Univerzita Karlova v Praze
Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Strategie žákovských řešení úloh rovnicového typu ve 4. a 5. ročníku ZŠ

The strategy of students´problem solving equation type in the 4th and 5th grade of primary school

Renata Johánková

Vedoucí práce:	PhDr. Jana Slezáková, Ph.D.
Studijní program:	Učitelství pro základní školy
Studijní obor:	Učitelství pro 1. stupeň základní školy

2016

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Strategie žákovských řešení úloh rovnicového typu ve 4. a 5. ročníku ZŠ vypracovala pod vedením vedoucí práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze dne

....

podpis

Na tomto místě bych chtěla poděkovat vedoucí své diplomové práce PhDr. Janě Slezákové, Ph.D. za odborné vedení práce a především za cenné rady a věcné připomínky. Velký dík patří mým nejbližším za podporu během celé doby mého studia na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy i v jeho závěru.

ABSTRAKT

V současné době se na školách kromě tradičního pojetí výuky matematice vyskytuje i způsob výuky Hejného metodou.

Cílem této práce je porovnat dvě skupiny žáků (tradičně vedení a vedení Hejného metodou) a jejich strategie při řešení úloh rovnicového typu a v závislosti na tom i jejich úspěšnost řešení.

Do skupiny, která je vyučována tradičně, byli vybráni ti žáci 4. a 5. ročníku ZŠ, kteří při výuce používají učebnice řady Alter. Do druhé skupiny ti žáci 4. a 5. ročníku, kteří při výuce používají učebnice od autorů Hejný a kolektiv.

Na základě dvou předexperimentů byly vybrány a formulovány úlohy pro samotný experiment. Součástí experimentu jsou i rozhovory s vybranými žáky.

KLÍČOVÁ SLOVA

strategie, strategie úspěšná, strategie neúspěšná, transmisivní a konstruktivistický styl vyučování, úlohy rovnicového typu, žákovské řešení úloh

ABSTRACT

Nowadays we can meet instead of the traditional approach to teaching math also Hejný method in schools. The aim of this thesis is to compare two groups of students (traditionally lead and lead by Hejný method) and their strategies for solving problems of the type of equation, and to compare how successful their solutions are.

For the group which is taught traditionally, there were chosen the pupils in the 4th and 5th grade of primary school, who used to use the textbook of the series Alter. In the other group there were chosen pupils who use the textbooks by Hejný et al.

Before the experiment there had been selected and formulated tasks for the experiment itself. A part of the experiment are also interviews with selected students.

KEYWORDS

strategy, successful strategy, non-successful strategy, transmisive and constructivistic way of teaching, the type of equation tasks, pupil´s solution of the problem

OBSAH

1 ÚVOD

V úvodu své diplomové práce bych ráda popsala, jak matematika provázela můj život a hlavně mé studium a proč je vlastně moje diplomová práce napsaná na katedře matematiky a didaktiky matematiky.

Na prvním stupni základní školy jsem neměla s matematikou jediný problém. Pravda, nebyla ani mým nejoblíbenějším předmětem, ale pořád jsem ji zvládala na výbornou. Samozřejmě nesmím opomenout, že naše paní učitelka byla sice skvělá, ale v matematice zastávala klasické metody a dril. Takže výjimkou nebyly diktované pětiminutovky a nekonečné počítání sloupečků pořád dokola. Ale chápu, že tím prošli jistě všichni žáci u nás na malém městě, kde se nějaké inovace objevují zřídka. Málokdo má tu odvahu přijít s něčím novým. Bohužel ani teď se nic nezměnilo a vyučuje se pořád těmi samými metodami a často i ze stejných knih.

Na druhém stupni základní školy tento dril pokračoval s tím, že jak přicházelo náročnější učivo, moje známka se na vysvědčení měnila z výborné na chvalitebnou. Matematika se pro mě stávala postupně méně oblíbenou.

V sedmé třídě jsem přešla na gymnázium a tam pro mě začalo teprve to pravé utrpení. Právě tam se matematika stala mým velkým nepřítelem, se kterým jsem často bojovala. Všechny ty nerovnice, variace, kombinace, stereometrie byly jednou velkou neznámou. Nicméně nakonec jsem to všechno nějak zvládla. Samozřejmě z matematiky jsem maturitu neskládala. To mě nikdy nenapadlo, stejně jako mě tenkrát nenapadlo, že moje diplomová práce bude z tohoto předmětu. Po maturitě jsem nastoupila na vysokou školu.

Musím přiznat, že před první hodinou matematiky jsem měla sevřený žaludek. Ale již po prvním měsíci jsem tušila, že tady bude všechno jinak. Pravdu jsem měla, ale kdybych řekla, že od začátku jsem byla nadšená ze všech zvířátek a autobusů a podobně, lhala bych. Dlouho jsem nevěděla, co s tím, co si o tom všem myslet, jak to všechno vlastně funguje. Pravda, v matematice jsem najednou nezaostávala, mnoho věcí jsem byla schopná vyřešit, ale to pravé pochopení tam zdaleka ještě nebylo. Tenkrát jsem si ještě nedovedla představit, že takto bych jednou chtěla žáky vyučovat.

Prozření a pochopení přišlo až v rámci matematickém modulu, kde jsme měla možnost si tuto formu matematiky vyzkoušet s žáky, ne o ní jen mluvit v teoretické rovině. Zároveň to ale krátkodobé praxe, kde jsem neměla možnost dostatečně poznat žáky. Proto jsem se zbavila strachu a mnoho věcí vyzkoušela. V tuto chvíli jsem si uvědomila, že se mi metoda pana profesora Hejného moc líbí, vyhovuje mi a takto bych jednou chtěla matematiku učit.

A jelikož to byla doba, kdy jsem zvažovala téma své diplomové práce, objevila se myšlenka, že bych práci mohla psát právě na katedře matematiky a didaktiky matematiky. Když jsem s paní PhDr. Janou Slezákovou, Ph.D., kterou jsem poprosila, zda by mohla mojí práci vést, probírala téma, napadlo mě, že bych se mohla zaměřit na to, co mě během studia zaujalo. A to právě byly úlohy rovnicového typu. Musím říct, že zvířátka Dědy Lesoně, pavučiny a součtové trojúhelníky mě bavily nejvíce.

Nejprve jsem chtěla porovnávat procentuální úspěšnost řešení nějakého sestaveného pracovního listu, ale paní doktorka mi vysvětlila, že bych musela obejít velké množství žáků, aby výsledky byly opravdu relevantní. Zároveň mi nabídla, že by možná bylo velice zajímavé, jak by řešili tyto úlohy žáci, které jsou vedeny metodou pana profesora Hejného a žáci, kteří jsou vedeni tradičně. V tu chvíli se mi v hlavě objevila hypotéza, že předpokládám, že lépe úlohy vyřeší žáci, vedeny novou metodou. Ale myslím si, že i mezi tradičně vedenými žáky se objeví zajímavá řešení. A i když nebudou úlohy správně vyřešené, budou mít žáci zajímavé postřehy a názory.

Zároveň mám na základě zkušeností trochu obavy, že klasicky vedené žáci nebudou tolik sdílné a nebudou ochotné o svých myšlenkových pochodech hovořit.

Nakonec jsme se s paní doktorkou domluvily na konečném názvu mé diplomové práce, který zní: Strategie žákovských řešení úloh rovnicového typu ve 4. a 5 ročníku ZŠ.

Cílem této práce je :

- prostudovat učebnice řady Alter a řady Fraus od autorů Hejný a kolektiv z hlediska výskytu úloh rovnicového typu,
- popsat použité žákovské strategie řešení u úloh rovnicového typu ve 4. a 5. ročníku ZŠ,
- porovnat úspěšnost dvou různě vedených skupin žáků v těchto úlohách.

TEORETICKÁ ČÁST

2 EDUKAČNÍ STYLY

V první řadě chci vysvětlit slovní spojení edukační styly, proto začnu se slovem edukace, které je součástí tohoto spojení.

„Edukace - pojem využívaný pro označení výchovně-vzdělávacího procesu. Někteří autoři považují za výhodnější používat místo pojmu „výchovně-vzdělávací“ pojem „edukace“ s tím, že uvedený pojem je vhodnější vzhledem k mezinárodní terminologii.“ (Kolář, 2012, s. 36)

Volně bychom tedy mohli říct, že edukační styly jsou styly vyučovací. Kolář (2012) ještě udává, že vyučovací styl učitele je určitý specifický způsob vyučování, který v určitém období a určitém kontextu učitel preferuje. Zormanová (2014) píše, že jako vyučovací styl učitele je označován individuální přístup k výuce. Ať už se jedná o styl řízení, použité výukové metody, hodnocení, motivaci nebo komunikaci.

Hejný (2014) klasifikuje edukační styly podle míry intelektuální autonomie, kterou učitel dává žákovi podle toho, jak výrazně se na odhalování matematických poznatků podílejí žáci.

Existuje tedy transmisivní vyučovací styl. Při něm nejprve každou novou látku začíná učitel výkladem. Žákům ukáže obecný poznatek i jeho aplikaci na řešení úloh. Drilem se pak snaží, aby si žáci nový poznatek osvojili. Učitel jiné postupy řešení žákům nezakazuje, ale nedává prostor proto, aby žák postup ukázal ostatním. (Hejný, 2014) Kolář (2012) podotýká, že transmisivní vyučování je založeno na přenosu hotových poznatků od učitele na žáka.

Druhým vyučovacím stylem je konstruktivistický styl. Při něm se žáci výrazně podílejí na objevování matematiky. (Hejný, 2014) *„Základním úkolem učitele je motivovat žáky k aktivitě.“* (Hejný, 2009, s. 193)

Psychologický slovník uvádí: *Konstruktivismus - v psychologických a sociálních vědách směr druhé poloviny 20. století, který zdůrazňuje aktivní úlohu člověka, význam jeho* *vnitřních předpokladů a důležitost jeho interakce s prostředím a společností.*" (Hartl, Hartlová, 2000, s. 271) Považuji ještě za velmi důležité zmínit, že v konstruktivistickém vyučování „*žáci nesoutěží, ale kooperují.*" (Kolář, 2012, s. 171)

締Vališová a Kasíková (2007) uvádějí, že transmisivní vyučování vidí poznání jako předávání. Kdežto konstruktivní vyučování vidí poznání jako konstrukci a výstavbu vlastního poznání.

V této práci byly sledováni tradičně vedení žáci, kde převládá transmisivní výuka. A žáci vedení Hejného metodou, kteří jsou vyučováni podle učebnic Hejný a kolektiv. Zde převládá konstruktivistický styl vyučování. Záleží však, jak výuku pojme každý učitel. Kalhous a Obst (2002) uvádí, že učitelovým pojetím výuky rozumíme soubor učitelových názorů, přesvědčení a postojů i argumentů, kterými je daný učitel zdůvodňuje. Kalhous a Obst (2002) ještě dodávají, že jde např. o učitelovo pojetí cílů, učiva, organizačních forem, metod výuky, žáka jako jednotlivce i člena skupiny žáků a školní třídy i o jeho pojetí sebe samého jako učitele a role účastníků pedagogického procesu.

Vyučovacích stylů existuje mnoho. Zde byly uvedeny dva odlišné. Hejný (2014) však zmiňuje, že se jedná o polaritní styly, které v realitě těžko budou existovat v čisté podobě.

3 VYMEZENÍ POUŽÍVANÝCH POJMŮ

V této kapitole se vždy snažím najít vymezení používaných pojmů v literatuře a potom se pokouším formulovat své vlastní.

Strategie

Pokouším se vymezit pojem strategie,jelikož se v práci snažím popsat různé strategie, které žáci objevili.

Petráčková a Kraus (1995) informují, že strategií rozumíme obecný způsob nebo postup, jímž určitá osoba řeší problémy.

Můžeme tedy říct, že strategie řešení je způsob řešení, který si žáci vyberou a pomocí toho vyřeší danou úlohu. V konstruktivistickém vyučování má žák možnost si zvolit vlastní strategii řešení.

V této diplomové práci rozděluji strategie na úspěšné a neúspěšné. Úspěšná strategie je ta, která vede k úspěšnému výsledku. Vše ostatní považuji za neúspěšné. Může to být strategie, které v žádném případě nevede ke správnému výsledku, nebo to může být strategie, která by mohla být úspěšnou, ale něco ji naruší.

Považuji za důležité zmínit, že strategie jsem popsala a pojmenovala a třídila do dvou výše zmíněných skupin podle toho, jak byly realizované v pracovních listech. Případné změny řešení při rozhovorech jsem do popisu nezahrnovala.

Úlohy rovnicového typu

Za úlohy rovnicového typu považuji přímo rovnice, nebo úlohy, které jsou propedeutikou právě rovnic. Z úloh, se kterými se setkávají tradičně vedení žáci, můžu jmenovat úlohy Myslím si číslo, nebo jiné hádaní neznámého čísla. Také tam můžeme zařadit úlohy, kde v číselné rovnici chybí jedno nebo více čísel.

U žáků vedených Hejného metodou je obsah učiva v podobě prostředí. „*Didaktickým matematickým prostředím rozumíme takový soubor vzájemně propojených pojmů, vztahů, procesů a situací, který dovoluje tvořit úlohy:*

- *umožňující žákům odhalovat hluboké matematické myšlenky,*

- *obdařené silným motivačním potenciálem,*
- *přiměřené žákům, jak 1., tak i 2. stupně,*
- *s nastavitelnou obtížností.“ (*Hejný, 2014)

Pokud mám tedy z těchto prostředí vybrat ta, která poskytují propedeutiku rovnic, musím jmenovat hlavně prostředí Děda Lesoň, Hadi, Autobus, Součtové trojúhelníky, úlohy z Krokování, Myslím si číslo a Šipkové grafy.

