní bráně a otevřeme ji klíčem Č a vstoupíme do středu. Úloha je tím vyřešena“ (Hejný, 1998, s. 4).

Dále můžeme gradovat obtížnost tím, že úloha bude mít více řešení, přidáme příčky uvnitř nádvoří, případně brány i do těchto příček, budeme mít více zdí, a tedy i více nádvoří, nebo se budeme moci vracet na nádvoří s nižším pořadovým číslem. Dále je možné brány nějak zakódovat, ať už pomocí matematických úloh, či úloh, kde využijeme mezipředmětové vztahy. Také můžeme klíče zpřeházet a žáci hledají jejich správné pořadí nebo lze nějaký klíč vynechat, a potom musí žáci zjistit, jaký klíč byl vynechán, jaký klíč chybí.

Dalším typem barevných bludišť jsou bludiště s barevnými mosty, kterým se budeme věnovat i v experimentu.

Tato bludiště se skládají z ostrovů a z barevných mostů a je možné je velmi jednoduše překreslit do grafu. Ostrovy jsou vlastně vrcholy (uzly) a mosty jsou obarvené

hrany. Jedná se tedy o neorientovaný graf, který, aby byl pro děti atraktivnější, je výtvarně ztvárněn a doplněn nějakým příběhem lidských či zvířecích hrdinů.

Bludiště má většinou jeden cíl. Víme, na kterém ostrově se skrývá poklad, kam máme dojít, ale nevíme, odkud máme vyjít. V jednodušší variantě známe start i cíl, ale musíme podle barevného klíče zjistit přesnou trasu. Také se můžeme dostat do situace, že známe starty několika osob a máme více cílů. Každé osobě zde připadá jeden cíl a my máme zjistit, čím je který.

U bludišť, kde známe start i cíl, můžeme žákům zadávat úlohy, kdy mohou jít např. jen po mostech modré barvy nebo po mostech dvou vybraných barev, mají najít nejkratší, nebo nejdelší cestu či mají jít podle barevného klíče.

Pokud máme bludiště, u kterého víme, na který ostrov máme dojít, ale neznáme ostrov, ze kterého vycházíme, jsme v poněkud složitější situaci. Žáci takovou úlohu řeší metodou „pokus-omyl“. Avšak někteří z nich po několika úlohách vyřešených „pokus-omyl“ přijdou na to, že takové úlohy jsou řešitelné od konce.

Nakonec bychom měli říct, o co jde při řešení úloh z prostředí Bludiště. Jak můžeme nalézt v příručce učitele pro 2. třídu *„jde o prohlubování znalostí, které žák získal při řešení úloh rekreační matematiky a o rozvíjení schopnosti rozhodovat“* (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2008a, s. 13). Mimo to se jedná o rozvíjení prostorové orientace a orientace ve schématu, s čímž souvisí skutečnost, že pokud máme model a žáci zároveň mají i schéma daného bludiště, jde o přechod mezi 2D a 3D. Také se zde jedná o práci s podmínkou, jež je dána barevnými klíči, které můžeme nazvat kódem.

2.2.1.2 Zmapování prostředí Bludiště v učebnicích matematiky Hejného metody

Prostředí Bludiště nalezneme v učebnicích matematiky Hejného metody pouze v první třídě. Ve vyšších ročnících tomuto prostředí není věnována pozornost.

Jako první úloha z prostředí Bludiště se objevuje v prvním díle téměř na začátku pracovní učebnice klasické bludiště, které děti většinou znají z mateřské školy z rekreační matematiky. V tomto bludišti má najít myška cestu k sýru (obr. 2.18).

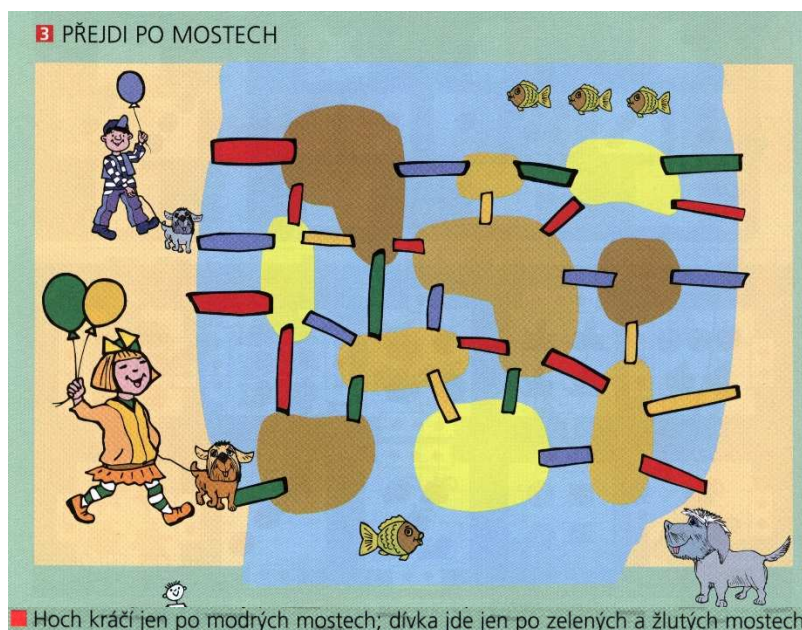
Tím, že se jedná o dětem známý druh úlohy, můžeme toho využít k jejich vlastní tvořivosti a vyzvat žáky k vymýšlení vlastních bludišť. Také je možné využít bludiště jako diagnostického nástroje, kdy učitel sleduje, zda se žák dobře orientuje a projde bludištěm bez zaváhání, či naopak během cesty váhá a případně opakuje stejné chyby (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007a, s. 26).



Obr. 2.18 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007b, s. 12)

Další úloha (obr. 2.19) v sobě skrývá bludiště s barevnými mosty, kde se hoch může pohybovat pouze po modrých mostech a dívka po žlutých a zelených mostech, aby se dostali na druhý břeh řeky. Opět se zde jedná o orientaci v rovině a použití metody „pokus-omyl“. Dále nám tu přibývá práce s podmínkou, kdy děti mohou jít jen po mostech té barvy, jaké mají balónky, jež drží v ruce.

Na toto bludiště je možné vymyslet mnoho dalších úloh. Ať bychom přidali další děti s balónky, nebo bychom navrhly barevné trasy. Také můžeme porovnávat délky tras jednotlivých dětí, nebo hledat nejkratší a nejdelší cestu na druhý břeh. Též bychom mohli s dětmi diskutovat nad tím, co by bylo potřeba k tomu, abychom se na druhý břeh dostali jen po zelených nebo červených mostech. Zjistili bychom, že po červených mostech se na druhý břeh dostaneme, ale po zelených by bylo možné se na druhý břeh dostat jen v případě, že bychom jeden most dokreslili, či přebarvili již stávající most jiné barvy (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007, s. 34 – 35).

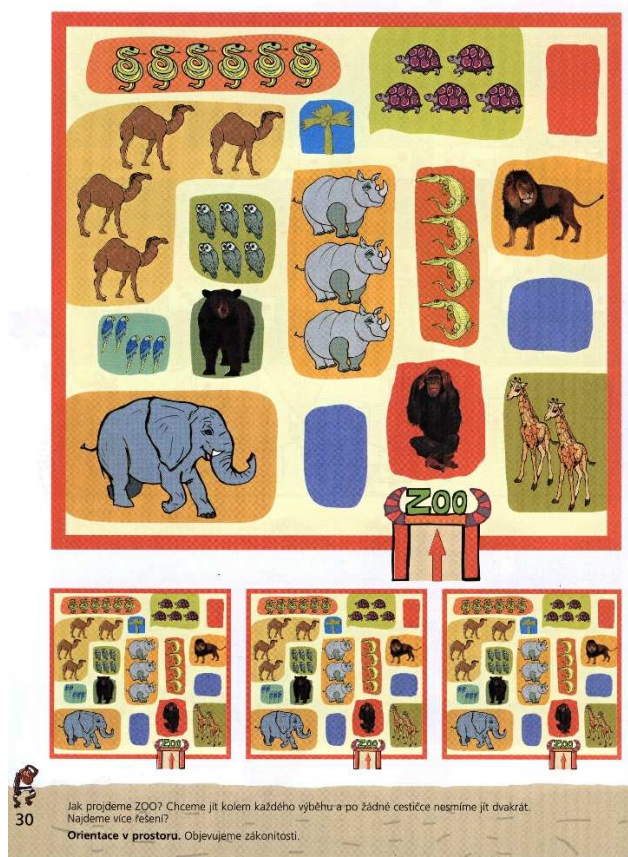


Obr. 2.19 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007b, s. 20)

Následující úloha je podstatně složitější (obr. 2.20). Vychází z reálné situace. Jedná se o plán ZOO, kterou mají žáci projít tak, aby šli kolem každého výběhu, ale zároveň nešli po žádné cestičce dvakrát, přičemž jejich cesta začíná i končí u vchodu. Opět je důležitá orientace v prostoru. Žáci objevují zákonitosti bludiště. Nově se setkávají s možností více řešení (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007, s. 44).

Mohli bychom se zaměřit i na zvířata, která v ZOO potkáme a kromě mezipředmětových vztahů s prvoukou by přicházelo v úvahu porovnávání zvířat ať už podle velikosti nebo váhy (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007, s. 44). Také bychom mohli ve třídě nebo v tělocvičně zkusit ZOO podle plánu postavit a žáci by při hledání svých řešení procházeli modelem. Jistě by bylo možné něco takového vymyslet i na skutečnou zoologickou zahradu, avšak ne příliš velkou, případně na její část. Nejprve s žáky najít řešení ve škole na plánech a následně si správnost ověřit přímo v ZOO. Zde by se po dětech vyžadovala orientace jak ve 2D prostoru, tak ve 3D a přepínání mezi nimi.

PLÁN ZOO



Obr. 2.20 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007b, s. 30)

Další úloha zaměřená na prostředí Bludiště v sobě skrývá číslici 7, která je v područí příběhu o Sněhurce a sedmi trpaslíkách (obr. 2.21). Sněhurka má najít cestu k trpaslíkům. Je však omezena podmínkou, že může jít jen rovně. Pouze tam, kde při cestě narazí na šipku, se může rozhodnout, zda půjde rovně, nebo ve směru šipky. Žáci se poprvé setkávají s rozhodovacím krokem v řešitelském procesu (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007, s. 48 – 49).

Žáci mají svá řešení zapsat do malých plánek, pod velkým bludištěm. Zadání „Pomoz Sněhurce najít všech 7 trpaslíků“ může být trochu zavádějící, jelikož lze vyložit, že během jedné cesty se má Sněhurka dostat ke všem sedmi trpaslíkům. To však není možné. Sněhurka se po každém nalezení trpaslíka vrací zpět na začátek bludiště, aby se vydala na novou cestu za dalším trpaslíkem. Toto bludiště je tedy možné přirovnat ke hře,

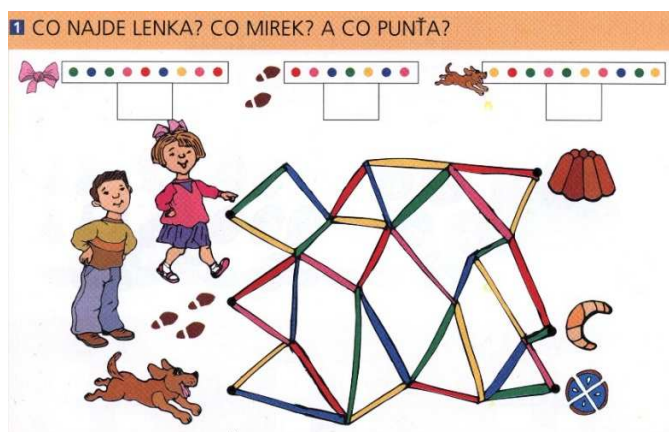
kdy žák vybíhá do prostoru pro nějaké předměty, avšak může vždy vzít pouze jeden, který musí nejprve donést zpět na start, aby mohl vyrazit pro další. Sněhurka má tuto cestu ještě ztíženu o podmínku směru.



Obr. 2.21 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007b, s. 35)

Jako další úloha přichází bludiště s barevnými mosty (obr. 2.22). Tentokrát zde chybí ostrovy, jako vrcholy grafu. Jsou zde označeny jen počátky a konce tras, avšak můžeme si domyslet vrcholy grafu do míst, kde se setkávají barevné mosty.

Žáci mají projít bludištěm podle barevného klíče, který je zakreslen pro každou postavičku nad obrázkem bludiště. Žák se setkává s kódem v podobě barevných teček předepsaného klíče.

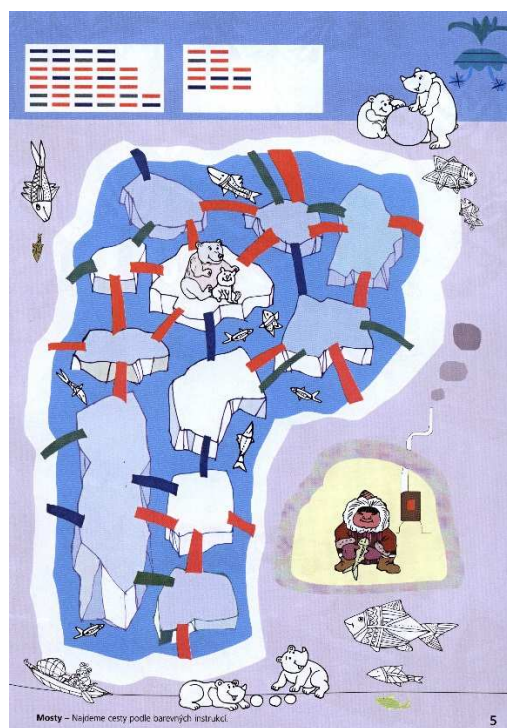


Obr. 2.22 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007b, s. 43)

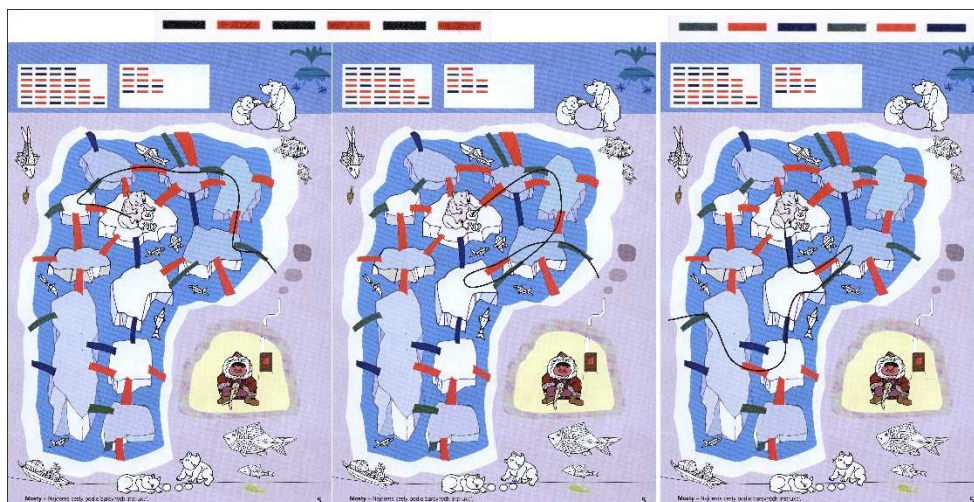
Následující úlohou z prostředí Bludiště je opět bludiště s barevnými mosty. Tentokrát máme podle předepsaného klíče najít cestu k medvědici s medvídětem uvízlým na ledové kře (obr. 2.23). V příručce pro učitele (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007, s. 80) se píše, že jen některé předepsané cesty vedou k medvědici s medvídětem. Je však otázka, jaká jsou pravidla tohoto bludiště. Pokud bychom mohli na ostrov vstoupit jen jednou, tak by toto tvrzení platilo. Pokud však můžeme na ostrov vstoupit vícekrát, jen konkrétní most můžeme přejít pouze jednou, pak by toto tvrzení neplatilo a řešení by měly všechny předepsané cesty (Záleží, zda chceme dodržet cestu tak, jak je dána teorií grafů.), (obr. 2.24).⁴

Také se musíme pozastavit nad tím, že třetí a pátá předepsaná cesta je stejná. Jedná se o záměr, nebo jen o chybu? Každopádně se toho dá využít jako diagnostického nástroje, zda si to žáci při řešení úlohy uvědomí, nebo ne.

⁴Dvě řešení 6. úlohy, kdy jedno je bez opakování ostrovů a druhé s opakováním. Řešení 7. úlohy s opakováním ostrova.



Obr. 2.23 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007c, s. 5)

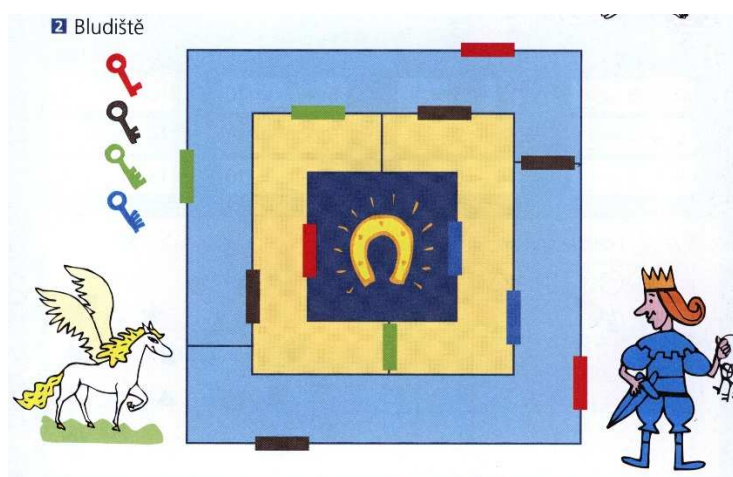


Obr. 2.24

Posledním bludištěm, které můžeme najít v učebnicích první třídy a zároveň i v celé řadě učebnic matematiky Hejného metody, je bludiště barevných bran (obr. 2.25). Toto bludiště je složeno ze tří zdí, tedy ze dvou nádvoří a středu bludiště. Obě nádvoří v sobě skrývají každé po dvou příčkách a dvě z těchto příček mají bránu.

Zásadní u této úlohy je dodržení pořadí barevných klíčů. Chyby mohou vznikat právě nedodržením sledu či průchodem špatnou branou. Tuto chybu si děti vzápětí uvědomí, jelikož nedojdou do středu, ale přeházení klíčů si tak jednoduše uvědomit nemusí.

Jako další úlohy by děti mohly vytvářet vlastní bludiště tohoto typu, nebo by mohly vymýšlet jiný sled klíčů.



■ Klíče musejí použít v daném pořadí. Motivujeme žáky k vytvoření vlastního bludiště.

Obr. 2.25 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007c, s. 20)

2.2.1.3 Shrnutí

Bludiště jsou známa již od starověku. V současné době jsou součástí rekreační matematiky a můžeme je nalézt v dětských časopisech, knihách s logickými úlohami, ale také jako součást zámeckých a jiných zahrad.

Bludiště jsou ideálním nástrojem pro úvod do teorie grafů na základní škole. Dělíme je na čtyři druhy, a to na skutečná, obrázková, barevná a počítačová. Pro naše potřeby jsme se zaměřili na bludiště obrázková a barevná, s větším důrazem na barevná bludiště, kde jsme se orientovali na bludiště barevných bran a bludiště s barevnými mosty.

Co se týká zastoupení úloh v učebnicích matematiky Hejného metody, tak je nutné konstatovat, že není příliš uspokojivé. Úlohy z prostředí Bludišť najdeme pouze v učebnicích pro 1. třídu, kde je v obou dílech dohromady 7 úloh zaměřených na bludiště.

2.2.2 Cyklostezky

Pojem cyklostezka nebo cyklotrasa byl v České republice ještě v 80. letech 20. století celkem neznámý. Cyklostezky zde na rozdíl od západních zemí nebyly. Jako takovým prvním průkopníkem bylo město Hradec Králové (Martinek, 2010).

Ani 90. léta 20. století nebyla k budování cyklostezek příliš příznivá. Začíná se tu však hovořit o cyklistické dopravě a vznikají první studie a projekty. Cyklostezky se v té době měřily spíše na stovky metrů, než na kilometry a byly výhradně ve městech. Nepropojovaly města a vesnice mezi sebou (Martinek, 2010).

V roce 1996 byla navržena základní síť dálkových regionálních a místních cyklotras, která však převážně počítala s využitím silnic II. a III. třídy, lesních a polních cest a místní komunikace (Martinek, 2010).

„V roce 1997 byla vyznačena první dálková cyklotrasa, a to z Prahy přes Jindřichův Hradec do Břeclavi, a v roce 1998 Moravská cyklotrasa z Jeseníku přes Olomouc do Břeclavi“ (Martinek, 2010).

S nástupem nového tisíciletí však došlo ke změně, jelikož stát začal finančně podporovat výstavbu cyklostezek. V roce 2004 dokonce vyšlo usnesení vlády o Národní strategii rozvoje cyklistické dopravy České republiky. S touto podporou začaly vznikat cyklostezky nejen ve městech, ale propojovaly i města a vesnice mezi sebou (Martinek, 2010, Zezuláková, 2011).

V roce 2002 se v České republice nacházelo 19 024 km cyklostezek, z čehož pouze dvě splňovaly evropská kritéria. Jednalo se o tzv. Vltavskou stezku, která spojovala České Budějovice s Hlubokou nad Vltavou, a pak o tzv. Labskou stezku, jež propojovala Poděbrady s Nymburkem (Národní strategie rozvoje cyklistické dopravy ČR, 2005, s. 16 - 17, Martinek, 2010).

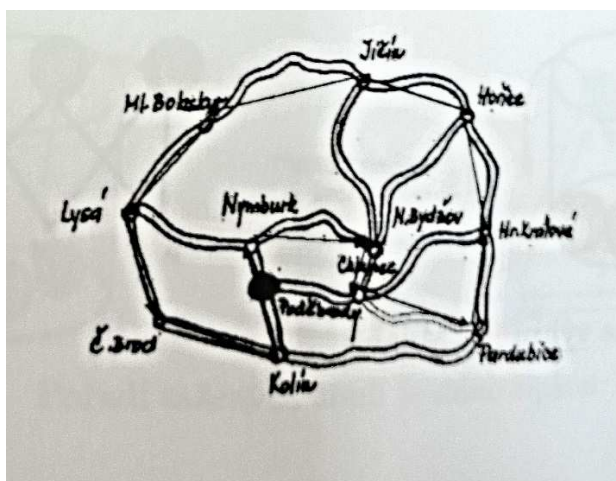
Informace z roku 2013 dokládají, že cyklostezky čítají přes 40 000 km a můžeme se pyšnit i čtyřmi trasami evropské sítě dálkových tras EuroVelo, v celkové délce 2100 km (Národní strategie rozvoje cyklistické dopravy České republiky: pro léta 2013 – 2020, 2013, s. 27 – 28).

2.2.2.1 Prostředí Cyklostezky

Cyklostezky jako matematické prostředí, na rozdíl od bludišť, nalezneme pouze v učebnicích matematiky Hejného metody, avšak úlohy podobného typu, jen bez názvu cyklostezky, najít můžeme. Taková úloha je např. v článku Teorie grafů na základní škole (obr. 2.26), (Příhonská, 2005, s. 156).

„Nacházíš se v Poděbradech. Rozhodl/a ses navštívit všechna uvedená města na plánu. Chceš využít pouze vyznačených silnic hlavních směrů dopravy a nehodláš projíždět městy vícekrát.

- a) *Zakresli přímo do obrázku pomocí šipek směr jízdy. Začínáš v Poděbradech.*
- b) *Je možné, abys projel/a všemi vyznačenými silnicemi, přitom navštívil/a každé město pouze jednou?“* (Příhonská, 2005, s. 156).



Obr. 2.26 (Příhonská, 2005, s. 156)

K řešení obou bodů úlohy využijeme znalosti z příběhů z historie teorie grafů, o kterých jsme hovořili v kapitole 3.1. Použijeme zde Hamiltonovskou kružnici a Eulerův tah.

V případě bodu a) využijeme Hamiltonovskou kružnici, kterou již máme načrtnutou v obrázku úlohy. Úloha má řešení (Příhonská, 2005, s. 157).

V bodě b) bychom použili Eulerův tah, avšak není zde možné projet všemi vyznačenými silnicemi a přitom navštívit každé město pouze jednou, znamená to tedy, že úloha nemá řešení (Příhonská, 2005, s. 157).

Položme si otázku, které schopnosti a dovednosti chceme pomocí prostředí Cyklostezek rozvíjet? Odpověď na ni nalezneme v příručce učitele. „*Propojování algebraické a geometrické situace. Systematické prohledávání všech možností. Odhalování nových vztahů vyvozených ze vztahů známých*“ (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008a, s. 12).

Žáci v matematickém prostředí Cyklostezky rozvíjí svou orientaci v prostoru a učí se orientaci v mapě. Také pracují s kódem, který je tu zastoupen schématem trasy či barevným klíčem. Zároveň se žák zdokonaluje v práci s podmínkou a v případě, že je u cyklotras uvedena vzdálenost, pracuje žák s číslem jako s veličinou. Též se učí budovat řešitelské strategie v geometrické kombinatorice.

Prostředí Cyklostezky má mnoho společného s bludišti s barevnými mosty, avšak liší se tím, že u cyklostezek nemusíme znát začátek ani konec trasy, máme tak při vytváření úloh tohoto prostředí podstatně větší volnost. Avšak na žáky toto prostředí klade poněkud vyšší nároky, než prostředí Bludiště, ale zároveň je také více rozvíjí.

2.2.2.2 Zmapování prostředí Cyklostezky v učebnicích matematiky Hejného metody

S prostředím Cyklostezky se žáci poprvé setkávají na začátku druhé třídy a hned jim je zadána poměrně těžká úloha (obr. 2.27). Plánek, který učebnice předkládá, se skládá z šesti stanovišť a z deseti stezek, z čehož jsou čtyři červené, tři modré a tři zelené. Velký obrázek cyklostezky se může zdát poněkud nepřehledný, a proto je doplněn o malé schéma, malý graf, kde se stezky tolik nekrotí a stanoviště jsou označena pouze body s písmeny.

Ještě předtím, než začneme s žáky pracovat na úlohách, které jsou k cyklostezce zadány, je potřeba, aby se žáci v plánu zorientovali. Je tedy dobré pokládat dotazy typu: „*Kolik stezek směřuje do stanoviště D? Kolik z nich je červených? Do kterého stanoviště nevede žádná modrá stezka?*“ (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová,

2008a, s. 28). Před začátkem práce na úlohách je také dobré zavést slovo trasa, jímž označujeme cestu, po které se dostaneme z jednoho stanoviště do druhého, a určit pravidlo, že cyklista nemůže jet během jedné trasy po stejné stezce vícekrát (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008a, s. 28).

Nyní přejdeme k samotným cvičením. První cvičení, je velmi snadné. Žáci mají ukázat prstem na plánu, kudy cyklista jel. Zde by případně bylo vhodné domyslet ještě další úlohy tohoto typu. Druhé cvičení, kde žáci mají doplnit barvy stezek, by také pro ně nemělo být obtížné a pomůže dětem se více zorientovat v plánu.

Třetí cvičení je trochu obtížnější, avšak s první úlohou by žáci neměli mít problém, jelikož znají jak počáteční, tak koncové stanoviště a takový typ úlohy již dříve řešili v barevných bludištích. Druhá úloha může dělat potíže, ale pokud žáci přijdou na její možnost řešení od konce, což by také měli znát z barevných bludišť, neměli by mít problém úlohu vyřešit. I třetí úloha je velmi jednoduchá. Žáci opět znají počáteční a cílové stanoviště a ještě využijí na trase všechny červené stezky, které jsou ve schématu.

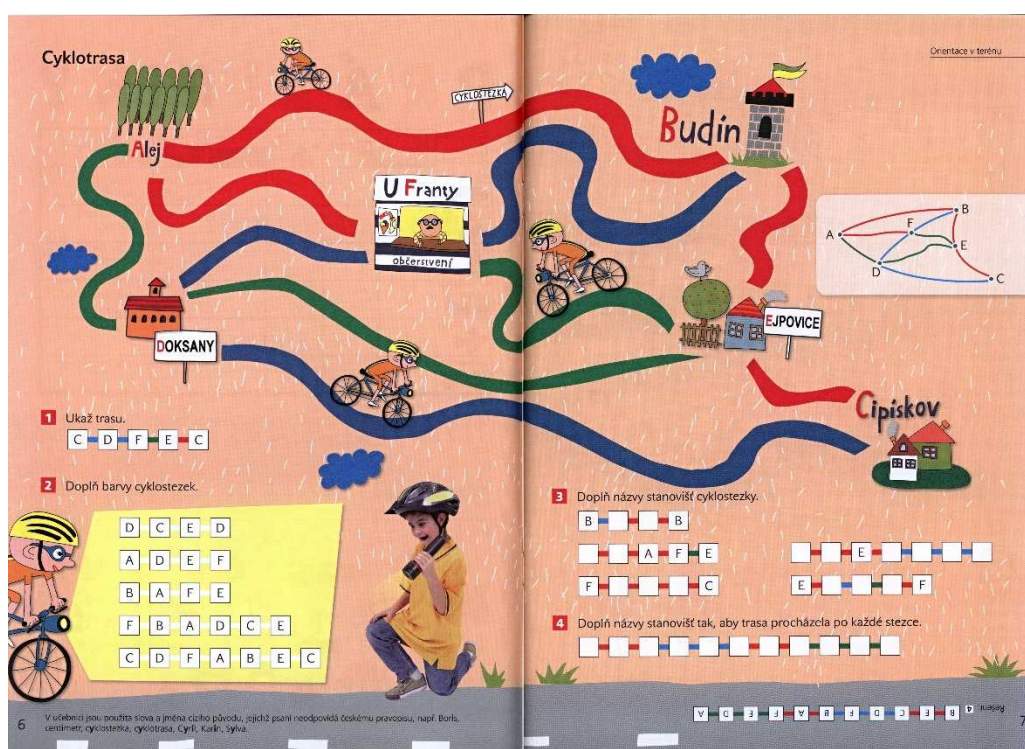
Čtvrtá úloha je podstatně složitější a velmi záleží na žákově strategii řešení. Pokud nebude brát úlohu jako celek a rozdělí si ji na dvě části, „úlohu před E“ a „úlohu za E“ může nastat problém, když začne nejdříve řešit „úlohu za E“. Ta má v případě řešení odděleného od „úlohy před E“ dvě možnosti. Z Ejpovic se můžeme vydat po obou červených a i dále nám budou navazovat na obou stranách tři modré stezky. Avšak pokud budeme uvažovat i „úlohu před E“, zjistíme, že cesta z Ejpovic směrem na Budín není možná, jelikož po ní pojedeme právě v té části trasy před E.

U páté úlohy opět známe počáteční a koncové stanoviště. Úloha je nejlépe řešitelná od konce, jelikož z F vede pouze jedna červená stezka. Kdybychom řešili od začátku, musíme se rozhodnout, zda z Ejpovic vyrazíme směrem na Budín, nebo na Cipískov a i poté nám navazují barevné trasy a na svůj omyl můžeme přijít až před poslední stezkou této trasy.

Mezi třetím a čtvrtým cvičením je velký obtížnostní skok. Ve třetím cvičení měli žáci v trase vždy nějaké stanoviště vyplněné a zde ve čtvrtém mají hned velmi dlouhou trasu, ve které není vyplněné jediné stanoviště. Pro některé děti může být tato úloha

výzvou, ale některé může její obtížnost odradit a mohou pak zneužít toho, že na spodní liště strany je řešení napsáno a opíše jej. Zde by tedy bylo vhodné před tuto úlohu vložit soubor gradovaných úloh, kde není vyplněno žádné stanoviště.

Určitě je žádoucí pro žáky vytvořit alespoň model cyklostezky ve třídě na podlaze, aby mohli procházet modelem a vžívat se do role cyklisty, který se na stanovištích rozmyšlí, kudy pojede dál, aby dodržel zadání úlohy. „Žáci se zde učí porozumění vazbě mezi procesem (jízdy po trasách) a konceptem (mapka souboru cyklotras)“ (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008a, s. 28).



Obr. 2.27 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008b, s. 6 – 7)

Další cyklostezku nalezneme v učebnici sice o dvacet stran dále, ale pracuje s tím stejným schématem, jako předešlá cyklostezka, jen malinko pozměněným (obr. 2.28), (můžeme sledovat isomorfismus grafu).

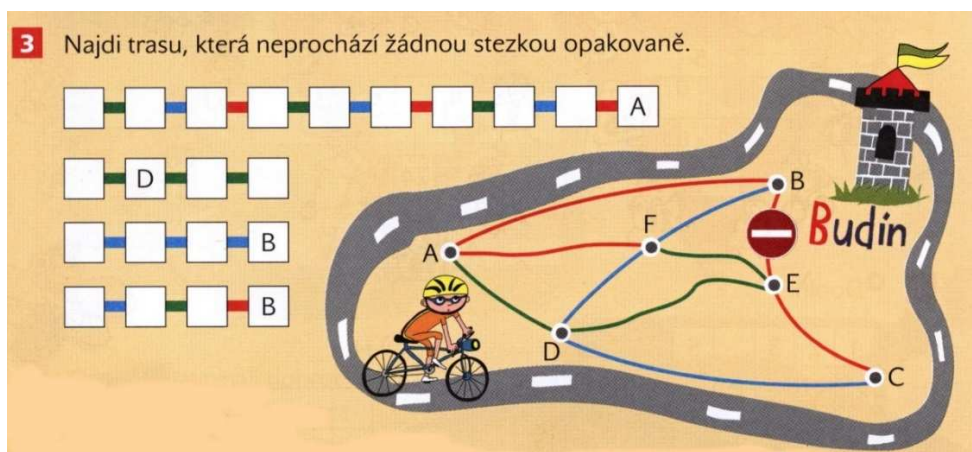
První úloha je oproti dalším třem obtížná. Má více řešení a je dlouhá. Ideální postup řešení je od konce. „Existují tři řešení. Všechna začínají v E a končí v A (E-D, C, E-F, B, A-D, F, A; E-F, B, A-D, C, E-D, F, A; E-D, F, A-D, C, E-F, B, A). Každé řešení je

posloupností deseti písmen. Je zajímavé, že každá posloupnost začíná písmenem E a pak následují tři trojice (D, C, E, dále pak F, B, A a D, F, A), které jsou u všech řešení stejné, jen v jiném pořadí“ (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008a, s. 51).

U druhé úlohy si žák musí uvědomit, že se skládá ze tří zelených stezek, což jsou všechny zelené stezky ze schématu, a poté by měl úlohu jednoduše vyřešit. Třetí a čtvrtou úlohu je opět ideální řešit od konce.

Pokud se ještě zaměříme na schéma cyklostezky, uvidíme na stezce B-E (E-B) dopravní značku pro jednosměrnou silnici. Naskytá se zde otázka, zda se jedná jen o grafické ztvárnění, nebo jestli má značka nějaký význam? V učebnici, ani v příručce učitele o ní není jediná zmínka. Ani řešení napsané v příručce učitele (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008a, s. 51) nám příliš nepomůže, protože i kdyby značka platila, neměla by čtvrtá úloha jen jedno řešení (F, D, A, B), jak je v příručce napsáno, ale měla by řešení dvě (F, D, A, B a C, D, A, B). Dále, pokud by dopravní značka platila, jak zjistíme, kterým směrem lze projet a kterým ne? Pokud by značka neplatila, či by bylo možné projet stezku ve směru E-B, měla by úloha další čtyři řešení (B, F, E, B; D, F, E, B; F, D, E, B; C, D, E, B).

Zůstaňme ještě chvíli u té záhadné dopravní značky a zamysleme se nad tím, jak by bylo možné ji využít. Pokud bychom ji využili, vznikl by nám tzv. smíšený graf a zároveň bychom měli další nástroj ke gradaci úloh. Avšak musíme říct, jak bychom tuto značku použili. Bylo by příhodné značku zmenšit a zakreslit na stezce poblíž stanoviště, ze kterého bychom touto cestou jet nemohli. Pro lepší orientaci by bylo záhodno na druhou stranu stezky umístit značku s příkázaným směrem jízdy. Druhou variantou by bylo zanechání dopravní značky v její stávající podobě a připsání šipky, v jakém směru značka platí.

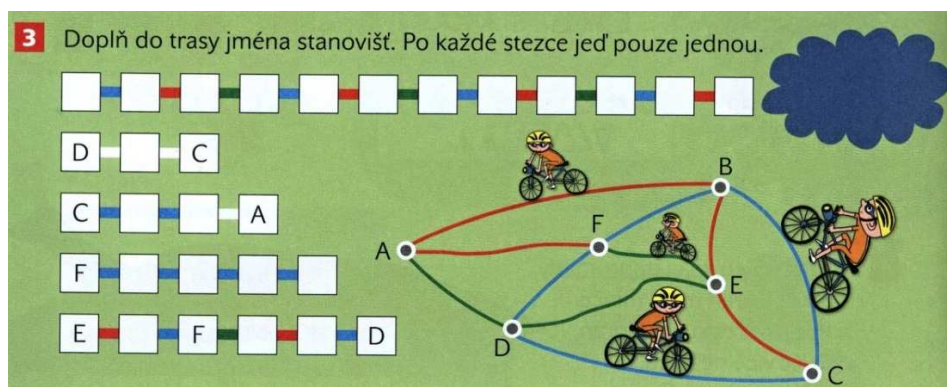


Obr. 2.28 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008b, s. 27)

Následující cvičení opět pracuje se stejným schématem, jen přibyla modrá stezka spojující stanoviště B se stanovištěm C (obr. 2.29). První úloha v sobě skrývá otevřený Eulerův tah, jelikož cyklista má projet všemi stezkami. Jedná se tedy o jednotážku.