Žák

V práci se často pochopitelně setkáváme se slovem žák. Podle Koláře (2012) je žák člověk, který se vzdělává v organizované vzdělávací instituci podle vzdělávacího programu dané vzdělávací instituce.

Já v této práci slovem žák rozumím to samé, ale ještě více to konkretizuji tak, že se navíc jedná o člověka, který v době, kdy byl proveden výzkum, navštěvoval čtvrtý nebo pátý ročník základní školy.

4 ANALÝZA UČEBNIC

Klasicky vedení žáci využívají při vyučování řadu učebnic Alter. Žáci, kteří jsou vedeni Hejného metodou, pracují s učebnicemi nakladatelství Fraus od autorů Hejný a kolektiv. Tato kapitola se věnuje analýze těchto učebnicí.

V učebnicích jsem vyhledala úlohy rovnicového typu a porovnala, jak často se zde objevují a v jaké formě. Nejprve se zaměřím podrobněji na řadu Alter a poté na řadu Fraus. Na konci bude následovat krátké srovnání.

4.1 ALTER

Řada Alter od 1. do 5. ročníku obsahuje celkem 16 učebnic. Prvních sedm dílů, pro 1. a 2. ročník, je formátu A4. Jsou barevné a je v nich mnoho obrázků. Dalších devět dílů, pro 3. až 5. ročník je formátu A5. Zde už jsou úlohy většinou bez obrázků. Různé úlohy jsou od sebe občas odlišeny barevným pozadím.

4.1.1 1. ročník

Obsahem prvního dílu je numerace, sčítání a odčítání v oboru čísel 0 až 6 a jednoduché slovní úlohy. Jednoho zástupce slovních úloh uvádím i zde (obrázek 1).

Obrázek 1: Slovní úloha, 1. ročník, Alter

U takových slovních úloh postrádám zadání. Žák může být zmatený, jelikož zde není uvedeno, co se po něm vlastně žádá. Co má počítat v tomto případě? Má spočítat zajíce? Nebo snad panenky? Hračky? Zadání jsem tedy chtěla vyhledat v metodické příručce, která k této učebnici existuje. Bohužel ani zde jsem zadání nebo vysvětlení nenašla.

Myslím si, že v tomto případě měl zcela jistě autor na mysli, aby žák spočítal celkový počet hraček. Kdyby ale žák v tomto případě odpověděl, že Alena veze dvě panenky, nemohli bychom jako učitelé považovat tuto odpověď za chybnou. Alenka přeci opravdu veze dvě panenky. Jako zadání by přitom úplně stačila následující otázka: Kolik hraček veze Alena?

Tímto způsobem jsou sestaveny skoro všechny slovní úlohy v této pracovní učebnici. Bohužel i já jsem byla někdy poněkud zmatená a nevěděla, co mám vlastně počítat. Následující úloha pro mě je víceznačná (obrázek 2). Opět ani v metodické příručce není o této slovní úloze žádná zmínka.

Obrázek 2: Slovní úloha, 1. ročník, Alter

Jaká odpověď je správná? Míla má tři kufry? Míla má tři kufry a jeden košík? Míla má jeden košík a jednoho ptáčka? Míla má čtyři zavazadla? Myslím si, že poslední odpověď by byla podle autora správná. Pravděpodobně se jedná o příklad 3 + 1 = 4. Bohužel zde ale přebývá ptáček. Jsem přesvědčená, že taková úloha žáky zmate a odrazuje je od řešení slovních úloh. Samozřejmě chápu, že ještě žáci neumějí pořádně číst, ale i přesto si myslím, že by bylo možné do učebnice zařadit vhodnější úlohy s jednoduchým zadáním nebo alespoň s lepším znázorněním.

Velice mě překvapilo, že již v prvním díle na straně 25 se žáci setkávají s jednoduchými rovnicemi (obrázek 3). Dále se s nimi sekáváme ještě na straně 29 a 32. Bohužel se jedná vždy o klasické „sloupečky.“

Vypočítej a doplň.

4 + ___ = 5	1 + ___ = 5	1 + ___ = 4
3 + ___ = 4	2 + ___ = 4	2 + ___ = 5
2 + ___ = 3	1 + ___ = 2	1 + ___ = 3
3 + ___ = 5	1 + ___ = 5	3 + ___ = 4

Obrázek 3: Doplňování ve sloupcích, 1. ročník, Alter

Druhý díl obsahuje z hlediska aritmetiky numeraci, sčítání a odčítání v oboru čísel do deseti a jednoduché slovní úlohy.

Z úloh, které jsem zařadila do experimentu, se setkáváme opět pouze s klasickými číselnými rovnicemi. Zase se zde nachází na stranách 14, 26, 30, 32 klasické „sloupečky." Také se objevují rovnice se třemi sčítanci. Setkáváme se i s číselnými rovnicemi v různým obměnách (obrázek 4).

4 Říkej hbitě. MŮŽEŠ UKAZOVAT NA POČÍTADLE.

7	6	5
1+	2+	1+
2+	1+	2+
3+	3+	5+
4+	5+	4+
5+	0+	3+
6+	4+	0+

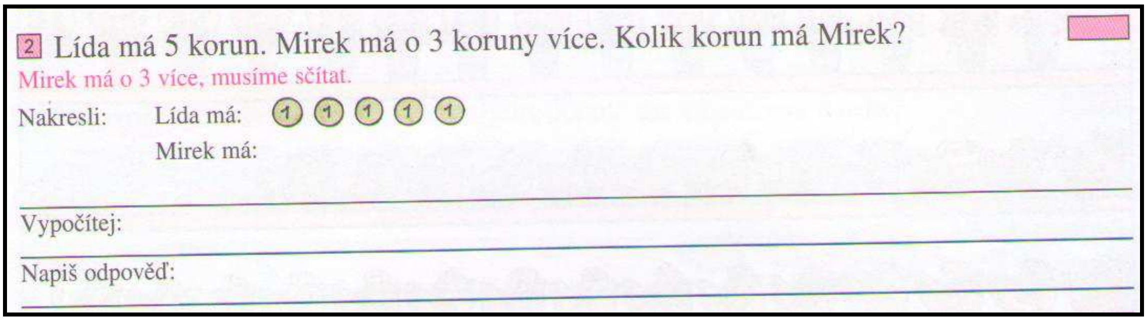
Obrázek 4: Rozklad čísel, 1. ročník, Alter

Zadání slovních úloh, které mi přišlo v minulém díle nejednoznačné, je zde čitelnější. Pravděpodobně proto, že je zde často předepsaná odpověď. Ovšem na následující úloze (obrázek 5) mě zaujala rozdílnost zadání a odpovědi. V zadání čteme, že odpojily čtyři vagony a v odpovědi, že dále jely vozy. Mají žáci počítat vagony nebo vozy? Ačkoliv není v metodické příručce o této úloze zmínka, nejedná se o variantu úmyslné chyby, kterou by žáci měly odhalit, nebo diskutovat o tom, jestli je rozdíl mezi vagony a vozy. Dále mě překvapilo, že na obrázku jsou vagony bez lokomotivy. Jak tedy mohou vagony jet?

Obrázek 5: Slovní úloha, 1.ročník, Alter

Ve třetím díle se nesetkáváme s žádným novým typem úloh rovnicového typu. Této pracovní učebnici dominují dobře známé „sloupečky“ a slovní úlohy.

V tomto díle je i úloha, kde žáci počítají úlohy s penězi (obrázek 6). Přemýšlím nad tím, zda je u této úlohy opravdu nutné vyplňovat všechny připravené kolonky. A jsem přesvědčena, že ne. Na co by to měli žáci vyplňovat, když už někteří předem znají výsledek. Tento zápis pomůže pouze určité skupině žáků. Jiná skupina už rovnou zná výsledek. A z vlastní zkušenosti vím, že potom je toto vyplňování velice nudné. Poslední skupině tento zápis nepomůže, jelikož neví a potřebují si tuto úlohu vymodelovat například na korálkách. Bohužel se tento připravený zápis objevuje v celé učebnici.



Obrázek 6: Slovní úloha o penězích, 1. ročník, Alter

V čtvrtém díle jsem další jinou úlohu neobjevila, ale je zde poměrně vysoká koncentrace těch již zmíněných typů. V průměru na každé druhé stránce najdeme úlohu, která je zaměřena na úlohu rovnicového typu.

4.1.2 2. ročník

S novou úlohou se nesetkáváme ani na začátku druhé třídy. V pátém díle už nenajdeme ani tak velké množství klasických „sloupečků.“ Avšak párkrát se objeví, takže určité zopakování zde proběhne.

To samé platí i pro šestý a sedmý díl. Zde už ale najdeme v rovnicích kromě sčítání a odčítání i násobení či dělení.

4.1.3 3. ročník

V prvním díle třetího ročníku nacházím úlohu (obrázek 7), kde jsou v rámci jednoho příkladu dvě početní operace. Jedná se ale opět o klasickou číselnou rovnici. A jak již je zvykem, je v podobě „ sloupečků.“

63. Vypočítej:

5 . 4 + □ = 30	6 . 5 + □ = 40	8 . 4 + □ = 40
7 . 4 + □ = 30	8 . 2 + □ = 25	7 . 3 + □ = 25
8 . 5 + □ = 50	9 . 4 + □ = 40	9 . 5 + □ = 50
9 . 3 + □ = 30	8 . 3 + □ = 30	7 . 5 + □ = 40

Obrázek 7: Doplňování do sloupců, 3. třída, Alter

Dále se v této učebnici objevuje zajímavější úloha (obrázek 8). Počítání je zde v podobě hádanky.

47. Uhodni číslo: Jedna devítina tohoto čísla je číslo 5.

Obrázek 8: Uhodni číslo, 3.ročník, Alter

Podobnou úlohu obsahuje i závěrečná kapitola učebnice, která se jmenuje Tři oříšky pro chytré hlavy (obrázek 9).

9. Která jsou to čísla?
   a) Jestliže hledané číslo zvětšíš o jeho čtyřnásobek, dostaneš číslo 20.
   b) Jestliže hledané číslo zvětšíš o jeho sedminásobek, dostaneš číslo 24.
   c) Jestliže hledané číslo zvětšíš o jeho devítinásobek, dostaneš číslo 60.

Obrázek 9: Hledané číslo, 3. ročník, Alter

Našla jsem zde i úlohu Myslím si číslo (obrázek 10).

16. Myslím si číslo. Odečtu od něho 5 a výsledek vynásobím třemi. Vyjde mi výsledek 12. Které číslo jsem si myslel?

Obrázek 10: Myslím si číslo, 3. ročník, Alter

Myslím si, že je škoda, že se tento typ úloh neobjevuje v učivu, které je pro všechny žáci, ale pouze v části, kterou často plní dobrovolně.

Úloha Myslím si číslo se vyskytuje i v dalším díle, ale opět pouze jako součást kapitoly Tři oříšky.

Ve třetím díle třetího ročníku se ve zmiňované kapitole nachází následující úloha o věku (obrázek 11).

4. Sestry Jana a Eva mají dohromady 27 roků. Eva je dvakrát starší než Jana. Kolik roků je každé z nich?

Obrázek 11: Slovní úloha o věku, 3. ročník, Alter

4.1.4 4. ročník

Ve čtvrtém ročníku se vyskytuje úloha opět v podobě slovní úlohy (obrázek 12).

4. Na dvou drátech sedělo 20 vlaštovek. Na jednom drátu bylo o 4 vlaštovky více než na druhém. Kolik vlaštovek sedělo na každém drátu?

Obrázek 12: Slovní úloha , 4. ročník, Alter

Bohužel je opět zařazena do kapitoly, která není součástí výuky všech dětí. Zároveň je četnost takového druhu úloh velice malá. Objevuje se pouze jedna v učebnici, což mi přijde opravdu málo.

Ve druhém díle se vracíme na straně 24 k již známým „sloupečkům.“ Dále v učebnici mají žáci vypočítat chybějící číslo. Rozdílem ale je, že zde je již číslo označeno neznámou x. Na straně 54 je poté úloha Myslím si číslo. Zní takhle: Které číslo musíš dělit číslem 53, aby podíl byl 777.

Samozřejmě se zde řeší pouze jedna početní operace, ale přesto je tato úloha typově podobná.

Ve třetím díle učebnice se opakují pouze již známé úlohy, ale bohužel velice zřídka.

4.1.5 5. ročník

V dílech pro pátý ročník jsem našla poměrně velké množství úloh rovnicového typu. Avšak mnoho z nich bylo označeno žlutým puntíkem, který signalizuje, že daná úloha je nad rámec RVP. Z těch, které nejsou označeny tímto symbolem, mohu uvést z prvního dílu takovou (obrázek 13).

9. Jestliže k trojnásobku čísla přičteš 92, dostaneš výsledek 200. Které je to číslo?

Obrázek 13: Hledané číslo, 5. ročník, Alter

Z druhého dílu například takovou, kterou nalezneme na straně 7 (obrázek 14).

Které číslo násobil Mirek čtyřiceti třemi, když dostal výsledek 8858?

Obrázek 14: Hledané číslo 2, 5. ročník, Alter

Nebo takovou, kde žáci hledají řešení rovnic (obrázek 15).

8. Najdi řešení rovnic. Počítej písemně, proveď zkoušku.

14 . x = 798	k . 82 = 2 870	37 . a = 4 588
x = 798 : 14	k = _______	a = _______
x = _____	k = _____	a = _____

Obrázek 15: Rovnice, 5. ročník, Alter

Většina druhé poloviny druhého dílu a většina třetího dílu jsou označeny právě žlutým puntíkem. Proto asi nemá význam zde úlohy uvádět. Ale samozřejmě se nejedná o úlohy, se kterými bychom se v jiných dílech nesetkaly. Většinou se jedná o řešení číselných rovnic.

4.1.6 Závěr

Po prostudování všech učebnic řady Alter jsem přesvědčena, že se zde vyskytuje velice málo různých úloh rovnicového typu. Jediné, co je zde hojně zastoupeno, jsou úlohy, u kterých hledáme chybějící číslo. Těch je mnoho zvláště v první a druhé třídě. Postupně jejich četnost ubývá. Propedeutika řešení rovnic je zde opravdu malá.

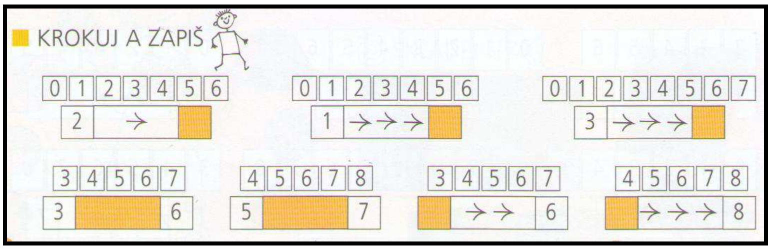
4.2 FRAUS

Řada učebnic Fraus od autorů Hejný a kolektiv, která je postavena na Hejného metodě, obsahuje od 1. do 5. třídy 8 dílů pracovních učebnic. Učebnice rozdělím do sekcí podle ročníků tak, jako tomu bylo u řady Alter.

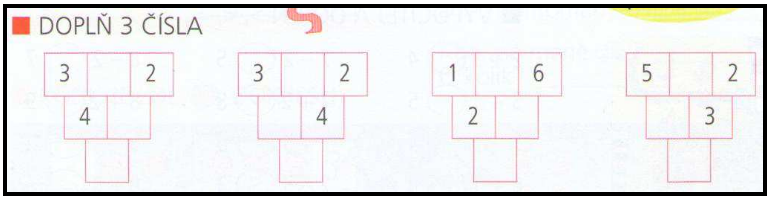
4.2.1 1. ročník

Již v prvním díle vidíme, že se v učebnicích seznámíme s různými prostředími, ve kterých žáci pracují. Úlohy jsou pojaty zábavnou formou. Učebnice jsou barevné a plné obrázků.

V prvním díle se s úlohami rovnicového typu seznamujeme hned v několika prostředích. Zejména je zde hodně zastoupeno krokování (obrázek 16) a součtové trojúhelníky (obrázek 17). Co se týká krokování, to je zavedeno během prvních dvou týdnů školní docházky.



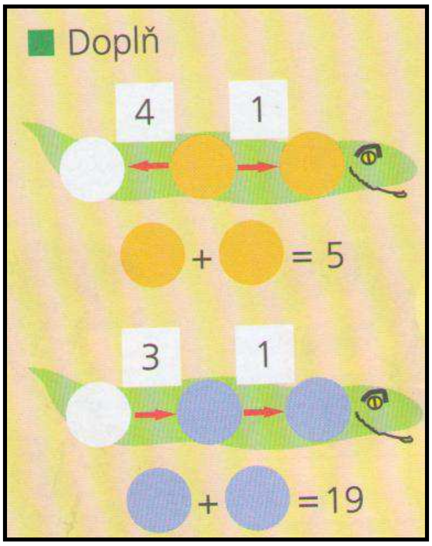
Obrázek 16: Krokování, 1. ročník, Fraus



Obrázek 17: Součtové trojúhelníky, 1. ročník, Fraus

Samozřejmě se zde vyskytují i klasické příklady rozdělování čísel. Ale rozhodně nepřevažují.

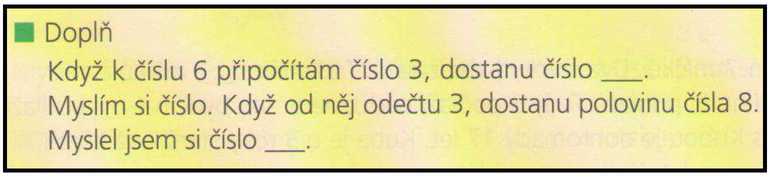
Ve druhém díle nám přibývá prostředí Hadi (obrázek 18).



Obrázek 18: Hadi, 1. ročník, Fraus

Samozřejmě se zde dále setkáváme se součtovými trojúhelníky, krokováním a klasickým doplňováním neznámého čísla.

Také zde najdeme úlohu typu Myslím si číslo, která se objevuje v experimentu. Našla jsem ji hned třikrát a to na stranách 47,49 a 62. Pro ilustraci uvádím tu ze strany 62 (obrázek 19).


Doplň

Když k číslu 6 připočítám číslo 3, dostanu číslo ___.

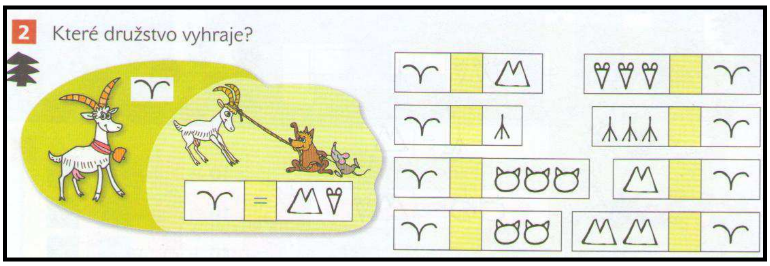
Myslím si číslo. Když od něj odečtu 3, dostanu polovinu čísla 8.

Myslel jsem si číslo ___.

Obrázek 19: Myslím si číslo, 1. ročník, Fraus

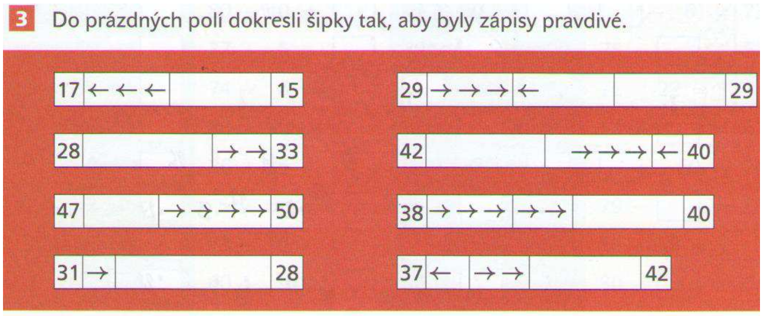
4.2.2 2. ročník

Ve třech dílech určených pro 2. třídu již nalézáme typického zástupce rovnic – prostředí Dědy Lesoně (obrázek 20).



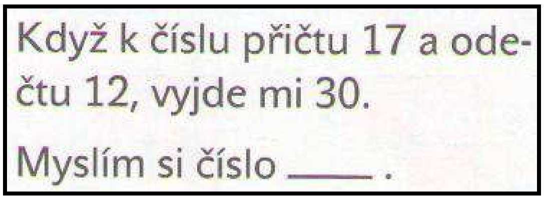
Obrázek 20: Děda Lesoň, 2. ročník, Fraus

Dále zde najdeme opět součtové trojúhelníky, které už ale v sobě obsahují podmínku, doplňování neznámého čísla a krokování, ke kterému byly přidány ještě schody (obrázek 21).



Obrázek 21: Schody, 2. ročník, Fraus

Také zde se samozřejmě vyskytují úlohy o myšleném čísle (obrázek 22). Tady už se jedná o téměř stejnou jako v experimentu. Jen jsou zde jiné početní operace a čísla.


Když k číslu přičtu 17 a ode-
čtu 12, vyjde mi 30.
Myslím si číslo ____ .

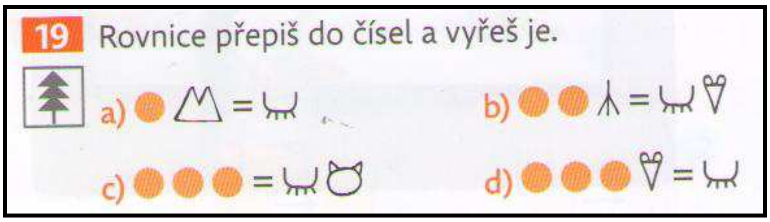
Obrázek 22: Myslím si číslo, 2. ročník, Fraus

4.2.3 3. ročník

Všechna doposud poznaná prostředí se v díle pro třetí třídu opakují a opět je zde úloha o myšleném čísle.

4.2.4 4. ročník

Velkou část pracovní učebnice zaujímá prostředí Dědy Lesoně. Ale již se zde setkáváme s přepisem zvířátek do číselných rovnic a naopak (obrázek 23).

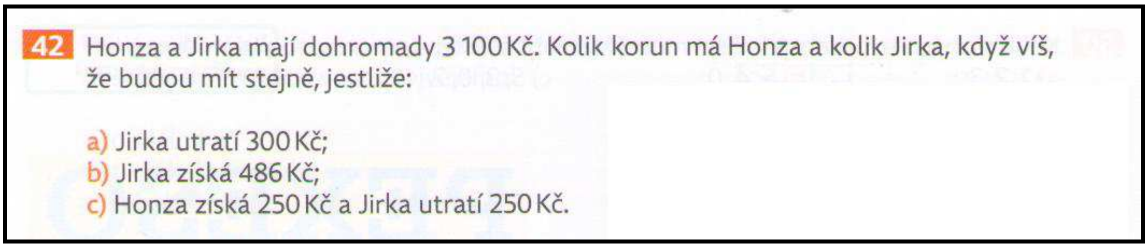


Obrázek 23: Přepis zvířátek dědy Lesoně do čísel, 4. ročník, Fraus

Stejně tak zde najdeme prostředí krokování, u kterého již také žáci přepisují šipky do čísel a naopak.

4.2.5 5. ročník

V této učebnici se vyskytuje poměrně hodně úloh, které se týkají peněz. Zároveň v nich vidím podobnost s úlohou z experimentu (obrázek 24).

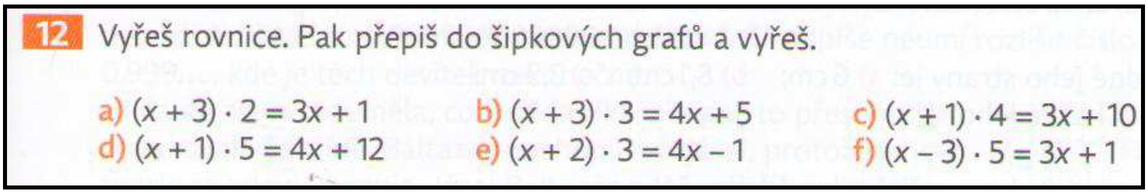


42 Honza a Jirka mají dohromady 3 100 Kč. Kolik korun má Honza a kolik Jirka, když víš, že budou mít stejně, jestliže:

a) Jirka utratí 300 Kč;
b) Jirka získá 486 Kč;
c) Honza získá 250 Kč a Jirka utratí 250 Kč.

Obrázek 24: Slovní úlohy o penězích, 5. ročník, Fraus

Žáci zde také řeší i leckdy složité rovnice (obrázek 25).

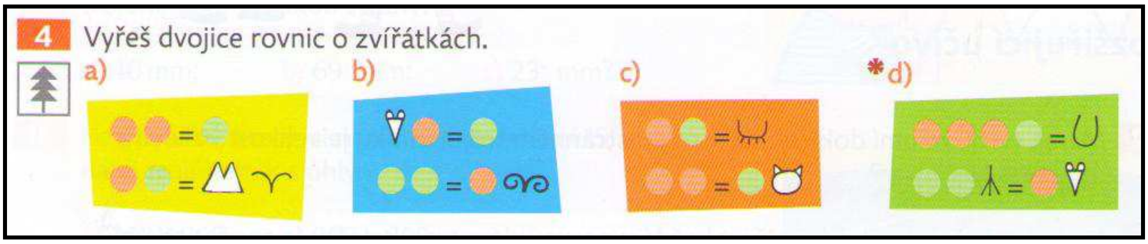


12 Vyřeš rovnice. Pak přepiš do šipkových grafů a vyřeš.

a) $(x + 3) \cdot 2 = 3x + 1$ b) $(x + 3) \cdot 3 = 4x + 5$ c) $(x + 1) \cdot 4 = 3x + 10$
d) $(x + 1) \cdot 5 = 4x + 12$ e) $(x + 2) \cdot 3 = 4x - 1$ f) $(x - 3) \cdot 5 = 3x + 1$

Obrázek 25: Rovnice a jejich přepis do šipkových grafů, 5. ročník, Fraus

Zajímavé je, že by zde žáci měli počítat dokonce soustavu rovnic (obrázek 26). I když tedy jen v podobě zvířátek.



Obrázek 26: Dvojice rovnic v prostředí dědy Lesoně, 5. ročník, Fraus

4.2.6 Závěr

V řadě učebnic Fraus se vyskytuje opravdu velké množství úloh rovnicového typu. Žáci se s nimi seznamují nenásilným způsobem. Téměř v každém díle se setkáváme s úlohami o myšleném čísle, s prostředími Krokování, Děda Lesoň, Součtové trojúhelníky, Hadi, schody, ale i klasické slovní úlohy a doplňování neznámého čísla. Dochází tak k neustálému opakování všech postupů, pravidel a zákonitostí a strategií.