„Existují čtyři řešení. Všechna začínají v C a končí v A. Všimněte si, že se barvy stezek rytmicky střídají (m, č, z): C-B-E-D-C-E-F-B-A-D-F-A; C-B-E-D-F-A-D-C-E-F-B-A; C-B-E-F-B-A-D-C-E-D-F-A; C-B-A-D-C-E-F-B-E-D-F-A“ (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008a, s. 55).

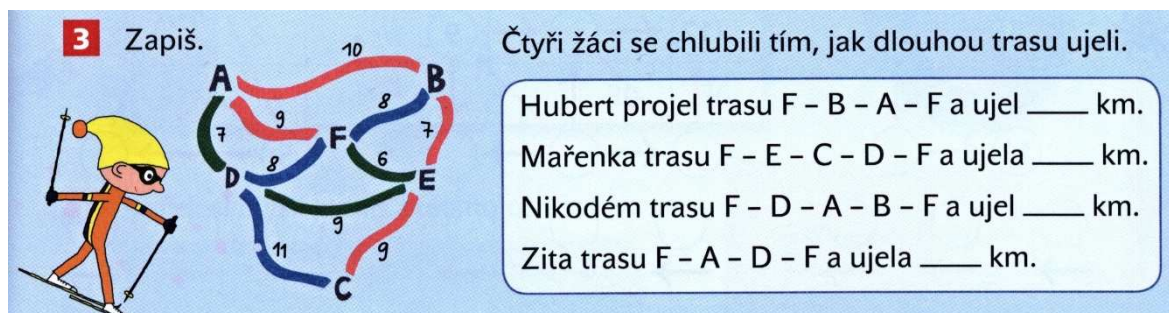
Následující dvě úlohy jsou spojením úloh, kde mají žáci doplnit barvu stezky a zároveň chybějící stanoviště. Přičemž třetí úloha má dvě řešení. Další dvě úlohy jsou podobné úlohám, které jsme již rozebírali dříve. U čtvrté úlohy jsou dvě řešení a u páté jedno.



Obr. 2.29 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008b, s. 30)

V dalším cvičení (obr. 2.30) se již setkáváme s číslem jako veličinou, konkrétně s kilometry. Opět je použito stejné schéma cyklostezky jako v předchozích cvičeních.

Úloha by neměla žákům dělat problémy. Pokud se zorientují ve schématu, jedná se poté jen o sčítání malých čísel.



Obr. 2.30 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008c, s. 17)

Ani v následujícím cvičení se nemění schéma cyklostezky (obr. 2.31). Žáci mají v této úloze zjistit, jaká je nejkratší vzdálenost mezi stanovišti a doplnit ji do tabulky.

Úskalím této úlohy by mohlo být, že žák neuvede nejkratší vzdálenost. Např. ze stanoviště A do stanoviště E se jako první možnost může naskytnout trasa A-B-E, jelikož je na kraji, nejlépe vidět, ale přitom kratší trasou je trasa A-F-E.

K této úloze se vztahuje i slovní úloha o cestě cyklisty Radka z Budína přes Ejpovice k občerstvení U Franty (obr. 2.32). Hlavním úskalím této úlohy by mohl být fakt, že žáci ve druhé, často ani ve třetí třídě, neovládají hodiny. Pokud by se však jednalo o žáky, kteří se v hodinách orientují, je k řešení úlohy příhodné využít schématu cyklostezky a zapsat řešení do něj (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008a, s. 113 – 114).



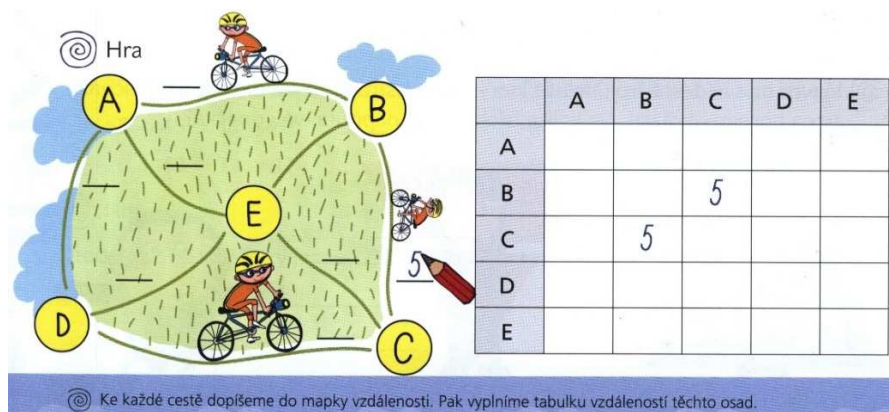
Obr. 2.31 (Hejný, Jírotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008c, s. 32)

- 3** Cyklista Radek vyrazil z Budína. Za 25 minut byl v Ejpovicích a ve 12:10 dorazil k občerstvení U Franty. Trasu urazil za 1 hodinu. Radek vyrazil z Budína ve ____ hodin. V Ejpovicích byl ve ____ hodin. Jízda z Ejpovic k občerstvení U Franty mu trvala ____ minut.

Obr. 2.32 (Hejný, Jírotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2008c, s. 34)

Poslední úloha v učebnicích pro 2. třídu pracuje s tabulkou a poprvé se zde objevuje jiné schéma cyklostezky (obr. 2.33). Tato cyklostezka má jen pět stanovišť. Žáci mají do mapy doplnit vzdálenosti mezi stanovišti a poté vyplnit tabulku, jako v předešlé úloze. Jakou vzdálenost doplní do mapy je čistě na nich samotných, ale bylo by vhodné, kdyby přibližně vycházeli ze vzdálenosti, která je již předvyplněna v mapě.

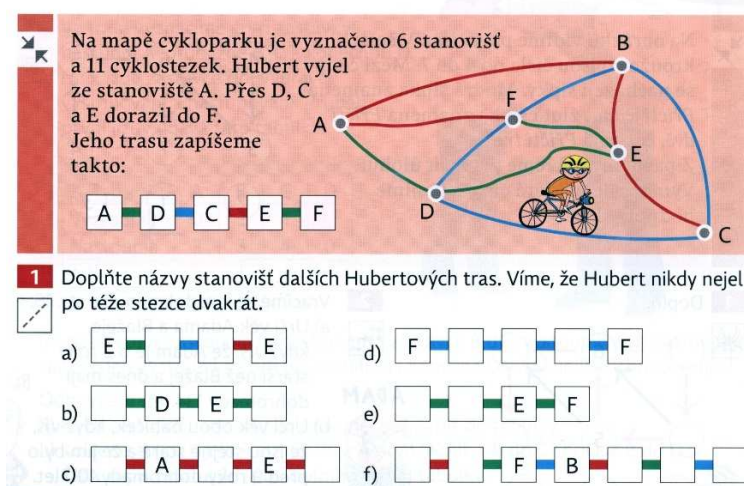
Mohli bychom také mapu zvětšit natolik, aby bylo možné poměřovat stezky provázkem a podle toho odhadovat vzdálenost mezi stanovišti.



Obr. 2.33 (Hejný, Jírotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2011c, s. 14)

Ve třetím ročníku jsou věnovány prostředí Cyklostezek čtyři cvičení v učebnici a tři v pracovních sešitech.

Opět se zde objevuje stejná cyklostezka jako ve skoro všech předchozích cvičeních, tentokrát s již známým propojením stanovišť B-C. Dokonce se jedná i o úlohy, nebo části z úloh, které byly řešeny již ve druhém ročníku (obr. 2.34).



Obr. 2.34 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2009b, s. 20)

K této cyklostezce se vztahují i následující 3 cvičení (obr. 2.35 a 2.36). Všechna cvičení se snaží žáka směřovat k tomu, aby zkoumal, které čáry je možno nakreslit jedním tahem, tedy otevřeným Eulerovým tahem, a která není. Žáci by měli dospět k tomu, že aby bylo možné trasu nakreslit jedním tahem, musí začínat v jednom ze stanovišť A nebo C a v druhém z nich končit (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2009a, s. 37).

3 Hubert projel všemi 11 stezkami cykloparku (str. 20). Po žádné nejel opakovaně. Zapiš jeho trasu, když víš, že:

- a) nejdříve projel 4 modrými stezkami, pak 4 červenými a 3 zelenými;
- b) nikdy po sobě nenásledovaly stezky téže barvy;
- c) stanovištěm E projel dvakrát – poprvé jako druhým v pořadí, podruhé jako desátým.

4 Čtyři žáci nám poskytli o Hubertově trase následující informace. Rozhodni, která z nich je pravdivá a která nikoli.

Sára: Trasa nemůže začínat na stanovišti F.
Tim: Trasa musí začínat na stanovišti A.
Uršula: Stanovištěm D prochází Hubertova trasa dvakrát.
Vít: Stanovištěm C prochází Hubertova trasa jednou. Buď zde začíná, nebo tu končí.



Obr. 2.35 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2009b, s. 21)

3 Hubert projel všemi 11 stezkami cykloparku (str. 20). Zapiš jeho trasu, když víš, že stanovištěm F projel dvakrát – poprvé jako druhým v pořadí a podruhé jako devátým.

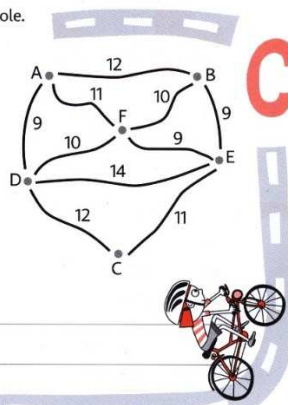
Obr. 2.36 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2009b, s. 27)

Na tato cvičení navazuje i cvičení v pracovním sešitě (obr. 2.37), kde se pracuje se stejným schématem, avšak oproti druhému ročníku jsou v něm změněny délky stezek. Žáci mají vypočítat délky určených tras a zjistit, která z nich byla nejkratší a která nejdelší a o kolik kilometrů ujel kdo více, či méně.

3 Aleš, Blanka, Cilka a Dominik cestovali na kole. Kolik kilometrů urazil každý z nich?

Aleš jel po trase **A-F-E-B-A** _____
 Blanka jela po trase **E-D-C-E** _____
 Cilka po trase **B-F-D-E-C-D-A** _____
 Dominik po trase **D-C-E-B-A-D** _____

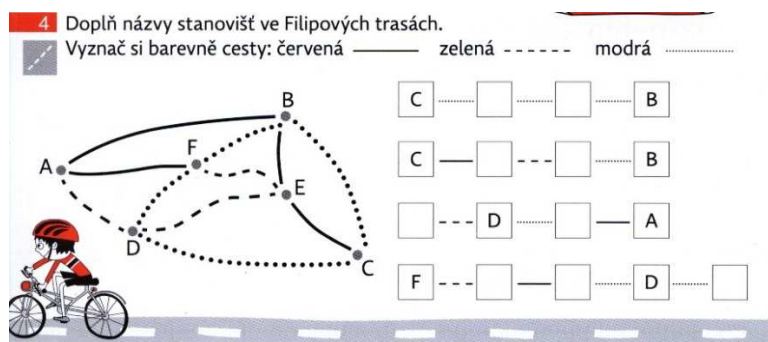
Nejdelší vzdálenost ujel(a) _____
 Celkem _____ km.
 Nejkratší vzdálenost ujel(a) _____
 Celkem _____ km.
 Aleš ujel celkem _____ km
 a Dominik o _____ více.



16 Učebnice str. 19–20

Obr. 2.37 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2009c, s. 16)

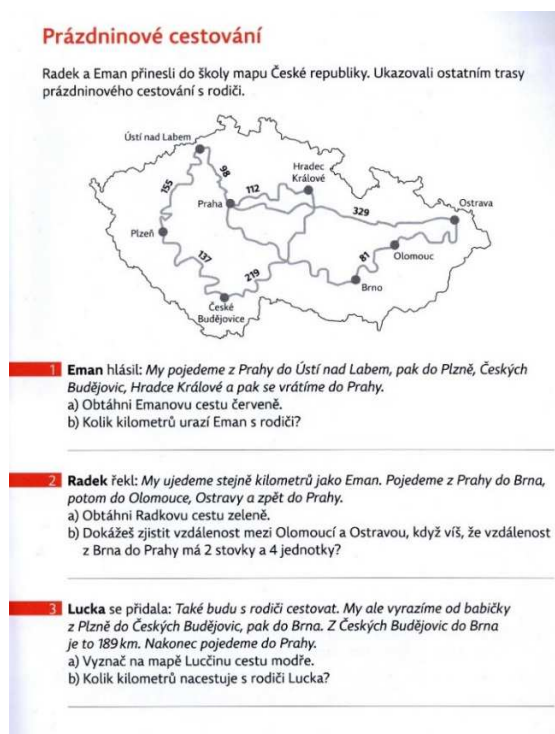
Další cvičení v pracovním sešitě pracuje se stejným plánem. Je složeno z úloh, do nichž žáci mají doplňovat názvy stanovišť. Jedná se tedy o již známý typ úloh (obr. 2.38).



Obr. 2.38 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2009c, s. 29)

Poslední cvičení ve třetím ročníku se od předešlých liší. Žáci pracují s reálnou mapou, hledají v ní zadané trasy a počítají délky těchto tras (obr. 2.39).

Jistě by bylo vhodné na tuto úlohu navázat prací se skutečnou mapou, kde by děti mohly přeměřovat silnice pomocí provázku a zjišťovat tak vzdálenosti za pomoci práce s měřítkem.



Obr. 2.39 (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, Michnová, 2009d, s. 47)

Ve čtvrtém ročníku nalezneme tři cvičení z prostředí Cyklostezek. První cvičení (obr. 2.40) je pojato jako velmi jednoduché opakování, kde se opět pracuje s již dobře známým schématem. Jen vzdálenosti mezi stanovišti jsou oproti druhému a třetímu ročníku jiné.

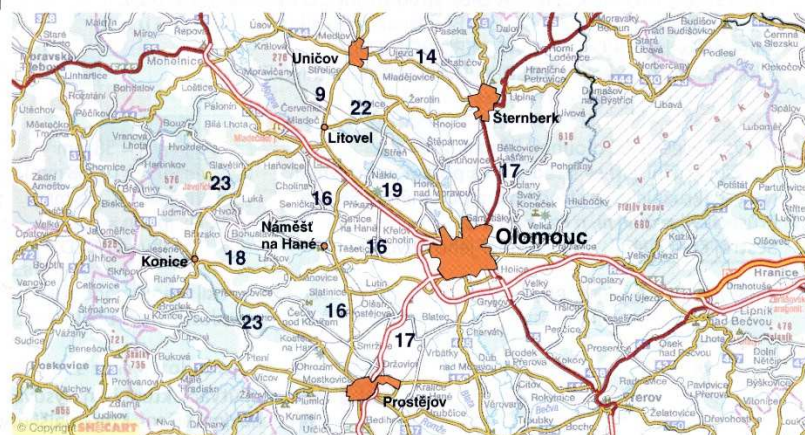


Obr. 2.40 (Hejný, Jirotková, Michnová, Bomerová, 2010b, s. 5)

Další úloha pracuje se skutečnou mapou, kterou by pro přehlednost bylo vhodné překreslit do schématu, grafu (obr. 2.41), (Hejný, Jirotková, Michnová, Bomerová, 2010a, s. 118).

Na tuto úlohu by bylo dobré navázat, nebo ještě lépe ji předcházet úlohou vytvořenou na území, kde žáci žijí, aby jim byla bližší a mohli pracovat s něčím, co znají.

- 9** Najdi trasu, která začíná v Prostějově, končí v Konicích a prochází obcemi Litovel, Náměšť na Hané, Olomouc, Šternberk a Uničov. Celková délka trasy je a) 95 km; b) 91 km.



Obr. 2.41 (Hejný, Jirotková, Michnová, Bomerová, 2010b, s. 91)

Se stejnou mapou pracuje i další úloha, ve které máme cyklistu nahrazeného autobusovými linkami (obr. 2.42). Pro kyvadlovou linku mají žáci vytvořit jízdní řád podle zadaných instrukcí. „Když zjistíme, kdy začíná druhá jízda, umíme z tohoto údaje říct, kdy začíná třetí, čtvrtá,..., osmá jízda, aniž budeme vypisovat všechny časy. Diskuse o tom, které zákonitosti platí v jízdním řádu, jsou dobrou přípravou pro porozumění aritmetickým pravidelnostem“ (Hejný, Jirotková, Michnová, Bomeroová, 2010a, s. 130).

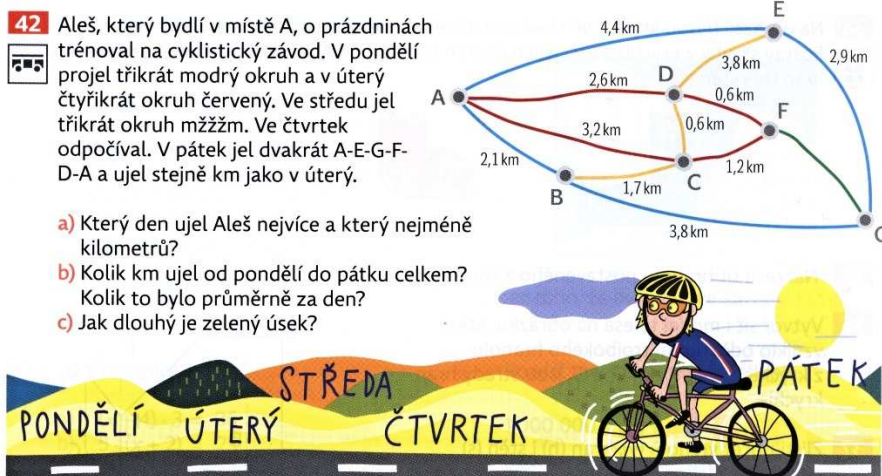
Druhý jízdní řád, který se týká okružní linky, je možné vytvořit jakkoli, není závislý na kyvadlové lince, avšak bylo by vhodné, aby spoje na sebe navazovaly co nejlépe. To je však úloha velmi těžká a můžeme jí dát v případě zájmu těm nejlepším žákům (Hejný, Jirotková, Michnová, Bomeroová, 2010a, s. 131).

Pokud bychom tuto úlohu implementovali do prostředí žákům známého, mohli bychom vytvořit projekt, kdy by žáci zjišťovali z různých zdrojů údaje o vzdálenostech a o dopravním spojení, případně by se snažili zjistit, jak dlouho by cesta trvala, kdyby existovalo na dané trase přímé spojení (Hejný, Jirotková, Michnová, Bomeroová, 2010a, s. 131).



Obr. 2.42 (Hejný, Jirotková, Michnová, Bomeroová, 2010b, s. 103)

V pátém ročníku nalezneme jedinou úlohu z prostředí Cyklostezky (obr. 2.43). Tato úloha pracuje s desetinným číslem jako s veličinou vzdálenosti. Pro žáky by měla být spíše opakováním.



Obr. 2.43 (Hejný, Jirotková, Michnová, Bomerová, 2011b, s. 102)

2.2.2.3 Shrnutí

Jako matematické prostředí považujeme Cyklostezky za propedeutiku k teorii grafů. Toto prostředí je zaměřeno na orientaci žáka v prostoru a v mapě, na porozumění mezi procesem a konceptem, práci s kódem a s podmínkou. Dále na práci s číslem jako s veličinou, práci s tabulkou a také ho můžeme považovat za příspěvek do kombinatoriky.

Prostředí Cyklostezek lze dobře využít v mezipředmětových vztazích, a to jak v tělesné výchově, tak v prvouce při dopravní výchově či ve vlastivědě pro práci s mapou.

Co se týká zastoupení prostředí Cyklostezek v učebnicích matematiky, není příliš velké a většina úloh je založena na jednom a tom samém plánu. Také v učebnicích chybí gradace úloh. Jedná se spíše o skoky z jednoduchých úloh na složité a zase zpět.

2.2.3 Shrnutí

V této kapitole jsme se zaměřili na využití teorie grafů na 1. stupni základní školy a blíže jsme se zabývali matematickými prostředími Bludiště a Cyklostezky.

Prostředí Bludiště je ideálním pro začátek s propedeutikou teorie grafů. Žáci zde mohou stavět na prekonceptech s obrázkovými bludišti. Rozvíjejí svou orientaci v prostoru a učí se pracovat s podmínkou a kódem.

Bludiště mají oproti cyklostezkám tu výhodu, že je nám vždy znám cíl cesty a často také i počátek. My se poté po bludišti pohybujeme podle barevného klíče nebo podle zadané podmínky.

Prostředí Cyklostezky vlastně navazuje na prostředí Bludiště. Je také propedeutikou k teorii grafů, ale již z ní využívá více, např. Eulerův tah či Hamiltonovskou kružnici.

V prostředí Cyklostezek, stejně jako v prostředí Bludišť, rozvíjí žák svou orientaci v prostoru, pracuje s podmínkou a kódem. Dále také může pracovat s tabulkou a s číslem jako s veličinou.

U bludišť jsme vždy znali cíl, čili stačilo objevit, že je možné úlohy řešit od konce a měli jsme vyhráno. To u cyklostezek platit nemusí. Nemusíme znát začátek ani cíl trasy, tudíž nemůžeme aplikovat tuto předchozí znalost. Avšak někdy cíl známe a pak se nám tato předchozí znalost hodí. I přesto jde u cyklostezek často o řešení metodou „pokus-omyl“.

3 Výzkumná část

3.1 Východiska a cíle

Východiskem pro výzkumnou část práce se stala skutečnost, že prostředím Bludiště a Cyklostezky není věnován dostatek pozornosti v učebnicích matematiky pro 1. stupeň ZŠ Hejného metody a pokud je mi známo, tak ani jinde nebyly publikovány další úlohy, co se týče především prostředí Cyklostezek (v učebnicích toto prostředí Cyklostezek doplňuje prostředí Linky). Avšak jsem toho názoru, že se jedná o prostředí s velkým potenciálem, a proto jsem se rozhodla navrhnout úlohy pro tato matematická prostředí a zároveň je otestovat v praxi, a to řešením daných úloh dětmi.

Výhodou těchto prostředí je, že se v základní podobě obejdou bez čísel a jsou tedy vhodná pro všechny věkové kategorie.

Mým cílem bylo rozšířit zásobárnu úloh z matematických prostředí Bludiště a Cyklostezky, zmapovat řešitelské strategie dětí a pokusit se nalézt efektivní metody výuky těchto prostředí. Zároveň jsem si stanovila za cíl, vymyslet pomůcku, či hru k těmto matematickým prostředím.

3.2 Vymezení rozsahu výzkumu a přehled uskutečněných experimentů

Výzkum probíhal v rámci matematických kroužků na jedné základní škole v Praze se dvěma skupinami žáků, a to se žáky třetího ročníku a se žáky pátého ročníku v období od března 2015 do prosince 2015. V únoru 2016 proběhl ještě jeden experiment se třemi dětmi z výše zmíněných skupin.

Dále výzkum probíhal na dvou věkově smíšených skupinách v rozpětí od 5 do 11 let, přičemž některé děti byly členy obou těchto skupin. Jedna skupina se zúčastnila odpolední víkendové akce v červnu 2015 a zahrnovala děti z Prahy a ze Středočeského kraje. Druhá skupina se účastnila letního matematického tábora v červenci 2015 a rovněž zahrnovala děti z Prahy a ze Středočeského kraje.

Tabulka 2: Přehled uskutečněných experimentů

označení experimentu	datum realizace	matematické prostředí	specifikace	přílohy
C1	9. 3. 2015	Cyklostezky	matematický kroužek	příloha č. 2 - 6
C2	16. 3. 2015	Cyklostezky	matematický kroužek	příloha č. 7 – 11, DVD
C3	14. 6. 2015	Cyklostezky v outdooru	odpolední akce	příloha č. 12 – 13, DVD
B1	28. 7. 2015	Bludiště v outdooru	matematický tábor	příloha č. 14, DVD
B2	12. 10. 2015	Bludiště	matematický kroužek	příloha č. 15 – 17, DVD
C4	30. 11. 2015	Cyklostezky	matematický kroužek	příloha č. 18 – 20, DVD
C5	7. 12. 2015	Cyklostezky	matematický kroužek	příloha č. 21, DVD
H	22. 2. 2016	Bludiště, Cyklostezky	matematický kroužek	příloha č. 22 – 23, DVD

Všechny experimenty jsem připravila a provedla osobně, za účasti dalších kolegyň, které se podílely na spoluvedení matematických kroužků a realizaci outdoorového programu.

Ke zveřejňování audiovizuálního záznamu mám písemný souhlas všech rodičů. Pouze rodiče jedné dívky, účastníci se matematického kroužku, nesouhlasili. Tudíž nemohu k experimentu C1 přiložit audiovizuální záznam.

U prvních dvou experimentů jsem se rozhodla popsat jejich průběh poněkud podrobněji a zaměřit se na žákovské promluvy. U dalších experimentů se již takto dopodrobna průběhem zabývat nebudu..

3.3 Průběh experimentů

3.3.1 Experiment Cyklostezky (C1)

Charakteristika skupiny

Skupina se skládala z dvaceti (v případě plného počtu) žáků dvou třetích tříd, kteří jednou týdně docházeli na odpolední kroužek matematiky. Jednu třídu jsem znala již z kroužku z předchozího pololetí. Druhá třída přibyla až v druhém pololetí a setkání 9. 3. 2015 bylo teprve naše druhé, v tomto složení.

Původní třída byla ve školní výuce učena podle klasických učebnic matematiky, avšak za předchozího půl roku si již navykla na systém kroužku. Druhá třída byla učena podle učebnic Hejného a kol., avšak jak jsem mohla později odpozorovat z reakcí dětí, jednalo se jen o používání učebnic. Zavedení prostředí nebylo korektní, nebyly dodržovány konvence a výuka nesplňovala podmínky Hejného metody.

Mezi žáky obou tříd nepanovalo příliš přátelské klima. Žáci se vzájemně rádi posmívali a na dětech původní skupiny byla díky tomu vidět nižší motivovanost. Dalo by se říci, že nově příchozí třída byla v jakémsi postavení vetřelce, avšak naopak dávala na vědomí své dominantní postavení, jelikož se kroužek odehrával v její kmenové třídě. Většina těchto příchozích žáků si ani za půl roku nevybudovala vztah k nám, jako vyučujícím, a mohu přiznat, že ani my vyučující jsme neměli takový vztah k nim, jako k původní třídě.

V následující tabulce bych ráda charakterizovala jednotlivé žáky alespoň tak, jak jsem měla příležitost je poznat. Dívky nesou označení D a číslo, hoši H a číslo. D1 – D5 a H1 – H6 jsou žáci, kteří navštěvovali kroužek již předchozí pololetí.

Tabulka 3: charakteristika žáků

kód	stručná charakteristika žáka
D1	Organizátorský typ, oblíbená u ostatních, nebojí se říct vlastní názor.
D2	Chytrá, přišla do třídy až ve třetím ročníku, je vyčleněná z kolektivu - trpí tím, při skupinové práci s ní nechce nikdo být a následně ani ona nemá ráda skupinovou práci.
D3	Ze začátku si nevěřila, postupně získávala sebevědomí a tak začala sdílet i svá řešení.
D4	Často spíše v pozici pozorovatele, ale nebojí se i prezentovat svá řešení. Někdy nastávají situace, kdy je ve třídě velmi výrazná.
D5	Nenápadná, příliš se neprojevuje, spíše se „veze“.
D6	Nevěří si, v matematice příliš nevyniká, ba naopak – bojí se projevovat.
D7	Chytrá, hodně se zapojuje do diskuze a prezentuje svá řešení.
D8	Slabší, spíše v roli pozorovatele, neprojevuje se - bojí se neúspěchu (je si vědoma své špatné pověsti ve školní matematice a ostatní jí to připomínají).
D9	Průměrná, spíše slabší, většinou v roli pozorovatele, jde ukázat své řešení, jen když si je stoprocentně jistá jeho správností.
D10	Nezapojuje se do diskuzí, většinou je v roli pozorovatele.
D11	Nechce mluvit před ostatními, spíše v roli pozorovatele.
D12	Převážně v roli pozorovatele, ač dokáže být velmi živá.
H1	Chytrý, oblíbený, nemá potřebu příliš prezentovat své úspěchy.
H2	Chytrý, nebojí se prezentovat svá řešení.
H3	Nenápadný, neprojevuje se, je v roli pozorovatele, ač je na něm občas vidět, že by se rád projevil, ale něco mu v tom brání.
H4	Chytrý, snaživý, rád upozorňuje na svůj úspěch, často se však nechá strhnout k jiné činnosti.
H5	Většinou je v roli pozorovatele, ale pokud na něco přijde, chce to sdílet s ostatními.
H6	Nepozorný, rád se předvádí, hodně dětský. Má potřebu neustále všem sdělovat své nápady.
H7	Nadaný, méně socializován, horší verbální vyjadřování - děti mu často nerozumí.
H8	Chytrý, sebevědomý, společné objevování je pod jeho úroveň.

Úvaha o aplikaci prostředí

Při plánování hodiny jsem přemýšlela, co by mohlo žáky zaujmout a také co by jim mohlo pomoci k lepšímu uchopení úloh.

Pro úvod do prostředí Cyklostezky jsem se rozhodla převléci se za cyklistu, což žáky zaujme, a také pro zopakování některých věcí z dopravní výchovy, jelikož si myslím, že toto téma by se mělo s žáky často opakovat, aby byli připraveni na reálné situace.

Dále jsem uvažovala, jakým způsobem pojmout začátek práce s prostředím Cyklostezek. Došla jsem k závěru, že určitě chci, aby žáci pracovali s modelem o velikosti volného prostoru ve třídě, měli ho před sebou a mohli se po něm projít. Dle mého názoru, tak dojde k lepšímu uchopení daného prostředí, než kdyby dostali pouze vytištěné úlohy na pracovních listech.

Také jsem přemýšlela nad tím, jak udělat, aby při řešení úlohy, kde se doplňuje barva stezky, byla manipulace a ne jen zapisování. Vím, že ve finále musí žáci dojít k pracovnímu listu, ale ještě chci v této fázi zanechat manipulaci. Rozhodla jsem se pro modely stanovišť v podobě bílého zalamínovaného papíru, na který je možné fixou napsat název stanoviště. Na modely stezek využiji zalamínované pruhy barevného papíru.

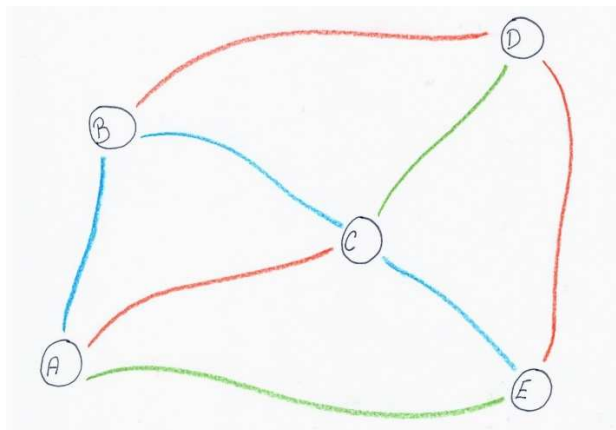
Při vymýšlení úloh na pracovní listy jsem vycházela z toho, že první úloha tohoto prostředí, která je v učebnici matematiky (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2008b, s. 6-7), je dle mého názoru dosti obtížná, jelikož obsahuje mnoho stanovišť, tři barvy stezek a velký skok v gradaci úloh. Proto jsem se rozhodla pro úlohu, která má jen čtyři stanoviště a dvě barvy tras, aby ji měli možnost vyřešit i slabší žáci.

V hodině bych tedy ráda postupovala od modelu, přes manipulaci se stezkami ve formě barevných pruhů k pracovním listům. Půjde o postupný přechod od procesu ke konceptu.

Příprava

Na úvod hodiny jsem zvolila společné povídání v kroužku na koberci o cyklistice a vybavení na kolo.

Na zemi bude vytvořena cyklostezka. Stezky z krepového papíru a stanoviště ze zalaminovaných kruhů s písmeny (obr. 3.1).

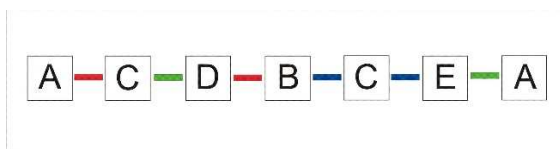


Obr. 3.1

Žáky vyzvu, aby tipovali, co by to mohlo být. (Požádám žáky, kteří cyklostezky již probírali v hodinách matematiky, aby to neprozrazovali.)

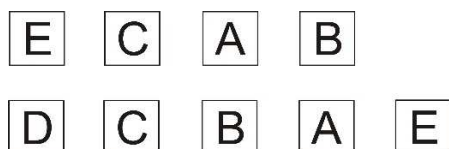
Domluvíme se na názvech jednotlivých stanovišť začínajících písmeny A, B, C, D, E a napíšeme je do modelu cyklostezky vytvořeného na podlaze.

Poté přistoupíme ke společnému řešení první úlohy, jejíž trasa bude promítnuta na interaktivní tabuli (obr. 3.2). Žáci tuto trasu postupně projdou.



Obr. 3.2

Dále na zem rozložím karty s počátečními písmeny stanovišť a úkolem žáků bude doplnit barvy cyklostezek (obr. 3.3 a 3.4).

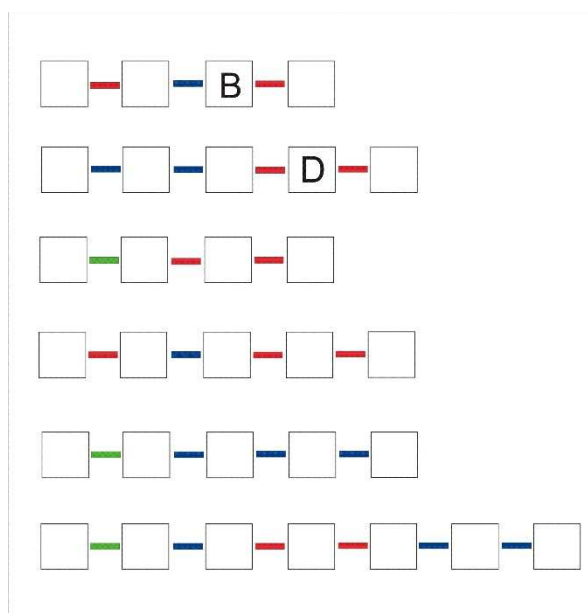


Obr. 3.3



Obr. 3.4

Následovat bude společné řešení úloh promítnutých na interaktivní tabuli (obr. 3.5).



Obr. 3.5

Poté žáci dostanou dva pracovní listy pro samostatnou práci, které budou obdobou ukázkové úlohy. Slabší žáci mohou déle zůstat u prvního pracovního listu, který obsahuje jednodušší úlohy. Zdatnější žáci zvládnou vyřešit i druhý pracovní list, kde jsou složitější úlohy. Žáci se zde setkají s možností více řešení.⁵

Jako poslední aktivitu jsem zařadila práci ve skupinách. Žáci budou rozděleni do tří skupin, přičemž každá skupina dostane schéma cyklostezky a k ní zadané úkoly.⁶

Hodinu zakončíme sebehodnocením žáků, na které dostanou hodnotící arch.⁷

⁵ viz příloha č. 2

⁶ viz příloha č. 3

Realizace experimentu

Tabulka 4: realizace C1

datum a čas	9. 3. 2015, 13,15 – 14,15
počet účastníků	14 (8 dívek, 6 hochů)
místo	třída základní školy (kmenová třída části žáků)
pomůcky	model cyklostezky, pracovní listy, modely stanovišť a stezek, hodnotící arch

Průběh experimentu

Prvních 5 minut z hodiny bylo věnováno úvodní motivaci, kdy jsem měla oblečený cyklistický dres, cyklistické rukavice a helmu. Žáci se velmi zajímali, proč právě toto oblečení. Hlavní náplní těchto pěti minut byla dopravní výchova, kde jsme řešili výbavu na kolo.⁸

Následující čtvrt hodina byla věnována zavedení prostředí Cyklostezky.⁹ Nejprve jsem se žáků zeptala, co si myslí, že před nimi na podlaze je. Byl tam ze zalaminovaných kruhů s písmeny, které představovaly stanoviště, a z pruhů krepového papíru, jež tvořily stezky, vytvořený model cyklostezky (obr. 3.1). D6 navrhovala, že se jedná o cestu, H7 to specifikoval na trasu kol. Dále žáci spontánně začali vymýšlet, co by mohly znamenat ty barvy, tak jsem je začala směřovat k turistickým značkám, přičemž dospěli k tomu, že jim v modelu chybí ještě žlutá barva, kterou najdeme v turistické mapě.

Následně jsem požádala přihlížející kolegyni Alžbětu o zapnutí dataprojektoru a na tabuli se zobrazilo první zadání cesty (obr. 3.2). Vyzvala jsem žáky, aby se postavili tak, aby všichni viděli na model a na tabuli a zeptala jsme se, co by to mohlo být.

Žáci se chvíli dohadovali mezi sebou a v jejich hlasech byla slyšet nespokojenost. V tu chvíli jsem si všimla, že v modelu chybí dvě trasy a rychle jsem je tam doplnila a otázala jsem se žáků, zda je to již správně. Ti přitakali.

⁷ viz příloha č. 5

⁸ viz příloha č. 4 – protokol z audiovizuální nahrávky

⁹ viz příloha č. 4 – protokol z audiovizuální nahrávky

Vyzvala jsem žákyni D3, aby zkusila projít trasu podle zadání na tabuli, přičemž ostatní jí měli radit.

Ukázalo se zde jiné pochopení zápisu úlohy na tabuli žákyní D1. Neustále mluvila o barvě stanoviště, ne o barvě stezky. A měla tak tendenci změnit barvu stezky ze stanoviště C do stanoviště D ze zelené na červenou, aby tak dle ní vznikla jedna červená stezka A-(C)-D. „*Tadydlenc je červený áčko, a červený děčko, takže já si myslím, že ta červená by měla jít až k děčku.*“ Této dívce následně oponovala D4, že to tak není, ale chyběla jí slova k vysvětlení. D1 také chtěla vysvětlit, proč si to tak myslí, ale při vysvětlování se jí povedlo přepnout interaktivní tabuli a po znovu zprovoznění tabule již tato potřeba vysvětlení vymizela.