4.3 Srovnání

Začala bych srovnáním po vizuální stránce. V tomto ohledu je „Fraus“ podle mého názoru lépe uspořádán. A když se podíváme od třetího ročníku výše, je barevnější a nalezneme i mnohem více obrázků. Myslím si, že je žáci ve svém věku stále ještě potřebují. Z obsahového hlediska se mi moc nelíbí, jak je zaváděno učivo v učebnicích Alter. Poměrně často zde také nalezneme již napsaný daný postup, který se mají všichni žáci pouze naučit a takto ho používat. Setkáváme se taktéž s rámečky s nadpisem „Pamatuj si!“ nebo „Nezapomeň!“ Co se týče učiva, jsou obě řady zcela nesrovnatelné. Množství mnou hledaných úloh je opravdu odlišné a nepoměrné. Zatímco v „Alteru“ jsou takové úlohy nárazové a výjimečné, v učebnicích řady Fraus se s nimi setkáváme v podstatě neustále. Také jsou úlohy předkládány mnohem zábavnější formou, než jen jako sloupce příkladů, které žáci doplňují. V učebnicích Fraus je totiž zábavné celé prostředí. Už jen to, že žáci počítají se zvířátky, nebo mohou úlohu vyřešit tak, že si ji opravdu odkrokují, dodává jistě matematice na populárnosti. Myslím si, že rozdíl je to, že učebnice řady Fraus pracují s konstruktivistickým přístupem a u řady Alter se pravděpodobně jedná o transmisivní způsob výuky. Gradace úloh je v řadě Alter zajištěna pouze tak, že se zvyšují čísla, se kterými se pracuje.

PRAKTICKÁ ČÁST

5 PŘEDEXPERIMENT 1

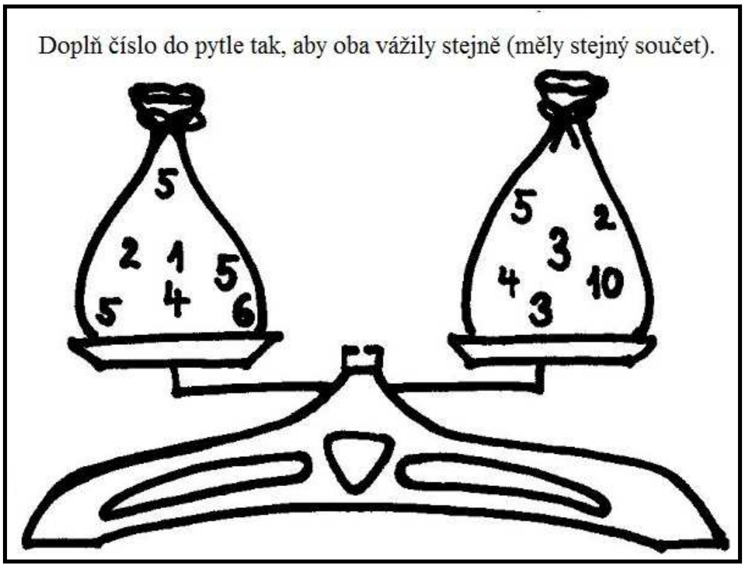
Do předexperimentu 1 jsem chtěla zařadit úlohy, o kterých jsem si myslela, že by u nich žáci mohli vymýšlet zajímavá řešení. První předexperiment se tedy skládal ze tří úloh. Probíhal dne 7. listopadu 2014 na základní škole v menším městě v Plzeňském kraji a zúčastnilo se ho dvacet pět žáků, které jsou v matematice vedené tradičním způsobem. Při matematice používají učebnice řady Alter. Žáci za mnou chodili jednotlivě do samostatné místnosti v přízemí školy, kde měli na vyplnění pracovního listu klid a čas. Všechny úlohy, které byly během všech výzkumů žákům zadávány, jsou inspirovány studiem učebnic.

Datum	7. 11. 2014
Metoda výuky	Tradiční
Počet žáků	25
Počet žáků 4. ročníku	25
Počet úloh	3

Tabulka 1: Údaje o prvním předexperimentu

5.1 Úloha č. 1

V první úloze měli žáci doplnit číslo do pytle tak, aby oba měly stejnou hodnotu. Předpokládala jsem, že žáci použijí rozmanité množství různých strategií řešení. Zároveň jsem předpokládala, že úlohu by měli vyřešit všichni správně. Úlohu jsem zkonstruovala tak, aby se čísla nemusela jen sčítat, ale aby se zároveň dala i jen vyškrtávat (obrázek 27).



Obrázek 27: Předexperiment 1, úloha 1

5.1.1 Popis evidovaných strategií

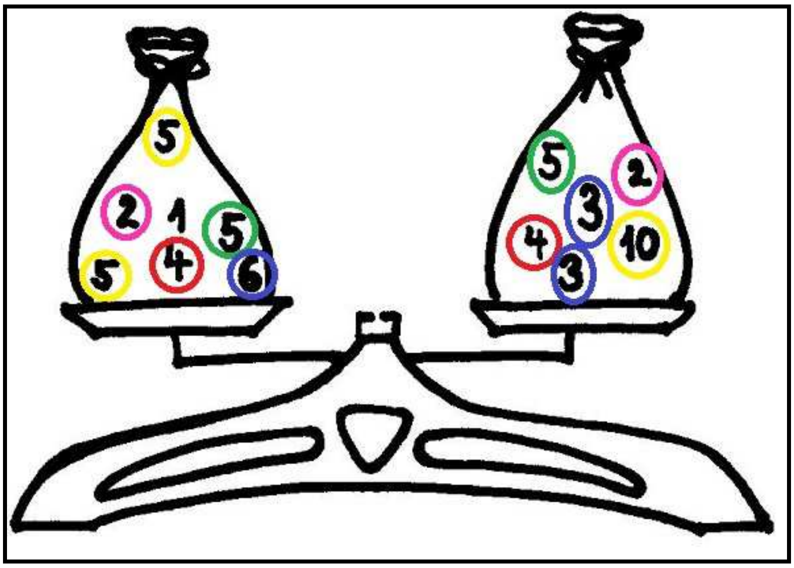
Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
1.	22	3	0

Tabulka 2: Předexperiment 1, úloha 1, úspěšnost řešení

Úlohu vyřešilo správně dvacet dva žáků. Chybovali tři žáci. Všichni žáci se pokusili úlohu vyřešit, to znamená, že v každém pracovním listě byl zapsaný výsledek.

Objevily se zde čtyři strategie řešení. První strategie jsem pojmenovala „Porovnání“. Žáci vypočetli hodnotu každého pytle a výsledky porovnaly. A potom do jednoho pytle doplnily chybějící číslo. Takto tuto úlohu vyřešilo dvacet žáků. Další dva žáci postupovali stejně, ale udělali během výpočtu numerickou chybu při sčítání. To byla strategie „Porovnání-chyba“.

Další strategii řešení je „Vyškrtávání“. Tu použili dva žáci. Pozorně si prohlédli pytle a potom z nich vyškrtali stejná nebo rozložená čísla (obrázek 28). Našli správné řešení.



Obrázek 28: Předexperiment 1, úloha 1, ukázka řešení

Další strategií řešení byla strategie „Náhoda“. Dívka úlohu vyřešila tak, že se na ni pouze krátce podívala a první číslo, které neviděla ve vedlejším pytli, byla šestka. Proto šestku určila jako hledané číslo, což bylo samozřejmě chybné řešení. Takto pracoval jeden žák.

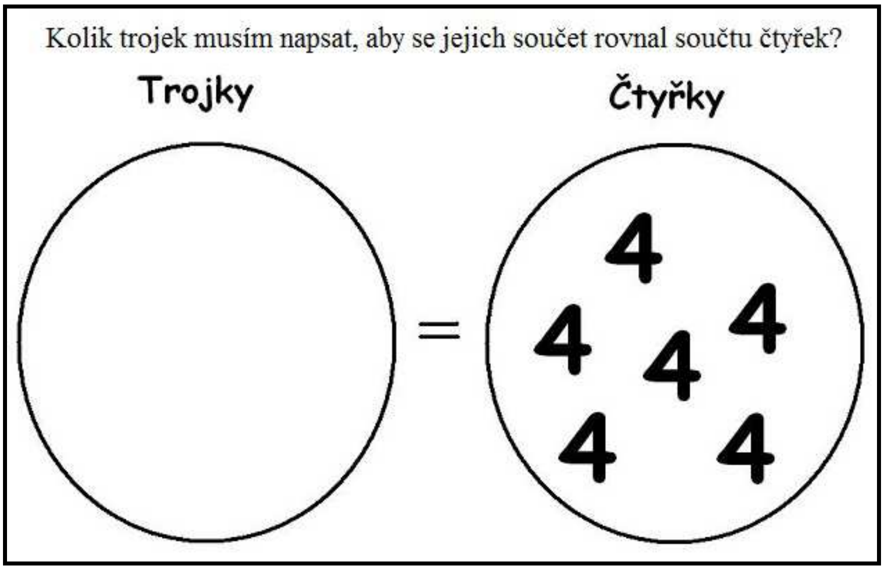
Strategie	Počet použití – tradiční
Porovnání	20
Vyškrtání	2
Porovnání-chyba	2
Náhoda	1

Tabulka 3: Předexperiment 1, úloha 1, přehled strategií

V této úloze byly použity dvě úspěšné strategie řešení a dvě chybné.

5.2 Úloha č. 2

Druhá úloha v pracovním listě byla následující.



Obrázek 29: Předexperiment 1, úloha 2

Úlohu jsem vytvořila tak, abych zjistila, zda jsou žáci schopní rozlišit součet a počet. To znamená, zda do kruhu dopíšou šest trojek, protože čtyřek je také šest, nebo udělají součet a do kruhu doplní správný počet trojek.

5.2.1 Popis evidovaných strategií

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
2.	25	0	0

Tabulka 4: Předexperiment 1, úloha 2, úspěšnost řešení

Všichni žáci úlohu vyřešili správně. Nikdo nechyboval a každý zapsal výsledek.

Objevilo se zde několik druhů strategií.

První strategii řešení „Sčítání-přičítání“ použilo jedenáct žáků. Ti nejprve sečetli čtyřky a pak postupně přičítali a zapisovali trojky, než se dostali k číslu dvacet čtyři a zapsali tudíž osm trojek.

Další, kteří čtyřky vynásobili jejich počtem a výsledek poté vydělili číslem tři, se dostali také ke správnému výsledku. Takových žáků bylo osm. Použili strategii „Násobení-dělení“.

Strategii „Sčítání-dělení“ použili dva žáci. Ti nejprve všechny čtyřky sečetly a číslo dvacet čtyři vydělili číslem tři. Zapsali osm trojek.

Strategii „Násobení-přičítání“ použili taktéž dva žáci. Nejprve spočítali počet čtyřek, ten pak vynásobili právě číslem čtyři. Vyšlo jim číslo dvacet čtyři. Pak přičítali a zapisovali trojky postupně tak, dokud se nedostali právě k číslu dvacet čtyři.

Další strategii „Plus 8/9+3“ použil jeden žák. Ten nejprve sečetl dvě čtyřky. Vyšlo mu osm a pak už vždy přičítal dvě čtyřky jako jednu osmičku až došel k číslu dvacet čtyři. Na druhé straně potom vypočítal tři krát tři. Zapsal tedy tři trojky. A pak už k této devítce přičítal a zapisoval další trojky, dokud mu nevyšlo číslo dvacet čtyři.

Poslední strategií řešení, kterou využil taktéž jeden žák, bylo sečtení čtyřek a následné odčítání trojek od čísla dvacet čtyři. Tato strategie je pojmenována jako „Sčítání-odčítání“.

Strategie	Počet použití – tradiční
Sčítání-přičítání	11
Násobení-dělení	7
Sčítání-dělení	2
Násobení-přičítání	2
Plus 8/9+3	1
Sčítání-odčítání	1

Tabulka 5: Předexperiment 1, úloha 2, přehled strategií

V této úloze se objevilo šest různých úspěšných strategií.

5.3 Úloha č. 3

Poslední částí pracovního listu v rámci prvního předexperimentu byla tato slovní úloha:

> Myslím si číslo, když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo 16. Jaké číslo jsem si myslela?

Obrázek 30: Předexperiment 1, úloha 3

Úlohu jsem do předexperimentu zařadila, jelikož si myslím, že se jedná o typickou úlohu rovnicového typu, kde se setkáváme samozřejmě i s antisignály. Jedná se o náročnější úlohu. Předpokládala jsem, že s ní budou mít žáci vyučovaní klasicky problém, protože tato úloha není do výuky často zařazována. Potvrdilo se mi to i během analýzy učebnic.

5.3.1 Popis evidovaných strategií

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
3.	16	8	1

Tabulka 6: Předexperiment 1, úloha 3, úspěšnost řešení

Tuto úlohu vyřešilo správně nakonec šestnáct žáků a osm žáků chybně, jedna dívka nevyřešila úlohu vůbec. Z úspěšných řešitelů ale pouze šest pracovalo samostatně. Ostatním deseti jsem pomohla. Třem žákům jako pomoc postačilo, když jsem jim úlohu přečetla nahlas já a dělala u důležitých částí textu krátké pauzy. Sedmi žákům pomohlo, když jsem jim zapsala slovní úlohu do číselné rovnice. Pomáhala jsem i žákům, kteří úlohu vyřešili chybně. Bohužel jsem v téhle chvíli vypadla z role experimentátora a proměnila jsem se v učitelku.