Vrátili jsme se k navigaci D3 po modelu. D1 ještě stále považovala stanoviště za barevná, a proto navrhovala cestu: „*Bud'ťo aby ses dostala k tomu červenýmu děčku, můžeš jít takhle, nebo můžeš jít támhle, tak si vyber.*“ Na to jsem se zeptala žáků, zda si opravdu může vybrat, kudy půjde. D7 tvrdila, že nemůže, jelikož trasa je přesně daná zápisem na tabuli. D1 se nepouštěla své myšlenky, že barvy náleží stanovištím. D7 však vysvětlovala, jak by trasu prošla ona. Po tomto vysvětlení došlo k pochopení i u H6 a D4. Možná i u dalších, ale tito dva se zapojili do diskuze. D4 začala navigovat D3 po modelu. Začalo se zapojovat více žáků a ve třídě tak narůstal hluk díky tvůrčí debatě.

Žáci byli umlčeni vstupem, do té doby přihlížející kolegyně Alžběty, která se jala žáky tišit. Mezi slovy Alžběty se dvakrát nechal slyšet H5, že to již pochopil.

Na výstup kolegyně Alžběty jsem musela zareagovat a tak jsem následně pro navigaci D3 po modelu vyvolávala jednotlivé žáky. Na určitou chvíli byla debata žáků utlumená, avšak to příliš dlouho nevydrželo, ale již se diskuze nenavrátila v takové míře.

Žáci odnavigovali D3 po trase správně. V průběhu došlo k pochopení u D1 i D3.

Poté dostali možnost ostatní žáci, aby si trasu prošli. Někteří s navigací ostatních, někteří chtěli sami, bez navigace.

V průběhu došlo k objevu u D3, že je na modelu stezka, po které během té dané trasy vůbec nešla. To však zapadlo ve změti dalších žakovských projevů.

Poté jsem na zem rozložila zalaminované karty s napsanými písmeny stanovišť. Žáci měli mezi karty stanovišť doplnit barevné proužky podle barvy stezky, která daná

stanoviště spojuje (to jsem však žákům neřekla), (obr. 3.3, 3.4). Zeptala jsem se těch, kteří se nezapojovali, jestli by věděli, co s rozloženými kartami a barevnými proužky.

Slova se ujal H7 a pustil se do vysvětlování: „*Budeme spojovat ta písmena s těma čárama. Vždycky je tam dáme mezi to písmeno a podle toho budem jít.*“ Někteří žáci se ozvali, že nepochopili. H7 vysvětloval znovu: „*No asi, že si vybereme nějaký čáry, potom je dáme tam, pod ta písmena, no a potom podle těch čar budeme chodit.*“ Žáci stále vypadali dost nechápavě, tak jsem se ujala slova a zeptala se jich, co ty čáry znamenají. Žáci se shodli, že to jsou stezky.

Vzápětí H6 začal protestovat, že E mezi karty na zemi nepatří a že se karty musí srovnat jinak. Oponovala jsem mu, že je nechci přeskládat, že je chci mít takto a co s tím tedy uděláme. Na to reagovala D7 podobným vysvětlením jako předtím H7: „*Že tam dáme ty... ty proužky k těm, mezi ty písmena a potom pojedeme skrz.*“ Zeptala jsem se, podle čeho tam budeme dávat ty proužky. D1 a H6 tvrdili, že podle tabule a ukazovali na předchozí úlohu, přičemž H6 stále trval na přeskládání. Nakonec jsme se s pomocí D7 dobrali k tomu, že proužky budeme přiřazovat podle toho, jak jsou v modelu. Všichni žáci to odsouhlasili, jen H6 nikoho neposlouchal a neustále si vedl svou. Následně objev shrnuli ještě H5 a H7. Postupně jsme vyřešili obě úlohy, které byly pomocí karet zadány. Do řešení se zapojily i dívky D8 a D9, které se předtím bály projevit a jen přihlížely dění.

Poté se žáci přemístili do lavic, u kterých zjistili, že se dají sklápět, tak měli potřebu si s nimi nějakou dobu hrát a chvíli trvalo, než bylo možné dále pracovat.

Žákům byly rozdány prázdné papíry a na tabuli byly promítnuty nové úlohy, kde chyběla stanoviště (obr. 3.5). K úlohám jsem žákům řekla následující:

„*Co to znamená, co tady mám, na té tabuli? ... (šum – není rozumět, co žáci odpovídají) „To bude tady k té cyklostezce, jak jsem to říkala, že se pak budete moct jít podívat zase. A vy sem budete doplňovat názvy, nebo písmena těch stanovišť, těch kroužků, co jsou na té zemi. Co to jsou ty čárky mezi, teda?“* Žáci odpověděli, že se jedná o cyklostezky.

Vyzvala jsem žáky, aby se podívali na první úlohu na tabuli a případně si jí zapsali. (Ozvaly se hlasy, že je škoda, že to není předtištěné.) Poté dostali žáci čas na řešení úlohy.

Žákům trvalo velmi dlouho přepsání úlohy. Se čtverečky na písmena stanovišť se hodně vykreslovali a dávali si záležet na jejich přesnosti.

Většina žáků řešila samostatně, někteří se radili. Mnoho žáků si samo pro sebe potichu povídalo to, jak řešili (např. D2).

Řešení jsme si společně ukázali na tabuli. První úlohu řešil H4 a ostatní s jeho řešením souhlasili (C-A-B-D). Hned se hlásili žáci na řešení další úlohy, ale někteří přišli ještě s dalším řešením první úlohy. Zapsala ho D6 (A-C-B-D).

Žáci souhlasili, že jsou na tabuli již zapsána všechna řešení úlohy a mohli jsme přistoupit k úloze další, kterou zapsala D2 (A-C-B-D-E). H5, D1 a D3 a H3 s řešením nesouhlasili. H3 přišel se svým řešením k tabuli a řekl, že má C-B prohozené. K tabuli přicházelo čím dál tím více dětí a chtěli sdílet svá jiná řešení. D1 řekla, že má jiné počáteční stanoviště.

Ve třídě začal být velký hluk, jelikož žáci mezi sebou sdíleli svá řešení a debatovali o nich. Zeptala jsem se žáků, proč to mají jinak. D7 argumentovala: „*Protože z áčka nevede modrá do céčka.*“ Poté přepsala řešení na toto: E-C-B-D-E.

Většina žáků již s řešením souhlasila, jen H5 a H6 se hlásili, že mají řešení jinak a zapsali ho pod stávající řešení (B-C-E-D-B). Třída souhlasila.

H7 řešil třetí úlohu (A-E-D-B). Ti, kteří měli vyřešeno, souhlasili. Byly však slyšet hlasy žáků, kteří úlohu i přes to, že již bylo řešení zapsané na tabuli, řešili dále samostatně.

Další tři úlohy, které zbývaly, jsem z časových důvodů vynechala a místo toho jsem žákům rozdala pracovní listy pro individuální práci.¹⁰

Hned na začátku se zde žáci setkali s úskalím, že pracovní listy byly nakopírovány černobíle a stezky značeny pomocí různých druhů čar. Na tabuli jsem hned zapsala barevný klíč pro vybarvení tras, ne však všichni žáci poslouchali, jelikož již přemýšleli nad úlohami, a ještě se několikrát ozval dotaz na barvy stezek.

Vzápětí se objevil problém, že ač na pracovním listě byla zakreslena nová cyklostezka, někteří žáci ji ignorovali a snažili se úlohy řešit za pomoci modelu.

D9 měla s úlohami veliké problémy a potřebovala mou pomoc. Naopak H7 byl s úlohami velmi rychle hotový a nepotřeboval si schémata vybarvovat pastelkami. Brzy dostal druhý pracovní list.

Všichni žáci byli plně zaujati prací, že bylo těžké získat jejich pozornost, když jsem chtěla třídě sdělit pravidlo cyklostezek poté, co jsem u někoho narazila na opakování

¹⁰ viz příloha č. 2

stezky během jedné trasy. Obrátila jsem se s dotazem na žáky, kteří se již s cyklostezkami setkali v běžné školní výuce. Přitom jsem chodila po modelu a ptala se, jestli mohu jet z A do E, tam se otočit a jet zpět. Žáci mi řekli, že nemohu. Poté jsem šla trasu A-E-C-A-E a ptala jsem se, zda takhle už jet můžu. Nejdříve mi to žáci odsouhlasili, poté někteří řekli, že ne a nakonec bylo ticho. Zeptala se přímo H7, který mi odpověděl, že neví. Pravidlo jsem tedy žákům řekla sama.

Poté se žáci věnovali samostatnému řešení úloh, přičemž já obcházela ty, kteří měli s úlohami problém. Setkala jsem se s několika žáky, kteří si nevěděli rady s úlohou, kde měli vymyslet názvy stanovišť tak, aby začínaly na zadané písmeno, přestože měli u úlohy vzor.

Na konci hodiny jsem přerušila práci, abych žákům rozdala dotazníky na závěrečné hodnocení.¹¹ Zároveň jsem je vyzvala, aby mi odevzdali spolu s vyplněným dotazníkem i své pracovní listy.¹²

Výsledky experimentu

Reflexe hodiny

Tato hodina byla mou první odučenou hodinou na prostředí cyklostezky. Nestihla jsem v ní vše, co jsem si naplánovala. Na začátku hodiny jsem zapomněla s žáky vymýšlet názvy stanovišť, což by mohlo být zajímavé, jelikož by bylo možné je u toho lépe poznat. Také si myslím, že by se lépe prolomila bariéra mezi nově příchozími žáky. Též jsem vynechala tři úlohy, které jsme s žáky společně řešili na tabuli, jelikož jsem si v tu chvíli uvědomovala, že předchozí aktivity trvali déle, než jsem si původně naplánovala, a kdybychom pokračovali ve společném řešení, tak bychom již nestihli nic jiného. Ještě na konci hodiny jsem nestihla plánovanou skupinovou práci.

Myslím si, že žáky úvodní motivace zaujala a že byli zvědaví, co je čeká. Většina se hezky zapojovala do diskuze k dopravní výchově, avšak jsem si vědoma, že několik žáků bylo spíše pozorovateli, nebo diskutovali téma jen se svým sousedem, ne se všemi.

¹¹ viz příloha č. 5

¹² viz příloha č. 6

Z úvodní části, kdy bylo prostředí zaváděno, jsem po odučení hodiny neměla dobrý pocit. Ve třídě byl veliký hluk, žáci se překřikovali a často se neposlouchali. Poté, co jsem několikrát shlédla audiovizuální nahrávku hodiny, jsem však dospěla k názoru, že hluk ve třídě nebyl na škodu, ale byl konstruktivní. Žáci byli úlohami zaujatí, přemýšleli nad nimi a měli potřebu sdělovat své objevy a názory.

Mrzí mě, že do hodiny vstoupila kolegyně Alžběta, když se jí nelíbil hluk. Myslím si, že v tu chvíli byla rozjetá plodná diskuze mezi žáky a mnoho z nich právě došlo k objevu, avšak byli přerušeni a již nebyla diskuze v takové míře obnovena. Jako nesouhlas s tímto zásahem můžeme brát slova H5 „ *Já jsem to pochopil.*“, která zaznívala do káravých slov kolegyně Alžběty. Tomuto žákovi, ač předtím celou dobu mlčel a jen přihlížel dění, očividně bouřlivější debata mezi spolužáky pomohla k poznání.

Jsem toho názoru, že si žáci dobře poradili s úlohami, kdy měli mezi karty, představující stanoviště, vkládat barevné pruhy jako stezky. Myslím si, že úlohu všichni pochopili, jelikož si na její řešení troufli i D8 a D9, které se jinak bály.

Líbilo se mi, že žáci při řešení úloh na tabuli byli opravdu přítomní a přemýšleli nad nimi a neodsouhlasili jakékoli řešení, ale že se mezi nimi o řešení strhla i debata a že skoro všichni měli chuť se o své řešení podělit a někteří po tom doslova toužili. Musím však přiznat, že přepisování úloh z tabule bylo poněkud nešťastné, jelikož žáky zdržovalo. Také zde byly vidět velké rozdíly, které jsou mezi žáky. Někteří již měli hotové tři úlohy, jiní teprve řešili první.

Při samostatném řešení úloh na pracovních listech se vyskytly spíše problémy toho rázu, že žáci neposlouchali, co se jim říká, nebo že si pořádně nepřečetli zadání. Většina úlohy zvládla bez většího problému. Ze začátku však měla D8 menší problém, jelikož si byla nejistá svým počínáním ale poté, co jsme chvíli pracovaly spolu a ona si v řešení začala trochu věřit, byla schopná pracovat samostatně.

Těžší úlohy by uvítal H7, jelikož tyto pro něj byly až příliš jednoduché, avšak nebyla jsem na něj přichystaná, jelikož jsem ho předtím neznala.

Z dotazníku, který žáci vyplňovali, vyplývá, že je hodina bavila. Sami sebe většinou hodnotili jedničkou nebo dvojkou. V tom, co je nejvíce bavilo, převážně uváděli práci s modelem na začátku hodiny. Někteří žáci uvedli, že jim nic nedělalo problém, některým přišel těžký druhý pracovní list, či nějaká úloha na něm.

Reflexe experimentátora

Během výuky jsem si to ani neuvědomovala, ale při následném sledování nahrávky jsme zjistila, že mám parazitické slovo „tak“, které nadmíru používám. Často tímto slovem začínám větu, nebo ho používám místo „ééé“ při přemýšlení. Také jsem si všimla, že na žáky mluvím podstatně výše posazeným hlasem, než je přirozená poloha mého mluvního hlasu. Na oba tyto nešvary, bych si chtěla do budoucna dát pozor a nejlépe je úplně eliminovat.

Dále si myslím, že má akustická přítomnost v hodině by mohla být nižší. Snažím se dětem do úvah neskákat, ale ne vždy se udržím. Avšak myslím si, že se mi povedlo žákům příliš neprozradit, ale naopak je otázkami navádět správným směrem.

Metodická doporučení potvrzená experimentem

Model a pohyb po něm je pro děti důležitý při uchopování prostředí Cyklostezek. Učí se tím vztahu mezi procesem, což je pohyb po trasách, a konceptem, jako schématem, mapou.

Pro seznámení s úlohami, kde se doplňují mezi názvy stanovišť barvy stezek, je pro děti dobrá manipulace, jak již tím, že je úloha zaujme pomůckami, tak zároveň díky manipulaci dochází k lepšímu uchopení úloh.

Doporučení pro příští experiment

Příště by bylo lepší pracovat s větším modelem na větším prostoru. Také by bylo dobré, aby modelem mohly projít všechny děti a jeho procházením řešit úlohy.

Pro příště bych žákům úlohy, které přepisovali z tabule, nakopírovala, nebo alespoň dala předtištěné čtverečky a děti by jen dopsaly barvy stezek a písmena stanovišť, aby se nezdržovaly přepisováním z tabule.

Také bych příště jinak gradovala úlohy, např. ty, které se řešily společně na tabuli. První úloha by měla mít známé počáteční stanoviště, následující koncové stanoviště, další úloha by měla mít vyplněné druhé nebo předposlední stanoviště a teprve poté pracovat s úlohami, které mají známé jiné, než nějaké z výše jmenovaných stanovišť.

3.3.2 Experiment Cyklostezky (C2)

Charakteristika skupiny

V tomto experimentu jsem pracovala se stejnou skupinou jako v experimentu C1. Budu zde také užívat stejného označení žáků.

Úvaha o aplikaci

Po předchozí hodině (experiment C1), jsem si uvědomila, že bych chtěla, aby žáci více pracovali s modelem. Také jsem chtěla do výuky zařadit práci s číslem jako s veličinou, tedy aby žáci řešili délku jednotlivých stezek a poté celých tras. Řekla jsem si, že nejlepší by bylo, kdyby si k délce stezek došli žáci sami, pomocí měření, a tak jsem vytvořila modely, na kterých by toto měření mohlo proběhnout.

Byla jsem si vědoma toho, že na hodině budou někteří žáci, kteří minule chyběli a proto, nejen pro tyto žáky, mi přišlo důležité na začátek hodiny zařadit opakování toho, co o cyklostezkách víme a především zopakování pravidla, že během jedné trasy mohu jet po konkrétní stezce pouze jednou, ale stanovištěm mohu projet i vícekrát.

Aby si žáci připomněli, co jsme dělali v experimentu C1, zařadila jsem do hodiny také samostatnou práci na pracovních listech.

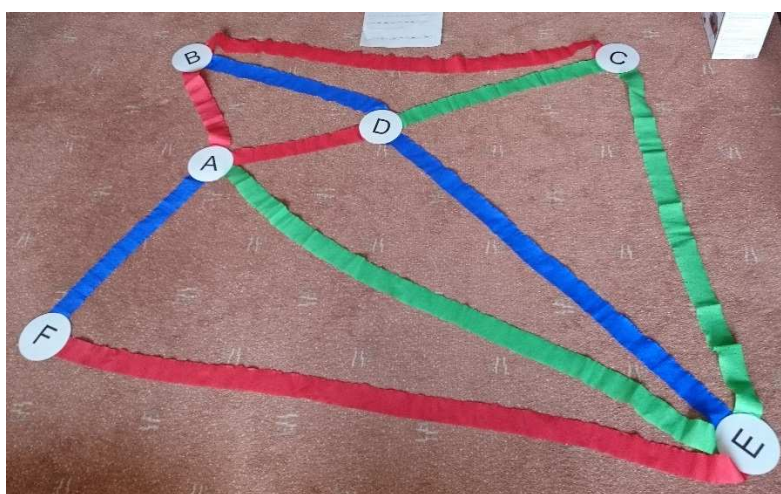
Dále jsme uvažovala nad tím, že jsou mezi žáky velké rozdíly a proto jsem vytvořila sérii gradovaných úloh, aby si každý žák mohl vybrat to, co mu sedí.

Neopominutelnou součástí je také sebereflexe žáků. Myslím si, že v této hodině bude důležitá, jelikož se jedná o žáky ze dvou tříd, kteří budou mít společně teprve třetí hodinu. Nejsou ze školy příliš zvyklí na skupinovou práci a mohli by se v jedné skupině sejít výrazné individuality a tak by mohlo dojít i k určitým problémům, co se týká práce ve skupině. To je důležité reflektovat, aby si žáci mohli vzít ponaučení pro další spolupráci.

Příprava

Na úvod hodiny jsem zařadila povídání v kruhu na koberci o tom, co jsme dělali minulou hodinu a zopakování pravidel cyklostezek. Poté žáci dostanou pracovní list se dvěma úlohami pro zopakování.¹³

Další část hodiny bude zaměřena na skupinovou práci, kdy každá skupina dostane model cyklostezky (obr. 3.6), schéma cyklostezky¹⁴, provázek a pravítko. Zadání bude znít takto: Změřte délku stezek. 10 cm odpovídá 1 km. Naměřené údaje запиšte do mapy.



Obr. 3.6

Dále skupina vypracuje pracovní list s úlohami k modelu cyklostezky (modifikovaný pracovní list, který se nestihl v minulé hodině (C1)).¹⁵ Poté bude následovat společná kontrola, kde bude možné měření zkontrolovat pomocí krejčovského metru.

Poslední aktivitou hodiny bude samostatná práce na gradovaných úlohách, kdy si žák bude vybírat podle svého uvážení z připravených úloh.¹⁶ Vypracovanou úlohu si bude moci zkontrolovat podle řešení, která najde u tabule.

V závěru hodiny proběhne žakovské hodnocení, kde budou položeny dvě otázky:

- Jak se ti pracovalo ve skupině?

¹³ viz příloha č. 7

¹⁴ viz příloha č. 8

¹⁵ viz příloha č. 8

¹⁶ viz příloha č. 9

- Jak bys ohodnotil svou práci v hodině?

Ti, kterým se pracovalo ve skupině dobře, si stoupnou k tabuli. Kterým naopak špatně, postaví se do zadní části třídy. Bude také možnost stát někde mezi těmito póly. Stejným způsobem budu postupovat i u druhé otázky. Ráda bych také od žáků slyšela jejich zdůvodnění.

Na úplný závěr budou žákům rozdány medaile správného cyklisty.

Realizace experimentu

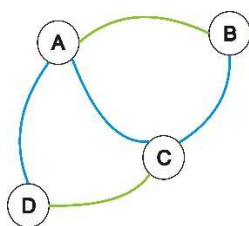
Tabulka 5: realizace C2

datum a čas	16. 3. 2015, 13,15 – 14,15
počet účastníků	18 (11 dívek, 7 hochů)
místo	třída základní školy (kmenová třída části žáků)
pomůcky	modely cyklostezky, pracovní listy, metr, provázky, pravítka, papíry

Průběh experimentu

Hodina začala povídáním o tom, co se dělo na minulém kroužku. Docela pěkně to shrnul H7: „*Vypočítávaly jsme ty dráhy. Ééé ééé jak js- ééé vždycky jsme jeli na těch dráhách a museli jsme tam doplňovat prázdný místa. Bud' jaký barvy drah anebo ééé to anebo písmena, body, stanoviště.*“

Poté jsem se žáků ptala, zda si pamatují, jaké jsme měly u cyklostezek pravidlo. Žáci se nemohli shodnout, a proto jsem na tabuli nakreslila jednoduché schéma cyklostezky (obr. 3.7) a zeptala se jich, zda mohu jet po trase D-A-B-C-A-D a zároveň jsem to do schématu zakreslovala. Většina žáků tvrdilo, že ne, avšak našli se i tací, kteří tvrdili, že ano. D1 přišla s tímto: „*Jak jako, jestli vás to bude bavit nebo nebude, takže jako-*.“ Avšak mezi tím si to H6 ujasnil a hlasitě dával na vědomí, že tak jet nemohu. Ostatní žáci mlčeli, a tak jsem dala za pravdu H6 a znovu jsem stanovila pravidlo, že během jedné trasy nemohu jet dvakrát po stejné stezce, ale mohu vícekrát do stejného stanoviště.



Obr. 3.7

Po vyjasnění pravidel se žáci přemístili do lavic, kam si odnesli i pracovní listy. Ještě než začali pracovat, vyjasnili jsme si barevný klíč k černobíle nakopírovaným pracovním listům.

Žáci pracovali samostatně, ale i ve dvojicích. Těch, co minulou hodinu chyběli, se ochotně ujali další žáci. H7, byl rychle hotový a tak se snažil pomáhat D12, která předchozí hodinu chyběla. Ze začátku bylo na jejich komunikaci znát, že D12 příliš H7 nechápe, jelikož jeho vyjadřovací schopnosti nejsou na příliš vysoké úrovni, ale později se dvojice sladila a práce jim šla dobře. V průběhu řešení jsme s kolegyněmi obcházely žáky a zodpovídaly jejich dotazy.¹⁷

Další část hodiny byla věnována skupinové práci. Žáci byli pomocí rozpočítání rozřazeni do čtyř skupin, které byly rozmístěny do prostoru ve třídě. První skupinu tvořili: D2, D7, D9, H4, H6. Druhá skupina byla složena takto: D1, D10, D11, H5, H8. Třetí skupinu tvořili: D4, D5, D8, H3. Čtvrtá skupina se skládala z: D3, D12, H1, H7.

Po rozřazení jsem do skupin rozdala sáčky s modely cyklostezek a zadala: „*Je v tom podobný model cyklostezky, jako jsme tady měli minulou hodinu. Vy si ho vyndáte, až domluvim. Opatrně ho budete vyndávat, ať to neroztrháte. Potom si zvolíte jednoho zástupce skupiny, kterého vyšlete za mnou. Jo? Takže teď si to rozložte a neroztrhejte to.*“

Vyslanci každé skupiny jsem dala třiceticentimetrové pravítko a dva různě dlouhé provázky. Poté jsem žákům řekla: „*Dostali jste provázek a pravítko. Vy budete měřit délku těch stezek, přičemž deset centimetrů, té stezky, je jeden kilometr. Já vám za chvíli rozesu mapy té cyklostezky. Vy to budete zapisovat do toho. Ano? Chápeme všichni?*“ Žáci odsouhlasili, že chápou a začali pracovat.

¹⁷ Vyplněné pracovní listy viz příloha č. 10

Ze začátku si skupiny s měřením příliš nevěděly rady, nechápaly, k čemu mají provázky, jak jim to má pomoci. V druhé skupině začala měřit D7, a to tím způsobem, že ke stezce přikládala pravítko, přičemž změřila vždy jen deset centimetrů, pak nulu pravítka přendala do bodu, kam dospěla předchozím měřením a opět odměřila 10 cm. Nevyužila celé délky pravítka.

Druhá skupina se rozhodla nejdříve vyplnit pracovní list, který dostala s mapou cyklostezky.

Ve čtvrté skupině přišel H7 s nápadem, že si trasu změří pomocí provázku a ten následně přeměří pravítkem. Ve druhé skupině zatím také dospěli k tomuto systému měření. Třetí skupinu bylo hodně slyšet, hlavně D4, ale trvalo jim, než začali měřit.

Mezi tím došlo k hádce v první skupině. Dvě výrazné dívky (D2 a D7), které se nejdříve přetahovaly o pravítko, se nakonec spojily proti chlapcům (H4 a H6) a stěžovaly si, že jim nepomáhají a ani jim nechtějí půjčit provázky. Chvíli jsem s nimi spor řešila, že by bylo vhodné, aby se společně dohodli, co kdo bude dělat, ale oni stále fungovali jako dvě samostatné jednotky s přihlížející D9.

Zatím ve třetí skupině dospěli k měření. Sice ke stezce natáhli provázek, ale očividně nevěděli proč, co s ním dále, jelikož následně přeměřovali stezku pomocí pravítka. D4 měření organizovala a zároveň měřila, D5 prstem označovala místo na stezce, kam si odměřili 30 cm pravítka. Zbytek skupiny přihlížel.

Nejrychleji pracovala čtvrtá skupina (D3, D12, H1, H7), která stihla změřit délku všech stezek a vyřešit úlohy pod mapou s cyklostezkou.¹⁸

V první skupině se rozpory trochu zmírnily a žáci společně měřili pravítkem a již využívali celou jeho délku. Avšak chlapecká část skupiny se lehce nechala rozptýlit a většinu času si hrála s provázky.

Ne všechny skupiny stihly měření a pracovní listy dokončit, ale jejich činnost byla přerušena. Zbytek hodiny byl věnován reflexi.

¹⁸ Vyplněné pracovní listy k modelu viz příloha č. 11

První otázka byla směřována na práci ve skupině. „*Ted' by mě zajímalo, jak se vám pracovalo ve skupině. Někomu dobře, někomu špatně. Komu se pracovalo dobře, půjde k tabuli, komu špatně, půjde dozadu do třídy, kdo něco mezi, tak se může rozprostít po té třídě. ... Komu se ve skupině pracovalo dobře, bude u tabule, komu špatně, půjde dozadu. Jestli jste byli schopní se domluvit v té skupině, nebo ne, jestli jste se tam hádali...*“

V průběhu mého mluvení se žáci přemisťovali po třídě. Když jsem měla pocit, že je přemisťování u konce, vyzvala jsem žáky, aby se podívali na jejich rozmístění. Zaměřila jsem se hlavně na skupinu, která byla v zadní části třídy (D1, D2, D10, H4, H6), a zeptala jsem se, proč se jim pracovalo špatně. D2 odpověděla: „*Bylo to způsobeno H6. ... Pořád se hádal, nepouštěl měřit a měl pravítko.*“ H6 se hájil: „*Já jsem měřil, ale my jsme to tam měřili s H4.*“ D2 oponovala: „*Jo, ale nebylo to nikdy dobře.*“ H6 pokračoval: „*Bylo to dobře. Tam jsme to spočítali s H4 ty tři tři ty. Takže my jsme s H4 změřili tři kilometry.*“

Další dvě dívky byly z druhé skupiny, kde část žáků příliš nepracovala. D10 zdůvodňuje, proč se jí ve skupině nepracovalo dobře: „*Furt mě otravoval.*“ (ukazuje na H8) „*Bral mi tužky.*“ D1 také říkala, proč se jí nepracovalo dobře: „*Takže já jsem tam pracovala, a když jsem někoho poprosila, ať mi něco udělá, tak mi řekl, že ne.*“

Nakonec odůvodňoval svou nespokojenost H4, který byl v první skupině: „*Ééé že jsme měřili třeba ... no že když jsme měřili třeba s H6 to... (přemítá nad modelem) no tak třeba to B-D, tak ... tak jsme řekli, že to je tři metry, teda tři kilometry a vono to bylo správně i když to změřily holky a ...*“. Zeptala jsem se, zda tedy šlo o to, že si ve skupině nevěřili a H4 to odsouhlasil.

V prostřední skupině byly čtyři dívky D7, D9, D11, D12. D7 a D9 zmínily stejné důvody jako předtím v nespokojené skupině D2. Další dívky odmítly mluvit. Ostatní žáci byli ve skupině u tabule a byli toho názoru, že se jim pracovalo dobře.

Nakonec jsem se žáků zeptala na jejich vlastní práci: „*Ted'ko se zamyslete na tom ... nad tím, jak vy sami jste pracovali. Kdo si myslí, že pracoval dobře, že se snažil v té hodině, jde sem.*“ (ukazování k tabuli) „*Kdo si myslí, že se nesnažil, jde tam.*“ (opačná strana třídy). V zadní části třídy uznale zůstali H4 a H6.

Nakonec došlo ke shrnutí, že by pro příště bylo dobré se snažit pracovat lépe. Poté byly žákům rozdány medaile (obr. 3.8).



Obr. 3.8

Výsledky experimentu

Reflexe

Připravila jsem si více práce, než která byla v hodině opravdu stihnuta. Avšak myslím si, že žáci v hodině z většiny pracovali a náplň pro ně byla zajímavá.

Na začátku hodiny, kdy jsme si připomínali, co jsme dělali na předchozím kroužku, mě lehce mrzelo, že si minimum dětí pamatovalo pravidlo, o kterém jsme se bavili, avšak byla jsem ráda, že si žáci alespoň vzpomněli, jakému matematickému prostředí jsme se věnovali a co se v něm dělalo.

Se zaujetím žáci řešili úlohy na pracovním listě a velké množství z nich stihlo vyřešit všechny. Žákům, kteří na minulé hodině chyběli, ochotně pomohli jejich kamarádi. Myslím si, že pro H7 bylo obtížné, radit D12, ale zároveň si tím ozkoušel, jak se má vyjadřovat, aby mu jeho spolužáci rozuměli. H7 je sice nadaný žák, ale jeho spolužáci mu většinou nerozumí a často ho považují za jakéhosi mimozemšťana, kterého tolerují, ale nemusí se s ním bavit. Díky tomuto se dostal do role, kdy musel vyřešit sám v sobě problém, jak to podat, aby mu rozuměl někdo jiný a zároveň byl v tu chvíli pro někoho ze

skupiny důležitý a byl poslouchán. D1 si naopak svou pozici, kdy pomáhala D5, velmi užívala a projevovaly se přitom její vůdčí schopnosti.

Zajímavé bylo sledovat skupinovou práci žáků, jak byli či nebyli schopni se dohodnout a spolupracovat. Myslela jsem si, že žákům nebude dělat velký problém měření délek stezek, ale opak byl pravdou. Zaujalo mě, že většina žáků netušila, k čemu má použít provázek. Chyběla zde jejich předchozí zkušenost s měřením. Žáci byli většinou zvyklí dosud měřit jen pomocí pravítka, a to pouze vzdálenosti, které byly menší než rozsah pravítka. Jako první na využití provázku k měření přišel H7, který byl ve čtvrté skupině. Druhá skupina to od nich po nějaké době odkoukala. Třetí skupina měřila pouze pravítkem. A první skupina používala obě již zmíněné řešitelské strategie, avšak jim vážla komunikace. Skupiny měřily velmi nepřesně, často si ani nenapnuly měřenou stezku.

Ač samotné měření dělalo žákům problémy, musím konstatovat, že převody jednotek zvládali velmi dobře.

Myslím si, že práce ve skupině o žácích mnoho vypověděla. Ukázala kdo je schopný se domluvit, schopný kompromisu. Také ukázala kdo je vůdčí typ a nemíní se podřídit, a kdo je naopak submisivní. Zároveň skupinová práce odhalila, že žáci nejsou příliš zvyklí na tuto výukovou metodu. Je potřeba ji do výuky zařazovat častěji, aby si na ni navykli a naučili se při ní vzájemně respektovat a pracovat v ní.

Hodně času jsem věnovala závěrečné reflexi. Přišlo mi v tu chvíli mnohem důležitější se s žáky pobavit o tom, zda se jim dařilo, či ne a proč tomu tak bylo, než se pouštět do řešení gradovaných úloh. Doufám, že si žáci ze závěrečné reflexe odnesli alespoň něco do dalších hodin.

Reflexe experimentátora

Oproti předchozímu experimentu jsem se zde vyvarovala parazitickému slovu „tak“ a také posazení hlasu bylo přirozenější. Celkově byl průběh hodiny z mé strany klidnější a uspořádanější. Pokyny jsem zadávala pomalu a zřetelně. Pozornost jsem si zajišťovala pomocí zvonečku a snažila jsem se žáky nepřekřikovat.

Metodická doporučení potvrzená experimentem

V experimentu se ukázalo, že skupinová práce vyžaduje mnoho předchozího cviku, aby probíhala bez problému.

Doporučení pro příští experiment

Modely cyklostezek, kde jsou stezky vyrobeny z krepového papíru, jsou poněkud nešťastné, jelikož se dá krepový papír natahovat a tím se mění jeho délka. Příště by bylo vhodné stezky vyrobit z barevných provázků, aby se jejich délka neměnila natahováním.

U modelů cyklostezek je také poněkud složitější a hlavně dlouhá příprava, bylo by tedy výhodné využít outdoorového prostředí, kde by byly trasy značeny fáborky v pravidelných rozestupech, kdy vzdálenost od jednoho fáborku k druhému by značila délku jednoho kilometru.

Jelikož Žákům dělalo velké problémy měření, chyběla jim předchozí zkušenost, bylo by vhodné, ještě než přistoupíme k této aktivitě, zařazovat do výuky činnosti, kdy žáci budou bez použití měřidla nejdříve poměřovat věci, se kterými je možné manipulovat, poté věci, se kterými není možné manipulovat. Následně by bylo vhodné přistoupit k samotnému měření věcí. Je dobré také využít k měření věci, které není možné měřit pomocí pravítka, jako je obvod pokliček, hrnků, květináčů, CD, atd.

3.3.3 Experiment Cyklostezky v outdooru (C3)

Tento experiment se od dvou předchozích liší nejen tím, že se odehrával v exteriéru, ale také svou velikostí a dobou přípravy. Avšak považuji ho za klíčový, jelikož si myslím, že touto cestou dojde k nejlepšímu uchopení prostředí Cyklostezek.

Charakteristika skupiny

Charakterizovat tuto skupinu je poněkud obtížné. Děti jsem předem neznala a za tři hodiny, které jsme společně strávili, to nebylo možné.

Skupinu tvořilo 21 dětí z Prahy a ze Středočeského kraje ve věku od pěti do jedenácti let. Některé děti byly místní a měly tak výhodu, že okolí dobře znaly, jiné zde byly poprvé.

Tři děti byly předškolního věku, a tedy neuměly ještě číst, s čímž bylo potřeba jim pomoci. Jeden chlapec byl pětiletý a cyklostezku procházel pěšky za doprovodu maminky, avšak úlohy řešil sám, maminka mu v případě potřeby jen pokládala pomocné otázky.

Většina dětí byla vybavena koly, jedna předškolní dívka měla terénní koloběžku a jeden chlapec, ač devítiletý, na kole neuměl, a tak se rozhodl pro běh.

Úvaha o aplikaci

Když mi od doktorky Slezákové přišla nabídka na zorganizování matematického odpoledne s cyklostezkami v outdooru, okamžitě jsem byla rozhodnutá, že do toho půjdu. Bylo to přesně to, jak jsem si výuku prostředí Cyklostezek představovala. Modely jsou sice dobrá pomůcka pro uchopení tohoto prostředí, ale s reálnou situací si nezdají.

Příprava tohoto experimentu vyžadovala nejdříve seznámení s prostředím v okolí hájovny a získání přibližné mapy lesních cest od místních obyvatel. Poté začaly úvahy nad tím, jak samotný experiment zrealizovat.

V tu chvíli mi hlavou běžely myšlenky jako: Nebude to příliš dlouhé? Ale aby to zase nebylo moc krátké a my pak neměli co dělat. Zvládnou to ty děti? Jak moc špatně vypadá ta cesta, kterou mi místní označili jako hůře sjíždnou? Budou mít všechny děti kola vhodná do terénu? Umí vůbec ty menší již jezdit na kole?

Poté jsem začala uvažovat nad vybráním vhodných cest, po kterých by mohly vést stezky a s tím souviselo vytvoření mapy s již označenými stanovišti a stezkami.

Úlohy k mapě se tvořily celkem dobře, ale co samotná realizace? Cyklostezka měla mnoho stanovišť, byla opravdu rozsáhlá. Napadlo mě, že pro děti by mohla být složitá orientace v ní. Proto jsem se rozhodla, že pro seznámení se s cyklostezkou nestačí mapa. V mapě jsem u některých stezek vynechala barvu a u některých stanovišť jejich název, aby děti byly nuceny cyklostezku projet a doplnit barvy do mapy, a tak se s ní blíže seznámit pomocí vlastního zážitku.

Dále jsem uvažovala, že k mapě připravím úlohy, kde se doplňují názvy stanovišť. Děti by vlastně nemusely ani ve fázi řešení úloh nikam vyjet a mohly by celou dobu řešit

jen v zázemí hájovny. To však není žádoucí, a tak jsem se rozhodla pro zavedení kontrol na stanovištích, aby děti byly nuceny opět vyjet do terénu a úlohy řešit tam. Na stanoviště se dají razítka s písmeny jednotlivých stanovišť. V pracovních listech na tato razítka budou kolonky.