Všichni žáci, kteří uvedli správné řešení použili strategii „16:2-3“. Nejprve číslo šestnáct vydělili číslem dva a od výsledku odečetli číslo tři. Zapsali číslo pět, což byl správný výsledek. Takových žáků bylo šestnáct.

Jeden žák použil strategii „(16-3):2“. Žák nejprve odečetl číslo tři od čísla šestnáct. Vyšlo mu číslo třináct. Toto číslo poté vydělil čísle dva. Zapsal výsledek 6,5.

Další z chybných strategií použila dívka, která měla vhled do problému, ale bohužel obrátila pořadí operací. Měla přehled o antisignálech, ale místo toho, aby začala s operacemi od konce slovního zadání, začala počítat od začátku. Použila strategii „(16-3):2“. V úvodu slovní úlohy se píše o tom, že se k číslu přičítají tři. Proto ona odčetla tři. Řekla něco v tomto smyslu: „16 – 3 = 13 13 : 2 = 6,5.“ Kdyby si uvědomila správné pořadí operací, úloha by byla vyřešená správně.

Dále představím další dvě z chybných strategií řešení. Ty se týkají žáků, kteří měli jen částečný vhled do problému. První z nich měl v pořádku pořadí operací. Nicméně se nemělo jednat o násobení, ale o dělení. Řekl: „16 · 2 = 32 32 – 3 = 29.“ Použil strategii „16·2-3“.

Další dívka nejen, že prohodila pořadí operací, měla špatně i znaménko u první z nich. Řekla : „16 + 3 = 19 19 : 2 = 9 a zbytek je jedna.“ Použila strategii „(16+3):2“.

Při další strategii řešení si žák jen uvědomoval důležitá čísla, ale další vazby v úloze již nevnímal. Použil strategii „2·3/16-6“. Řekl něco v tomto smyslu: „2 · 3 = 6 16 - 6 = 10.“

Další čtyři žáci už z textu pouze vybrali jen dvě čísla, která spolu vynásobili, či vydělili. První případ můžeme označit za částečně zdařilý, jelikož se žákům povedla jedna operace z postupu správně. Vhled do problematiky antisignálů je tak alespoň částečný. Myslím si, že bych mohla konstatovat, že žáci už byli na konci pracovního listu unavený. Proto práci náhle ukončili. Řekli tohle: „16 : 2 = 8.“ Tuto strategii jsem pojmenovala „16:2“. Použili ji dva žáci.

Ve druhém případě se jedná o řešení čistě náhodné. Žáci řekli toto: „3 · 2 = 6.“ Dva žáci tedy použili strategii „3·2“.

Jedna dívka úlohu nevyřešila vůbec.

Strategie	Počet použití – tradiční
16:2-3	16
(16-3):2	1
16·2-3	1
(16+3):2	1
2·3/16-6	1
16:2	2
3·2	2

Tabulka 7: Předexperiment 1, úloha 3, přehled strategií

V této úloze žáci použili jednu úspěšnou strategii a šest chybných strategií.

5.4 Srovnání

Následující tabulka (tabulka 8) uvádí úspěšnost řešení jednotlivých úloh.

Číslo úlohy	Úspěšnost v %
1.	88 %
2.	100 %
3.	64 %

Tabulka 8: Předexperiment 1, procentuální úspěšnost řešení

Jak v tabulce můžeme vidět, nejvíce správných řešení žáci zaznamenali u úlohy č. 2. Nejméně úspěšnou byla třetí úloha.

Všichni žáci shodně odpovídali na otázku, zda byl pracovní list lehký, kladně. Někteří dokonce použili frázi: „To bylo strašně lehký.“

Počet celých správně vyřešených listů je šestnáct. Počet žáků, kteří měli špatně vyřešenou pouze úlohu tři, byl šest. Tři žáci, kteří měli chybu v první úloze, nedokázali vyřešit ani úlohu tři.

	Počet žáků	Počet žáků v %
Tradičně vedení žáci	16	64 %

Tabulka 9: Předexperiment 1, počet celých správně vyřešených pracovních listů

5.5 Reflexe

Po vyhodnocení tohoto prvního předexperimentu, jsem se rozhodla, že do předexperimentu č. 2 už nevložím první úlohu, jelikož má velice malou výpovědní hodnotu a objevilo se zde velmi málo různých strategií řešení. Do dalšího výzkumu jsem tedy ponechala druhou a třetí úlohu. Nejzajímavější se mi samozřejmě jevila úloha č. 3, což jsme mohli vidět díky množství různých strategií řešení. Dále si myslím, že by bylo vhodné do dalšího zkoumání zařadit větší množství úloh. Abych měla možnost vybírat úlohy pro experiment z většího množství různých úloh. Bohužel se mi potvrdilo, že žáci většinou nejsou moc ochotní mluvit o svých řešeních. Tudíž budu v budoucnu požadovat komunikativnější žáky.

6 PŘEDEXPERIMENT 2

Druhého předexperimentu se zúčastnili nejen klasicky vedení žáci, ale i žáci vedení Hejného metodou. Obou bylo po deseti. Dohromady se tedy zúčastnilo dvacet žáků. Klasicky vedené žáky jsem navštívila dne 21. listopadu 2014 na základní škole na menším městě v Plzeňském kraji. K dispozici jsem měla volnou místnost, kde byl klid na práci a dostatek času.

Žáky vedené Hejného metodou jsem navštívila dne 9. ledna 2015 na základní škole ve větším městě ve Středočeském kraji. I zde jsem s žáky pracovala v samostatné místnosti.

Datum	21. 11. 2014	9.1.2015
Metoda výuky	Tradiční	Hejného metoda
Počet žáků	10	10
Počet žáků 4. ročníku	5	5
Počet žáků 5. ročníku	5	5
Počet úloh	5	5

Tabulka 10: Údaje o druhém předexperimentu

Na základě výsledků prvního předexperimentu jsem se rozhodla pracovní list upravit a tím tedy vytvořit druhý předexperiment. V první řadě jsem si myslela, že by bylo vhodné zvýšit počet úloh, abych měla do experimentu větší počet úloh, které bych mohla zařadit a vybrala do něj ty nejhodnější. Zařadila jsem dvě nové úlohy. Jedna je z prostředí Hadů a jedna je slovní úloha. Chci zjistit, které úlohy mají výpovědní hodnou. Úlohy jsou charakterizovány v následujícím textu.

6.1 Úloha č. 1

První úlohou na pracovním listě je druhá úlohu z prvního předexperimentu. Jednalo se o úlohu, kde žáci dopočítávali trojky na základě daného počtu čtyřek (obrázek 29). V experimentu jsem zaznamenala celkem velké množství různých strategií řešení. Zajímalo mě, jestli se to potvrdí i nyní.

6.1.1 Popis evidovaných strategií

Tradičně vedení žáci

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
1.	9	1	0

Tabulka 11: Předexperiment 2, úspěšnost řešení, tradiční

Z deseti řešení bylo devět úspěšných. Tito žáci použili tři různé strategie řešení. Avšak téměř všechny strategie byly ty, které jsem zaznamenala již v prvním předexperimentu. První z nich použili tři žáci. Jednalo se o strategii Násobení-dělení. Druhou strategií postupovali dva žáci. Byla to strategie Sčítání-přičítání. Třetí strategií postupovali tři žáci. Použili strategii Sčítání-dělení. Poslední žák nejprve vynásobil čtyřky jejich počtem, ale bohužel udělal numerickou chybu, že šest krát čtyři je čtyřicet osm. Následně přičítal trojky k sobě, ale neskončil u čísla dvacet čtyři, tak jak by bylo správné, ale pokračoval až k číslu čtyřicet osm. Jeho řešení nebylo správně. Použil strategii „Násobení-přičítání-chyba“.

Žáci vedení Hejného metodou

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
1.	9	1	0

Tabulka 12: Předexperiment 2, úloha 1, úspěšnost řešení, Hejného metoda

U těchto žáků jsem zaznamenala naprosto stejnou úspěšnost jako u žáků předchozích, Taktéž zde bylo jedno chybné řešení.

Ve správných řešeních se objevilo pět různých strategií. Na rozdíl od tradičně vedených žáků, použil strategii „Násobení-dělení“ pouze jeden žák. Strategii „Sčítání-přičítání“

použilo ale dokonce pět žáků. Strategii „Sčítání-dělení“ použil jeden žák. Další strategie spočívala v tom, že žák nejprve sečetl dvě čtyřky. Vyšlo mu číslo osm. K němu přičetl další osmičky (vždy dvě čtyřky dohromady). A pak se žák podíval na čtyřky, kterých bylo šest, a řekl, že do dvaceti čtyř vlastně musí být čtyři šestky. To znamená, že napíšeme osm trojek. To byla strategie „6/4-8/3“. Další úspěšnou strategii využil jeden žák. Ten sčítal čtyřky jako osmičky. Postupoval tedy následovně: 8 + 8 = 16, 16 + 8 = 24. Potom si žák řekl, že musí přijít na počet trojek. Vypočítal tedy deset krát tři rovná se třicet, to bylo moc, proto vypočítal devět krát tři je dvacet sedm, tady už viděl, že se blíží k potřebnému číslu dvacet čtyři. Takže odečetl jednu trojku a byl na čísle, které potřeboval. Z toho vyvodil, že do dvaceti čtyř je třeba osm trojek. Byla to strategie „Sčítání 8-náhoda“, která byla úspěšná.

Žák, který chyboval, nejdříve sečetl čtyřky. Vzápětí ale při sčítání trojek udělal numerickou chybu. A napsal pouze sedm trojek. Jednalo se o strategii „Sčítání-přičítání-chyba“.

Srovnání úspěšnosti strategií

Strategie	Počet použití	
	Tradiční	Hejného metoda
Násobení-dělení	3	1
Sčítání-přičítání	3	5
Sčítání-dělení	3	1
6/4-8/3	0	1
Sčítání 8-náhoda	0	1
Sčítání-přičítání-chyba	0	1
Násobení-přičítání-chyba	1	0

Tabulka 13: Předexperiment 2, úloha 1, přehled strategií.

Při srovnávání úspěšnosti vidíme, že je u této úlohy naprosto stejná. Když srovnáme strategie řešení, zjistíme, že u dětí vedených Hejného metodou se objevují navíc dvě strategie. Tyto nové strategie využil vždy jeden žák.

Tradičně vedení žáci použili tři druhy úspěšných strategií a jednu chybnou strategii. Žáci vedení Hejného metodou použili pět druhů úspěšných strategií a taktéž jednu chybnou strategii. Dohromady žáci využili pět různých úspěšných strategií a dvě různé chybné strategie.

6.2 Úloha č. 2

Druhou úlohou je třetí úloha z minulého výzkumu. Jednalo se o nejzajímavější úlohu, proto jsem ji pochopitelně nechala v původní podobě (obrázek 30).

6.2.1 Popis evidovaných strategií

Tradičně vedení žáci

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
2.	8	2	0

Tabulka 14: Předexperiment 2, úloha 2, úspěšnost řešení, tradiční

Druhou úlohu dokázalo správně vyřešit osm žáků. Dva žáci chybovali. Každý z žáků zapsal výsledek.

Zaznamenala jsem tři strategie řešení. Nicméně pouze jedna byla ta, která žáky dovedla ke správnému řešení. Jednalo se o strategii „16:2-3“. Tuto strategii použilo osm žáků. Znamená to, že těchto osm žáků vyřešilo úlohu správně.

Jak jsem již uvedla, dva žáci chybovali. První z nich použil strategii „2·3/16-6“. Druhý z nich řekl něco v tomto smyslu: „16 · 3 = 48   48 · 2 = 86.“ Také využil daných čísel, ale opět chyboval v operacích. Zároveň má ve výpočtu i numerickou chybu. Ale na rozdíl od prvního chybujícího použil čísla sebou v operacích tak, jak jdou za sebou v zadání. Nejprve tedy vymyslel příklad, kde figuruje číslo tři a potom příklad, kde figuruje číslo dva. Bohužel nemá žádný vhled do problému antisignálů. Jedná se o strategii „16·3·2-chyba“.

Žáci vedení Hejného metodou

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
2.	10	0	0

Tabulka 15: Předexperiment 2, úloha 2, úspěšnost řešení, Hejného metoda

Žáci vedení Hejného metodou zaznamenali u této úlohy stoprocentní úspěšnost. Všichni dokázali úlohu vyřešit úspěšně. Použili dvě strategie řešení. První z nich využilo devět žáků. Jednalo se o strategii „16:2-3“. Druhá strategie řešení spočívala v tom, že žák zkoušel doplňovat myšlené číslo strategií „Pokus-omyl“. Nejprve vyzkoušel číslo tři a na druhý pokus již doplnil správně číslo pět. Použil strategii „Pokus-omyl-úspěch“.

Srovnání úspěšnosti strategií

Strategie	Počet použití	
	Tradiční	Hejného metoda
16:2-3	8	9
2·3/16-6	1	0
16·3·2	1	0
Pokus-omyl-úspěch	0	1

Tabulka 16: Předexperiment 2, úloha 2, přehled strategií

U této úlohy vidíme, že úspěšnější byli žáci vedení Hejného metodou. Musím také zmínit, že klasicky vedení žáci u této úlohy mnohem déle přemýšleli o způsobu řešení.

Tradičně vedení žáci využili jednu úspěšnou strategii a dvě různé chybné. Žáci vedení Hejného metodou využili dvě různé úspěšné strategie a žádnou chybnou. Dohromady žáci použili dvě úspěšné strategie a dvě chybné.

6.3 Úloha č. 3

Při prvním předexperimentu některým žákům velice pomohlo, když jsem jim úlohu Myslím si číslo (Obrázek 30) přepsala do číselné rovnice. Zařazuji tuto úlohu a budu porovnávat úspěšnost této číselné rovnice a úlohy Myslím si číslo. Předpokládám, že zde by měla být úspěšnost vyšší než u úlohy předchozí. Zařazená číselná rovnice vypadala následovně.

$$\boxed{(7-\underline{\quad\quad})\cdot 3 = 12}$$

Obrázek 31: Předexperiment 2, úloha 3

6.3.1 Popis evidovaných strategií

Tradičně vedení žáci

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
3.	10	0	0

Tabulka 17: Předexperiment 2, úloha 3, úspěšnost řešení, tradiční

Všichni žáci byli při řešení této úlohy úspěšní. Použili tři strategie řešení. V první použité strategii žáci vydělili číslo dvanáct číslem tři, dále od sedmičky odečetli výsledek předchozího příkladu. A již nalezli správné řešení. Říkali něco v tomto smyslu: „12 : 3 = 4, 7 – 4 = 3.“ Takto pracovalo sedm žáků, kteří použili strategii „12:3/7-4“. Další strategií bylo náhodné dosazování čísel. Strategii „Pokus-omyl-úspěch“ použil jeden žák. Poslední strategií bylo dosazování čísel do rovnice. Jeden žák začal dosazovat čísla od jedničky a postupoval k vyšším číslům. Další začal dosazovat od pětky a šel postupně k nižším číslům. O této strategie se také dá hovořit jako o strategii „Systém-pokus-omyl“. Použili ji dva žáci.

Žáci vedení Hejného metodou

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
3.	10	0	0

Tabulka 18: Předexperiment 2, úloha 3, úspěšnost řešení, Hejného metoda

Tito žáci taktéž vyřešili úlohu správně. Avšak použili pouze jednu strategii. Jedná se o strategii „12:3/7-4“.

Srovnání úspěšnosti strategií

Strategie	Počet použití	
	Tradiční	Hejného metoda
12:3/7-4	7	10
Pokus-omyl-úspěch	1	0
Systém-pokus-omyl-úspěch	2	0

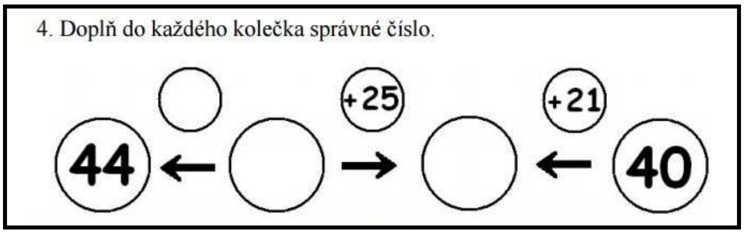
Tabulka 19: Předexperiment 2, úloha 2, přehled strategií

V této úloze dosáhli tradičně vedení žáci stejného úspěchu jako žáci vedení Hejného metodou.

Tradičně vedení žáci použili tři různé úspěšné strategie a žádnou chybnou. Žáci vedení Hejného metodou použili jednu úspěšnou strategii a žádnou chybnou. Dohromady žáci použili tři různé úspěšné strategie řešení a žádnou chybnou.

6.4 Úloha č. 4

Dále list obsahoval úlohu, kde měli žáci doplňovat přičítáním či odčítáním čísla do koleček v závislosti na směru šipek a již daných hodnotách. V učebnicích Fraus, které při studiu využívají žáci vedené metodou pana profesora Hejného, jsou tyto úlohy zařazeny do prostředí Hadi. Nicméně jsem přesvědčena, že úlohy nejsou ničím specifické a nevyžadují předchozí speciální znalosti tohoto prostředí. Tudíž nevidím důvod, aby je nemohli vyřešit i žáci vedené klasickým způsobem. Měla jsem však pocit, že tato úloha bude pro tradičně vedené žáky nejtěžší z celého pracovního listu. Dále jsem předpokládala, že žáci, kteří jsou vedeni Hejného metodou, by měli úlohu lehce vyřešit.



Obrázek 32: Předexperiment 2, úloha 4

6.4.1 Popis evidovaných strategií

Tradičně vedení žáci

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
4.	6	4	0

Tabulka 20: Předexperiment 2, úloha 4, úspěšnost řešení, tradiční,

Navzdory tomu, že jsem přepokládala, že tato úloha bude pro žáky složitá, šest z deseti uspělo. V jejich podání to vypadalo, jako by se s tímto typem úloh setkávali běžně. Použili strategii „Úspěch“. Avšak čtyři žáci bohužel chybovali. Tři z nich nevnímali směr šipek. Jen doplnili čísla, aby to alespoň částečně vyšlo. Nevadilo jim, že jedna operace poté nevycházela správně. Použili strategii „Chybné šipky“. Poslední žák postupoval tak, že doplnil náhodně devítku do prvního kolečka nahoře, poté postupoval podle šipek, poté vypočítal pravou stranu tak, že k číslu čtyřicet přičetl číslo dvacet jedna. Vyšlo mu číslo šedesát jedna. Ale protože nevěděl, jestli do kolečka doplnit výsledek z levé strany, nebo ten z pravé strany, oba sečetl a výsledek zapsal do kolečka. Jednalo se o strategii „Náhoda-chyba“.

Žáci vedení Hejného metodou

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
4	6	4	0

Tabulka 21: Předexperiment 2, úloha 4, úspěšnost řešení, Hejného metoda

Žáci vedení Hejného metodou dosáhli stejné úspěšnosti jako tradičně vedení. Šest dokončilo úlohu úspěšně, čtyři chybovali. U těchto žáků byl předpoklad, že by měli zvládnout úlohu bez větších problémů. Bohužel zdárně dokončilo úlohu taktéž jen šest žáků. Ti použili strategii „Úspěch“. Další žák, který nakonec neměl správně vyřešenou úlohu, postupoval stejně, ale bohužel udělal numerickou chybu. Jednalo se o strategii „Úspěch-chyba“. Další žáci absolutně nerespektovali směr šipek. Dva z nich začali počítat odzadu a neřešili směr šipek. Použili strategii „Chybné šipky“. Další žák doplnil do prvního volného kolečka vlevo vymyšlené číslo a pak počítal s tímto číslem. Jednalo se o strategii „Náhoda-chyba“.

Srovnání úspěšnosti strategií

Strategie	Počet použití	
	Tradiční	Hejného metoda
Úspěch	6	6
Chybné šipky	3	2
Náhoda-chyba	1	1
Úspěch-chyba	0	1

Tabulka 22: Předexperiment 2, úloha 4, přehled strategií

Žáci dosáhli totožného úspěchu. Očekávala jsem mnohem větší rozdíl mezi těmito dvěma skupinami. Moje očekávání se nenaplnilo. I někteří žáci vedení Hejného metodou neměli představu, co šipky signalizují. Nebyly schopné najít, odkud by měli začít počítat.

Tradičně vedení žáci použili jednu úspěšnou strategii a dvě chybné strategie. Žáci vedení Hejného metodou použili taktéž jednu úspěšnou strategii a tři chybné. Dohromady žáci použili jednu úspěšnou strategii a tři různé chybné strategie.

6.5 Úloha č. 5

Jako pátou úlohu jsem zvolila klasickou slovní úlohu, která ovšem obsahuje antisignály. Byla jsem tedy samozřejmě velice zvědavá, jak si s ní žáci poradí. Předpokládala jsem, že úloha bude pro žáky složitá, ale na druhou stranu mi nepřišlo, že by v ní bylo něco, co by bylo pro žáky neřešitelné. Všechny údaje jsou jasně zadané. Domnívám se ale, že žákům bude dělat problém rozlišit v textu slova „dohromady“ a „každý.“ Je možné, že žáci tato slova nebudou rozlišovat. A budou mít tedy problém zvolit vhodné operace. Zde hovořím především o tradičně vedených žácích.

Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady 20. Kolik měl původně každý chlapec autíček?

Obrázek 33: Předexperiment 2, úloha 5

6.5.1 Popis evidovaných strategií

Tradičně vedení žáci

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
5.	5	5	0

Tabulka 23: Předexperiment 2, úloha 5, úspěšnost řešení, tradiční

Můj předpoklad byl správný. Tato úloha dělala žákům problémy. Dokonce větší než jsem čekala. Jen polovina z nich byla schopná úlohu správně vyřešit. Tři ze správných řešitelů nejprve vydělili počet autíček počtem chlapců, aby zjistili, kolik autíček má nyní každý z chlapců. Potom od výsledku odečetli dvě autíčka, která tatínek dokoupil. Říkali něco v tomto smyslu: „20 : 2 = 10, 10 – 2 = 8.“ Použili strategii „Dělení-odčítání“. Další dva úspěšní řešitelé od počtu autíček odečetli všechna nová autíčka a výsledek pak vydělili počtem chlapců. Říkali toto: „20 – 4 = 16, 16 : 2 = 8.“ Jedná se o strategii „Odčítání-dělení“. Dále už se budeme zabývat strategiemi, které nebyly úspěšné. Jeden žák řešil úlohu následovně. Nejprve spočítal počet nových autíček, tak že vynásobil dvě autíčka počtem chlapců. Dále správně odečetl nová autíčka od všech. Získal číslo šestnáct. To je počet původních autíček. Pro žáka ale tímto úloha skončila. Zapomněl, že chlapci jsou dva, tudíž by měl tento počet ještě rozdělit chlapcům. Použil strategii „2·2/20-4“. Další žák chtěl od původního počtu autíček odečíst autíčka nová, ale neuvědomil si, že tatínek koupil každému dvě autíčka. Vypustil důležité slovo „každému“. Odečetl jen autíčka jednoho z chlapců. A poté správně počet vydělil dvěma – počtem chlapců. Použil strategii „(20-2):2“.

Následující dva řešitelé nezaznamenali, že chlapci jsou dva a každému koupil tatínek dvě autíčka. Pouze odečetli dvě autíčka od dvaceti původních. Použili strategii „20-2“.

Poslední žák pouze vzal počet autíček a našel další číslo v textu, což byla dvojka (tatínek koupil každému ještě dvě autíčka) a tyto dva údaje spolu vynásobil. Říkal: „20 · 2 = 40“. Použil strategii „20·2“.

Žáci vedení Hejného metodou

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
5.	9	1	0

Tabulka 24: Předexperiment 2, úloha 5, úspěšnost řešení, Hejného metoda

Mezi těmito žáky byl pouze jediný, který úlohu nevyřešil správně. Zbylých devět žáků přišlo na správné řešení úlohy. Pět z nich použilo strategii „Odčítání-dělení“. Čtyři další použili strategii „Dělení-odčítání“.

Žák, který nebyl úspěšný, použil strategii „(20-2):2“.

Srovnání úspěšnosti strategií

Strategie	Počet použití	
	Tradiční	Hejného metoda
Dělení-odčítání	3	4
Odčítání-dělení	2	5
$2\cdot 2/20-4$	1	0
(20-2):2	1	1
20-2	2	0
$20\cdot 2$	1	0

Tabulka 25: Předexperiment 2, úloha 5, přehled strategií

U páté úlohy jsem zaznamenala velký rozdíl mezi oběma skupinami žáků. V prvním případě vyřešilo úlohu správně pět žáků, ve druhém případě devět. Myslím si, že rozdíl může být v tom, že žáci vedení Hejného metodou se mnohem častěji setkávají s takovým typem úloh. Ale samozřejmě mohla hrát roli únava žáků, která ovšem byla na obou stranách stejná. Mohla by přispět pouze ke zhoršování kvality podaných výkonů, ale ne k takovému rozdílu mezi nimi.

Tradičně vedení žáci použili dvě různé úspěšné strategie řešení a čtyři různé chybné. Žáci vedení Hejného metodou použili taktéž dvě různé úspěšné strategie a pouze jednu chybnou. Dohromady žáci použili dvě úspěšné a čtyři chybné strategie.

6.6 Správnost řešení

Tato tabulka (tabulka 26) ukazuje úspěšnost žáků v jednotlivých úlohách.

Číslo úlohy	Úspěšnost v %	
	Tradiční	Hejného metoda
1.	90%	90%
2.	80%	100%
3.	100%	100%
4.	60%	60%
5.	50%	90%

Tabulka 26: Předexperiment 2, úspěšnost řešení

V následující tabulce (tabulka 27) můžete porovnat, kolik žáků vyplnilo správně celý pracovní list. To znamená, že ani v jedné úloze nechybovali. Zároveň uvádím i tento počet v procentech.

	Počet žáků	Počet žáků v %
Tradičně vedení žáci	5	50 %
Žáci vedení Hejného metodou	6	60 %

Tabulka 27: Předexperiment 2, žáci s celým správně vyřešeným pracovním listem

6.7 Srovnání

Pokud budeme srovnávat úspěšnost těchto dvou skupin žáků, vidíme, že lépe si vedla skupina, která je vyučována Hejného metodou. Ta dosáhla průměrné úspěšnosti 88 %. Oproti tomu tradičně vyučovaná skupina jen 76 %. Také můžeme v tabulkách vidět, že v žádné z úloh nebyly tradičně vedení žáci úspěšnější. Ve dvou úlohách měli úspěšnost stejnou. Jak jsem již zmiňovala, je mezi nimi úloha z prostředí Hadi. S tímto typem úlohy by se měli žáci vedení Hejného metodou setkávat poměrně často, jelikož v učebnicích, které používají, jich najdeme mnoho. Největší rozdíl jsme viděli u poslední úlohy, kde rozdíl činil 40 %, což mi přijde opravdu markantní.