Bylo mi ale také jasné, že malé děti se rychle unaví a tak bude potřeba zařadit i klidnější aktivitu, kdy se vydýchají a načerpají opět síly. Zařadila jsem úlohy, které by děti mohly dělat v klidu v zázemí hájovny, a které by přispěly k lepší orientaci v cyklostezce. Vytvořila jsem úlohy s doplňováním barev stezek.

Další otázka vyvstala s označováním stezek. Nejschůdnější cestou byly fáborky z krepového papíru. Avšak obávala jsem se případného deště, který by všechny fáborky změnil v bílé. Předpokládala jsem však, že kdyby pršelo tolik, že by fáborky přišly o svou barvu, akce by se nekonala, a tak jsem nakonec zůstala u fáborků z krepového papíru.

Také jsem si řekla, že když děti budou jezdit na kole, bylo by vhodné si s nimi popovídat o dopravní výchově a seznámit je s různými druhy map, a to nejlépe pomocí takových, které by vyobrazovaly místo a okolí, kde se nacházíme.

Příprava

Experiment započne zahájením akce, tedy přivítáním dětí a rodičů.

Dále bych se s dětmi chtěla věnovat dopravní výchově:

Všichni jste si dnes měli přivést kola, tak určitě víte, co všechno potřebujete, abyste mohli na kole vyjet ven. Co to tedy je? (Helma, správné obutí a oblečení, pumpička, náhradní duše, odrazky, světla, náradí, zvonek.)

Poté bych se zaměřila na různé druhy map, a to následovně:

Už víme, co potřebujeme s sebou na kolo. Teď ještě musíme vymyslet, kam se na tom kole vydáme. Už jste někdo jel nebo šel někam podle mapy?

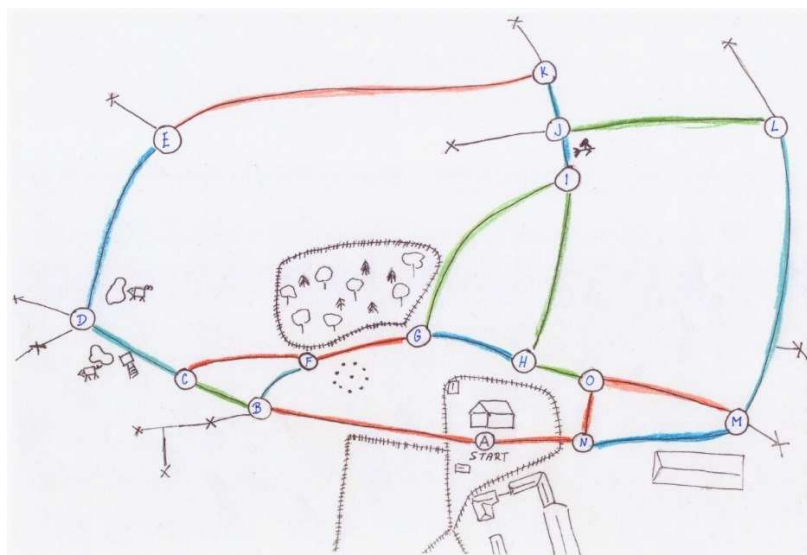
Já tady mám tři různé mapy a každá je v něčem trochu jiná (turistický mapa, cykloturistická mapa, panoramatická mapa). Děti si mapy prohlédnou, zjistí, v čem se liší a co na nich mohou najít.

Víte, kde teď jsme? Když si plánujeme trasu výletu, tak by asi bylo dobré vědět, odkud vyjíždíme. Prozradím vám, že se nacházíme poblíž Berouna a jmenuje se to tady XY. Zkuste toto místo najít i na mapě (k dispozici budou dvě panoramatické mapy regionu Dolní Berounka, dvě cykloturistické mapy, jedna turistická mapa a jedna mapa jak turistická, tak cykloturistická).

Když se podíváte na mapu, najdete tam někde blízko i nějakou cyklostezku? Jak je v mapě značená? (Děti budou hledat v panoramatické mapě.)

Bude následovat úvod do prostředí Cyklostezek:

Ted' už víme, kde jsme a že se v blízkosti nachází i značená stezka pro cyklistiku. Vy se teď taky vydáte po cyklostezkách, ale budete k tomu potřebovat naši speciální mapu (obr. 3.9). Jen máme takový malý problém, se kterým si vy určitě poradíte. Nějaký šotek vymazal barvy stezek a zůstaly tam jen některé stezky, které jsou vybarvené a některé, které jsou pouze označené černou čarou. Také některá stanoviště přišla o svá označení.¹⁹



Obr. 3.9

¹⁹ viz příloha č. 12

Na vás teď bude, abyste do mapy dokreslili barvy stezek, které jsou v mapě černé a doplnili chybějící písmena stanovišť.

Nepojedete ale sami, je potřeba, abyste vytvořili dvojice (trojice – záleží na počtu dětí), kde vždy bude jeden starší a jeden mladší.

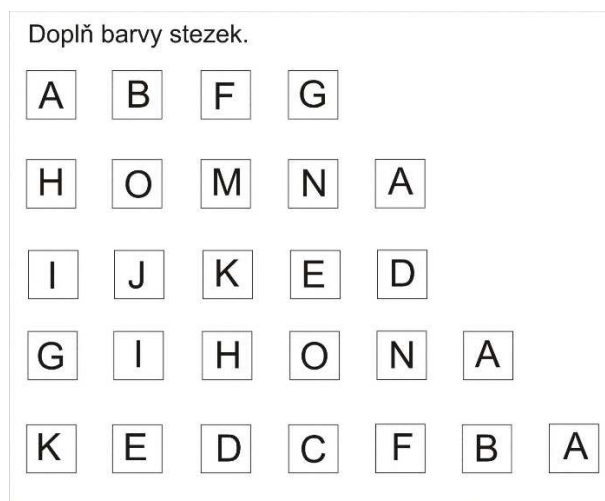
Děti budou mít prostor na dotazy, bude jim zdůrazněna bezpečnost a potom vyrazí do lesa. Po splnění úlohy v lese se vrátí zpět k hájovně, kde jim bude zadán další úkol.

Děti budou vypuštěny na cyklostezku po časovém intervalu, aby při odjezdu všech dětí najednou nenastal nějaký problém.

Poté, co se děti vrátí s dokončenou mapou, překontroluji ji a případně děti vyšlu, aby si ještě znovu zkontrolovali správnost jejich řešení.

Pokud bude mapa vyplněna správně, zadám dětem nové úlohy, přičemž nebudu čekat na všechny skupiny, ale budu zadávat každé skupině zvlášť, tak jak dojde:

Úlohy, do kterých děti budou doplňovat barvy stezek mezi stanovišti, která jsou daná (obr. 3.10). Správné vyplnění závisí na tom, jak pečlivě si během jízdy lesem vybarvily mapu. (Děti mají čas na vydýchání, než opět vyjedou do lesa.)



Obr. 3.10

Po dokončení úlohy s doplňováním barvy stezek, dostanou děti první pracovní list s úlohami, kde jsou vyplněné barvy stezek a chybí názvy stanovišť. Úlohy jsou gradované

tak, že je nejdříve vyplněno počáteční stanoviště, poté je vyplněno koncové stanoviště, následně stanoviště v průběhu a nakonec není vyplněno žádné stanoviště.²⁰ Zadání zní:

Doplňte názvy stanovišť a ověřte správnost doplnění tak, že trasu projedete a na každém projetém stanovišti dejte do zadání úlohy razítko daného stanoviště.

Najděte, ze kterého stanoviště trasa vyjíždí, přes která stanoviště dále vede a opět správnost ověřte projetím a sesbíráním razítek.

Pro rychlé skupiny bude následující zadání:

Ověřte projetím a sesbíráním razítek i trasy, kde jste doplňovali názvy stezek.

Na závěr proběhne vyhlášení, při kterém děti dostanou diplomy a medaile.

Realizace experimentu

Tabulka 6: realizace C3

datum a čas	14. 6. 2015, 14,00 – 17,00
počet účastníků	19 (7 dívek, 12 hochů) + 1 (hoch doprovázený matkou)
místo	hájovna a okolí na Berounsku
pomůcky	mapy s některými vybarvenými stezkami, pastelky (fixy), razítka a razítkovací podušky, krabice, sáček, ve kterém by bylo razítko umístěno na stanovišti, označení stanovišť, barevný krepový papír na označení cyklostezek, pracovní listy se zadáním úloh k řešení na cyklostezkách, panoramatická mapa Dolní Berounka, cykloturistická mapa, turistická mapa, medaile, diplomy děti – kolo a vybavení na kolo (helma), vhodné oblečení a obutí dětí, batoh, nebo ledvinku, či brašnu na kolo, kde by děti mohly mít pastelky a mapu

²⁰ viz příloha č. 13

Průběh experimentu

Před zahájením akce bylo potřeba upravit lesní cesty, aby byly lépe sjízdné, čehož se ujal majitel hájovny. Poté bylo zapotřebí označit stanoviště a stezky a také cesty, po kterých se nemají děti vydat, s čímž mi pomáhala kolegyně Lada Mladá. Toto označování trvalo více než 3 hodiny.

Lada Mladá také v průběhu experimentu fungovala jako kameraman a v závěru předávala dětem diplomy a medaile.

Bylo těžké sledovat průběh experimentu, jelikož probíhal na velké ploše a já neměla většinu času možnost se pohybovat po prostoru, jelikož jsem byla v roli zadavatele a kontrolora a tudíž jsem musela být stále přítomna u hájovny, odkud bylo vše řízeno.

Až ke konci jsem se dostala mimo areál hájovny, avšak kvůli velkému prostoru, na kterém se experiment odehrával, bylo těžké se setkat se skupinami dětí řešící úlohy.

Akce byla zahájena povídáním o dopravní výchově, konkrétně o cyklistice. Poté jsem děti seznámila s mapami jak cykloturistickými, tak turistickými a panoramatickými, o kterých jsme si povídali a děti na nich hledaly místo, kde jsme a neblíží cyklostezku.

Následovalo rozdělení dětí do čtyř skupin po třech dětech a dvou po čtyřech, přičemž kapitány družstev byly zvoleny nejstarší děti, které si následně vybíraly zbytek svého družstva.

Poté děti dostaly mapu cyklostezky a měly zjistit, jak je situována a kde se na ní právě nacházíme. Některé s tím měly problém. Proto jsem se rozhodla všechny děti postavit čelem k hájovně, správně si nastavit mapu a pak jsem jim pokládala dotazy, kam dojedeme, když pojedeme doleva, či doprava.

Když se všechny děti zorientovaly v mapě, pokládala jsem jim další dotazy, které měly zlepšit jejich orientaci v mapě, aby se jim lépe plnil první úkol. Měly vyrazit do terénu a doplnit do mapy chybějící údaje, a to barvy stezek a názvy stanovišť.

Následovalo ještě poučení o bezpečnosti a poté byly skupiny postupně vypouštěny. Kterým směrem skupiny vyjedou a jak budou dále pokračovat, bylo zcela na nich. Brzy

zjistily, že se vyplatí plánovat a tím si ušetřit čas i cestu. S tím, jak poznávaly prostor, kde byla cyklostezka vyznačena, začaly děti plánovat trasu i podle terénu.

Ukázalo se zde, že rychlost není vše, jelikož první skupina, která se vrátila k hájovně, kupodivu ta, ve které byl běžec, byla vyslána zpět. Jednu stezku zapomněla a jednu měla označenu špatnou barvou. Tato skupina se poté rozhodla zanechat kola u hájovny a vydat se na cyklostezku pěšky.

Ty skupiny, které se vrátily se správně vyplněnou mapou, dostaly další úkol. Pracovní list, kde byly trasy se zadanými stanovišti a kam děti měly doplnit barvy stezek (obr. 3.10). Tento pracovní list byl řešen v areálu hájovny. Při řešení se vyskytl problém, že děti považovaly celý pracovní list za jednu trasu a propojovaly stanoviště nejen v řádcích, ale spojovaly i stanoviště, která byla každé v jiném řádku.²¹ Reagovala jsem na to tak, že jsem dětem řekla, že první řádek je trasa, kterou jede cyklista Pepa, druhou Toník, třetí Emilka. Po tomto vysvětlení již děti postupovaly správně a řešení jim nedělalo problémy.

Skupinám, které byly hotové, jsem zadala další úlohu. Tentokrát na pracovním listě byly zadány barvy stezek, ale chyběly názvy stanovišť, které měly děti doplnit, ověřit v terénu a přitom nasbírat do pracovního listu kontrolní razítka, která byla na stanovištích. Všechny skupiny se rozhodly nejprve vyřešit na místě u hájovny celý pracovní list. Teprve poté vyjely do terénu pro razítka. Zde se objevily dvě strategie řešení. Většina skupin si předem rozvrhla, kudy pojedou a na stanovišti si vždy natiskla razítko daného stanoviště do všech tras, ve kterých se vyskytovalo. Jedna skupina se rozhodla pro ověření správnosti řešení a razítka sbírala tím způsobem, že postupně objížděla jednotlivé trasy z pracovního listu. Ke konci svou strategii změnila a začala sbírat razítka stejným způsobem jako ostatní skupiny. Tato skupina také bohužel porušovala pravidlo, které bylo dané na začátku a to, že se nesmí rozdělit. Chlapec, který byl místní se rozhodl, že je na kole rychlejší než zbývajících dva hoši z jeho skupiny, vzal si jejich mapy a sbíral razítka sám, přičemž byli domluveni, kde se opět sejdou.

²¹ viz DVD

Některé skupiny se na tuto fázi experimentu rozhodly vydat bez kol, jelikož pro děti bylo obtížné na stanovišti slézt z kola, sundat batoh, vyndat mapu, zapsat do ní údaje, mapu opět uklidit a sednout zpět na kolo.

Všechny skupiny úlohy úspěšně splnily. Dokonce i pětiletý chlapec, jenž chodil pěšky, a doprovázela ho maminka, která mu ovšem neradila, rozhodnutí nechávala plně na něm, jen ho občas směřovala vhodnými dotazy jako: „*A ještě něco dalšího můžeš zjistit, tady na tom místě, co by si si moh poznamenat? Co tady všechno z toho místa vidíš?*“

Experiment byl ukončen vyhlášením, při kterém dětem byly rozdány diplomy a čokoládové medaile. Toto vyhlášení bylo v režii mé kolegyně Lady Mladé.

Po skončení experimentu bylo zapotřebí odstranit všechno značení cyklostezky.

Výsledky experimentu

Reflexe

Experiment byl velmi náročný na přípravu, ale myslím si, že to byl zajímavý zážitek jak pro děti, tak i pro mě. Jak jsem mohla pozorovat, děti činnost bavila, avšak mnoho z nich v ní nespatořovalo matematiku, jak jsem se dozvěděla po akci.

Celou dobu byly děti zaměstnány, jelikož úlohy byly skupinám zadávány individuálně, podle toho, jak dokončily předchozí činnost. Nečekalo se se zadáním na všechny skupiny.

Uvědomuji si, že akce byla pro děti velmi náročná po fyzické stránce. Jak již bylo zmíněno v průběhu experimentu, děti dosti vyčerpávalo slézání z kol a vybalování mapy a ani velmi teplé počasí jim situaci zrovna neulehčovalo. Kvůli tomu a také z časových důvodů jsem dětem zadala pouze první stranu z pracovních listů, kde měly doplňovat názvy stanovišť.

Co se týká uchopení matematického prostředí Cyklostezky, domnívám se, že právě díky způsobu realizace a zvoleným metodám, s ním děti neměly žádný problém. Ač se jednalo o poměrně složitou cyklostezku s patnácti stanovišti a matematické prostředí, se

kterým děti neměly předchozí zkušenost, všechny si s úlohami poradily velmi dobře a řešily je bez chyb a rychle. Toto přisuzuji právě skutečnosti, že děti byly těmi cyklisty, kteří projíždí trasami a měly možnost si to zažít. Díky zážitku se velmi rychle a velmi dobře zorientovaly v cyklostezce, což jim potom značně pomohlo při řešení úloh.

V průběhu řešení úloh s doplňováním barev stezek se vyskytl již zmíněný problém, kdy děti nepochopily, že jeden řádek je jedna trasa, avšak byl brzy vyřešen vysvětlením. Přesto se touto skutečností budu zabývat v doporučení pro příští experiment.

U pracovního listu, kde se doplňovaly názvy stanovišť a sbíraly razítka, jsem schválně nedala zadání toho, jak sbírat razítka, či kdy vyplnit názvy stanovišť, jelikož jsem chtěla sledovat řešitelské strategie. Všechny skupiny názvy stanovišť vyplnily před tím, než se vydaly sbírat razítka. Žádná skupina se nevydala do terénu s nevyplněnými stanovišti, či jen s jednou vyplněnou úlohou, aby další vyřešila po nasbírání razítek k první úloze. Ve sbírání razítek se objevily dvě řešitelské strategie, avšak nakonec všichni dospěli k té jedné nejrychlejší a nejsnazší (řešitelské strategie byly popsány v průběhu experimentu). Uvědomuji si, že tento způsob sbírání kontrolních razítek nesplnil funkci kontroly správnosti řešení, avšak nebylo to tak zadáno. Tudíž jsem ráda, že děti nad sběrem razítek přemýšlely a zvolily rychlejší a snazší cestu. Avšak i zde musely hodně promýšlet, kudy pojedou, aby nenajely více, než je nezbytné. Skupiny, které při první jízdě musely zdolávat kopec, volily cestu, při které se tomuto kopci vyhnuly, či ho jely opačným směrem.

Bohužel nemohu přiložit vyplněné mapy ani pracovní listy, jelikož si je děti chtěly ponechat.

Reflexe experimentátora

Musím přiznat, že jsme měla z experimentu trochu obavy. Velká akce na velkém prostoru, děti se mohly kdekoli zranit a pomoc nemusela být hned na místě. Také příprava byla velmi složitá. Uvědomuji si, že bez realizačního týmu, by tento experiment nebylo možné uskutečnit. Jsem velmi ráda, že jsem byla součástí tohoto experimentu, mohla jsem si vyzkoušet přípravu takovéto akce a zrealizovat ji.

Zpětně vidím, že by úvod experimentu mohl vypadat lépe, ale musím přiznat, že jsem byla dosti nervózní.

Chtěla jsem, aby děti byly stále v akci, a tak jsem nezařadila úlohy hromadně, ale individuálně a tudíž jsem byla pořád zaměstnaná a musím přiznat, že to bylo náročné.

Myslím si však, že jsem průběh zvládla celkem dobře, o čemž svědčí spokojenost dětí.

Metodická doporučení potvrzená experimentem

Experiment ukázal, že děti prostředí Cyklostezky dokáží velmi dobře uchopit pomocí vlastního zážitku, kdy se samy stanou cyklisty a zažívají proces jízdy po trasách a poté mnohem snáze pracují s konceptem, tedy s mapou či schématem. Díky tomu jsou schopné řešit bez problému úlohy, které se vztahují k cyklostezce o mnoha stanovištích.

Také se zde ukázalo, že rozhodujícím není věk řešitele, ale to jakým způsobem, metodou, je mu úloha podána.

Doporučení pro příští experiment

Pro děti byl experiment fyzicky náročný. Možná by tedy měl podobný efekt, avšak s nižší fyzickou náročností, experiment, který by byl na menší ploše, např. na louce, a tam by byly vytyčeny stezky. Avšak mohlo by dojít k tomu, že by děti cyklostezku neprojížděly, jelikož by bylo na všechny barvy stezek vidět, a tudíž by to nesplnilo svůj účel. Je tedy potřeba tuto variantu zvážit.

Velkým problémem bylo pro děti vyndávání a zandávání map z batohů, a s tím spojené slézání z kola. Tento problém by mohly vyřešit mapníky přidělané na řídítkách kol.

Další, již dříve zmiňovaný problém u úloh s doplňováním barev stezek by se dal vyřešit očíslováním jednotlivých tras.

Také jsem se setkávala s tím, že v pracovním listě, kde se doplňovaly názvy stanovišť, občas děti natiskly kontrolní razítko do špatné kolonky, což bylo způsobeno tím, že okénka s názvy stanovišť byla menší než okénka na razítko. Docházelo k tomu, že pod

třetím okénkem názvu stanoviště, bylo teprve druhé okénko na razítko a děti do něj natiskly razítko třetího stanoviště. To by se dalo vyřešit sjednocením velikostí okének.

3.3.4 Experiment Bludiště v outdooru (B1)

Experiment probíhal v rámci tří denního příměstského matematického tábora v hájence na Berounsku, stejně jako experiment C3. Celý tábor byl zastřešen tématem „Mimoni“ a jednotlivé lekce, ať už matematické, pohybové, výtvarné či hudební spojovalo získávání a luštění šifer, pomocí kterých se děti na konci tábora dostaly k pokladu velkého padoucha a staly se tak jeho nohsledy.

Experiment proběhl dopoledne druhého dne tábora.

Charakteristika skupiny

Matematického tábora se zúčastnilo 13 dětí z Prahy a Středočeského kraje ve věku 5 – 11 let.

Skupina spolu vycházela dobře, nedocházelo k žádným sporům a rozbrojům, avšak bylo podle chování dětí poznat, které z nich mají poblíž přítomné rodiče a které ne, nebo které děti jsou místní (bydlí na hájovně) a které naopak.

V den, kdy se experiment odehrál, byla přítomna dívka, která se první i třetí den tábora neúčastnila, avšak s některými dětmi se znala, a tak nebyl problém s jejím začleněním.

Úvaha o aplikaci

K bludišti s barevnými mosty mě zavedla úloha v učebnici matematiky Hejného metody. (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007c, s. 5), kde se nachází bludiště s ledovými krami, jež jsou propojeny barevnými mosty, přes které se máme podle barevného klíče dostat ze břehu na kru, kde je medvědice s medvídětem. Tato úloha mi přišla v mnoha směrech podobná s prostředím Cyklostezek, že jsem se rozhodla věnovat se právě tomuto typu bludišť.

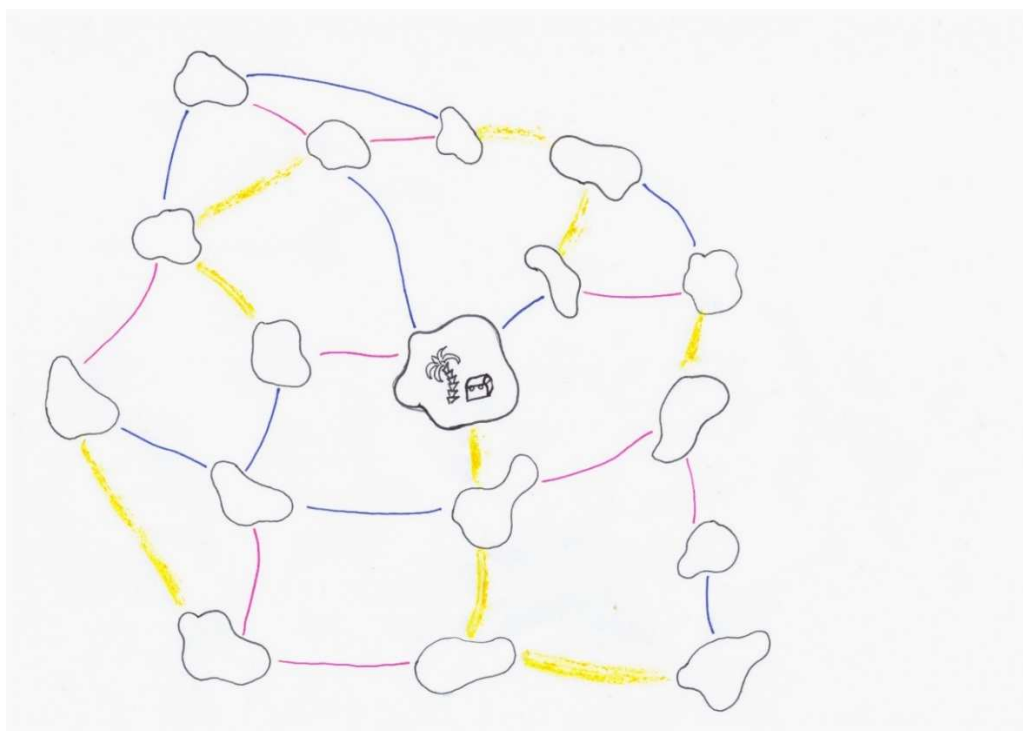
Jelikož jsem měla připravit bludiště do outdoorového prostředí, přemýšlela jsem, z čeho vyrobit ostrovy. Ideální by byly kameny, ale to bylo v podmínkách daného místa neproveditelné. Také mě napadla kolečka dřeva. Byl zde opět problém, kde je sehnat. Nakonec jsem se tedy uchýlila ke kartonům jako ostrovům a ke krepovému papíru na mosty.

Bylo mi v tu chvíli jasné, že řešení úloh k tomuto bludišti nezabere hodinu a půl, která mi byla přidělena pro lekci s bludišti a proto jsem přemýšlela, jakou aktivitu ještě zařadit, na jejímž konci by však bylo nalezení šifry od padoucha, do táborové hry. Napadlo mě bludiště z barevných provázků, v němž jen jeden vede k šifře. Tedy obdoba kreslených bludišť, kde myška hledá cestu k sýru.

Příprava

Tato aktivita je založena na pohybu dětí po modelu bludiště.

Děti se rozdělí do tří skupin. Všechny skupiny dostanou svou barvu (červená, oranžová, zelená) a jsou jim přiděleny domovské ostrovy. Každé dítě také dostane mapu bludiště (obr. 3.11) a do skupiny list se zadáním úloh (obr. 3.12).



Obr. 3.11

Velký padouch uschoval na jednom z ostrovů 5 obálek. Pro každé družstvo je jedna obálka v jeho barvě. Obálky mají na sobě několik zámků. Úkolem skupiny je otevřít obálku jejich barvy, a to tak, že za každou splněnou úlohu se odemkne jeden zámek.

Pravidla:

Nikdy nemůžete jít během jedné cesty dvakrát po stejném mostě.

Počáteční ostrov je vždy jeden z ostrovů krajních (ostrovy po obvodu skupiny ostrovů).

Skupina se pohybuje tak, že se vždy celá posune o jeden ostrov. Skupina nemůže v jeden okamžik zabírat např. 3 ostrovy.

Pokud na ostrově již skupina stojí, nemůže na ten stejný ostrov jít skupina jiná. Skupiny se mezi sebou musí dohodnout.

Skupina se z ostrova s obálkami musí vrátit po stejné trase, po které tam přišla.

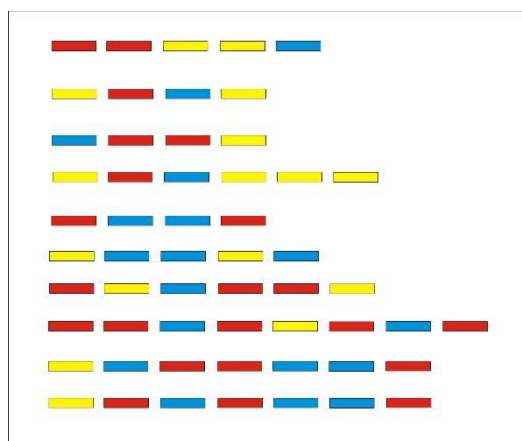
Úlohy:

Každé družstvo začíná z jiného místa – najděte cestu na ostrov s pokladem. Trasu zapište.

Najděte nejkratší cestu na ostrov s pokladem.

Můžete jít jen po růžových a žlutých mostech. Jak se na ostrov s pokladem dostanete? Svou trasu zapište (družstva vycházejí ze svého domovského ostrova). Nalezněte 2 trasy, které se skládají alespoň ze 4 mostů.

Najděte cestu na ostrov s pokladem, přičemž máte zadané barvy mostů, přes které musíte projít (Skupiny budou mít úlohy různě proházené, první úlohu budou začínat ze svého domovského ostrova, u ostatních budou muset řešit, z jakého ostrova mají vyjít.), (obr. 3.12).



Obr. 3.12

V obálce má každá skupina část textu se zvýrazněnými písmeny, přičemž každá má jiný text a všechny texty dávají dohromady jeden souvislý. Děti musí přijít na to, jak jdou texty za sebou. Ze zvýrazněných písmen vyjde místo, kde začíná bludiště z provázků (menhir).

Text v truhle, který budou mít všechny skupiny stejný:

Blahopřeji!

Vyřešili jste další úkol a tak jste zase o krok blíž stát se mými nohsledy. Teď musíte spolu s ostatními družstvy přijít na to, jak se dostanete k šifře. Spojte texty dohromady tak, jak jdou za sebou, a přečtěte zvýrazněná písmena. To vás dovede trochu blíž k další nápovědě.

Pokud děti správně vyluští šifru z obálek, dostanou se na místo, kde začíná bludiště z provázků, které se skládá z provázkových stezek tří barev. Jen jedna stezka vede k šifře od velkého padoucha. Každý si může vybrat, po které stezce půjde. Kdo dojde na konec stezky, kde bude obrázek mimoně, počká v tichosti na ostatní.

Mimoň má u sebe nápovědu, kde hledat šifru od padoucha. Nikdo se však nesmí podívat na mimoňovu nápovědu dřív, než tam budou všichni. Pokud to někdo poruší a na nápovědu se podívá, ztrácí tak pro všechny šifru od velkého padoucha (šifra bude schována v krmelci).

Realizace experimentu

Tabulka 7: realizace B1

datum a čas	28. 7. 2015, dopoledne
počet účastníků	13 (8 dívek, 5 hochů)
Místo	okolí hájovny na Berounsku
pomůcky	model bludiště, mapy bludiště, pracovní listy, obálky s texty, provázky, šifra, obrázky mimoňů

Průběh experimentu

Před samotným experimentem s dětmi, bylo třeba připravit bludiště. Tuto přípravu však stěžoval silný vítr, který odfoukával nejen stezky, ale i kartonové ostrovy a tak mi příprava trvala mnohem déle, než jsem předpokládala. Již jsem měla jen velmi málo času do začátku lekce, ale ještě nebylo připraveno provázkové bludiště v lese. Jeho příprava byla velmi rychlá, ale i přes to jsem se snažila konce provázků umístit tak, aby na ně nebylo z výchozího bodu bludiště vidět.

Na začátku bylo dětem vysvětleno, že model, který je rozložen na zahradě, je bludiště a jejich úkolem bude dostat se na ostrov s obálkami, ale pouze po takových barevných mostech, které jim budou zadány.

Poté se děti rozdělily do tří skupin (4, 4, 5), přičemž byli zvoleni kapitáni, kteří si vybírali zbytek týmu. Každé skupině byl přidělen domovský ostrov.

Děti byly vyzvány, aby se zkusily zorientovat v mapě a ukázaly mi v ní, na kterém ostrově právě stojí. Tento úkol zvládly relativně dobře, případně si vzájemně pomohly.

Následně jsem vybrala jednu skupinu, která prošla dle mých instrukcí ukázkovou trasu.

Poté byly dětem zadány instrukce, jak mají postupovat při řešení úloh a jakým způsobem se mohou pohybovat po modelu.

Z časových důvodů jsem vynechala úvodní úlohy a děti rovnou začaly řešit ty z pracovního listu.

Skupiny začaly řešit úlohy. První měli všichni vyřešenu rychle, ale vyskytl se problém s přemísťováním po ostrovech, který se v průběhu opakoval ještě několikrát. Jedna skupina blokovala druhou a musely se tedy dohodnout, jak pokračovat. Po počáteční slovní potyčce se dohodly, že jedna skupina musí z ostrova, na kterém stojí o jeden couvnout, aby se skupina jdoucí z ostrova s obálkami mohla dostat zpět po stejné trase, po které přišla.

Některým dětem dělalo problém převést proces, tedy pohyb, který vykonaly po modelu bludiště, do konceptu, ukázání na mapě. To bylo důležité při kontrole správného řešení, jež jsem prováděla na středovém ostrově. Po dětech jsem žádala ukázání jejich cesty v mapě, než si mohly z obálky vzít zámek na lepícím štítku a nalepit si ho na pracovní list.

Velmi rychle přišel jeden z chlapců na řešení bludiště od konce: „Víte, že to jde udělat obráceně, když je jasný, že musíme vždycky skončit na támhlectom ostrově, že můžeme udělat pozpátku.“

Složitě pro děti bylo, když našly řešení v mapě, najít i ostrov, ze kterého se začíná v modelu.

V jedné skupině se vyskytla situace, kdy jeden z menších chlapců již dávno věděl řešení, ale nejstarší dívka ze skupiny ho neustále okřikovala, že se nemůže soustředit a odmítala přijmout jeho řešení.

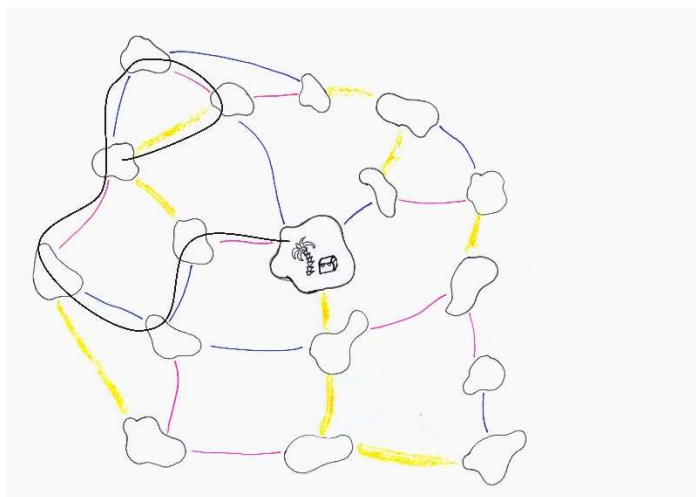
Dvě skupiny dořešily úlohy chvilku po sobě.²² Třetí skupina byla pomalejší a u poslední úlohy se vyskytl problém, kdy děti nemohly přijít na její řešení (obr. 3.13). Jedna dívka nakonec přišla na řešení od konce, ale ač hledala trasu od ostrova s obálkami, zapomněla, že i v barevném zadání se musí jít od konce. Na toto pochybení děti brzy přišly, ale i tak nebyly schopné přijít na řešení. Kolegyně Jana Loulová mi řekla, že si myslí, že úloha nemá řešení. Já jsem jí uvěřila a děti poslala pro poslední zámek i bez

²² Pracovní listy s již získanými zámky viz příloha č. 14

vyřešení, avšak vzápětí jsem kolegyni ukázala, že úlohu je možné vyřešit a toto řešení jsem ukázala i dětem (obr. 3.14).



Obr. 3.13



Obr. 3.14

Po otevření obálek a přečtení instrukcí, dvě rychlejší skupiny brzy zjistily místo, kam se mají vydat, i přesto, že jim chyběl text poslední skupiny. Avšak musely na ni počkat.

Děti se přemístily tam, kam je posílal dopis z obálky (menhir). U menhiru jsem jim předala vzkaz od padoucha, jak se dostat k šifře – po jednom ze tří barevných provázků. Dále jsem dětem řekla pravidla chůze po provázku, a jak se mají chovat, pokud dojdou na správné místo.

Děti, které vyrazily nejprve po nesprávném provázku, uvažovaly po návratu na start, po kterém se vydat. Zvažovaly to podle toho, odkud se nikdo nevracel.

Všechny děti se nakonec dostaly na správné místo. Avšak došlo zde k porušení stanovených pravidel, jelikož děti začaly hledat šifru dříve, než byli na místě všichni. Z videa jsem zjistila, že porušení nebylo z hlavy dětí, ale vyzvala je k hledání kolegyně Jana. Dosti nešikovně je vyslala do prostoru, který jsem ohraničila, aby tam děti nechodily, jelikož byl plný střeptů. Nikomu se naštěstí nic nestalo. Děti šifru našly a vyřešily.

Výsledky experimentu

Reflexe

Myslím si, že děti bludiště bavila a řešily je se záplem.²³ Bohužel je však v dětech velmi zakotvena soutěživost a tak se hodně pobízely k tomu, aby řešily rychle, jelikož jiná skupina již získala více zámků než ta jejich a mohla by být první. Ani můj apel na to, že nejde o rychlost, ale o správnost, nezabíral.

Na některých dětech bylo znát, že ještě nejsou připraveny na přechod od procesu ke konceptu a tedy měly problém ukázat svou trasu v mapě.

Zajímalo mě, jakým způsobem se děti vypořádají s pravidlem, že na jednom ostrově může být vždy jen jedna skupina a že z ostrova s obálkami se musí vrátit po stejné trase, po které přišly. Někdy na sebe děti mluvily dost nevybíravě, ale vždy zjistily, že jinak, než že se společně domluví, to vyřešit nepůjde.

Jsem ráda, že dvě skupiny ze tří přišly na řešení od konce. Myslím si, že ve třetí skupině by k tomuto řešení mohly děti dospět, kdyby se více poslouchaly mezi sebou, avšak měla tam hlavní slovo nejstarší dívka, která ostatní většinou neposlouchala.

Co se týká problému skupiny s poslední úlohou, domnívám se, že byl způsoben tím, že trasa vedla dvakrát přes stejný ostrov, což mohlo děti zmást. Trochu mě mrzí, že jsem dala na slova kolegyně, že úloha je neřešitelná a prvně jsem si to neověřila, jelikož ze záznamu jsem měla poté možnost vidět, že skupina úlohu vyřešila, ale když měla projít modelem bludiště, trasu ztratila. Bohužel si ji nezakreslila do mapy.

U provázkového bludiště mě zajímala strategie, se kterou děti volily trasu, a potěšilo mě, že uvažovaly nad tím, kam se vydat, podle toho, odkud se nikdo nevracel.

Nejsem spokojená s tím, že kolegyně Jana nerespektovala má pravidla, která jsem zadala ohledně hledání šifry v provázkovém bludišti a tak ohrozila děti možností zranění o skleněné střepy. Naštěstí se však nikomu nic nestalo.