Když jsem se podívala na počet správných celých pracovních listů, zjistila jsem, že číslo se moc neliší. Jen o jeden pracovní list měli více žáci vyučovaní Hejného metodou. V první skupině bylo pět správných pracovních listů, ve druhé skupině nechybovalo šest žáků. Avšak tradičně vedení žáci, když chybovali, tak to bylo většinou ve větším počtu úloh. Dva žáci chybovali v druhé, čtvrté a páté úloze. Jeden měl špatně první, čtvrtou a pátou úlohu. Jeden žák vyřešil špatně úlohy čtyři a pět. Poslední žák chybovat pouze v páté úloze.

Mezi žáky, kteří jsou vyučováni Hejného metodou to bylo následovně. Jeden žák chybovat v úloze číslo čtyři a pět. Tři žáci nenašli správný výsledek u čtvrté úlohy. Jeden žák udělal chybu v první úloze.

Jelikož jsem na začátku předexperimentu uváděla, že bych chtěla srovnat úspěšnost řešení druhé úlohy Myslím si číslo a číselné rovnice, podíváme se tedy do tabulky na čísla, která nám zobrazuje. U žáků vedených Hejného metodou vidíme, že u obou dosáhli stoprocentní úspěšnosti. Kdežto u tradičně vedených žáků vidíme, že sice číselnou rovnici také vyřešili všichni, ale úlohu Myslím si číslo bohužel vyřešilo jen 80 % žáků. Vysvětlení je zde tedy asi jasné. Tradičně vedení žáci se sice ve výuce setkávají s rovnicemi, ale většinou v číselné podobě. Málokdy řeší tento typ slovních úloh.

Na základě tohoto předexperimentu se zdá, že v těchto úlohách dosahují žáci vedení Hejného metodou lepších výsledků. Myslím si, že výsledky nejsou náhodné. Jelikož žáci se s podobnými úlohami setkávají častěji, proto jsou při jejich řešení úspěšnější.

Zajímal mě i počet pracovních listů, kde nebyla správně vyřešená ani jedna úloha. Zjistila jsem, že takový list se neobjevil u žádného z žáků. Každý z žáků tedy měl správně alespoň jednu úlohu.

6.8 Reflexe

Když jsem zhodnotila druhý předexperiment, zjistila jsem, že první úloha už mi pravděpodobně nová řešení nepřinese. Proto ji do experimentu nezařadím.

Naopak v experimentu jsem dále chtěla sledovat rovnice v podobě slovní úlohy Myslím si číslo a číselné rovnice. Do experimentu jsou tedy ponechány.

Čtvrtá úloha z prostředí Hadi mi přišla zbytečná a nic nevykazující. Do experimentu tedy zařazená nebude.

Nicméně velice zajímavá pro mě byla poslední slovní úloha. Ta pochopitelně v pracovním listě zůstane.

Podařilo se mi do druhého předexperimentu získat žáky komunikativnější, ale stále nechtějí hovořit o svých myšlenkových pochodech. Před výzkumem se mnou živě diskutují o různých věcech, které se týkají školy, oblíbených školních předmětů, nebo jejich volného času. Jakmile ale přijde na to, že by měli mluvit o tom, co jim probíhá hlavou, raději mlčí. Rozhodla jsem se tedy, že při experimentu si rozhovory budu alespoň nahrávat. Budu mít jistotu, že mi neunikne žádná důležitá myšlenka, která by stála za zmínění.

7 EXPERIMENT

Vzhledem k výsledkům druhého předexperimentu jsem se rozhodla k jinému postupu v další práci. Během dvou předexperimentu jsem vždy pracovala s každým žákem jednotlivě. Při tomto experimentu zadám pracovní list celé třídě najednou. Po odevzdání roztřídím listy na správné a chybné. Autory chybných si budu volat a individuálně s nimi budu někde stranou rozebírat úlohy, ve kterých chybovali. Myslím si, že to bude zajímavější, než když s žáky hovořím o správně vyřešených úlohách. Během rozhovoru bude mít žák možnost své chyby opravit, pokud si je uvědomí. Nebudu si volat autory správných řešení, jelikož bych se o jejich strategiích nedozvěděla nic.

Experiment probíhal 5.3.2015 na základní škole ve větším městě ve Středočeském kraji, kde jsem měla k dispozici jednu třídu žáků a 6.3.2015 na základní škole v menším městě v Plzeňském kraji, kde se ho zúčastnily dvě třídy.

Chtěla jsem, aby výzkum byl co nejvíce objektivní, proto jsem se rozhodla, že experiment provedu pouze ve třídách čtvrtého ročníku, abych minimalizovala věkové rozdíly.

V následující tabulce (tabulka 28) uvádím přehled údajů o experimentu.

Datum	6.3.2015	5.3.2015
Metoda výuky	Tradiční	Hejného metoda
Počet žáků 4. ročníku	42	21
Počet úloh	4	4

Tabulka 28: Údaje o experimentu

Na základě výsledků předexperimentu si myslím, že vyšší úspěšnosti by měli dosáhnout žáci, kteří jsou vedeni Hejného metodou, proto jsem zvolila jejich menší počet. Naopak tradičně vedených žáků jsem volila více. Jak bylo zmíněno v úvodu této kapitoly, hovořit budu pouze s žáky, kteří v nějaké z úloh chybovali, proto se domnívám, že je nutné zvýšit oproti druhému předexperimentu počet zúčastněných. Žáků vedených Hejného metodou jsem oslovila dvacet jedna, tradičně vedených žáků dvakrát tolik - čtyřicet dva.

Součástí experimentu byly i rozhovory s žáky. Ty jsem nahrávala a přepsala do protokolu. Jejich části vždy uvádím v místech, kde popisuji jednotlivé úlohy. V rozhovorech budu já značená písmenem X a žák bude vždy značen počátečním písmenem svého jména. Ještě jednou uvádím, že žáci budou kvůli zachování soukromí přejmenováni. Pro lepší přehlednost textu jsou rozhovory napsány vždy kurzívou.

Očekávám, že žáci vedení Hejného metodou budou úspěšnější než ostatní. Kromě toho, že jsem přesvědčená, že budou mít vyšší počet správně vyřešených celých pracovních listů, si myslím, že když by nebyl pracovní list celý správně vyřešen, najdeme v něm menší počet špatných řešení.

7.1 Úloha č.1

Druhý předexperiment ukázali, že tradičně vedení žáci jsou v této úloze (Obrázek 28) méně úspěšní. Předpokládám tedy, že v experimentu se toto potvrdí a žáci vedení Hejného metodou budou při řešení mírně úspěšnější. Vzhledem k předchozím výsledkům očekávám, že obě skupiny by měly mít v této úloze úspěšnost nad 60 %.

Dále očekávám, že tradičně vedení žáci budou více využívat strategií, kde pouze náhodně vyberou čísla ze zadání a náhodně nějakou početní operaci.

7.1.1 Popis evidovaných strategií

Tradičně vedení žáci

Úloha č.1	Správně	Chybně	Neřešeno
Před rozhovorem	27	15	0
Po rozhovoru	31	11	0

Tabulka 29: Experiment, úloha 1, úspěšnost řešení, tradiční

První úlohu dokázalo úspěšně vyřešit dvacet sedm žáků. Chybnou strategii zvolilo patnáct žáků.

Během rozhovoru si úlohu opravili čtyři žáci.

Žáci, kteří nechybovali, použili strategii „16:2-3“.

U této úlohy se kromě jedné úspěšné strategie řešení objevilo i několik chybných. Zajímavou strategií bylo to, že žáci použili strategii „16:2-3“, ale jako výsledek, neboli myšlené číslo, uvedli mezivýsledek osm. Myslím, že chyba pramení z toho, že žáci jsou zvyklí u mnoha příkladů dělat kontrolu, nad kterou ani nepřemýšlí. Je to věc, kterou dělají automaticky. Kolikrát je kontrola i beze smyslu. Jedná se pouze o kontrolu formální. Takových žáků, kteří použili strategii „Mezivýsledek“, bylo pět. Dva z nich si chybu během rozhovoru uvědomili, dva byli přesvědčení, že se jedná o správné řešení. V rozhovorech jsem se jich samozřejmě ptala na postup řešení.

Nejprve se můžete podívat na protokol rozhovoru, kde Petra ihned přichází na to, že úloha je špatně vyřešená.

X: Já bych se tě chtěla zeptat na tu první úlohu, já jsem tady totiž zmatená…

P: Tohle je šestnáctka..

X: To ano, ale já nevím, tady je nějaké pět plus tři je osm a zároveň pak ta osmička je tam podtržená. Které je to číslo, které jsem si myslela?

P: Osm.

X: Osmička je to číslo? A proč?

P: Ono to má být jinak, ale já jsem se spletla a přišla jsem na to, až když jsem to odevzdala.

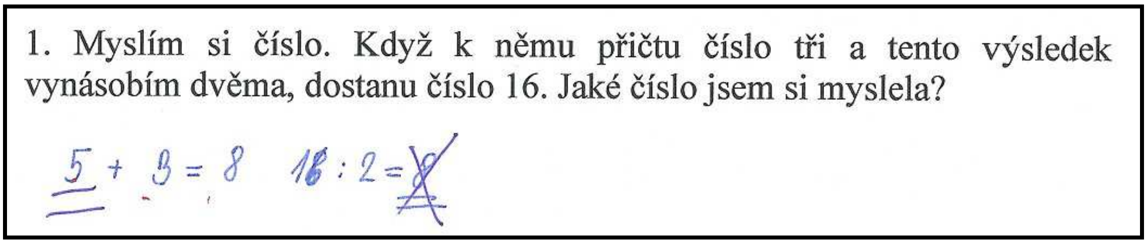
X: Tak si to můžeš teď opravit, jestli chceš.

P:………šestnáct děleno dvěma je osm, osm mínus tři je pět.

X: A jaké číslo jsem si tedy myslela?

P: Pět.

Petra tedy nakonec úlohu vyřešila správně.


1. Myslím si číslo. Když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo 16. Jaké číslo jsem si myslela?

$\underline{5} + 3 = 8 \quad 16 : 2 = \cancel{8}$

Obrázek 34: Experiment, úloha 1, tradiční, Petra

Klára byla naopak přesvědčená, že její postup je správný.

X: Prosím, vysvětli mi tu první úlohu. Tady vidím pět plus tři rovná se osm, osm krát dva je čtrnáct..

K: Šestnáct.

X: Aha, šestnáct, tak si to oprav, to nevadí. Ale tady je nějaké pět plus tři je osm, osm krát dva je šestnáct a tady zároveň osmička, tak co je správně?

K: Já jsem si řekla, že pět plus tři je osm a potom jsem …. Já jsem si nejprve zkoušela, jak si to vynásobit jako dvakrát… To je čtyři a potom, když to byla osmička, tak se to rovnalo šestnáct, tak jsem tam napsala pět plus tři je osm a osm krát dva je šestnáct.

X: A které je tedy to číslo, které jsem si myslela?

K: Osm.

X: Osmička tedy? Můžeš mi to, prosím, vysvětlit ještě jednou? Já jsem to teď moc nepochopila.

K: Já jsem si tedy odečetla osm mínus tři je pět. A potom jsem dala osm krát dva je šestnáct. Takže by to bylo osm.

X: Na základě kterého příkladu jsi tedy zjistila, že to je osmička? Na základě toho pět plus tři je osm nebo osm krát dva je šestnáct? Jak to je?

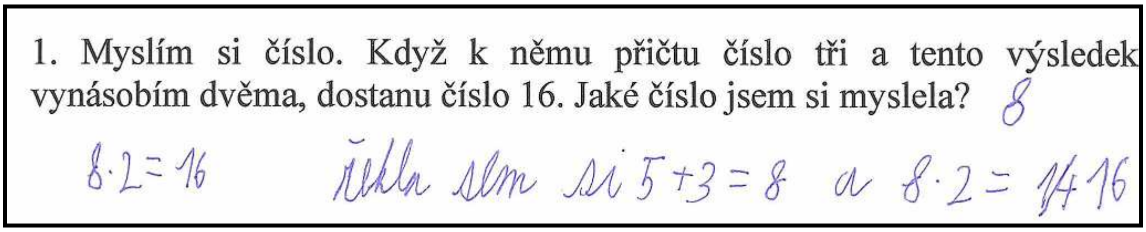
K: Já jsem zjistila, že je to šestnáct v tomhle příkladě.

X: Toho osm krát dva je šestnáct? Hm, to jsme vydělili. Takže tu osmičku jsi zjistila tím, že osm krát dva je šestnáct. A proč je tady ten příklad pět plus tři?

K: Tím jsem si pomohla…

X: Že sis to ověřila?

K: Ano.


1. Myslím si číslo. Když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo 16. Jaké číslo jsem si myslela? 8

8·2=16   řekla jsem si 5+3=8 a 8·2=~~14~~16

Obrázek 35: Experiment, úloha 1, tradiční, Klára

Ačkoliv jsem se několikrát ptala na postup, Klára má o správnosti jasno. Mohla bych se ještě vyptávat dále, ale vím, že by to v tomto případě nemělo smysl.

Čtyřikrát jsem se setkala se strategií „16:2“.

Dva žáci použili strategii „3·2/16-6“.