²³ viz DVD

Reflexe experimentátora

Dosti mě vyčerpala samotná příprava, která trvala více než dvě hodiny a kvůli tomu jsem i lekci začínala s půlhodinovým zpožděním.

Myslím si, že bych měla zapracovat na tempu své řeči, tedy trochu zrychlit. Ve snaze mluvit srozumitelně a jasně je má promluva až příliš pomalá a děti tak ztrácí pozornost. Často si však tuto skutečnost ani neuvědomuji a mám možnost ji pozorovat až z nahrávek.

Metodická doporučení potvrzená experimentem

Opět, jako již u předchozích experimentů, se i zde potvrdilo, že model je pro uchopení prostředí pro děti důležitý a toto uchopení jim usnadňuje. V průběhu experimentu jsem mohla i sledovat, že některým mladším dětem dělalo problém přepínání mezi 2D prostorem a 3D prostorem, tedy mezi mapou a modelem, ale velmi dobře se orientovaly právě v modelu a úlohy řešily jen v něm, nikoli v mapě. Bylo tedy možné pozorovat, že dětem nedělá problém fáze procesu, pohyb po modelu bludiště, ale ještě nejsou zcela připravené na koncept, práci se schématem, mapou.

Doporučení pro příští experiment

Ukázalo se, že krepový papír je pro znázornění barevných mostů zcela nevhodný, a proto by bylo při příštím experimentu dobré ho nahradit například barevnými provázky.

Také domovské ostrovy by při příštím experimentu mohly být označeny barevnými papíry, abych nemusela každou skupinu umisťovat já a aby hned na první pohled bylo jasné, které ostrovy to jsou.

Při příštím experimentu bych také volila jinou barvu místo žlutých mostů, pokud bych mapu kreslila ručně. Při scanování, totiž žlutá barva zmizí. Snažila jsem se tedy tyto mosty zviditelnit, a proto jsou v mapě žluté mosty oproti ostatním široké a neupravené.

3.3.5 Experiment Bludiště (B2)

Charakteristika skupiny

Skupina se skládala ze dvanácti (v případě plného počtu) žáků pátého ročníku, kteří jednou týdně navštěvovali odpolední kroužek matematiky. Převážně byla skupina složena ze žáků jedné třídy, pouze dvě dívky byly ze dvou jiných pátých tříd. To také bylo zřetelně vidět, v případě, že se měli žáci rozdělovat samostatně do skupin, jelikož tyto dvě dívky vždy zbyly.

Žáci byli v rámci školní výuky učeni podle klasických učebnic matematiky. S matematikou Hejného metody se setkávali pouze na kroužku.

Skupina byla převážně složena z dívek (9), chlapci byli v oslabení (3), a to se také projevovalo na jejich chování. Byly zde zřetelné rozdíly mezi oběma pohlavími. Zatímco dívky již byly v pubertě, chlapci byli ještě stále dětmi. Puberta dívek také souvisela se složitějším jednáním s touto skupinou. Dívky zkoušely, co si mohou ke mně a k mým dvěma kolegyním dovolit a hodiny byly provázeny častým chichotáním a šeptáním.

Úvaha o aplikaci

Jelikož se jednalo o první hodinu s touto skupinou a neměla jsem příliš mnoho času na přípravu, rozhodla jsem se pro bludiště, které jsem již odučila v experimentu B1, tentokrát však s věkově homogenní skupinou.

Ráda bych porovнала postupy řešení žáků této skupiny s postupy dětí z experimentu B1. Zda skupiny objeví strategii řešení od konce, případně jak četná tato strategie bude. Také bych chtěla potvrdit, či vyvrátit své mínění o tom, že u tohoto typu úloh se řešitelská úspěšnost nezvyšuje s věkem řešitele. Domnívám se, že řešitelská úspěšnost je závislá na schopnosti řešitele logicky uvažovat a jeho schopnosti orientovat se v mapě a v prostoru.

Po předchozí zkušenosti s délkou stavby bludiště, jsem dospěla k tomu, že by bylo vhodné mít bludiště postavené předem a jen ho v učebně rozložit. Co se týká materiálu, karton jako ostrovy se osvědčil, avšak krepový papír se na mostech trhal a tak jsem se rozhodla ho nahradit provázky, na kterých budou z krepového papíru navázané jen fáborky označující barvu mostu.

Také jsem se rozhodla, že rozdělování žáků do skupin, pomocí kapitánů a jejich vybírání, je zdlouhavé, a proto jsem zvolila losování barevných papírků. Zároveň jsem přidala označení domovských ostrovů, pomocí barevného papíru, aby si žáci našli domovský ostrov sami a já jim ho nemusela zdlouhavě přidělovat.

Příprava

Příprava je s malými změnami stejná jako v experimentu B1 (Namísto žlutých mostů jsou zelené. Opět budou žáci řešit úlohy jen z pracovního listu, budou vynechány úvodní úlohy z přípravy B1.).

Jelikož při tomto experimentu není motivace mimoni, liší se jeho úvod:

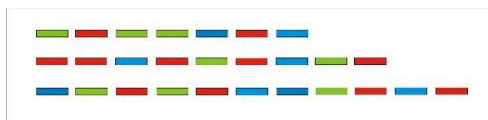
Dnes jsme se ocitli v Zemi ostrovů. Vaším úkolem je odemknout všechny zámky na obálkách na prostředním ostrově. Každá skupina má svou obálku. Každá skupina má také svůj domovský ostrov, který je označen příslušnou barvou.

Také v obálkách je jiný obsah, nachází se v nich dopis a dále úlohy, které žáci vypracují samostatně.

Text dopisu:

Gratuluji, povedlo se vám vyřešit všechny úlohy a odemknout všechny zámky. V obálce, kromě tohoto dopisu, také najdete další úlohy. Tentokrát řeší úlohy každý sám a již jen pomocí mapy, neprocházíte ostrovy. Avšak je zapotřebí, abyste našli způsob, jakým do mapy cestu vyznačíte tak, aby bylo jasné vidět, kudy jste šli. Najděte si klidné místo na řešení a pusťte se do toho.

Úlohy (obr. 3.15):



Obr. 3.15

V závěru místo provázkového bludiště proběhne reflexe, kdy budou skupiny zodpovídat následující dotazy: Měli jste nějakou strategii? Jakou? Měli jste s něčím problém? S čím?

Realizace experimentu

Tabulka 8: realizace B2

datum a čas	12. 10. 2015, 14,00 - 15,00
počet účastníků	10 (7 dívek, 3 hochů)
místo	třída základní školy
pomůcky	model bludiště, mapy bludiště, pracovní listy, obálky s texty

Průběh experimentu

Žáci si ihned po příchodu do třídy vylosovali lístečky tří barev, podle kterých se rozdělili do skupin a našli si svůj domovský ostrov.

Když byly skupiny každá na svém ostrově, začala jsem vysvětlovat, co budeme dělat a jaká jsou pravidla.

Po celou dobu vysvětlování bylo ve třídě absolutní ticho. Všichni žáci pozorně poslouchali, ač vyklad trval poněkud déle. Po rozdání map²⁴ a pracovních listů²⁵ se žáci zorientovali v mapě a začali pracovat na úlohách.

Brzy se vyskytla kolize dvou skupin. Skupina žlutých mířila ze středového ostrova a skupina oranžových na něj. Žáci si vzájemně začali vysvětlovat, proč se která skupina nemůže vrátit, avšak nakonec skupina mířící na středový ostrov (oranžová) ustoupila. Při cestě zpět se skupiny opět setkaly a tentokrát musela ustupovat skupina žlutá, a to až na úplný začátek trasy, na což žáci nereagovali zrovna přívětivě.

Skupina žlutých již třetí úlohu řešila od konce, byla nejrychlejší, ale jednání této skupiny, složené ze samých dívek, začínalo být agresivní. Dívky také začaly podvádět, což jsem bohužel přímo neviděla a tak jsem nezakročila, ale zpětně mě na to upozornila kolegyně Lada Mladá. Toto podvádění nejvíce postihlo skupinu červených, jelikož se kvůli němu nemohla dostat na středový ostrov. Několikrát po sobě je žlutá skupina předběhla. Jednou jsem však žlutou skupinu ze středového ostrova vykázala, jelikož nebyla schopná říci, jak se na ostrov dostala.

²⁴ viz příloha č. 15

²⁵ viz příloha č. 16

Červená skupina měla promyšlený systém zaznamenávání tras do mapy. Používala číslování ostrovů podle čísla úlohy.

Skupiny, které získaly všechny zámky, otevřely obálky a žáci se vydali řešit samostatně zadané úlohy.²⁶

Poslední skupinou na modelu zůstala červená skupina. Dlouho nemohla přijít na řešení poslední úlohy, ale nakonec přišla na způsob řešení od konce a na středový ostrov se dostala.

Před koncem hodiny byla přerušena samostatná práce žáků, kvůli diskuzi na koberci. Zeptala jsem se jich, jak se jim ve skupině pracovalo. Žáci bili převážně spokojeni. Jen dívka ze skupiny červených řekla, že tím, jak byli čtyři, tak se po modelu pohybovali pomaleji a tudíž byli, dle jejího mínění, v nevýhodě.

Dále jsem se žáků tázala na strategii řešení. Oranžoví řekli, že jejich strategií bylo neustupovat. Ale jakým způsobem řešili úlohy, nebyli schopni říct. Komentovali to slovy: „*No my jsme něk prostě na to přišli.*“ Skupina žlutých řekla, že většinou postupovala odzadu a promýšlela další úlohy při čekání na volný ostrov. Červená skupina vypověděla, že neměla žádnou speciální strategii, že musela hlavně uhýbat, ale že na poslední úlohu také využila strategii řešení odzadu.

Poté jsem se zeptala, zda žákům dělalo něco problém. Žák ze skupiny oranžových vypověděl, že pro něj byla problematická přítomnost tří skupin najednou, a tedy to, že byli nuceni uhýbat. Kolegyně Jana se žáků zeptala: „*A nemyslíte si, že to tam třeba bylo jako naschvál, že tam bylo víc těch skupinek, abyste právě museli-?*“ Otázku ani nestihla dokončit a žáci přitakali, že to bylo naschvál, aby se naučili spolupracovat a dohodnout se. Skupina žlutých poté vypověděla, že problém žádný neměla a že si myslí, že měla výhodu, jelikož se skládala ze samých dívek. Červená skupina jako problém zmínila poslední úlohu a to, že přišla na řešení od konce až právě u poslední úlohy.

Další otázku jsme směřovala na to, zda žáky napadlo, čím by mohlo být, že se tak často setkávali. Někteří zmiňovali podobné trasy, někteří stejné a někdo trasy, které se setkávaly v jednom bodě. Na stejnost tras jsem se optala, jak na toto tvrzení přišli. Dívka

²⁶ viz příloha č. 17

z oranžové skupiny vypověděla, že museli stále uhýbat, přičemž jim druhá skupina říkala, že jde stejnou trasu. Nakonec žáci dospěli k tomu, že se nejspíš jednalo o stejné trasy, jen proházené, čímž byl experiment ukončen.

Výsledky experimentu

Reflexe

Musím přiznat, že mě až překvapilo, s jakým soustředěním žáci poslouchali úvodní instrukce k bludišti. Myslím si, že je hodina bavila, řešili se zaujetím a všichni se do řešení zapojili.

Skupiny byly utvořeny náhodně, podle losu žáků. Nemohli tedy proti složení skupin protestovat. Jsem toho názoru, že komunikace ve skupinách probíhala dobře a nikdo nebyl vyčleňován. V každé skupině byl nějaký dominantnější člen, ale i přes to se žáci vzájemně poslouchali.

Většinou byly úlohy řešeny metodou „pokus-omyl“, avšak dvě skupiny ze tří dříve či později dospěly ke strategii řešení od konce. Přičemž skupina červených tento způsob řešení, ve chvíli kdy na něj přišla, považovala za podvodný.

Důležité v tomto experimentu bylo, zda se skupiny dokáží mezi sebou dohodnout bez větších problémů. Musím konstatovat, že ač přes několik menších roztržek, se žákům vedlo dobře a vždy se nakonec dokázali dohodnout.

Mrzí mě však podvádění skupiny žlutých. Jak mi bylo popsáno kolegyní, dívky z této skupiny některé trasy neprošly podle pravidel. U některých řekly, že přemýšlí a nejdou ještě po trase, aby nemusely uhýbat jiné skupině, avšak poté nenastoupily na trasu od začátku, ale pokračovaly z místa, kde předtím řekly, že přemýšlí a nejsou na trase.

U závěrečné reflexe mě potěšilo, že žáci nad tím, co dělali, přemýšleli. Přišli na důvod pravidel pohybu a vyhýbání se po modelu a přemýšleli nad tím, jak to, že se tak často setkávali a jak to, že někdy museli uhýbat jiné skupině celou trasu.

Reflexe experimentátora

Myslím si, že jsem mluvila jasně, srozumitelně, bez parazitických slov s přiměřenou hlasitostí.

Mrzí mě, že jsem si nevšimla podvodu žluté skupiny, a ve chvíli, kdy dívka ze skupiny červených reagovala slovy „*vy jste hnusní*“ na to, že je již poněkolkáté žlutá skupina na středovém ostrově předběhla, jsem dívce, bez znalosti kontextu, její chování vytkla.

Metodická doporučení potvrzená experimentem

Stejně jako v experimentu B1, tak i zde se osvědčil model bludiště a pohyb dětí po něm.

Doporučení pro příští experiment

V experimentu se osvědčily mosty vyrobené z provázků s fáborky z krepového papíru. Osvědčilo se také označení domovských ostrovů. Pro příští experiment bych však doporučila mít na středovém ostrově listy s kontrolou, abych nemusela vše kontrolovat já a mohla sledovat i další dění na modelu. Žáci by tak prováděli kontrolu sami. Avšak je třeba zvážit to, zda by nemohl nastat problém s podváděním.

3.3.6 Experiment Cyklostezky (C4)

Charakteristika skupiny

Experiment probíhal se stejnou skupinou žáků jako experiment B2.

Úvaha o aplikaci

Inspirovaná experimentem C3 jsem byla rozhodnuta, že ač se výuka odehraje v interiéru, chtěla bych, aby si žáci před řešením samotných úloh s doplněním barvy stezek či názvů stanovišť cyklostezku zažili a co nejlépe ji poznali. Proto jsem se rozhodla pro mapu s chybějícími stezkami a názvy stanovišť, které si žáci doplní podle modelu, jenž bude na podlaze třídy.

Jelikož se jedná o žáky páté třídy, chtěla bych pracovat s číslem jako s veličinou, v tomto případě se vzdáleností. Proto jsem se rozhodla pro úlohu, při které budou žáci měřit délky tras a zároveň využijí převodu jednotek. Tento typ úlohy již byl využit v experimentu C2. Zde se jedná o žáky starší, kteří by již mohli mít lepší zkušenosti s měřením, než žáci ve skupině C2, avšak zajímá mě, zda je tomu opravdu tak.

Pro tento účel bude také zapotřebí vyrobit co nejpřesnější model. Stezky z krepového papíru se v experimentu C2 ani B1 neosvědčily a proto jsem se rozhodla pro materiál, který byl odzkoušen v experimentu B2, a to provázek s navázaným krepovým fáborkem. Provázek je možné při přípravě snadno změřit a později při samotném experimentu zůstane stále stejně dlouhý, nevytáhne se jako krepový papír a nebude se trhat.

V souvislosti s tím, že jsem předpokládala, že doplňováním mapy a měřením délek stezek se žáci s cyklostezkou dobře seznámí, rozhodla jsem se, ač se jedná o jejich první setkání s prostředím Cyklostezky, pro poměrně složitou cyklostezku (10 stanovišť). Experimentem by se měl můj předpoklad buď potvrdit, nebo vyvrátit.

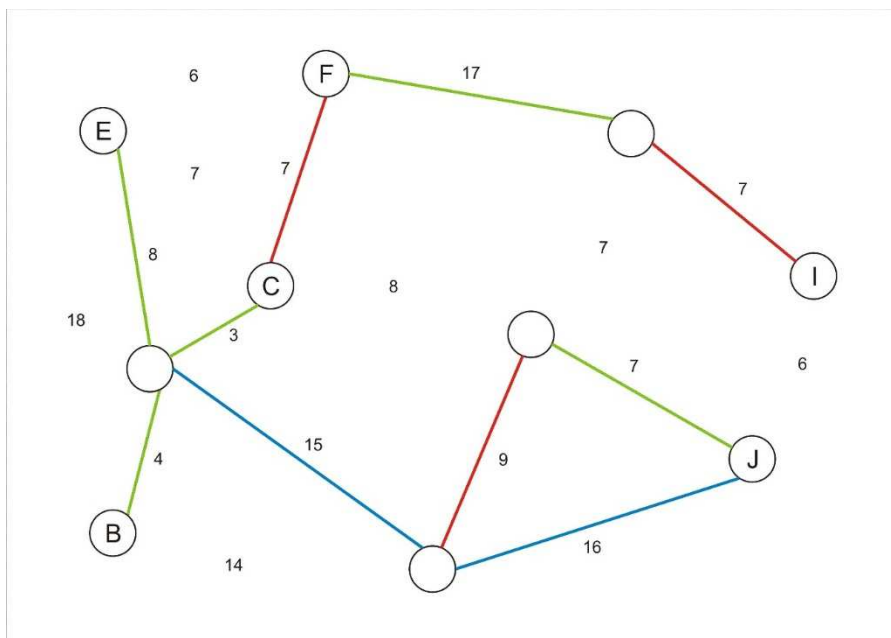
Dlouhou dobu jsem přemýšlela nad motivací samotné hodiny a nakonec jsem dospěla k tomu, že žákům řeknu, že jsem dostala na starost organizaci cyklistických závodů a od nich potřebuji pomoci. Myslím si, že by tato motivace mohla žáky zaujmout, jelikož by se tak mohli cítit důležitě, že jsou součástí přípravy závodů a že se mohou na něčem takovém podílet.

Příprava

Experiment bude zahájen následujícími slovy:

Představte si, dostala jsem za úkol uspořádat vánoční cyklistické závody. Tak jsem vzala mapy a začala hledat příhodné trasy a plánovat. Seděla jsem u toho včera dlouho do noci a tak se stalo, že jsem usnula. To by nebylo tak hrozné, ale podařilo se mi usnout na klávesnici počítače a povedlo se mi vymazat některé údaje, které jsem celý večer dávala dohromady. Tak jsem se rozhodla, že vy jste přesně ti, které potřebuji, aby mi to pomohli dát opět do pořádku.

Žáci dostanou mapy cyklostezky, na kterých chybí některé barvy stezek a názvy některých stanovišť (obr. 3.16). Jejich úkolem bude prohlédnout si model, projít si ho a doplnit do mapy to, co v ní chybí.



Obr. 3.16 mapa s vynechanými stezkami a stanovišti

Mezi tím rozlosuji, pomocí vytahování jmen ze sáčku, žáky do tří skupin. Následně si žáci v nově vzniklé skupině zkontrolují správnost doplněných map.

Poté skupina dostane psaný pokyn k měření stezek (jednu stezku měří vždy alespoň 2 skupiny, ale mají ji zadanou v propozici v jiném pořadí), přičemž některé stezky již mají svou délku zapsanou v mapě. Jako pomůcky k měření dostane každá skupina provázek a třiceticentimetrové pravítko.

Zadání:

Změř délku těchto úseků:

skupina a) – C-E, B-E, I-J

skupina b) – A-G, F-H, B-E

skupina c) – I-J, C-E, F-H

Poté proběhne společná kontrola řešení (k dispozici bude svinovací metr), přičemž dojde ke konfrontaci výsledků jednotlivých skupin. Budou položeny tyto otázky: Jak jste

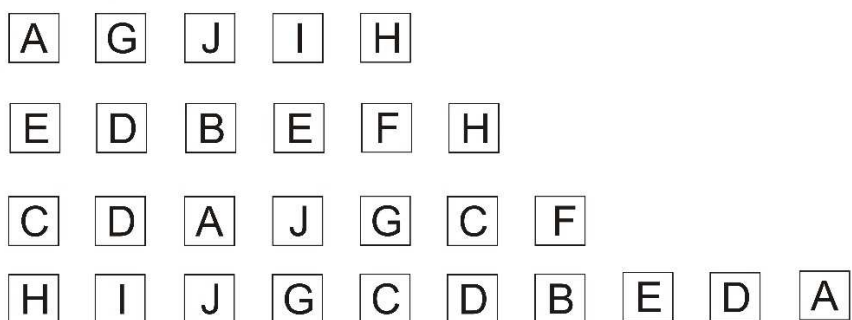
řešili? Co vám vyšlo?. Následně si údaj, na kterém se skupiny shodnou, žáci doplní do mapy.

Dále budou žákům sděleny podmínky řešení dalších úloh:

Po dané stezce mohu jet v rámci jedné trasy, pouze jednou. Stanovištěm mohu projet vícekrát.

Ve dvojicích budou žáci řešit úlohy s doplněním barev stezek (obr. 3.17).

Doplň barvy stezek.



Obr. 3.17

Samostatně žáci budou řešit sérii gradovaných úloh z prostředí Cyklostezky,²⁷ které se vztahují k mapě, s níž celou dobu pracovali.²⁸ Žák si sám zvolí úlohu, kterou chce řešit.

Realizace experimentu

Tabulka 9: realizace C4

datum a čas	30. 11. 2015, 14,00 - 15,00
počet účastníků	8 (5 dívek, 3 hoši)
místo	třída základní školy
pomůcky	model cyklostezky, mapy, provázky, pravítka, svinovací metr, pracovní listy

²⁷ viz příloha č. 18

²⁸ viz příloha č. 19

Průběh experimentu

Experiment jsem uvedla slovy z přípravy o pořádání cyklistických závodů a potřebě pomoci žáků. Poté žáci doplňovali do mapy chybějící údaje. Někteří byli nepozorní a tak na chyby přišli až při kontrole v nově vytvořených skupinách.

Ve skupinách žáci za pomoci provázku a třiceticentimetrového pravítka měřili délku tras, které dostali zadané. Vzájemně si musely skupiny vyjít vstříc, když napínaly jednotlivé stezky pro svá měření, jelikož tím mohly hnout stezkami ostatních.

Vyskytly se tři způsoby měření. Každá skupina tedy měla jiný způsob měření. Jedna skupina měřila pomocí přikládání pravítka ke stezce, druhá skupina stezku změřila provázkem, jehož délku následně přeměřila pravítkem. Třetí si udělala na provázku značky po třiceti centimetrech, přičemž, pokud byla stezka dlouhá např. 70 cm (7 km), pomocí provázku změřila 60 cm a zbývajících 10 cm doměřila pravítkem.

Žáci měřili poměrně přesně, jelikož se při společné kontrole objevila jen jedna nesrovnalost v měření skupin. Jedna skupina tvrdila, že stezka F-H (17km) je dlouhá 14 km, druhá, že 17 km. Je to rozdíl 3 km, tedy 30 cm v modelu, což mohlo vzniknout tím, že skupina, která měřila pomocí značek na provázku, nezapočítala jeden díl provázku.

Poté se žáci rozdělili do libovolných dvojic, ve kterých vyplňovali pracovní list s trasami, kam měli doplnit chybějící barvy stezek. Žáci měli na výběr, zda chtějí pracovat s mapou nebo s modelem. Všichni si vybrali mapu.

Zajímavý způsob řešení měl jeden chlapec, který nedoplňoval jen barvy stezek mezi stanoviště, ale i vybarvoval políčka stanovišť. Dívka si zase nejdříve napsala vedle zadání počáteční písmena barev, jak šly v trase za sebou a teprve poté barvy zaznamenávala do zadání. Žáci úlohy zvládli poměrně rychle a bez problému.

Následovala individuální práce žáků, kdy měli k dispozici soubor gradovaných úloh, ve kterých se doplňovaly názvy stanovišť, a sami si mohli vybrat, kterou úlohu chtějí řešit. Před samotným řešením byla žákům zadána pravidla, jakým způsobem trasy řešit. Všichni žáci volili úlohy postupně, od nejlehčí po nejtěžší. Nejtěžší úlohy měly více řešení.

U jednoho žáka se vyskytl problém ve vidění barev, kdy zaměňoval zelenou a modrou, avšak někdy i modrou a červenou. Tento problém se však vyskytl jen u dvou úloh.

Při sledování dětí jsem se zaměřila hlavně na jednu dívku. Úlohy jí nedělaly větší problém. Pokud bylo v úloze známé nějaké stanoviště, v řešení postupovala od něj. Pokud byla úloha bez zadaných stanovišť, hledala v ní nějaké výrazné jevy, jako je třeba po sobě jdoucí stejná barva stezek. Následně se v mapě na tento jev zaměřila a vyhledávala ho. Pomocí toho úlohu vyřešila.

Jednomu chlapci úlohy dělaly problém. První tři vyřešil velmi rychle, začal si věřit, nabral si proto hned všechna zadání, ale vzápětí se zasekl na čtvrté úloze, kde nepřišel na řešení od konce, ač zde bylo zadané koncové stanoviště. Úlohu nakonec vyřešil metodou „pokus-omyl“ a takto řešil i všechny ostatní úlohy.

Před koncem hodiny jsem práci žáků přerušila a vyzvala je k závěrečné reflexi, na kterou nám zbyla pouhá minuta času, tudíž proběhla velmi rychle. Zajímalo mě, jakou měli žáci strategii měření stezek, přičemž jsem se dozvěděla o třech výše zmíněných. Poté jsem se zajímala o to, zda jim úlohy následující po měření, přišly obtížné. Všichni vypověděli, že úlohy s doplňováním barev tras byly jednoduché. Úlohy, kde se doplňovaly názvy stanovišť, přišly žákům těžší a úlohy s více řešeními jim, dle jejich slov, dělaly problém. Žák, který v některých úlohách špatně pracoval s barvami, zaměňoval je, se přiznal k tomuto problému.

Výsledky experimentu

Reflexe

Žáci po celou dobu experimentu pracovali se zaujetím, úlohy jim byly přiměřené. Každý žák měl možnost najít si úlohu, která pro něj byla vhodná, přiměřená. Některé ze souboru gradovaných úloh, hlavně ty, kde žáci měli najít všechna řešení, se staly i výzvou.

Jak jsem napsala v úvaze o aplikaci experimentu, zajímalo mě, jak si žáci poradí s měřením stezek, pokud budou mít k dispozici jen provázek a třiceticentimetrové pravítko. Musím konstatovat, že oproti experimentu C2, si žáci vedli lépe. Bylo vidět, že s měřením

již nějaké zkušenosti mají, jelikož si s provázkem většinou věděli rady a netápali k čemu ho použít. Při měření také nejprve stezku napnuli a teprve poté ji měřili, což u experimentu C2 občas chybělo.

S prací ve skupině si žáci poradili dobře, některé skupiny si dokonce práci rozdělily tak, že žáci měli přiděleny role, kdo bude měřit jakou stezku a podle toho se střídali. Jiná skupina měla roli zapisovatele a měřičů.

Práce ve dvojicích již nebyla úplně podle mých představ, jelikož některé dvojice spolu nekomunikovaly a žáci pracovali na úlohách samostatně a teprve když byli hotovi, zkontrolovali si úlohy se sousedem.

Samostatná práce na gradovaných úlohách byla pro některé žáky obtížnější, převážně pro ty, co neměli žádnou řešitelskou strategii a řešili metodou „pokus-omyl“. Žáci, kteří na nějakou řešitelskou strategii přišli (hledání výrazných jevů trasy – stejná barva stezky za sebou), řešili úlohy poměrně rychle a dostali se až k úlohám, ve kterých měli hledat všechna řešení, což se ukázalo i pro ně, relativně složité a ne vždy na všechna přišli.²⁹

U gradovaných úloh s doplňováním názvů stanovišť se u jednoho žáka vyskytl problém se záměnou barev. Proto jsem uvažovala o tom, zda žák není případně barvoslepý, ale jelikož sám, když byl tázán, o takovéto vadě nic neřekl a tento problém se vyskytl jen u dvou úloh, považuji to za jeho nepozornost. On sám toto pochybení při závěrečné reflexi nazval „mlhou před očima“.

Na reflexi bohužel nezbylo příliš mnoho času, jelikož žáci pospíchali na další kroužky. Alespoň jsme si tedy sdělili řešitelské strategie při měření, aby se všichni mohli případně inspirovat pro další takovéto činnosti. Dále mě zajímalo, jak se žákům jevily úlohy z hlediska obtížnosti. Jejich odpověďmi jsem si potvrdila své mínění. Úlohy s doplňováním barev tras jsou pro žáky, kteří předtím trasu dobře poznali, jednoduché. U úloh s doplňováním názvů stanovišť žáci konstatovali, že pro ně úlohy byly složitější a to převážně ty s vyššími pořadovými čísly.

²⁹ vyřešené úlohy viz příloha č. 20

Reflexe experimentátora

Na začátku experimentu mě vyvedla z míry nefunkčnost kamery, z čehož jsem byla nervózní. Avšak snažila jsem se uklidnit, abych žákům nezapomněla říct, nějaké důležité instrukce. Tato nervozita se však, dle mého mínění, projevila na tom, že se občas objevilo mé parazitické slovo „tak“.

Myslím si, že jsem až příliš řídila tu část hodiny, kdy žáci konfrontovali výsledky svých měření. Říkala jsem jim, co si mají napsat, místo toho, abych se jich zeptala, zda souhlasí s měřením a co si tedy zapíší do svých map.

Metodická doporučení potvrzená experimentem

I u tohoto experimentu se osvědčila práce s modelem. Žáci se lépe orientovali poté, co museli nejdříve do mapy doplnit chybějící údaje podle modelu na podlaze.

Také se zde osvědčil soubor gradovaných úloh, jelikož si každý žák mohl vybrat úroveň podle sebe.

Doporučení pro příští experiment

Jelikož žáci ve dvojicích nepracovali tak, jak bych si představovala, pracovali spíše individuálně, zkusila bych příště dát do dvojice pouze jeden pracovní list, aby se žáci o řešení museli spolu bavit.

3.3.7 Experiment Cyklostezky (C5)

Tento experiment navazuje na experiment C4 a pracuje s údaji zjištěnými právě v experimentu C4.

Charakteristika skupiny

Experiment probíhal se stejnou skupinou jako experimenty B2 a C4.

Úvaha o aplikaci

Již při plánování experimentu C4, jsem se rozhodla pro tento, jenž na něj navazuje. Chtěla jsem, aby zde žáci využili údaje vzdáleností naměřené v experimentu C4, ale také jsem chtěla úlohy z prostředí Cyklostezek posunout trochu dále, než k úlohám s doplňováním barev stezek, či stanovišť. Rozhodla jsem se tedy pro úlohy, které by pracovaly s údaji cyklistů, kteří závody jeli. Zároveň jsem tím chtěla ukázat smysl práce žáků v předchozím experimentu. Díky jejich práci, se mohly závody uskutečnit. V tomto experimentu jim přináším výsledky, které je ještě potřeba zpracovat. Jako ideální se mi jevily úlohy o pohybu.

Ve chvíli, kdy jsem žákům kontrolovala úlohy z experimentu C4, jsem začala uvažovat nad tím, zda by bylo možné sestavit takové úlohy, podle kterých by se vytvořila mapa. Šlo by tedy o opačný proces než doposud, kdy žáci prvně znali mapu a podle ní doplňovali úlohy. Nyní by žáci nejdříve znali úlohy a podle nich by se pokusili vytvořit mapu. Na tomto typu úlohy by se měl ukázat isomorfismus grafu, tedy že každý žák může vytvořit mapu podle zadaných úloh. Každá mapa bude správná, ale přitom každá bude vypadat jinak.

Příprava

Na začátku hodiny rozdám žákům opravené úlohy z minulé hodiny (Opravovala jsem motivačně, pomocí „smajlíků“. Pokud bylo potřeba, tak jsem žákům k úloze napsala komentář, aby se na úlohu ještě podívali nebo že má ještě více řešení. K hodnocení jsem nepoužila červené propisky a s ní spojené zvýraznění chyby. Chci, aby se žáci zamysleli a sami přišli na chybu.). Vymezím krátký čas pro opravu úloh.

Žáky, kteří nebudou mít co opravovat, zaměstnám tím, aby vysvětlili spolužákům, kteří na minulé hodině chyběli, co se v ní dělalo. Pokud to stihne, může chybějící žák vyřešit některé úlohy z minulé hodiny.

Dále budeme pracovat s prvními osmi úlohami, na doplňování názvů stanovišť, z minulé hodiny. U těchto úloh žáci spočítají délky tras a následně je podle délky seřadí

vzestupně a v tomto pořadí nalepí na papír. Tyto úlohy budeme řešit společně (Pozor, úloha 8 má dvě řešení, ale délku stále stejnou.).

Poté bych chtěla žákům říci následující:

Závody, na které jsme minulou hodinu připravovali trasy, se již jeli a já tady od závodníků mám nějaké údaje o jejich rychlosti, nebo o délce jejich jízdy. Ale potřebovala bych mít od všech cyklistů všechny údaje a na vás tedy nyní je, je zjistit.

Nejprve vyřeší žáci dvě úlohy ve skupině:

- o Pavel jel trasu G-H-F-C-E. Jel rychlostí 1 km za 1 minutu. Za jak dlouho trasu ujel?
- o Cyril jel trasu F-H-I-J. Jel rychlostí 1 km za 2 minuty. Za jak dlouho trasu ujel?

Poté si řešení zkontrolujeme a žáci vysvětlí, jakým způsobem úlohy řešili. Následovat bude samostatná práce či ve dvojicích – je na volbě žáků.

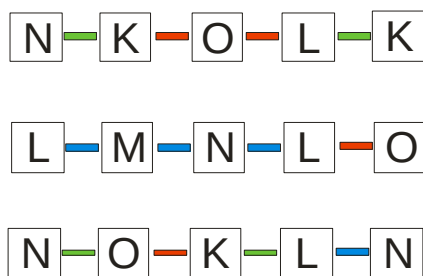
- 1) Karel jel trasu E-C-D-E-B. Jel rychlostí 1 km za 1 minutu. Za jak dlouho trasu ujel?
- 2) Eva jela trasu D-A-J-I-H. Jela rychlostí 1 km za 3 minuty. Za jak dlouho trasu ujela?
- 3) Kamila jela trasu F-H-G-C-E. Tuto trasu ujela za 156 minut. Jak dlouho jí trvalo ujet 1 km?
- 4) Tadeáš jel trasu F-H-G-J-A-D. Jel rychlostí 1 km za 2 minuty. Na stanovišti J se 5 minut občerstvoval. Za jak dlouho trasu ujel?
- 5) Iveta jela trasu B-A-G-C-F-E. Tuto trasu ujela za 141 minut. Přičemž se na stanovišti G 3 minuty občerstvovala a na stanovišti F byla 6 minut na toaletě. Jak dlouho jí trvalo ujet 1 km?
- 6) Dominik jel trasu F-E-C-D-A-J-I-H-G-J, přičemž nejel celou trasu stejnou rychlostí, ale jeho rychlost se odvíjela od toho, jestli jel po rovině, z kopce, nebo do kopce. Úseky F-E, A-J, I-H vedou po rovině. Úseky E-C, D-A, H-G a G-J vedou do kopce. Úseky C-D, J-I vedou z kopce. Dominik jel po rovině

rychlostí 1 km za 3 minuty, do kopce 1 km za 6 minut a z kopce 1 km za 1 minutu. Za jak dlouho trasu ujel?

- 7) Tereza jela trasu jako Dominik, ale opačným směrem. Po rovině jela rychlostí 1 km za 4 minuty, do kopce 1 km za 7 minut a z kopce 1 km za 1 minutu. Na stanovišti A si udělala 7 minut pauzu na občerstvení. Za jak dlouho trasu ujela? Kdo ujel trasu rychleji, Tereza, nebo Dominik? O kolik?

Poté bude žákům zadána následující úloha:

Nakresli mapu cyklostezek tak, aby obsahovala tyto trasy a měla 5 stanovišť.



Obr. 3.18

Nakonec budou žákům předány medaile pro cyklostezkové řešitele.

Realizace experimentu

Tabulka 10: realizace C5

datum a čas	7. 12. 2015, 14,00 - 15,00
počet účastníků	8 (5 dívek, 3 hoši)
místo	třída základní školy
pomůcky	pracovní listy

Průběh experimentu

Na začátku hodiny si žáci prohlédli úlohy z minulé hodiny a případně opravili. Následně byli rozděleni do skupin a dostali pracovní list s úlohami na rychlost závodníků. Hned přišli na to, že musí k řešení využít mapu a údaje z minulé hodiny. Žákům nedělalo problém přijít na to, jak dojít k výsledku, ale dělalo jim problém samotné sčítání a násobení.

Společná kontrola proběhla na koberci. První úlohu skupiny řešily tak, že si našly trasu na mapě, spočítaly její celkovou délku a tato délka odpovídala i tomu, za jak dlouho Pavel trasu ujel, jelikož jel rychlostí 1km za minutu. Druhou úlohu žáci řešili stejně, jen poté celkovou délku trasy vynásobili dvěma, protože Cyril jel rychlostí 1km za 2 minuty. Jeden žák vypověděl, že úlohu řešil tak, že si násobil dvěma každou stezku trasy a to poté sečetl. Přiznal, že řešení jeho spolužáků je rychlejší a jednodušší.

Zde jsem si také uvědomila, že jsem žákům zapomněla říct úvodní motivaci a zeptala jsem se jich, co se od minula stalo, když nyní řešíme, že nějaký Pavel a Cyril jeli tak a tak rychle. Žáci odpověděli, že závod již proběhl.

Poté jsem žákům řekla, že máme neúplné informace od cyklistů, někde známe jejich rychlost, někde čas, za který trasu ujeli. Žáci měli zjistit chybějící údaje.

Žáci si mohli vybrat, zda na následujících úlohách budou pracovat samostatně nebo ve dvojicích. Poté dostali pracovní listy s gradovanými úlohami. První dvě úlohy žáci vyřešili celkem bez problémů, až na občasné početní chyby. U třetí úlohy se vyskytl problém, jelikož se jednalo o jiný typ úlohy, než byly ty, které řešili žáci ve dvojicích a které jsme společně kontrolovali. Také se žáci ozvali, že neumí dělit dvojciferným číslem. Nejdříve jsem jim oponovala, že je možné to vyřešit i bez dělení dvojciferným číslem, ale poté jsem povolila kalkulačky. Nakonec si s úlohou poradili.

Žáci potřebovali na řešení úlohy klid, ale najednou kolegyně Lada s nimi začala řešit, zda bude příští týden kroužek, nebo jestli budou v divadle a tím žáky absolutně vyvedla z koncentrace.

Problém nastal u úlohy č. 5, kdy žáci nevěděli, zda čas 141 minut je celkový a je v něm započítán i čas občerstvení a toalety, nebo zda se jedná jen o čistý čas jízdy. Žákům

jsem řekla, že čas 141 minut je ve chvíli, kdy Iveta projela cílem. Dvě dívky tvrdily, že v čase 141 minut je zahrnut i čas občerstvení a toalety, jedna tvrdila, že to tak není. Nakonec jsme úlohu řešili společně. Většina po mé demonstraci jízdy a zastávek souhlasila, že občerstvení a toalety jsou započítány v čase 141 minut. Jeden žák si z trucu však stále trval na řešení, kdy dělil 141 minut 44 kilometry a obhajoval to tím, že kalkulačka je chytřejší než člověk.

Následně jsem práci na úlohách přerušila a rozdala žákům zadání úlohy, kde měli podle daných tras vytvořit mapu cyklostezky. Někteří brali postupně jednotlivé vztahy mezi stanovišti, zakreslili daná stanoviště a propojili je trasou. Jak postupovali po zadání, přibývaly stanoviště a trasy. Jiní si nejdříve libovolně zakreslili stanoviště a poté ze zadání zjišťovali propojenost, vztahy, mezi nimi a dokreslovali stezky. Často vznikly mapy, kde se stezky křížily mimo stanoviště, tak žáci zkoušeli ještě vymyslet takovou mapu, aby se stezky mimo stanoviště nekřížily.³⁰

V závěru hodiny žáci dostali medaile pro cyklostezkové řešitele.

Výsledky experimentu

Reflexe

Z hodiny jsem neměla dobrý pocit, některé žáky nebavila a obzvlášť jeden chlapec dával svou nevoli najevo hned od začátku hodiny. Našli se však i tací, kteří řekli, že se jim práce líbila více než jiné hodiny.

Začátek byl velmi neuspořádaný. Žáci hned dostali opravené úlohy z minulého kroužku a hodině chyběl úvod. Dále byla vynechána práce s délkou tras z minulé hodiny a rovnou zařazeny úlohy o pohybu, avšak bez úvodní motivace. Sice by se mohlo zdát, že žáci v pátém ročníku jsou již dost velcí na to, aby nepotřebovali mít každou práci motivovanou nějakým příběhem, ale je tomu přesně naopak.

Dvě ukázkové úlohy, které žáci řešili ve dvojicích a následně jsme je společně kontrolovali, byly vyřešeny bez problému, tak jsem nabyla dojmu, že by bezproblémové

³⁰ viz příloha č. 21

mohly být i další úlohy. Ale ukázalo se, že žáci nemají vlastní zkušenost s podobnými závody a tedy si nedovedou představit, jak to mohlo probíhat v situaci popisované úlohou. Proto by bylo lepší tyto úlohy řešit společně a případně si k nim sehrávat scénky.

Již u třetí úlohy, která byla jiného typu, než úlohy řešené ve dvojicích a společně kontrolované, jsem měla práci žáků přerušit a navrhnout společné řešení, jelikož více z nich si nevědělo rady a společně by jistě na řešení přišli dříve.

Také se ukázalo jako problém dělení dvojciferným číslem, které se žáci ještě neučili. Avšak myslím si, že k úlohám dělení dvojciferným číslem nebylo nutné, jelikož mohli žáci odhadovat, kolikrát se menší číslo vejde do většího. Nejednalo se o tak velká čísla, aby to nebylo možné tímto způsobem spočítat. Avšak je pravda, že žákům celkově dělaly problém početní úkony.

Myslím si, že mnoho žáků zaujala poslední úloha, kdy měli podle zadaných tras nakreslit mapu cyklostezky. Většina si s tím poradila velmi dobře a někteří zvládli nakreslit i více variant map. Jen je škoda, že jsme si nestihli vzniklé mapy ukázat a porovnat je. Myslím si, že by z toho mohla být zajímavá diskuze.

Reflexe experimentátora

Hodina se nevyvedla dle mých představ. Na začátku jsem znervózněla z přítomných přihlížejících a v tu chvíli jsem zapomněla, co jsem si připravila.

Zpětně také vidím, že jsem se hodně zaměřila na gradování úloh, ale již méně na jejich podání.

Myslím si, že jsem dobře zareagovala na problém žáků, kdy nevěděli, zda se do celkového času závodníka počítá i čas zastávek. Já jsem začala předvádět cyklistu při jízdě a při zastávkách. Avšak ještě lepší by bylo, kdybych cyklistu udělala z některého žáka a předváděl by jízdou on.

Metodická doporučení potvrzená experimentem

Myslím, že žáky zaujalo vytváření mapy podle zadaných tras. Domnívám se, že se na tom dají ukázat rozmanité možnosti grafu. Ač na první pohled vypadají grafy, schémata jinak, ve skutečnosti se jedná o totéž, tytéž vztahy, jen jinak znázorněné.

Doporučení pro příští experiment

Příště by bylo vhodné několik úloh vyřešit společně, sehrát si scénky. Mezi společně řešené úlohy zařadit nejen ty, u kterých je známa rychlost, ale i ty, u kterých je znám celkový čas, nebo takové úlohy, kde se cyklista cestou někde zastavil. Po tomto by jistě nebyly takové problémy s individuálním řešením gradovaných úloh a žáci by z toho nebyli otráveni.

Zpětně vidím, že úlohám, ze kterých vznikají isomorfní grafy, různá schémata téhož, by bylo vhodné věnovat celou hodinu a s žáky si různá řešení ukazovat a diskutovat nad tím, zda jsou správná, stejná, nebo zda znázorňují odlišné věci.

3.3.8 Experiment Hra – Bludiště, Cyklostezky (H)

K matematickým prostředím Bludiště a Cyklostezky jsem chtěla vymyslet nějakou pomůcku či hru, a proto vznikla hra, na které bych však dále ráda pracovala, jelikož ji v současné podobě nepovažuji za dokončenou. Zatím se jedná spíše o pomůcku zabývající se těmito prostředími.

Hra se skládá ze dřevěné desky s otvory, do kterých je možné zasunout policové kolíky, na něž se poté navlékají dřevěné ostrovy z prostředí Bludiště či stanoviště z prostředí Cyklostezky. Barevné mosty nebo stezky jsou vytvořeny pomocí barevných gumiček. Také zde najdeme označení pro ostrov s pokladem, neboli cílový ostrov. Prozatím ho zastává ozdobně perforovaný dřevěný kroužek, později bych ráda z polymerové hmoty vyrobila truhlici, která by se nasazovala na policový kolík. Dále zde můžeme také najít dopravní značky (jednosměrná ulice, příkazný směr jízdy), které je možné pomocí lepící gumy přidělat na hrací desku a opět sundat. Pro vyznačení řešení, cesty po ostrovech s barevnými mosty je možné ve hře najít několik provázků různých délek. Dále zde najdeme záznamové archy pro trasy cyklostezek a krátká pravidla k řešení úloh obou prostředí. Zásadní součástí hry jsou mapy označené podle obtížnosti. Ke každé mapě je soubor gradovaných úloh, ke kterému jsou i řešení. V současné době obsahuje hra ke každému prostředí (Bludiště a Cyklostezky) šest úrovní map a k nim zadání, která se pohybují v počtu od 5 do 9 úloh na mapu.



Obr. 3.19

V budoucnu plánuji rozšířit soubor stávajícího typu úloh. Dále bych chtěla vytvořit úlohy, ve kterých budou ze zadaných tras vznikat modely, sestava na desce (úlohy typu jako v experimentu C5). Také bych chtěla vytvořit hru v pravém slova smyslu, kde by se za splnění úlohy získala nějaká odměna – žeton, nebo část skládačky.

Charakteristika skupiny

Pro tento experiment byla zvolena malá skupina žáků. Jednalo se o dvě žákyně čtvrtého ročníku, které jsem znala z loňského kroužku (v experimentu C1 a C2 pod označením D7 a D11), a o jednoho žáka pátého ročníku, účastníka současného matematického kroužku.

Úvaha o aplikaci

Myšlenka hry se poprvé objevila v létě 2015. Od té doby jsem rozmýšlela, jak by mohla vypadat. Navrhla jsem vzhled ostrovů a stanovišť a nechala je na zakázku vyrobit. S výrobou hrací desky mi pomohl můj otec, který vyvrtal otvory pro policové kolíky. Úlohy jsem nedřívě navrhla v ruce a poté jsem je zpracovala v grafickém programu. Vzhled je zatím jednoduchý, ale v budoucnu bych ho chtěla upravit, aby byl pro děti více zajímavý.

V tomto experimentu mi jde především o odzkoušení funkčnosti a o odstranění případných problémů v zadání či v řešení úloh.

Nejvíce mě zajímá, jak si děti poradí s úlohami, kde je v mapě jednosměrná stezka.

Příprava

Na úvod seznámím žáky s hrou, ukáži jim, co všechno obsahuje. Poté je nechám pracovat nejdříve s bludišti³¹ a následně s cyklostezkami.³²

Realizace experimentu

Tabulka 11: realizace H

datum a čas	22. 2. 2016, 14,00 - 15,00
počet účastníků	3 (2 dívky - 4. třída, 1 hoch - 5. třída)
místo	třída základní školy
pomůcky	Hra – Bludiště a Cyklostezky

Průběh experimentu

Na úvod hodiny jsem žákům ukázala součásti hry a mapy bludišť a jakým způsobem bludiště sestavit. Poté žáci začali sami bludiště podle mapy sestavovat.

³¹ úloha využita v experimentu viz příloha č. 22

³² úlohy využité v experimentu viz příloha č. 23

Nejdříve, bylo zapotřebí, aby se dohodli, jak budou bludiště situovat. Žáci si brzy při stavění rozdělili role. Jeden umisťoval do otvorů policové kolíky, další na ně dával ostrovy a poslední vytvářel mosty z gumiček.

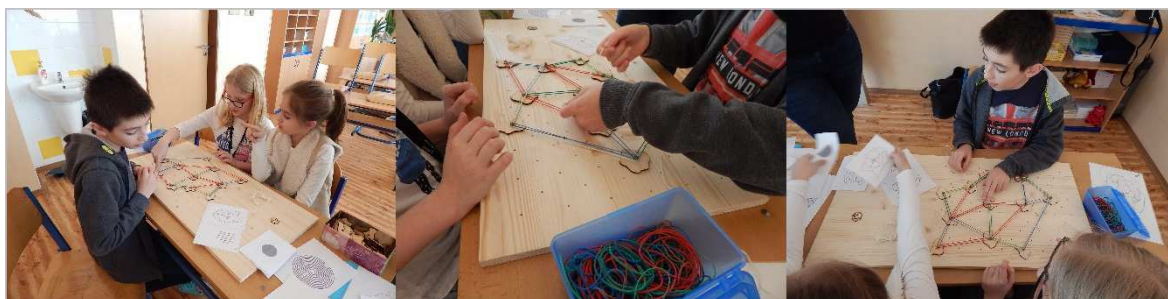
Velmi rychle žáci přišli na ostrov, který jim v modelu přebýval, nemuseli být na tuto skutečnost ani upozorněni.

Když bylo bludiště na hrací desce postaveno, přešla jsem k pravidlům hry, která jsem žákům ukázala vytištěná, ale také je přečetla a vysvětlila.

Při řešení se žáci museli vypořádat s tím, jak připevnit provázek vytyčující trasu k modelu. Nakonec ho přivázali pomocí uzle ke kolíku počátečního ostrova, v jiných případech ho zamotali do gumiček kolem kolíku.

U třetí úlohy přišli žáci na řešení od konce a použili tuto strategii i na zbývajících úlohách. Občas žákům dělalo problém, co znamená postupovat od konce, několikrát si nemohli uvědomit, kde konec je.

V šesté úloze udělali žáci chybu, jelikož jeden most počítali jako dva, protože ho měli znázorněný pomocí svazovaných gumiček stejné barvy. Chybu si při kontrole uvědomili a následně úlohu vyřešili dobře a tím splnily všechny úlohy k první úrovni bludiště.



Obr. 3.20

Kvůli nedostatku času, neřešili žáci další úlohy z prostředí Bludišť, ale pustili se do úloh z prostředí Cyklostezek. Žáci začali s mapou cyklostezky druhé úrovně. Opět si při stavbě rozdělili úlohy, přičemž zde vznikla i role zapisovatele. U první úlohy hned objevili, že nelze vyřešit, jelikož v zadání byla špatně jedna barva stezky. Následovala výzva, jaké by mělo být správné zadání, aby úloha byla řešitelná.

V dalším kroku pracovali s mapou páté úrovně, kde se vyskytuje jednosměrná stezka. Dívka, která zapisovala trasy do zápisového archu, si předem, než začali řešit úlohy, vyplnila v archu barvy stezek. Téměř hned začala barvy doplňovat tak, že nejdříve do všech tras doplnila jednu barvu, poté zase do všech tras druhou a třetí barvu. Nedělala každou trasu zvlášť.

Po sestavení cyklostezky jsem se žáků zeptala, co znamenají dopravní značky, které byly v mapě i v modelu použity (jednosměrná ulice, přikázaný směr jízdy), jelikož jsem viděla, že si jimi nejsou zcela jistí.

Žákům působila problém jednosměrná stezka a také to, že když našli řešení, nepamatovali si, odkud začali a nenapadlo je postupovat pozpátku od místa, kde skončili. V poslední úloze se vyskytla v žákovském řešení chyba, jelikož se v něm objevila dvakrát stejná stezka. Po upozornění na pravidla, žáci na chybu přišli.

Na konci hodiny následovala zhodnocení. Úlohy z prostředí Bludiště žáky bavily více, než úlohy z prostředí Cyklostezky, jelikož byly kreativnější. Cyklostezky považovali za náročnější.



Obr. 3.21



Obr. 3.22

Výsledky experimentu

Reflexe

Žáci po celou dobu pracovali, měli radost ze svých řešitelských úspěchů a ve třídě panovala příjemná, uvolněná atmosféra.

Úlohy z prostředí Bludišť byly svou obtížností pro žáky přiměřené. Tím, že si bludiště nejdříve sami postavili, se s ním seznámili a to přispělo k jejich dobré orientaci v něm. Také fakt, že žáci brzy objevili strategii řešení od konce, přispěl k jejich úspěšnému řešení úloh.

Cyklostezky byly na stavění méně náročné než bludiště, ale o to to byly obtížnější úlohy. Dokud v úlohách byla uvedena některá stanoviště, bylo pro žáky řešení snadné. Pokud žádné stanoviště vyplněno nebylo, nemohli se žáci spoléhat na řešení od zadaného stanoviště. Orientovali se v té části zadání, kde po sobě následovalo dvě a více stezek stejné barvy a poté tento jev hledali v modelu.

Problémem, který se vyskytl, bylo, že žáci si při řešení nezapamatovali, odkud vycházeli. Sice již několikrát trasu vyřešili, ale protože je nenapadlo zkusit řešit úlohu od konce, když znali cíl cesty, opět začali hledat začátek trasy.

Reflexe experimentátora

Jelikož před cyklostezkami žáci řešili bludiště, která měla jako cíl středový ostrov, obávala jsem se, že by stejným způsobem postupovali i u cyklostezek. Žáci tak nečinili, ale já vědoma si tohoto pocitu, jsem reagovala na jejich slova, že budou postupovat od konce, tím, že jsem se jich několikrát ptala, zda opravdu mají daný konec, jestli si to nepletou s bludišti, aniž bych se podívala do zadání, kde opravdu bylo vyplněno cílové stanoviště.

Také se mi stalo, že jsem omylem žákům dala místo zadání řešení. Oni však byli tak čestní, že mě na to upozornili a já jim dala zadání.

Metodická doporučení potvrzená experimentem

Myslím si, že žáky hra zaujala, proto vidím její uplatnění at' už ve výuce nebo v mimoškolní práci. Avšak k jedné hrací desce je ideální počet žáků dva až tři, maximálně

čtyři, tudíž by muselo být na práci se třídou několik her. Případně ji využít při práci na stanovištích, přičemž hra by byla jedním ze stanovišť.

Návrhy k vylepšení pomůcky

Na provázek, kterým se vytyčuje trasa v bludištích, by bylo vhodné udělat na jeden konec smyčku, aby žáci nemuseli zdlouhavě přivazovat provázek ke kolíku.

Žáci přišli na další řešení u dvou úloh a na jedno chybné zadání. Je tedy třeba zadání opravit a do karet s řešením doplnit nově nalezená řešení.

Také bych měla uvážit, zda i řešení cyklostezek nedat každé zvlášť, tak jako tomu je u bludišť, aby si ho žáci mohli zkontrolovat ihned po vyřešení úlohy a nemuseli čekat na vyřešení všech úloh k dané mapě.

Závěr

Tato diplomová práce mě opět o kousek posunula na mé pomyslné cestě k matematice. Nebyl to pro mě úplně jednoduchý krok, ale o to víc je pro mě cennější.

Během tohoto kroku jsem podrobněji prozkoumala upjatost transmisivního pojetí výuky a naopak nesvázanost a volnost konstruktivistického edukačního stylu. Objevila jsem zásady vyučování orientovaného na budování schémat a snažila jsem se jimi řídit při experimentech, které jsem uskutečnila. Také jsem nahlédla do teoretické podstaty Hejného metody matematiky, díky článku profesora Kvasze o genetickém konstruktivismu.

Mnoho času jsem věnovala studiu základů teorie grafů, abych alespoň na úrovni, kterou mi umožňují mé matematické znalosti, nahlédla, k čemu prostředí Bludiště a Cyklostezky směřují, na jakém matematickém základě stojí, co se pod nimi skrývá a tím si zodpověděla otázku, proč tato prostředí učit v matematice.

Dále jsem pátrala v historii vzniku bludišť, kde jsem se dostala do starověkého Řecka a naopak u cyklostezek mě překvapila jejich velice krátká minulost na území ČR.

Překvapivé bylo i mapování úloh v učebnicích Hejného metody a to především u prostředí Cyklostezek, kde byla celých pět ročníků převážně využívána jedna cyklostezka, ač jako isomorfní graf.

Při experimentech jsem se snažila jít v souladu s psychikou dítěte, tedy zařazovat takové aktivity, které ho baví a dělají mu radost. Hodně jsem se zaměřovala na cestu od procesu ke konceptu, a proto jsem hojně využívala modelů cyklostezek či bludišť. Snažila jsem se ve shodě s vyučováním orientovaným na budování schémat a tudíž i s konstruktivistickým pojetím výuky zařazovat metody skupinové a kooperativní výuky, individualizovat výuku, připouštět ba dokonce žádat diskuzi, pracovat s chybou a nastolovat problémové situace, které by žáci mohli řešit.

Ve všech experimentech jsem použila úlohy, které jsem sama vymyslela, tudíž jsem splnila svůj cíl, kdy jsem chtěla rozšířit zásobárnu úloh.

Jako nejefektivnější metodu, z těch, které jsem vyzkoušela, vidím u prostředí Cyklostezky outdoorovou výuku. Děti plnily něco na způsob orientačního běhu a ani si

neuvědomovaly, že se při tom učí matematiku. Přičemž se po nich v tu chvíli vyžadovala jak orientace v mapě, tak i ve 3D prostoru a vzájemné přepínání mezi nimi. Pracovaly s kódem a to jak v podobě barevného kódu tras, tak i schématu cyklostezky v podobě mapy. Nedílnou součástí bylo nahlédnutí do teorie grafů a práce s podmínkou.

Také jsem zkusila v rámci experimentu posunout cyklostezky trochu dále a využít jejich potenciálu, a to zařazením úloh o pohybu, přičemž žáci pracovali nejen s těmito úlohami, ale i s mapou a vzdálenostmi, které si předtím sami zjistili na modelu cyklostezky.

Na prostředí Bludiště jsem měla možnost pouze dvou experimentů, avšak i ty byly přínosné. Ověřila jsem si svou hypotézu, že u úloh z prostředí Bludiště nezáleží na věku řešitele, ale na jeho schopnosti logického myšlení. Podobně je tomu i u úloh z prostředí Cyklostezky.

V úvodu práce jsem si stanovila za cíl vymyšlení hry nebo didaktické pomůcky k těmto dvěma matematickým prostředím, a ač mám v plánu hru dále vylepšovat, myslím si, že jsem svůj cíl splnila, což se také ukázalo na proběhlém experimentu. Hra byla funkční a splnila svůj účel. Dovolím si říct, že žáky bavila a zároveň splnila pedagogický cíl, kdy řešením úloh z prostředí Bludiště a Cyklostezky nabývali matematické poznatky.

Je evidentní, že se zkušenostmi, které nyní mám, bych plánovala některé experimenty jinak, avšak k tomuto bych nikdy nedospěla, kdybych se o chybovosti či nedokonalosti naplánované jednotky nepřesvědčila právě provedením experimentů, díky kterým nyní vím, na co se při příštím plánování zaměřit.

Seznam použitých informačních zdrojů

Bludiště s pastelkami. Říčany: Junior, 2007, 2 sv. (23, 23 s.).

ČAPEK, Robert. *Moderní didaktika: lexikon výukových a hodnoticích metod*. Vydání 1. Praha: Grada, 2015. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-3450-7.

DEMEL, Jiří. *Grafy a jejich aplikace*. Vyd. 2., (Vlastním nákladem 1.). Libčice nad Vltavou: J. Demel, 2015, 257 s. ISBN 978-80-260-7684-1.

FLINTHAM, Thomas. *Bláznivá bludiště Thomase Flinthama*. 1. vyd. Praha: Mladá fronta, 2011, [96] s. ISBN 978-80-204-2415-0.

FUCHS, Eduard. *Kombinatorika a teorie grafů*. Vyd. 1. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1986, 138 s.

Graf (teorie grafů), 2015, [online] [cit. 2016-02-04]

Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Graf_\(teorie_graf%C5%AF\)](https://cs.wikipedia.org/wiki/Graf_(teorie_graf%C5%AF))

Graph Theory [online] [cit. 2016-02-04]

Dostupné z: http://world.mathigon.org/Graph_Theory

HARTL, Pavel a Helena HARTLOVÁ. *Psychologický slovník*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2000, 774 s. ISBN 80-7178-303-x.

HEJNÝ, Milan. *Barevná bludiště*. Nepublikováno. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, 1998, s. 32.

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. 1. vyd. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014, 229 s. ISBN 978-80-7290-776-2.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2007a, 151 s. ISBN 978-80-7238-628-4.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: učebnice pro 1. ročník základní školy, 1. díl*. 1. vyd. Ilustrace Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2007b. ISBN 978-80-7238-626-0.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: učebnice pro 1. ročník základní školy, 2. díl*. 1. vyd. Ilustrace Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2007c. ISBN 978-80-7238-627-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008a, 183 s. ISBN 978-80-7238-768-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 2. ročník základní školy, 1. díl*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2008b. ISBN 978-80-7238-768-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 2. ročník základní školy, 2. díl*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2008c. ISBN 978-80-7238-769-4.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009a, 168 s. ISBN 978-80-7238-827-1.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek. Plzeň: Fraus, 2009b. ISBN 978-80-7238-824-0.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pracovní sešit pro 3. ročník základní školy, 1. díl*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek. Plzeň: Fraus, 2009c. ISBN 978-80-7238-824-0.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pracovní sešit pro 3. ročník základní školy, 2. díl*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek. Plzeň: Fraus, 2009d. ISBN 978-80-7238-826-4.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jitka MICHNOVÁ a Eva BOMEROVÁ. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010a, 167 s. ISBN 978-80-7238-943-8.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Eva BOMEROVÁ. *Matematika: učebnice pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2010b. ISBN 978-80-7238-940-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jitka MICHNOVÁ a Eva BOMEROVÁ. *Matematika: pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2011a, 155 s. ISBN 978-80-7238-969-8.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Eva BOMEROVÁ, Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2011b. ISBN 978-80-7238-966-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 2. ročník základní školy, 3. díl*. 2. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2011c. ISBN 978-80-7238-982-7.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2009, 232 s. Pedagogická praxe. ISBN 978-80-7367-397-0.

HEJNÝ, Milan (ed.), Jarmila NOVOTNÁ (ed.) a Nad'a STEHLÍKOVÁ (ed.). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004a, 212 s. ISBN 80-7290-189-3.

HEJNÝ, Milan (ed.), Jarmila NOVOTNÁ (ed.) a Nad'a STEHLÍKOVÁ (ed.). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004b, s. 213-455. ISBN 80-7290-189-3.

HEJNÝ, Milan a Nad'a VONDROVÁ. *Číselné představy dětí*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 1999, 123 s. ISBN 80-86039-98-6.

HLINĚNÝ, Petr, *Teorie grafů*, 2008 [online] [cit. 2016-02-04]

Dostupné z: <http://www.fi.muni.cz/~hlineny/Vyuka/GT/Grafy-text07.pdf>

HORDĚJČUK, Vojtěch, *Teorie grafů* [online] [cit. 2016-02-04]

Dostupné z: <http://voho.cz/wiki/graf/>

KVASZ, Ladislav. *Princípy genetického konstruktivismu*. In: *Dva dny s didaktikou matematiky 2016: sborník příspěvků ze semináře katedry matematiky a didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, v tisku

LEE, Joe. *Řecká mytologie pro začátečníky*. Vydání první. Praha: Práh, 2015, 207 stran. ISBN 978-80-7252-581-2.

MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido - edice pedagogické literatury, 2003. ISBN 8073150395.

MARTINEK, Jaroslav. Příběhy českých cyklostezek a cyklotras. *Silnice železnice* [online]. 2010 [cit. 2016-02-13]. ISSN 1803-8441. Dostupné z: <http://www.silnice-zeleznice.cz/clanek/pribehy-ceskych-cyklostezek-a-cyklotras/>

Národní strategie rozvoje cyklistické dopravy ČR [online]. Ministerstvo dopravy, 2005, s. 38, [cit. 2016-02-14]. ISBN 80-86502-11-2. Dostupné z : <http://www.cyklodoprava.cz/file/narodni-strategie-rozvoje-cyklisticke-dopravy-cr/>

Národní strategie rozvoje cyklistické dopravy České republiky: pro léta 2013 - 2020 [online]. Ministerstvo dopravy, 2013, s. 80, [cit. 2016-02-14]. Dostupné z: <http://www.cyklodoprava.cz/file/cyklostrategie-2013-final/>

NEŠKUDLA, Bořek. *Encyklopedie řeckých bohů a mýtů*. 1. vyd. Praha: Libri, 2003, 228 s. Mytologie. ISBN 80-7277-125-6.

PETIŠKA, Eduard. *Staré řecké báje a pověsti*. 12. vyd. v Albatrosu. Praha: Albatros, 2002, 213 s. ISBN 80-00-01031-3.

PRŮCHA, Jan (ed.). *Pedagogická encyklopedie*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2009, 935 s. ISBN 978-80-7367-546-2.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 6., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2009, 395 s. ISBN 978-80-7367-647-6.

PŘÍHONSKÁ, Jana. Teorie grafů na základní škole. *Učitel matematiky*. Praha, 2004, 13(1), s. 9-19. ISSN 1210-9037.

PŘÍHONSKÁ, Jana. Teorie grafů na základní škole. *Učitel matematiky*. Praha, 2005, 13(3), s. 148-162. ISSN 1210-9037.

PŘÍHONSKÁ, Jana. Teorie grafů na základní škole. In: JIROTKOVÁ, Darina a Nad'a STEHLÍKOVÁ. *Dva dny s didaktikou matematiky 2000: sborník příspěvků ze semináře katedry matematiky a didaktiky matematiky*. 1. Praha: Univerzita Karlova, 2000, s. 18-19. ISBN 80-7290-023-4.

Rosalind: Glossary – Eulerian cycle [online] [cit. 2016-02-04]

Dostupné z: <http://rosalind.info/glossary/eulerian-cycle/>

SPILKOVÁ, Vladimíra. *Proměny primárního vzdělávání v ČR*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2005, 311 s. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-942-9.

VEJMOLA, Stanislav a Petr FIALA. *Teorie grafů*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1985, 222 s.

Workshop: Konstruktivism as a Paradigm for Teaching and Learning [online]

[cit. 2016-02-01]

Dostupné z <http://www.thirteen.org/edonline/concept2class/constructivism/index.html>

ZEZULÁKOVÁ, Renata. *Rozvoj cyklostezek v ČR*. Brno, 2011.

Dostupné také z: http://is.muni.cz/th/321277/esf_b/Rozvoj_cyklostezek_v_CR.pdf.

Bakalářská práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce Ing. Vilém Pařil.

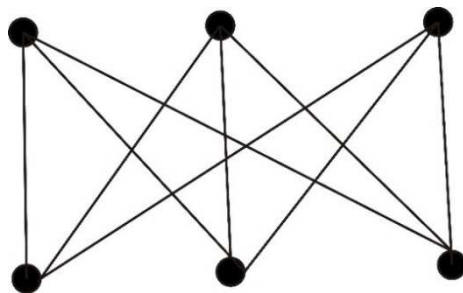
ZORMANOVÁ, Lucie. *Výukové metody v pedagogice: tradiční a inovativní metody, transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky, klasifikace výukových metod*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2012, 155 s. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-4100-0.

Seznam příloh

- Příloha č. 1 – grafy, které nesouvisí s prostředím Bludiště a Cyklostezky
- Příloha č. 2 – Experiment C1 – pracovní listy pro samostatnou práci
- Příloha č. 3 – Experiment C1 – pracovní list pro skupinovou práci
- Příloha č. 4 – Experiment C1 – protokol z audiovizuální nahrávky
- Příloha č. 5 – Experiment C1 – vyplněné dotazníky
- Příloha č. 6 – Experiment C1 – vyplněné pracovní listy pro samostatnou práci
- Příloha č. 7 – Experiment C2 – pracovní list pro samostatnou práci
- Příloha č. 8 – Experiment C2 – schéma modelu cyklostezky s pracovním listem
- Příloha č. 9 – Experiment C2 – gradované úlohy
- Příloha č. 10 – Experiment C2 – vyplněné pracovní listy
- Příloha č. 11 – Experiment C2 – vyplněné pracovní listy k modelu cyklostezky
- Příloha č. 12 – Experiment C3 – mapa cyklostezky s chybějícími údaji
- Příloha č. 13 – Experiment C3 – pracovní listy
- Příloha č. 14 – Experiment B1 – pracovní listy se získanými zámky
- Příloha č. 15 – Experiment B2 – mapa
- Příloha č. 16 – Experiment B2 – pracovní listy se získanými zámky
- Příloha č. 17 – Experiment B2 – řešení úloh z obálky
- Příloha č. 18 – Experiment C4 – gradované úlohy
- Příloha č. 19 – Experiment C4 – mapa – kompletní
- Příloha č. 20 – Experiment C4 – vyřešené úlohy
- Příloha č. 21 – Experiment C5 – cyklostezky, které vznikly podle zadaných tras
- Příloha č. 22 – Experiment H – úloha z prostředí Bludiště využitá v experimentu
- Příloha č. 23 – Experiment H – úlohy z prostředí Cyklostezky využitá v experimentu

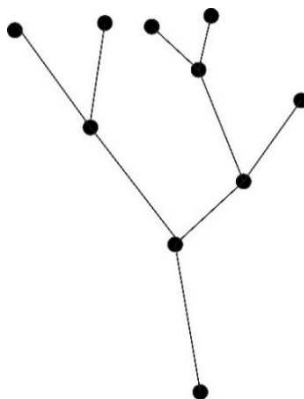
Příloha č. 1 – grafy, které nesouvisí s prostředím Bludiště a Cyklostezky

Úplný bipartitní graf je speciálním úplným grafem, jehož vrcholy jsou rozděleny do dvou skupin (partit), přičemž jsou hranami spojeny všechny dvojice z různých skupin. Vrcholy z jedné skupiny mezi sebou spojeny nejsou (Hliněný, 2008, s. 2).



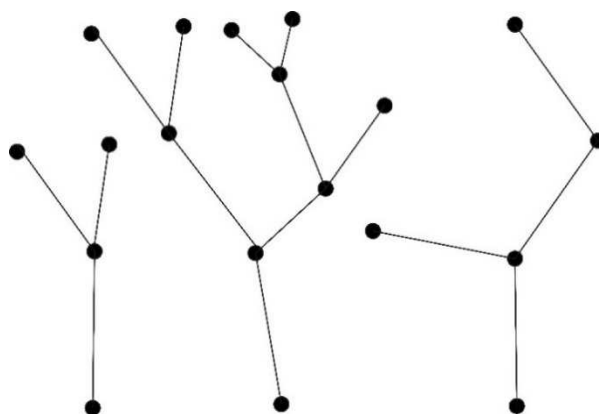
(Hliněný, 2008, s. 2)

Strom je souvislý graf bez kružnic, jehož jakákoli dvojice vrcholů je spojena pouze jedinou hranou, vypuštěním kterékoli hrany ztrácí graf souvislost. (Vejmola, Fiala, 1985, s. 22)



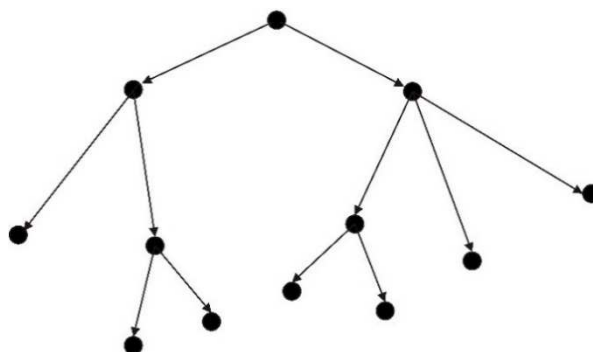
(Vejmola, Fiala, 1985, s. 22)

Les je nesouvislý graf, jehož složkou jsou stromy. (Vejmola, Fiala, 1985, s. 22 – 23)



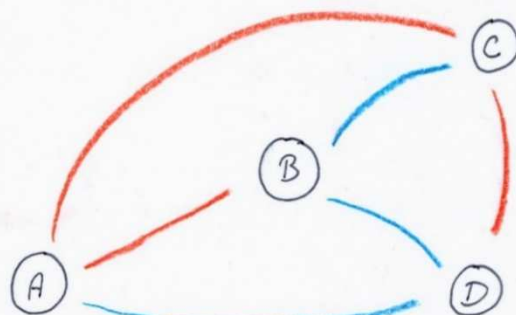
(Vejmola, Fiala, 1985, s. 22)

Kořenový strom je jedním z nejčastěji využívaných grafů. Pomocí kořenového grafu se dají znázornit hierarchické struktury. „Kořenový strom je orientovaný graf, v němž existuje význačný vrchol, tzv. kořen, takový, že do kořene nevede žádná hrana, do každého jiného vrcholu vede přesně jedna hrana a navíc jsou všechny vrcholy z kořene orientovaně dostupné. Kořenový strom bývá někdy nazýván také větvení.“ (Demel, 2015, s. 21)



(Demel, 2015, s. 21)

1)



Doplň barvy cyklostezek.

A B C D

D B A C D A

Doplň názvy stanovišť.

B — — —

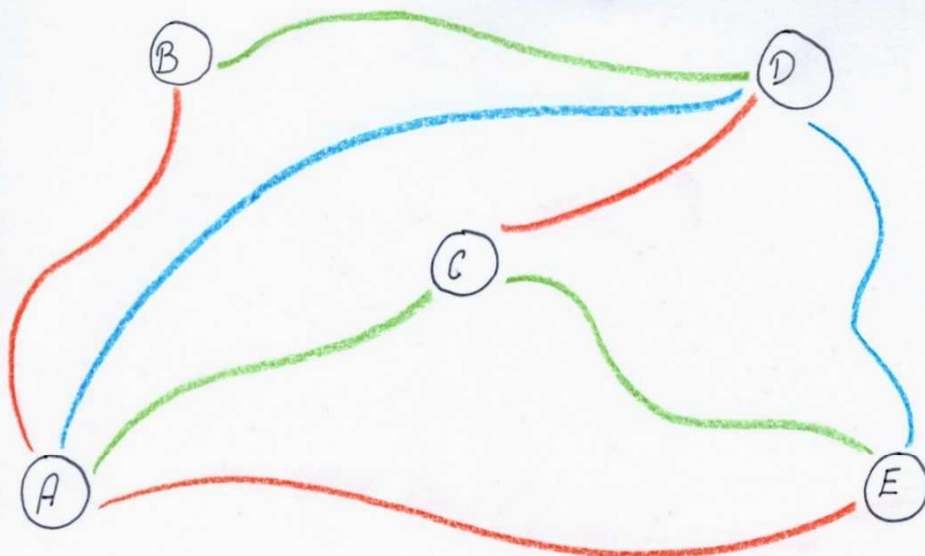
 — — B — —

D — — — — —

Doplň názvy stanovišť a barvy cyklostezek.

 A — C —

2)



Vymysli názvy stanovišť tak, aby začínaly na zadané písmeno.
Můžeš použít předložku.

př.: (G) U Gustava

Doplň barvy cyklostezek.

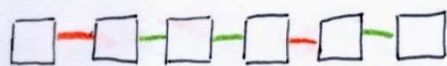
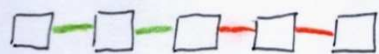
A C D B A D

Které stanoviště bylo vynecháno?

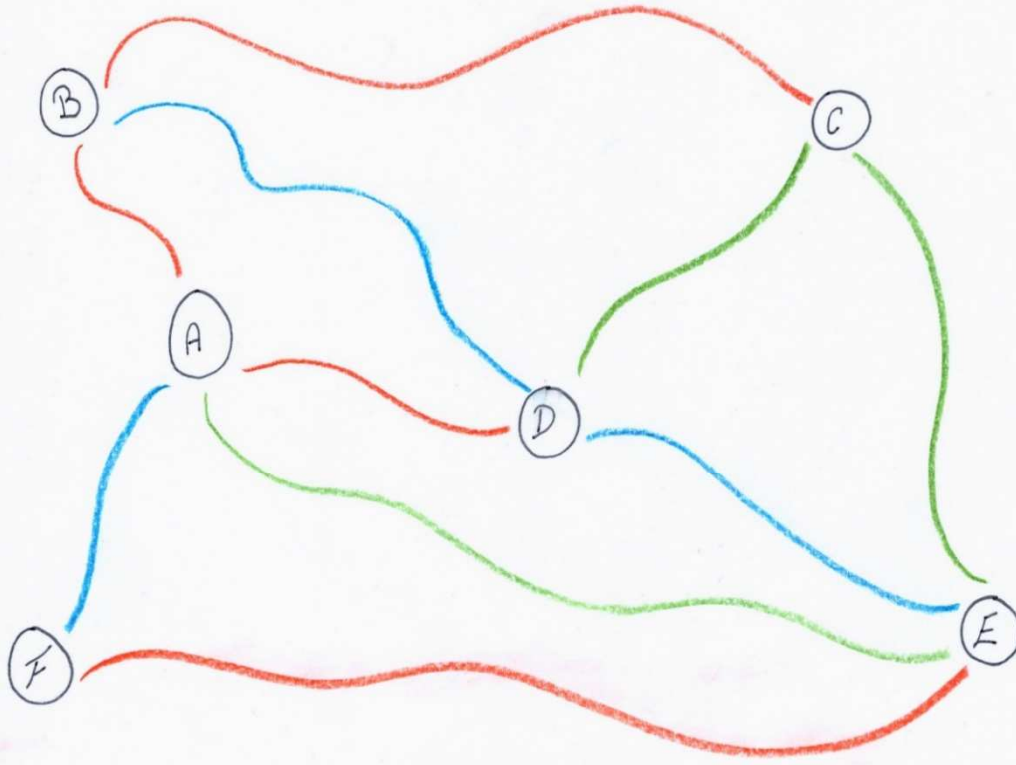
Po které cyklostezce bychom se dostali na vynechané stanoviště?
Znovu zapiš celou trasu a doplň cestu na vynechané stanoviště.

Jak bychom se nyní dostali na stanoviště, ze kterého jsme vyjžděli?

Doplň názvy stanovišť.



Příloha č. 3 – Experiment C1 – pracovní list pro skupinovou práci



Doplň názvy stanovišť. Po každé stezce můžeš jet pouze jednou.

☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐

Po které stezce jsme nejeli?

☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐

Příloha č. 4 – Experiment C1 – protokol z audiovizuální nahrávky

(začátek hodiny – 20 minut)

Žáci jsou označeni svým kódem. V případě, že nebylo možné rozpoznat, který žák něco řekl, je promluva označena symbolem Ž. Pokud mluví více žáků najednou, jsou označeni ŽŽ. Učitel (já) je označen U. Jiné osobě náleží symbol X a další identifikace osoby). Pokud je projev nesrozumitelný, nese označení N. V případě, že žák mluví o jiném žáku, je jeho jméno v promluvě nahrazeno kódem žáka.

kód	verbální projev	popis činnosti
H4	„Proč máte na sobě to vybavení?“	
D2	„Paní učitelka bude sportovat, jsem pochopila.“	
U	„Poprosím vás sem (na koberec), ale pozor, ať to neroztrháme. Do kroužku. Tak, ještě ať se vejde všichni. Koho tady máme ze 3.A? Tak já vás poprosím, abyste nic neprozrazovali, aby i ostatní na to mohli přijít, jo? Tak, Já si na to ještě něco musím vzít.“	
H4	„Helmu“	
D2	„Dneska budete jezdit na kole?“	
U	„Jo, a vy taky, ale tolik helem nemám.“	
H8	„Jo!“	(Ví, co budeme dělat za prostředí. Je mu naznačeno, že to nemá prozrazovat.)
U	„Kdo rád jezdí na kole?“	
ŽŽ		(Hlásí se a vyluzují zvuky.)
U	„A jezdíte s rodiči?“	
ŽŽ	„Joooo“	
U	„A pořádně je proháníte na tom kole?“	
ŽŽ	„Jo.“	
U	„Nebo oni prohánějí vás?“	
ŽŽ	„Oni nás.“	
U	„A když jezdíte na tom kole, máte na hlavě taky helmu?“	
D1	„No H6, ty ne.“	

ŽŽ	„Joooo.“	
U	„A co ještě potřebujeme mít na tom kole?“	
D1	„Rukavice.“	
H6	„Rukavice aby se neodřeli“ N	
H4	„Rukavice.“	
D1	„Pevnou obuv.“	
Ž	„Termoprádlo.“	
H7	Nikolas: krátký sukně	
U	„Ale třeba pro holky existuje i sukně na kolo.“	
H4	„Tak to fakt ne.“	(Předvádí, jak tančí.)
U	„Ale maj pod tím kraťasy.“	
D3	„A nebo legíny.“	
U	„A co ještě potřebujeme na kolo mít?“	
H4	„Vybavení“	
U	„To je co?“	
H4	„To kolo musíme mít“	
U	„To kolo, to by chtělo.“	
H6	„Takže, rukavice...“	
H4	„Ňáký to triko.“	
H6	„Ne to nemusíš mít triko.“	
H8	„Zvonek.“	
U	„Zopakuj to ještě, ať to slyšíme všichni.“	
H8	„Zvonek“	
H4	„No zvonek, abys nenaboural.“	
U	„To je povinná výbava.“	
D1	„Ne.“	
U	„Je to povinná výbava.“	
D1	„Nene, povinná výbava jsou brzdy, obuv aaa.“	
H6	„Ale nesmíš mít sandále.“	
ŽŽ	N	(Žáci se překřikují.)
U	„Poslouchejte se. Haló, haló. Kluci! Tak, povídej.“	
D1	„Že jsme měli policajta, že jo, jak jsme tady byli tady. A von nám říkal, že povinný, když jedu na kole je helma, pevná obuv a brzdy.“	

U	„No to jo. A co když pojedu potmě?“	
D4	„To si tam dávám takovou tu“ N	
H6	„Vepředu světlo taky musí.“	
U	„A jenom vepředu?“	
Ž	„Ně i vzadu.“	
D1	„Vepředu je bílá a vzadu je červená.“	
U	„Aha“	
D3	„Ještě na tom kole jsou ňák na tom kole takový, tak takový jako ňáký oranžový –“	
U	„Co je to oranžový mezi dráty?“	
ŽŽ	„Odrázky.“	
U	„Ty tam taky musí být, aby nás nepřejelo auto. Tak jo, to jsme si řekli a já teďko, co to tady před váma je?“	
ŽŽ	„Vy“	
D6	„Cesta.“	
H7	„Trasa kol?“	
H4	„Jó to je trasa, taková jako týda, týda, týda, dž.“	
U	„Mohlo by po tom jet kolo?“	
Ž	„Jo, mohlo.“	
ŽŽ	N	(Baví se mezi sebou, překřikují se.)
H4	„Hele, hele, to červený je láva, to modrý je voda a to zelený je...“	
H7	„To je prales.“	
H4	„To zelený je tráva.“	
H7	„To je prales.“	
H4	„Ne, to je tráva.“	
U	„Aha. A když jste byli někde na výletě, nemuselo to být na kole, tak pak máte třeba takovou mapu turistickou a tam jsou...“	
D1	„Tam jdeme po červený nebo po zelený nebo modrý, pak je ještě žlutá.“	
H5	„Ne to jsou jako. Tady chybí. Měla by tady být ještě žlutá. To jsou takový jako cyklistický značky.“	

D3	„ Tady žlutá není.“	
U	„ Tady žlutá není, ale třeba nám to sem přibude. I když nevím jestli... No, uvidíme. Tak a já teď Ali, paní učitelku, poprosím. Tak a tam se nám něco objeví. A my se naučíme, jak se po takové cyklistické stezce jezdí.“	(Zapnutí projektoru.)
D2	„ Já to vim.“	
U	„ Vy jste to už dělali v učebnici, že jo?“	
H4	„ Ne, my jsme to nedělali, nám to tady ukazoval pan policista.“	
U	„Aha.“	
H4	„ Už tam něco je, ale je tady světlo.“	
		(Kolegyně Alžběta jde zatemnit.)
ŽŽ	„A-C-D-B-C-E-A“	(Žáci čtou, co vidí na tabuli.)
U	„Tak a my si všichni teď půjdeme stoupnout tam na tu stranu a podíváme se na to. Nestůjte v tom, stoupněte si tam. Co by to mohlo být, když se podíváte na tu zem a když se podíváte na tu tabuli.“	(Žáci se mají postavit čelem k tabuli a k modelu na podlaze a stát v modelu.)
ŽŽ	N	(Žáci debatují mezi sebou a nemohou se dohodnout.)
U	„Nám tu něco chybí.“	
D1	„ A by mělo bejt na červený, C by mělo bejt na zelený, D na červený, B na modrý, C na taky na modrý, E na zelený a A...“	
U	„Nám tu něco zmizelo.“ Už nám to sedí?“	(V plánu chyběly dvě stezky, které následně U dodělala.)
H5	„Docela jo.“	
U	„Tam máme... Kde začínáme?“	
H6	„ Jo, už je to správně.“	
D3	„ Od áčka.“	

U	„ Tak já poprosím někoho, kdy by nám zkusil... D3, zkusíš nám projít tu trasu? Máš tady tahák (ukázání na tabuli). Zkusíš nám to projít? Budete jí radit?“	
D1	„ Jo D3, běž po červený až k tomu děčku.	
D3	„Počkat, kde je béčko?“	
D1	„Dé!“	
U	„ A má jít po červené k děčku?“	
D1	„Tadydlenc je červený áčko, a červený děčko, takže já si myslím, že ta červená by měla jít až k děčku“	(Nejdříve jde k tabuli a ukazuje na ní. Následně se obrací k modelu, na kterém také ukazuje.)
U	„Jo?“	
D1	„Že by to jakoby...“	
U	„Co si myslíte?“	
D4	„Né, ale. Né, ale.“	
D1	„Totiž jakoby.“	
D4	„To děčko pak je do toho...“	(Šermuje rukama.)
D1	„Tady jsou dvě červený.“	(Ukazuje na tabuli.)
U	„Jé.“	(D1 přepla tabuli.)
ŽŽ	N	
U	„Tak přestaňte klikat a pojd'te se podívat. Pojd'te se podívat. Pojd'te, hele, D3 radit. Tam se běžte dívat. Běžte D3 radit, kudy má jít.“	
H6	Š: „[Tydy dy, tydy dy, tydy dy dy]“	(Prochází modelem.)
ŽŽ	[N]	(Dohadují se mezi sebou.)
D1	„Bud'to aby ses dostala k tomu červenému děčku, můžeš jít takhle, nebo můžeš jít támhle, tak si vyber.“	(Ukazuje nad model od A k D.)
U	„Myslíte, že si může vybrat?“	
D7	„Nemůže, protože tam je stezka a podle toho musíme jít.“	(Ukazuje na tabuli.)
D1	„No joo, ale to by musela být ta červená od áčka do děčka.“	
D7	„Od áčka, pak do céčka, potom do děčka.“	

D1	„Céčko je modrý.“	
D7	„A potom od děčka do béčka.“	
H6	„ Jo takhle, no správně... cé do zelenýho, dé do bé... a musíš jít na tu modrou, počkej.“	
D3	„H6, já tě nechápu.“	
U	„Tak, jenom, zkuste se poslouchat a zkuste všichni radit. Pojd'te nám radit. Pojd'te nám radit, kudy ta D3 má jet.“	(Ukazuje na žáky stranící se skupiny.)
D4	„ No takže od áčka do céčka.“	
U	„ No, tak jsme tady.“	(Ukazuje na tabuli.)
D4	„Pak jed' na děčko.“	
X Alžběta	„ Teda paní učitelko, já vám řeknu, já tomu vůbec nerozumím, holky, protože tady neslyším nikoho, protože mluví úplně všichni.“	(Přihlízející kolegyně přerušuje žakovskou diskuzi.)
H5	„ Já jsem to pochopil.“	
X Alžběta	„ Co s tím paní učitelko budeme dělat?“	
H5	„ Já jsem to pochopil a taky už –“	
X Alžběta	„ Vás děti nic nenapadá, co s tím budeme dělat?“	
ŽŽ	„Jo.“	
H6	„ Já už to mám, už to –“	
U	„ Co jsme říkali? Hele, co jsme říkali? Že se máme poslouchat, že jo?“	
H6	„Já už to mám.“	
U	„ Tak jak budeme – Tak teďkon, jeden poradí cestu první, první část cesty, další poradí druhou část a budete se poslouchat. Tak začni. Ale pak do toho nesmíš mluvit dalšímu. Kam má vyjít. Stojí v áčku.“	(Žáci se hlásí. U vybírá H6.)
H6	„A je červený, takže musí jít tudy.“	(Ukazuje na model.)
U	„ Hm, tak další, kdo bude radit. No tak no.“	
H6	„D4“	
U	„D4“	

D4	„A pak z ze céčka na děčko.“	
U	„Uhm, a to jde po zelené. Tak.“	
D1	„Z děčka na béčko.“	
D3	„No a pak jdu na céčko, že jo?“	
H6	„No.“	
D1	„Z béčka na céčko a pak ještě éčko a na áčko.“	
H6	„No a máš to!“	
U	„[Je to tak?]“	
D3	„[No dyť jsem to pochopila taky, ne?]“	
H6	„No jistě, no jistě.“	
U	„Zkusíte, zkusí si ještě někdo projít tu trasu?“	
ŽŽ	„Jo.“	(Hlásí se.)
H6	„Můžu si to projít? Můžu?“	
U	„Počkej, tam už máme vybráno... za tebou. Nevim, jak se jmenuješ.“	
H6	„H3“	
H3	„H3“	
U	„H3, tak H3 půjde, tak mu rad'te.“	
H6	„Takže, ééé běž na céčko.“	
D3	„[Pak na děčko.]“	
D1	„[Pak na děčko.]“	
H6	„Na děčko.“	
D3	„[Na béčko.]“	
D1	„[Na béčko.]“	
H6	„[Na béčko.]“	
ŽŽ	„Na céčko, na éčko a na áčko.“	
D3	„No prostě deš N“	(Prochází trasu.)
U	„Tak, holky, holky, holky. Tak, kdo chce, může ještě zkusit. Já vám zatím něco připravím. Kdo chce, může projít.“	
ŽŽ	„Já, já, já. N“	
D4	„Nerad'te, nerad'te.“	
H6	„Já jdu, já jdu, já.“	
U	„Tak běž.“	(Vyzývá D4.)
H6	„No tak běž no.“	

D3	„Takhle, takhle, takhle, takhle.“	(Šermuje rukama nad modelem.)
D4	„Hm hm hm.“	(Prochází model.)
D3	„Ale teda po týhle trase vůbec nejdu.“	(Ukazuje na B – A.)
H6	„[Ná, ná, ný, ná, ná, ný]“	(Prochází trasu.)
U	„[Tak, já vám sem něco strčím navíc.]“	
U	„Po kolikátý už jde H6?“	
H6	„Já?“	
D1	„Po stopadesátý.“	
H6	„Nene, poprvý.“	
U	„Tak, jo, tak dobrý. Tak, já vám tady někomu rozdám...“	
ŽŽ	„Mně. Prosím, prosím.“	
U	„Nebo... Ne, dám vám to sem.“	
H6	„Vááááá.“	(Žáci se hrnou k hromádce barevných pruhů.)
U	„Ne, ne, ne. Udělejte si od toho odstup. Polož to tam. Polož to tam. Ať všichni na to vidí. Ať všichni vidí tady na ta písmena na zemi. Co bysme s tím mohli dělat, ví to někdo?“	
D1	„Jo.“	
H6	„Už vim, už vim.“	
U	Co, vy víte, co byste s tím mohli dělat?	(Ptá se dosud nezapojených žáků.)
H6	„Už vim, já, já, už vim, už vim.“	(Poskakuje před U.)
H7	„Ha, jo, já vim.“	
D1	„Já už vim.“	
H7	„Budeme spojovat ta písmena s těma čárama. Vždycky je tam dáme mezi to písmeno a podle toho budem jít.“	
D1	„Cože?“	
U	„Souhlasíme?“	
D3	„Já to teda nechápu.“	
D1	„Já jsem tomu vůbec nerozuměla.“	
U	„Řekneš to ještě jednou, prosím?“	

H7	„No asi, že si vybereme náký čáry, potom je dáme tam, pod ta písmena, no a potom podle těch čar budeme chodit.“	
U	„Co ty čáry znamenají?“	
H7	„barvu.“	
ŽŽ	„Stezky.“	
U	„A má to něco - Jó?“	
H6	„Ale ééé, ale... é tam vůbec nepatří.“	(Kouká na tabuli.)
U	„Proč tam é nepatří?“	
H6	„Ale to se musí srovnat.“	
U	„Ale já nic rovnat nechci. Já to chci mít takhle Co s tím uděláme?“	(Ukazuje na karty poskládané na zemi.)
H6	„Co s tím uděláme?“	
D7	„Že tam dáme ty... ty proužky k těm, mezi ty písmena a potom pojedeme skrz.“	
U	„Uhm... A podle čeho tam budeme dávat ty proužky?“	
D1	„Podle toho, podle tý tabule.“	
H6	„Podle tý tabule, musíš to prostě přendat.“	
D7	„Podle toho jak, kam jako vedou ty...“	(Ukazuje na model.)
U	„[Podle toho na zemi?]“	
H6	„[Už, už vim.]“	
U	„Souhlasíme?“	
ŽŽ	„Ano.“	
H6	„Takže, když tam bude é –“	
U	„Poslouchal jsi ostatní, nebo mluvíš jenom ty? Co říkali?“	
H6	„Ééé že aby se to to...“	
U	„Se to to? No, hele, začni poslouchat.“	
H6	„Já poslouchám.“	
H5	„Aby to jako všechno souviselo dohromady, aby třeba že ééé á a ééé třeba no aby to prostě souviselo přesně, aby to prostě ta cesta třeba kdyby se ty proužky daly tudy, tak aby to vyšlo.“	
U	„Aha.“	
H7	„Musí to vyjít vždycky.“	

U	„Takže budeme dávat... zkusí to někdo... dáš tam první, abysme to zkusili? tam si vyber nějaký proužek a co tam bude? Jaký tam bude?“	(Obrací se na D7)
D7	„Modrý.“	
U	„Souhlasíme?“	
ŽŽ	„Ano.“	
U	„A proč tam bude ten modrý?“	
H7	„Protože z éčka do céčka vede modrý.“	
U	„Jo? Ukážete mi to?“	
D3	„Takhle éčko, céčko éčko, céčko áčko.“	
H5	„Červená.“	
U	„A proč?“	
D2	„Protože z céčka do áčka vede červená.“	
U	„Uhm.“	
D1	„[A tady bude zase modrá.]“	
U	„[Souhlasíme?]“	
H6	„Aňó, aňó.“	
U	„Ták, no, tak si vem. Je to tak?“	(Vyzývá D1.)
ŽŽ	„Ano.“	
U	„A co když vám sem dám... Kam vám to dám? Tak, místo D3 vám to dám.“	
D1	„Z děčka do céčka...“	
U	„Tak, kdo eště nebyl?“	
ŽŽ	„Já, já.“	
U	„Tak pojd'. Souhlasí to?“	(Vyzývá D9.)
ŽŽ	„Ano.“	
U	„Hele já využiju – Támhle seděj na lavici a nic nedělej, tak se dohodněte, kdo pude.“	
D7	„D8 potřebuje procvičit.“	
U	„D8 pojd', neboj. Tak po čem pudem. Vidíme tam? Souhlasíme?“	
ŽŽ	„Ano, ano.“	
U	„D3. Kluci, tak slezte z tý lavice.“	
H6	„Můžu prosím já?“	
U	„Souhlasíme?“	
ŽŽ	„Můžu?“	
U	„Co nám chceš říct?“	

H4	„Já jsem ještě nebyl.“	
U	„Tak ty nám to zkontroluj a ty pojd' na poslední. Tak, podíváme se, co nám tam přibylo... Je to tak?“	(H5 kontrola, H4 doplňuje.)
ŽŽ	„ Jo.“	

Příloha č. 5 – Experiment C1 – vyplněné dotazníky

Hodnocení Jak bys ohodnotil/a svou práci v hodině? Hodnot jako ve škole. ① 2 3 4 5 Co tě nejvíce bavilo? <i>Bavila mě cesta. ©</i> Dělalo ti něco problém, přišlo ti to těžké? Co to bylo? <i>nic</i> Přišlo ti něco naopak opravdu jednoduché? Co to bylo? <i>cesta</i>	Hodnocení Jak bys ohodnotil/a svou práci v hodině? Hodnot jako ve škole. 1 ② 3 4 5 Co tě nejvíce bavilo? <i>Na kobereci ty ciklostesky.</i> Dělalo ti něco problém, přišlo ti to těžké? Co to bylo? <i>Ten 2. papír.</i> Přišlo ti něco naopak opravdu jednoduché? Co to bylo? <i>Na kobereci ty ciklostesky</i>
Hodnocení Jak bys ohodnotil/a svou práci v hodině? Hodnot jako ve škole. ① 2 3 4 5 Co tě nejvíce bavilo? <i>Cy klostezka na kobereci a pracovní listy.</i> Dělalo ti něco problém, přišlo ti to těžké? Co to bylo? <i>Neslo mi jak jsme měli dělat z toho 6 dál.</i> Přišlo ti něco naopak opravdu jednoduché? Co to bylo? <i>Viznači na stezce barvi.</i>	Hodnocení Jak bys ohodnotil/a svou práci v hodině? Hodnot jako ve škole. ① 2 3 4 5 Co tě nejvíce bavilo? <i>KOŽ JSME BĚHALI NA CYKLOSTEZCE</i> Dělalo ti něco problém, přišlo ti to těžké? Co to bylo? <i>NIC</i> Přišlo ti něco naopak opravdu jednoduché? Co to bylo? <i>VŠECHNO</i>

Příloha č. 6 – Experiment C1 – vyplněné pracovní listy pro samostatnou práci

1)

Doplň barvy cyklostezek.

A-B-C-D

D-B-A-C-D-A

Doplň názvy stanovišť.

B-A-C-D

A-D-B-A-C

D-B-A-D-C-A

Doplň názvy stanovišť a barvy cyklostezek.

C-A-D-B-C-A

1)

Doplň barvy cyklostezek.

A-B-C-D

D-B-A-C-D-A

Doplň názvy stanovišť.

B-A-C-D

A-D-B-A-C

D-B-A-D-C-A

Doplň názvy stanovišť a barvy cyklostezek.

C-A-D-B-C-A

1)

Doplň barvy cyklostezek.

~~A-B-C-D~~

~~A-D-B-A-C~~

~~D-B-A-D-C-A~~

Doplň názvy stanovišť.

B-A-C-D

A-D-B-A-C

D-B-A-D-C-A

Doplň názvy stanovišť a barvy cyklostezek.

C-A-D-B-C-A

1)

Doplň barvy cyklostezek.

A-B-C-D

D-B-A-C-D-A

Doplň názvy stanovišť.

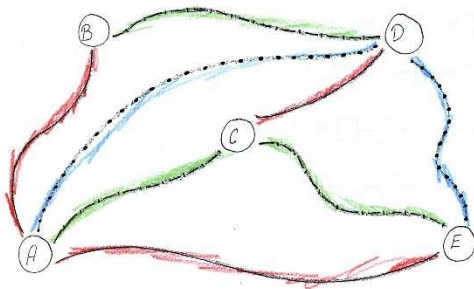
B-A-C-D

A-D-B-A-C

D-B-A-D-C-A

Doplň názvy stanovišť a barvy cyklostezek.

C-A-D-B-C-A



Vymysli názvy stanovišť tak, aby začínaly na zadané písmeno.
Můžeš použít předložku.

př.: ⑤ U zastavy ③ U cívání
① U Anděla ④ U dědy
② U Borůvkového lesa

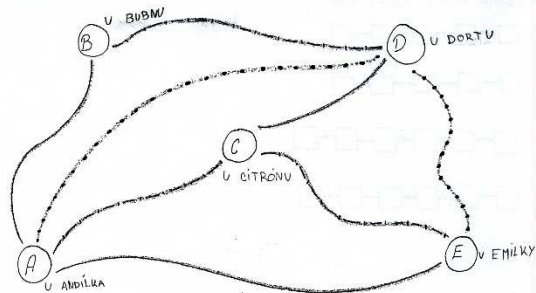
Doplň bary cyklostezek.

A C D B A D

Které stanoviště bylo vynecháno?

Po které cyklostezce bychom se dostali na vynechané stanoviště?
Znovu zapiš celou trasu a doplň cestu na vynechané stanoviště.

Jak bychom se nyní dostali na stanoviště, ze kterého jsme vyjžděli?



Vymysli názvy stanovišť tak, aby začínaly na zadané písmeno.
Můžeš použít předložku.

př.: ⑤ U zastavy ① U ANDĚLA ③ U BUBNY ④ U CITRŮNU ② U DORTU
⑥ U EMILKY

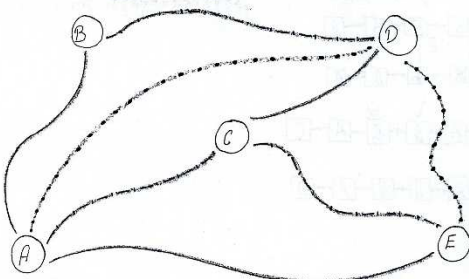
Doplň bary cyklostezek.

A C D B A D

Které stanoviště bylo vynecháno? ⑥ U EMILKY

Po které cyklostezce bychom se dostali na vynechané stanoviště?
Znovu zapiš celou trasu a doplň cestu na vynechané stanoviště.

Jak bychom se nyní dostali na stanoviště, ze kterého jsme vyjžděli?



Vymysli názvy stanovišť tak, aby začínaly na zadané písmeno.
Můžeš použít předložku.

př.: ⑤ U zastavy ① ANTONÍNOV ③ BABKOTRAP
④ CECILOVKA ② DINOSAURŮ ⑥ EKOVES

Doplň bary cyklostezek.

A C D B A D

Které stanoviště bylo vynecháno? EKOVES

Po které cyklostezce bychom se dostali na vynechané stanoviště?
Znovu zapiš celou trasu a doplň cestu na vynechané stanoviště.

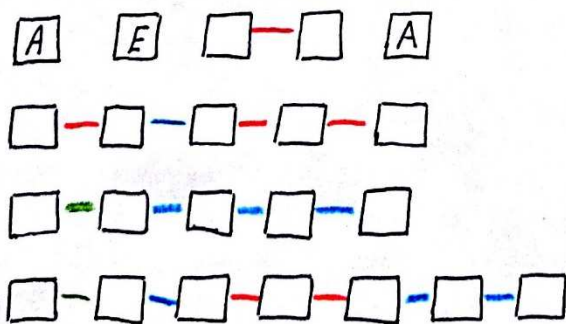
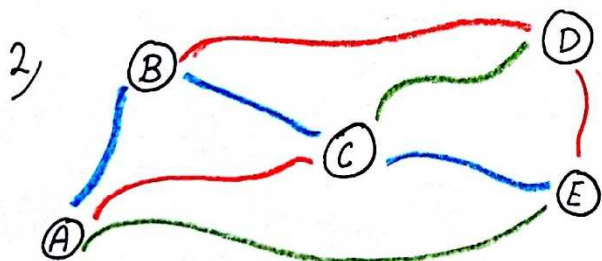
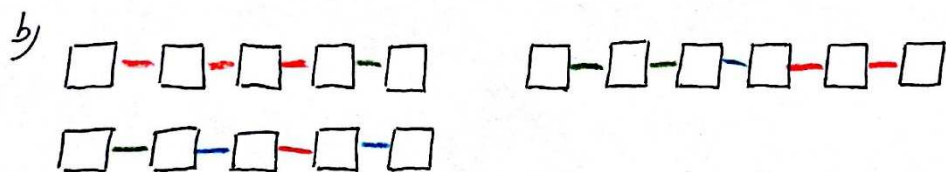
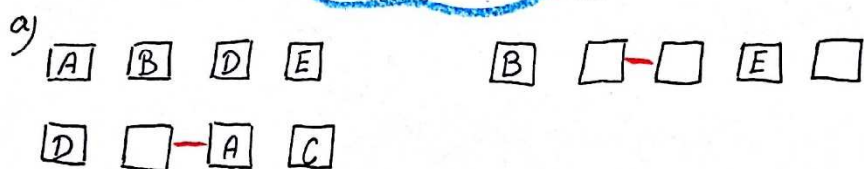
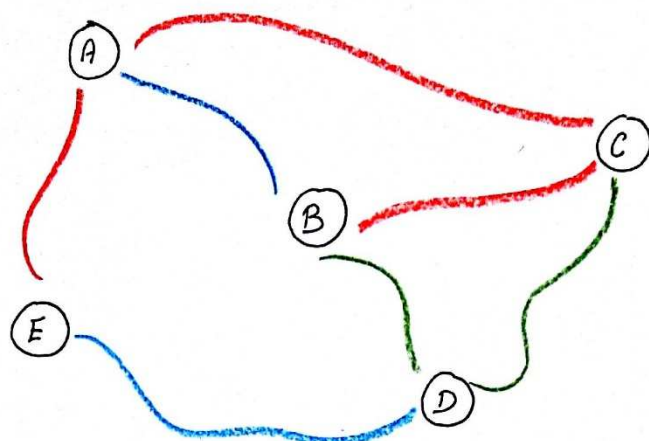
A C D B A D

Jak bychom se nyní dostali na stanoviště, ze kterého jsme vyjžděli?

Doplň názvy stanovišť.

A C E A B
B A D A
E A D A C
B A D B A D

1)



Příloha č. 8 – Experiment C2 – schéma modelu cyklostezky s pracovním listem

The diagram shows a network of six nodes labeled A, B, C, D, E, and F. Three paths are drawn between them:

- Red path:** A → B → C → E → F → A
- Blue path:** A → D → E → F → A
- Green path:** A → D → C → E → A

Doplň názvy stanovišť. Po každé stezce můžeš jet pouze jednou.

□ — □ — □ — □ — □ — □ — □ — □ — □

Po které stezce jsme nejeli?

□ — □ — □ — □ — □ — □ — □ — □ — □

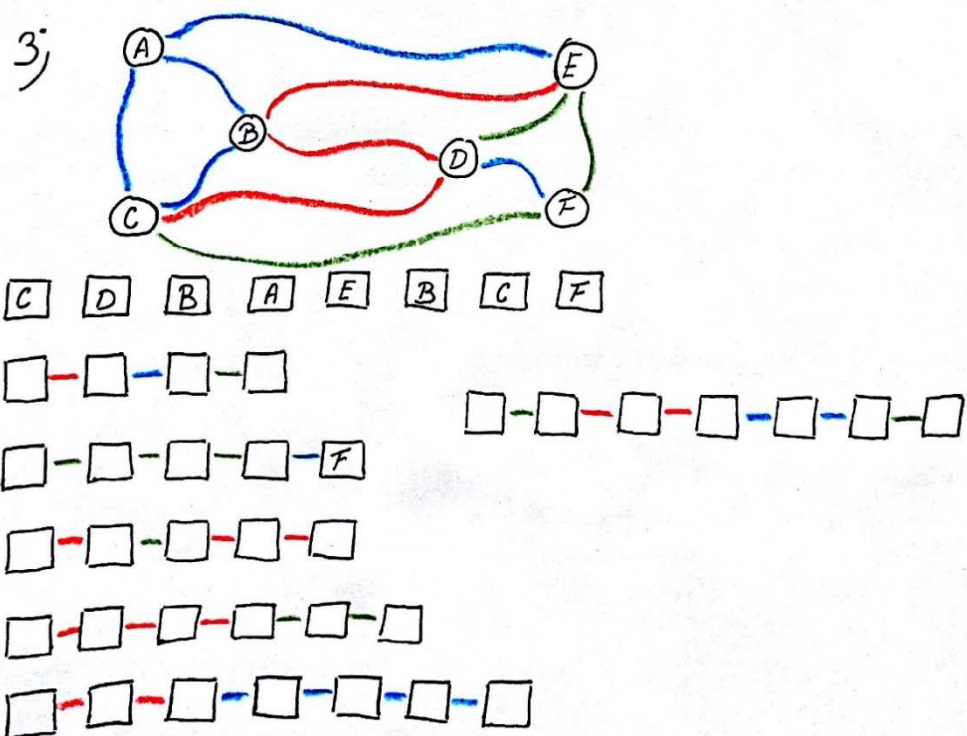
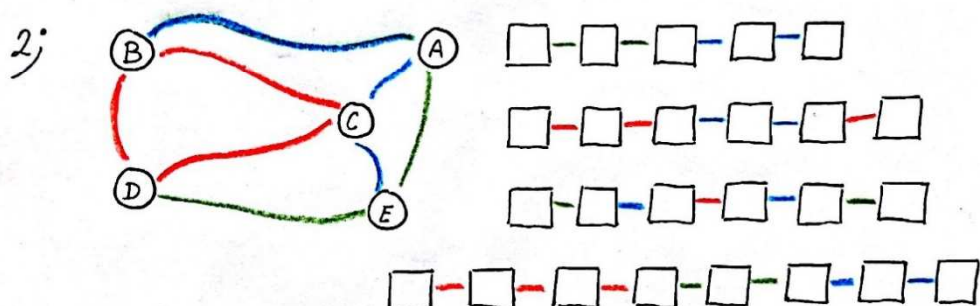
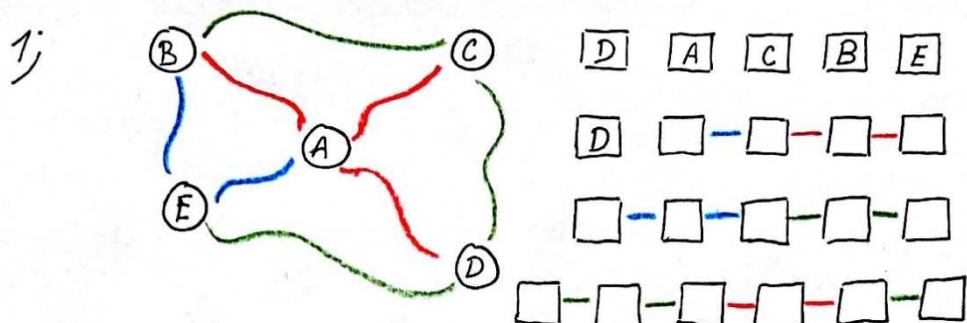
Doplňte.
Vypočítejte délky tras.

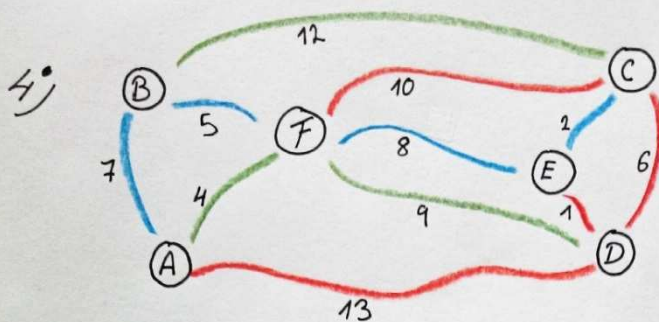
D A B C D

E D A F E

F E A B C D

B C D E A D B





Najdi všechna řešení.

☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐

☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐

☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐

☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐ — ☐

Doplň. Vypočítej délky tras.

☐ A ☐ C ☐ B ☐ F

☐ A ☐ D ☐ E ☐ C

☐ D ☐ F ☐ B ☐ C ☐ D

☐ F ☐ B ☐ C ☐ E ☐ F

☐ A ☐ D ☐ E ☐ C ☐ B ☐ A

Příloha č. 10 – Experiment C2 – vyplněné pracovní listy

1)

a)

A → B → D → E B → C → A → E → D
D → C → A → C

b)

E → A → C → B → D C → D → B → A → C → B
D → B → A → E → D

2)

A → E → D → B → A
A → C → E → D → B
A → E → C → B → A
A → E → C → A → → →

1)

a)

A → B → D → E B → C → A → E → D
D → E → A → C

b)

E → A → C → B → D C → D → B → A → C → B
D → B → A → E → D

2)

A → E → D → B → A
~~A → C → B → D → E~~
A → E → C → B → A
D → C → → → → →

1)

a)

A → B → D → E B → C → A → E → D
D → E → A → C B → C → D → E → A

b)

E → A → C → B → D C → D → B → A → C → B
C → D → E → A → D

2)

A → E → D → A
 → → → →
 → → → →
 → → → → →

1)

a)

A → B → D → E B → C → A → E → D
D → C → A → C

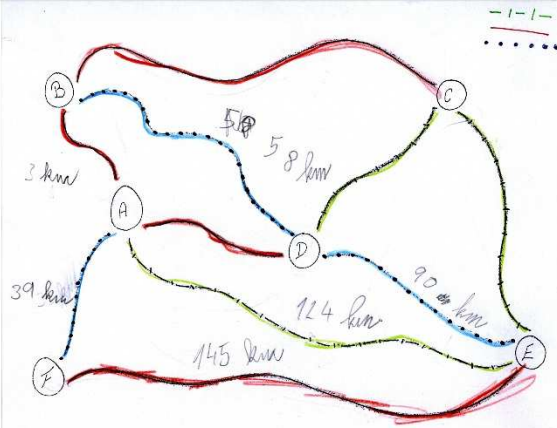
b)

E → A → C → B → D C → D → B → A → C → B
C → D → E → A → D

2)

A → E → D → B → A
A → C → E → D → B
A → E → C → B → A
D → E → B → D → E → C → B

Příloha č. 11 – Experiment C2 – vyplněné pracovní listy k modelu cyklostezky

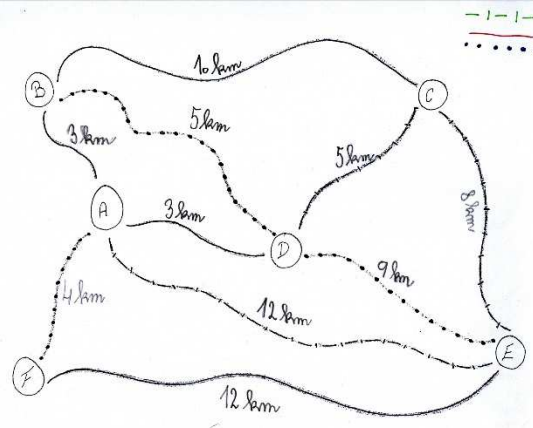


Doplň názvy stanovišť. Po každé stezce můžeš jet pouze jednou.

D - A - B - C - E - F - A - E - D ... B

Po které stezce jsme nejeli?

D - A - E - D - B - C - E - A - D - C

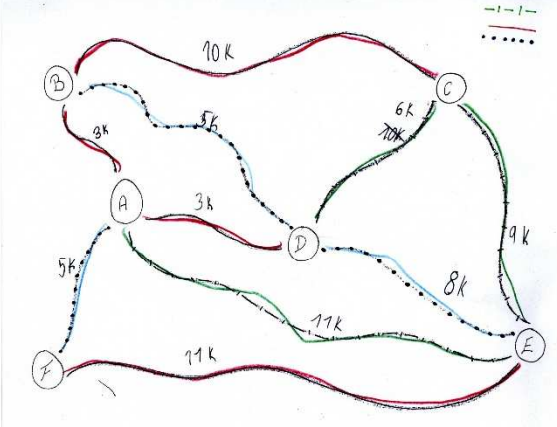


Doplň názvy stanovišť. Po každé stezce můžeš jet pouze jednou.

D - A - B - C - E - F - A - E - D - B

Po které stezce jsme nejeli?

[Empty sequence of boxes]



Doplň názvy stanovišť. Po každé stezce můžeš jet pouze jednou.

[Empty sequence of boxes]

Po které stezce jsme nejeli?

[Empty sequence of boxes]

Doplňte.
Vypočítejte délky tras.

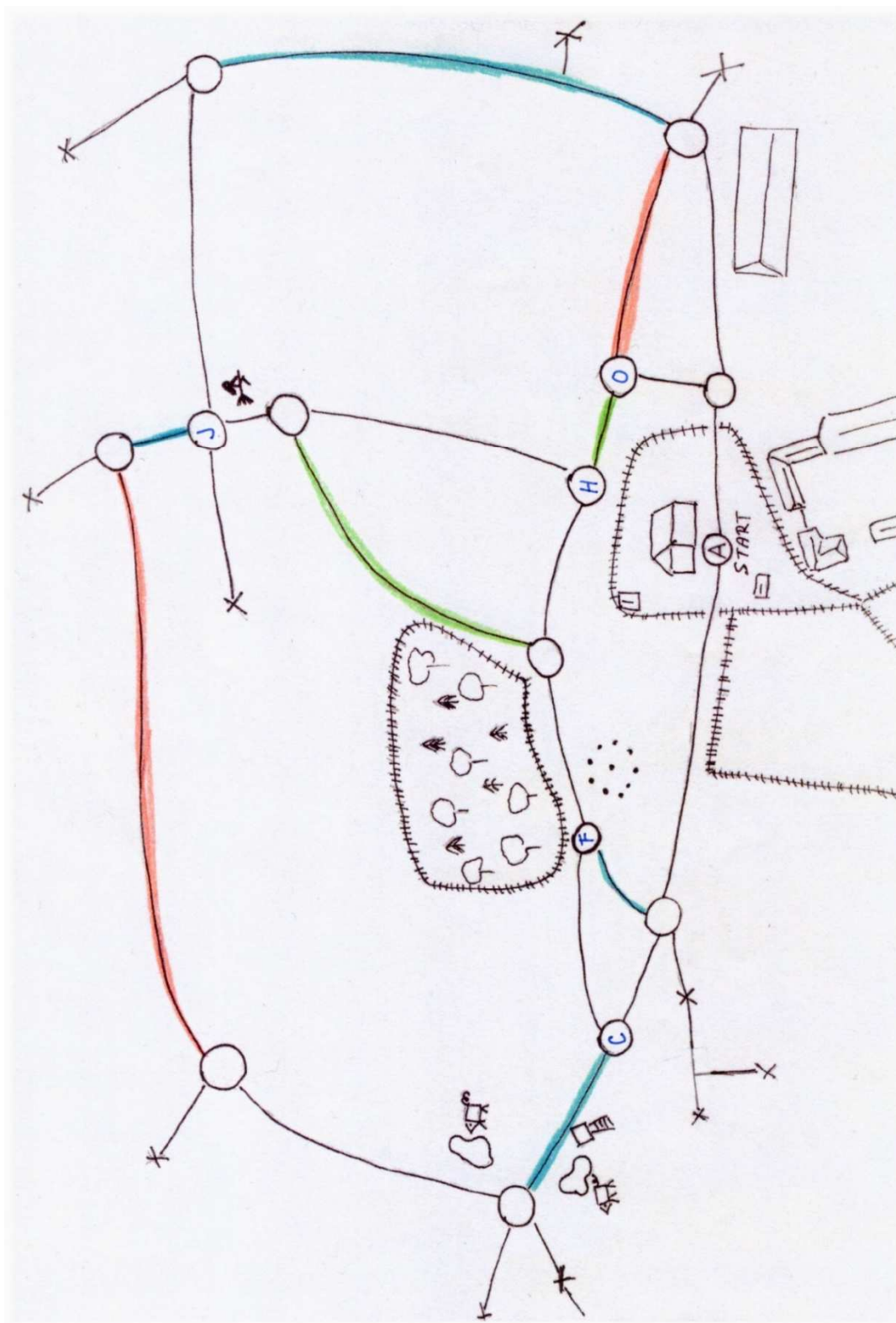
$D \xrightarrow{3k} A \xrightarrow{3k} B \xrightarrow{10k} C \xrightarrow{6k} D$

$E \xrightarrow{8k} D \xrightarrow{3k} A \xrightarrow{5k} F \xrightarrow{11k} E$

$F \xrightarrow{11k} E \xrightarrow{3k} A \xrightarrow{3k} B \xrightarrow{10k} C \xrightarrow{6k} D$

$B \xrightarrow{3k} C \xrightarrow{10k} D \xrightarrow{6k} E \xrightarrow{11k} A \xrightarrow{8k} D \xrightarrow{3k} B$

Příloha č. 12 – Experiment C3 – mapa cyklostezky s chybějícími údaji



Doplň názvy stanovišť.

A — — —

--	--	--	--

— — — — A

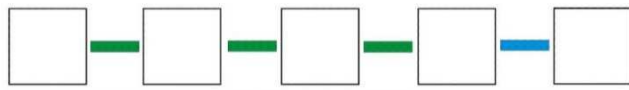
--	--	--	--	--

— C — — —

--	--	--	--	--

— — J — —

--	--	--	--	--

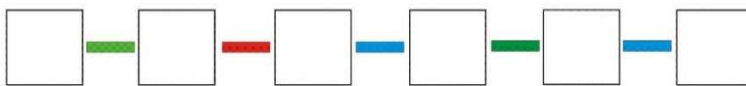


--	--	--	--	--



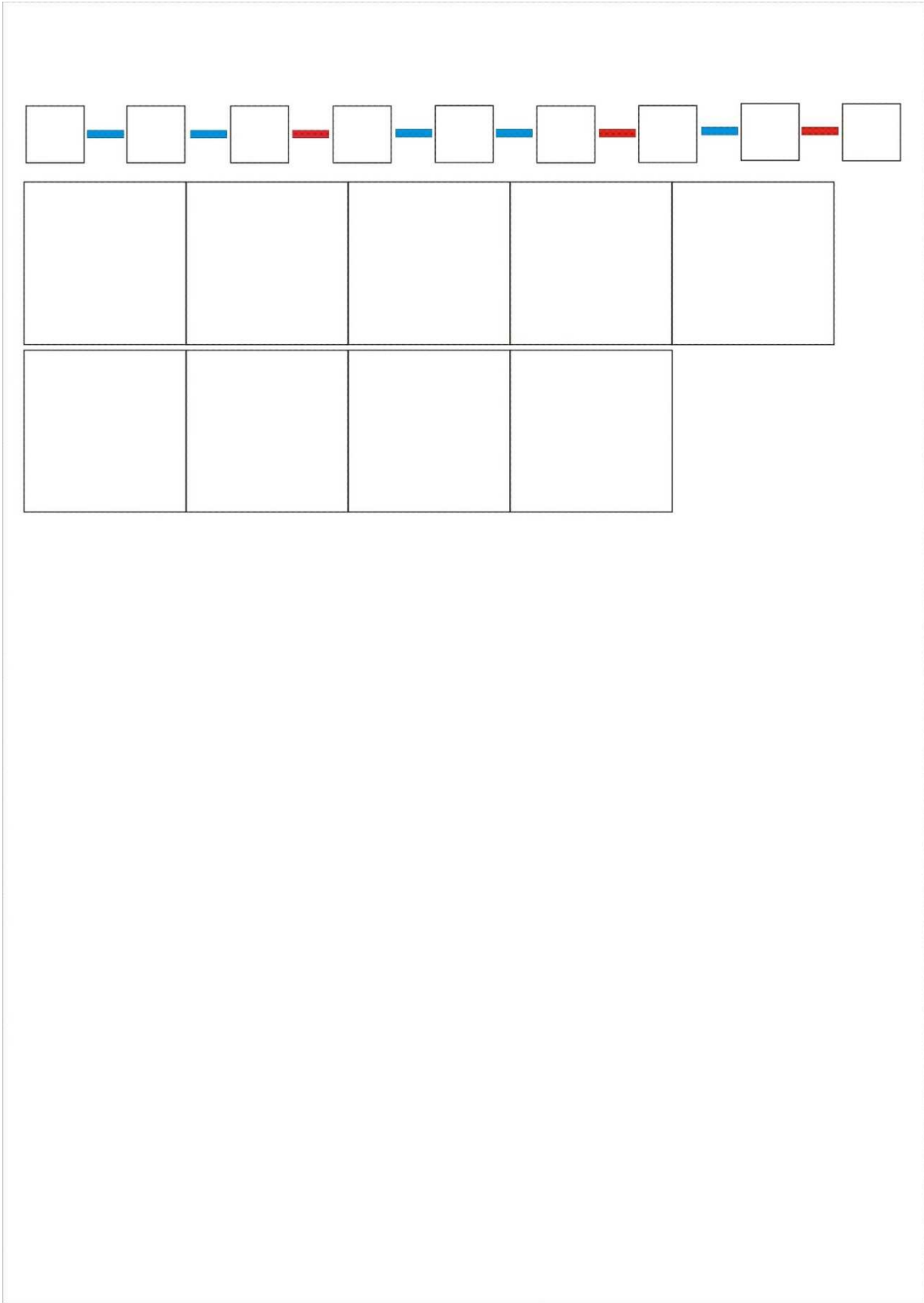
--	--	--	--	--

--	--

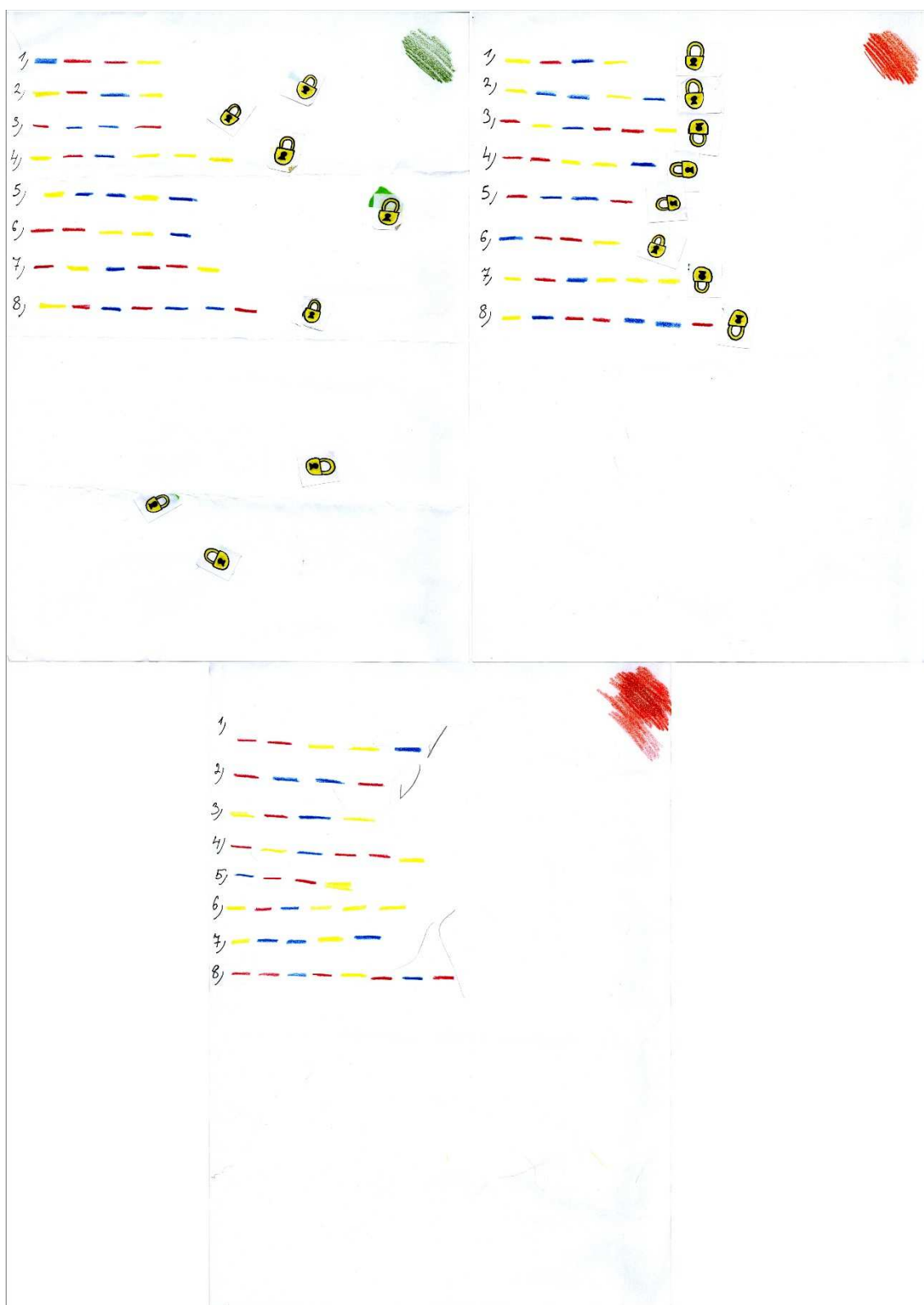


--	--	--	--	--

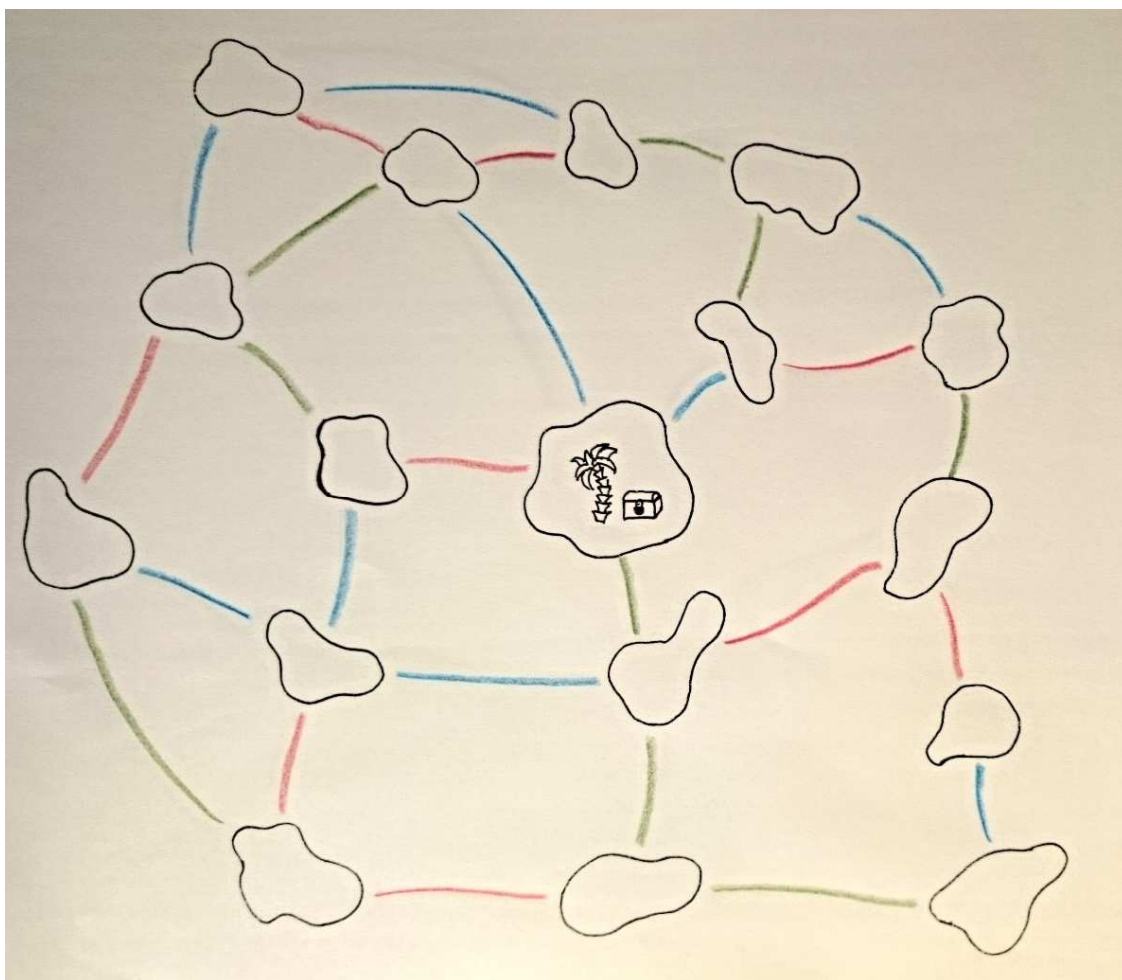
--



Příloha č. 14 – Experiment B1 – pracovní listy se získanými zámky



Příloha č. 15 – Experiment B2 – mapa



Příloha č. 16 – Experiment B2 – pracovní listy se získanými zámky

Vycházejte z domovského ostrova.

Najděte východí ostrov a dojděte na ostrov s obálkami.

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)
- 6)
- 7)

Vycházejte z domovského ostrova.

Najděte východí ostrov a dojděte na ostrov s obálkami.

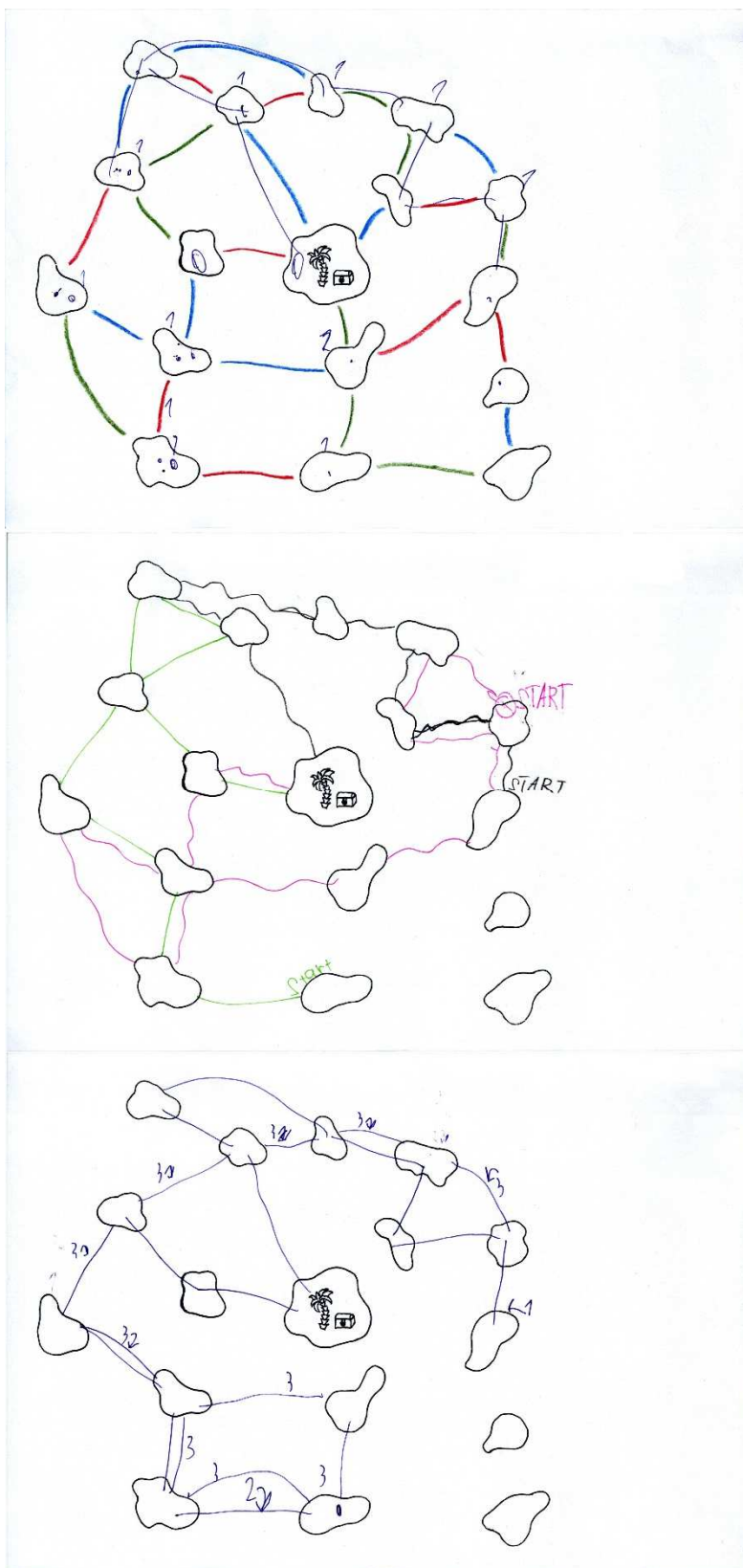
- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)
- 6)
- 7)

Vycházejte z domovského ostrova.

Najděte východí ostrov a dojděte na ostrov s obálkami.

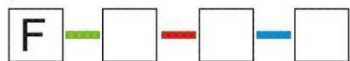
- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)
- 6)
- 7)

Příloha č. 17 – Experiment B2 – řešení úloh z obálky



Příloha č. 18 – Experiment C4 – gradované úlohy

1)



2)



3)



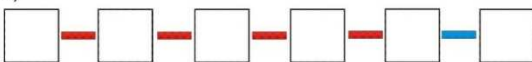
4)



5)



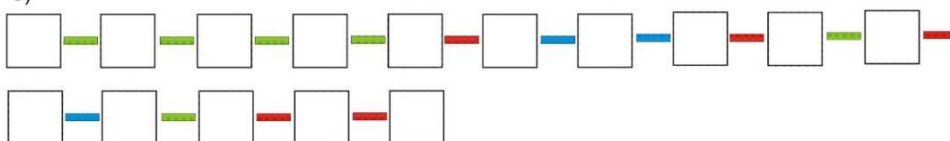
6)



7)



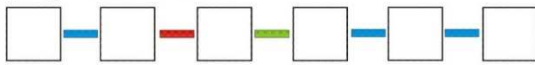
8)



9) Najdi všechna řešení.



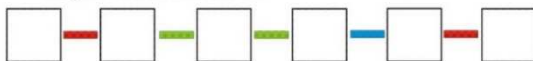
10) Najdi všechna řešení.



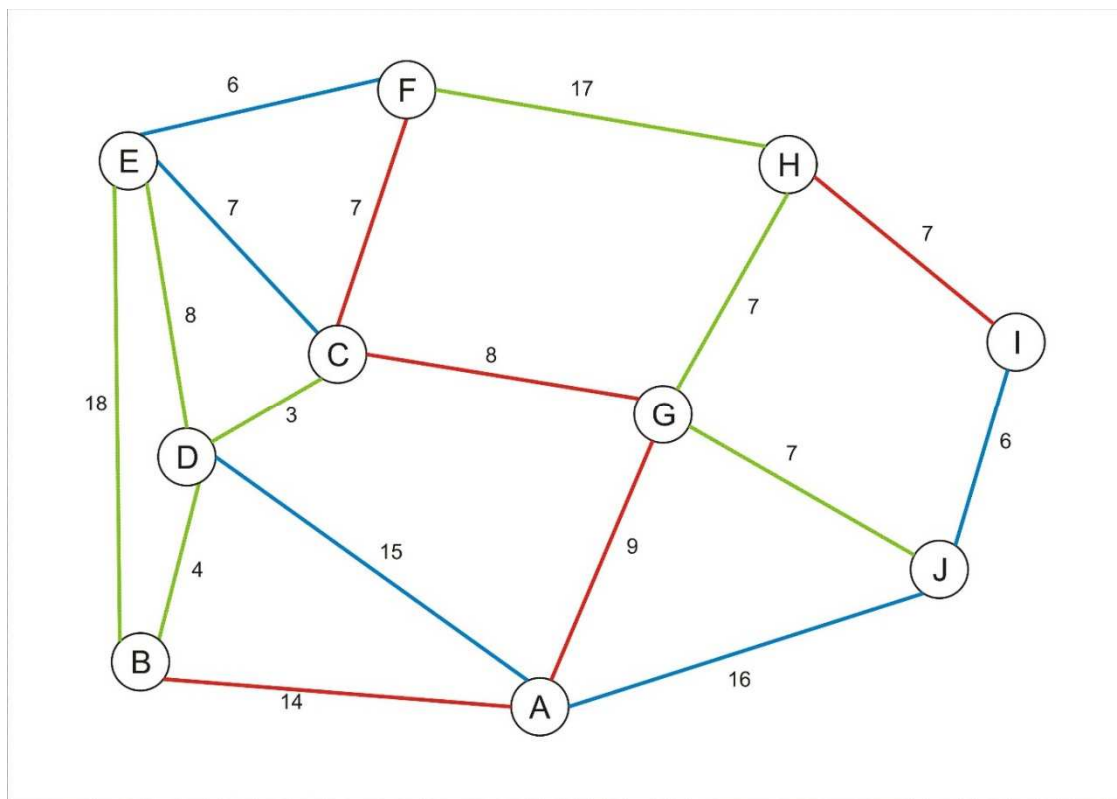
11) Najdi všechna řešení.



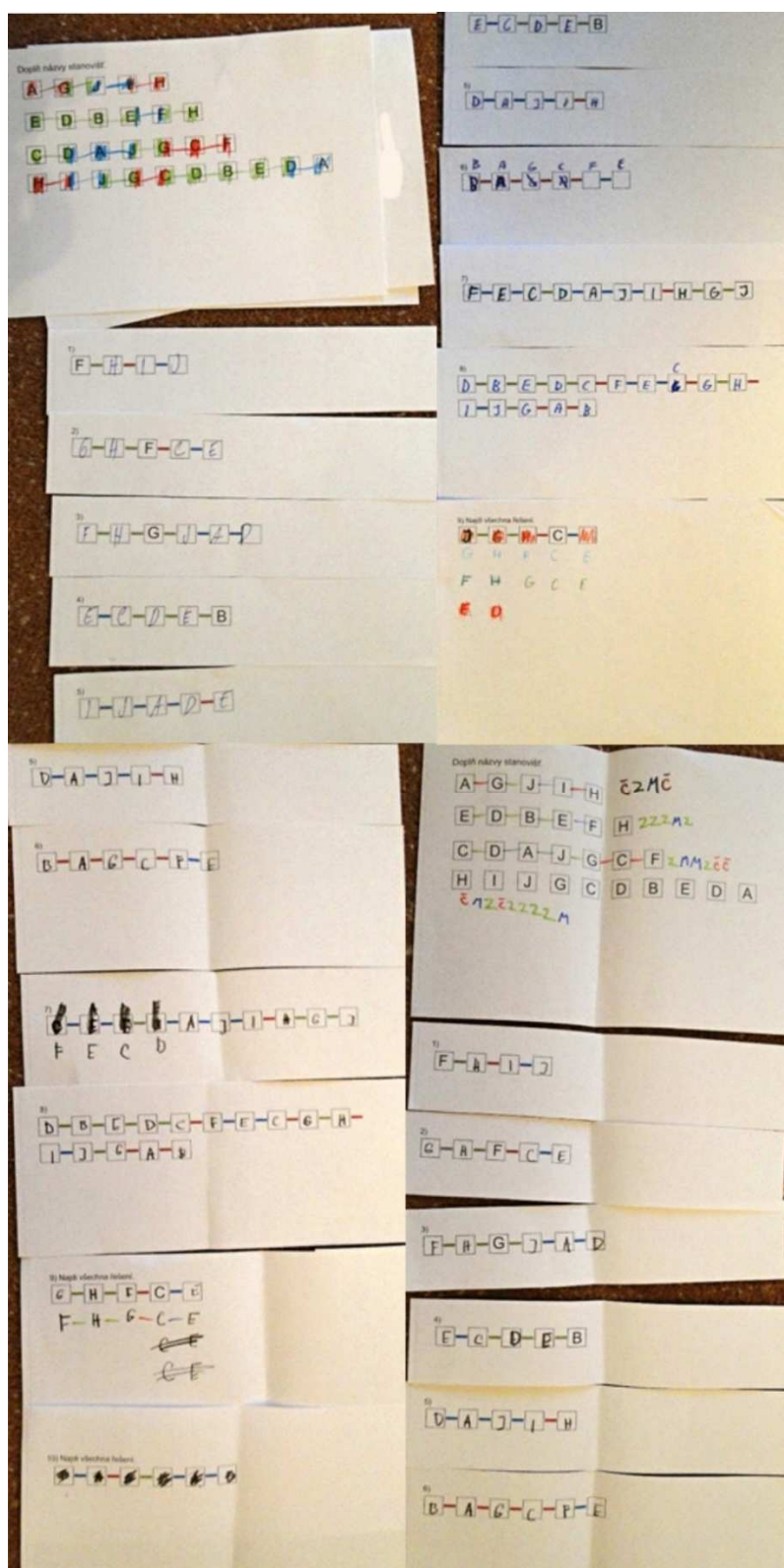
* Najdi všechna řešení.



Příloha č. 19 – Experiment C4 – mapa – kompletní



Příloha č. 20 – Experiment C4 – vyřešené úlohy



6) D-A-J-I-H

6) B-A-G-C-F-E

7) F-E-C-D-A-J-I-H-G-J

8) D-E-B-D-C-F-E-C-G-H
I-J-G-A-B

9) Napíš všechna řešení:
G-H-F-C-E
F H G C E

10) Napíš všechna řešení:
E-F-C-D-A-J
E G G J A D

11) Napíš všechna řešení:
D-E-D-C-G-H-I
E B D C G H I

5) D-A-J-F-H

6) B-A-E-C-F-E

7) F-E-C-D-A-J-I-H-G-J

8) D-E-B-D-C-F-E-C-G-H
I-J-G-A-B

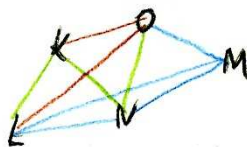
9) Napíš všechna řešení:
F-H-G-C-E
F D C F E
D E B A J
C D B A D
J G H I J
F H G C E

10) Napíš všechna řešení:
E-F-C-D-A-J
J I H F B C
F C G J A D

Příloha č. 21 – Experiment C5 – cyklostezky, které vznikly podle zadaných tras

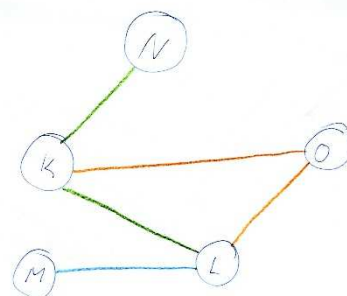
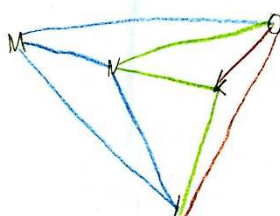
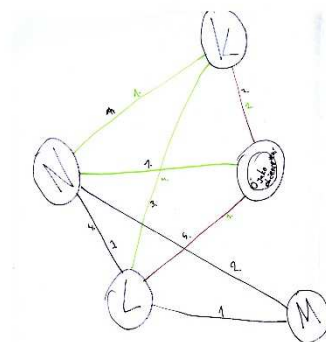
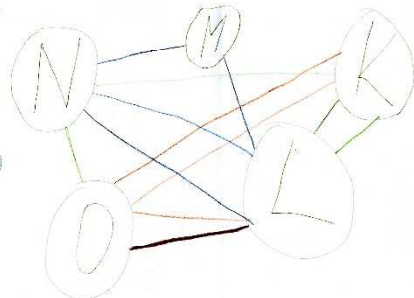
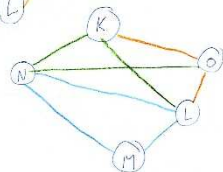
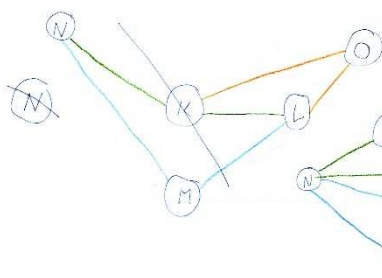
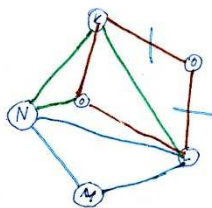
Nakresli mapu cyklostezek tak, aby obsahovala tyto trasy a měla 5 stanovišť.

N-K-O-L-K
L-M-N-L-O
N-O-K-L-N

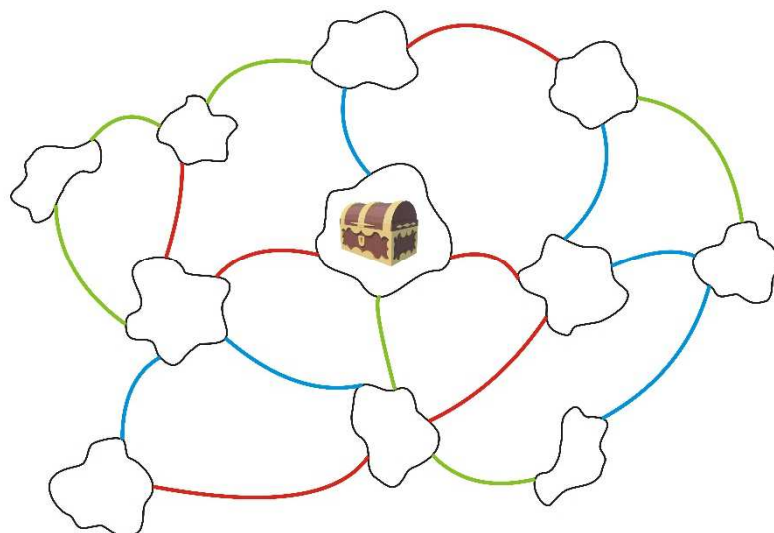


Nakresli mapu cyklostezek tak, aby obsahovala tyto trasy a měla 5 stanovišť.

N-K-O-L-K
L-M-N-L-O
N-O-K-L-N

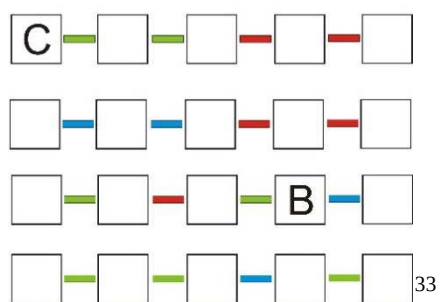
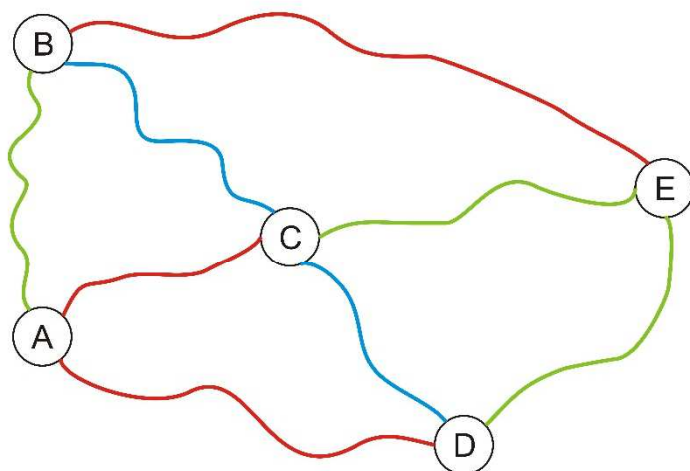


Příloha č. 22 – Experiment H – úloha z prostředí Bludiště využítá v experimentu



- 1 — — — —
- 2 — — — — —
- 3 — — — — — —
- 4 — — — — — —
- 5 — — — — — —
- 6 — — — — — —

Příloha č. 23 – Experiment H – úlohy z prostředí Cyklostezky využité v experimentu



³³ Upraveno, aby všechny úlohy měly řešení