Dále jsem se setkala se strategií „40“. Na pracovním listě jsem totiž objevila pouze číslo čtyřicet. Kristýna ale poté během rozhovoru vysvětlila, jak postupovala, své řešení opravila, ale zůstalo stále chybné. Nyní uvádím část protokolu.

X: Vysvětli mi, prosím, jak jsi počítala tu první úlohu. Tam totiž vidím jen výsledek a nevím, jak jsi to počítala. Jak jsi přišla na to číslo čtyřicet?

K: Já jsem ten příklad moc nepochopila. Takže to určitě bude špatně to číslo.

X: Já neříkám, jestli je to špatně nebo dobře. Já bych potřebovala vědět, jak jsi ho vypočítala.

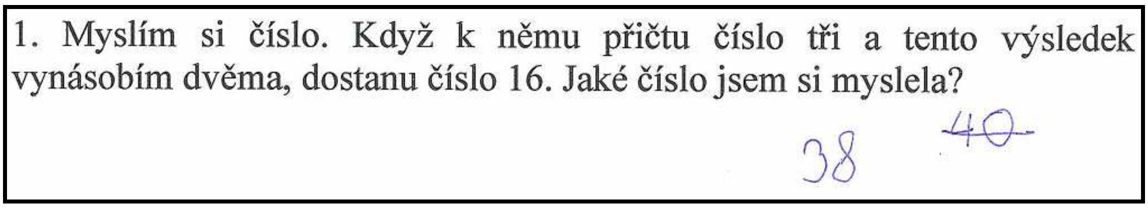
K: …..Tak, že jsem si k tomu přičetla ty tři. To je devatenáct… tak to je špatně to čtyřicet

X: A chceš si to nějak opravit? Můžeš si to sem napsat, jak by to bylo správně.

K: Já jsem to počítala tak, že jsem si přičetla ty tři, takže je to devatenáct….. krát dvě… to je …. Já jsem to nějak zblbla…

X: To nevadí, to škrtni a můžeš napsat, kolik to je.

K: …Devatenáct krát dvě……….. třicet osm.


1. Myslím si číslo. Když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo 16. Jaké číslo jsem si myslela?

38 ~~40~~

Obrázek 36: Experiment, úloha 1, tradiční, Kristýna

Dva žáci použili strategii „3·2“. Tito žáci nevidí do problému, ale mají pravděpodobně zkušenost, že je lepší, alespoň s nějakými čísly udělat nějakou operaci, než neudělat nic.

Zvláštní řešení jsem viděla na pracovním listě u Radky. Tam jsem našla výpočet 16:3=6. Samozřejmě jsem se jí na to zeptala a ona si uvědomila svou chybu a úlohu opravila a vypočítala správně. Původně se tedy jednalo o strategii „16:3-chyba“.

X: Já jsem se tě chtěla zeptat na ten první úkol. Moc tomu nerozumím a potřebovala bych tomu rozumět. Jak jsi to vypočítala?

R: Že když se k němu přičetlo číslo tři. A pak ten výsledek vynásobím dvěma, dostanu šestnáct. Tak si řekneme šestnáct děleno třemi je šest a to jsme dostali vlastně, kolik jsem potom vynásobila tu dvojku.

X: A šestnáct děleno třemi je šest?

R: Ne, není.

X: Aha, a jak to bude?

R: Jo, tam to mělo být jinak.

X: Tak jak to vymyslíš?

R: Šestnáct děleno dvěma………

X: A to vyjde kolik?

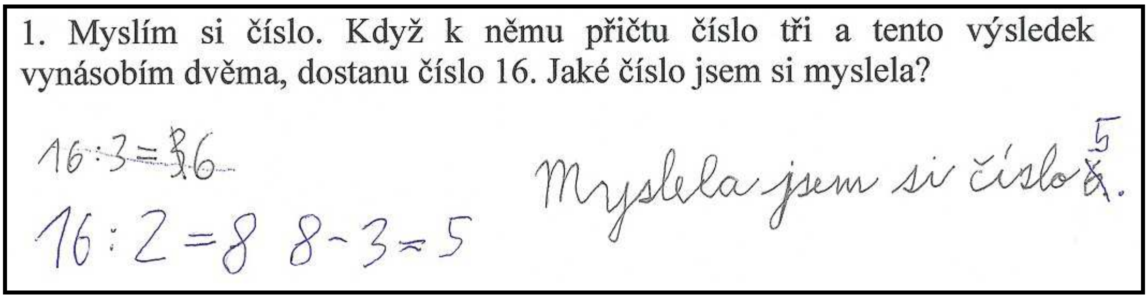
R: To nám vyjde osm.

X: A to už bude to číslo, co jsem si myslela?

R: Ano.

X: Ano?

R:…. Ještě ne. Ještě ubereme tři a to je pět.


1. Myslím si číslo. Když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo 16. Jaké číslo jsem si myslela?

16:3=~~3~~6

16:2=8 8-3=5

Myslela jsem si číslo ~~8~~ 5.

Obrázek 37: Experiment, úloha 1, tradiční, Radka

U tradičně vedených žáků jsem zaznamenala nejdříve dvacet sedm úspěšných a patnáct chybných řešení. Po rozhovorech, které se mnou žáci vedli jsem napočítala třicet jedna správných a jedenáct špatných odpovědí. U chybných strategií mě nejvíce zaujala ta, kde žáci měli správně celý postup, ale špatně stanovili výsledek. Zaujala mě proto, že jsem vůbec neočekávala, že žáci úlohu úspěšně vyřeší, ale stanový chybný výsledek.

Žáci vedení Hejného metodou

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
1.	17	4	0

Tabulka 30: Experiment, úloha 1, úspěšnost řešení, Hejného metoda

Počet žáků, kteří úspěšně vyřešili první úlohu, je sedmnáct. Čtyři žáci chybovali. Během rozhovoru nikdo z chybujících své řešení neopravil na správné.

Všech sedmnáct úspěšných řešitelů použilo strategii „16:2-3“.

Taktéž u žáků vedených Hejného metodou jsem zaznamenala strategii „Mezivýsledek“. Byli dva takoví.

Myslím si, že tentokrát byl problém v tom, že Simonu nenapadlo, že myšlené číslo, je až to původní, ale pořád potřebovala uvést nějaký výsledek. A ten měla, až když k číslu pět přičetla číslo tři. Bohužel ani během rozhovoru nepřišla na to, že myšlené číslo stanovila chybně. Nyní si můžete přečíst tuto část protokolu, kde hovořím se Simonou.

X: Já bych se tě chtěla zeptat, co je u té první úlohy výsledek? Já vidím, jak jsi to počítala, ale ….

S: Osm.

X: Aha, a proč osm?

S: Protože když to vynásobím dvěma, tak je to šestnáct.

X: Hm, ale tady vidím ještě nějaký výpočet předtím.

S: Jo, pět plus tři je osm a osm krát dva je šestnáct.

X: A proč je tedy ten výsledek ta osmička? Já tomu teď tady nějak nerozumím. Protože říkáš, že původní číslo je osm, ale ještě předtím je tady tenhle výpočet.

S: Protože vy jste tam napsala, že myslím si číslo, když k němu přičtu číslo tři a ten výsledek musí být něco, a když ho vynásobím dvěma, tak to bude šestnáct. Ale nejdřív k tomu musím udělat plus tři……. výsledek a pak to vynásobím dvěma.

X: Hm, ale to číslo, co jsem si myslela je až ta osmička?

S: Ano.

X: Můžeš mi to, prosím, ještě jednou vysvětlit? Já teď trochu nevím, jak jsi to myslela.

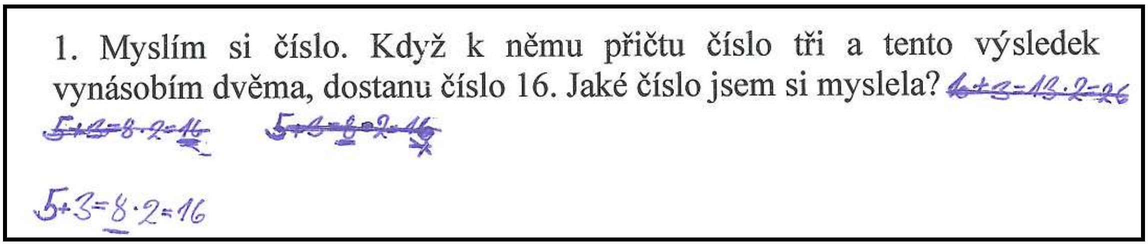
S: Já jsem to myslela tak, že když k něco přičtu tři, že to musí být nějaký výsledek. A ten výsledek pak vynásobím dvěma a to bude vlastně šestnáct.

X: Takže jsi spočítala, že ten výsledek je tedy osm a předtím je to pět plus tři. Jestli na to koukám správně.

S: Ano.

X: Ale to číslo, které já si myslím, je až ten výsledek? Ta osmička?

S: Ano.


1. Myslím si číslo. Když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo 16. Jaké číslo jsem si myslela? ~~10+3=13·2=26~~

~~5+3=8·2=16~~ ~~5+3=8·2=16~~

5+3=8·2=16

Obrázek 38: Experiment, úloha 1, Hejného metoda, Simona

Jako učitelka bych se Simonou prošla text zadání a ověřila s ní řešení. Ale nyní jsem byla v roli experimentátora, proto jsem to neudělala.

Jeden žák si výsledek pouze tipnul, jelikož vůbec nevěděl, co s úlohou má udělat. Použil strategii „Tip“.

Dan nechal úlohu bez výsledku a při rozhovoru zkoušel úlohu vyřešit. Nepodařilo se mu to.

X: Já bych se tě chtěla zeptat hned na tu první úlohu. Tady totiž není nic napsáno. Proč tam není nic napsáno? Ty jsi to nijak nezkoušel spočítat?

D: No, zkoušel, ale já jsem to moc nepochopil.

X: Aha, nepochopil. Tak si to zkus přečíst znovu……………Tak co, kdybys to chtěl zkusit, jak bys to udělal?

D: No když si tři vynásobím dvěma, tak je to šest.

X: A proč tři vynásobíš dvěma?

D: Protože je to tady napsané.

X: Tam je: Myslím si číslo. Když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo šestnáct. Jaké číslo jsem si myslela?

D: Já nevím, ale když třikrát dva tak to je šest a kdybych chtěl to číslo, tak to by bylo deset, protože tam je ještě ta šestnáctka.

X: Takže myslíš, že jsem si myslela číslo deset?

D: Já nevím.

X: Myslím si číslo, když k němu přičtu číslo tři…. Deset plus tři je kolik?

D: Třináct.

X: A tento výsledek vynásobím dvěma. Třináct krát dva…

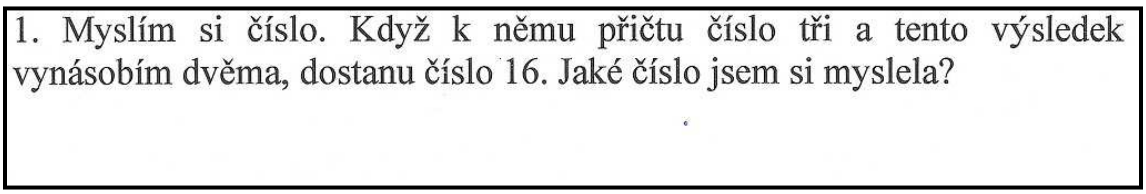
D: To je víc než šestnáct.

X: Tak napadá tě něco?

D: Ne.

X: Vůbec nic? Nenapadá tě žádné číslo, které by tam mohlo být?

D: Ne.



1. Myslím si číslo. Když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo 16. Jaké číslo jsem si myslela?

Obrázek 39: Experiment, úloha 1, Hejného metoda, Dan

Dan vůbec úloze nerozumí, nepomohla mu ani moje pomoc. Jako učitelka bych mu snížila obtížnost úlohu tak, aby v úloze byla pouze jedna početní operace.

Srovnání úspěšnosti strategií

Strategie	Počet použití	
	Tradiční	Hejného metoda
16:2-3	27	17
Mezivýsledek	5	2
Tip	0	1
16:2	4	0
3·2/16-6	2	0
40	1	0
3·2	2	0
16:3-chyba	1	0

Tabulka 31: Experiment, úloha 1, přehled strategií

Tradičně vedení žáci použili jednu úspěšnou a šest chybných strategií. Žáci vedení Hejného metodou použili jednu úspěšnou a dvě chybné strategie. Dohromady žáci použili jednu úspěšnou strategii a sedm chybných strategií.

U tradičně vedených žáků jsem častěji viděla pouze náhodně použití čísel ze zadání úlohy tak, jak jsem předpokládala.

7.2 Úloha č. 2

Tato úloha je číselná rovnice, kde chybějící číslo nalezneme na začátku závorky. Jedná se o podobnou úlohu, kterou jste již mohli vidět ve druhém předexperimentu. Pouze jsou změněná čísla a neznámé číslo je prvním údajem uvnitř závorky. Zadávám ji proto, že je podobná úloze Myslím si číslo, ale přesto předpokládám, že u této úlohy bude odlišná úspěšnost.

Vzhledem k předchozím výsledkům předpokládám, že by ani takto žákům neměla činit žádné obtíže. Domnívám se, že obě skupiny dosáhnou úspěšnosti nad 80 %.

$$\boxed{(\_\_\_ - 3) \cdot 6 = 24}$$

Obrázek 40: Experiment, úloha 2

7.2.1 Popis evidovaných strategií

Tradičně vedení žáci

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
2.	42	0	0

Tabulka 32:Experiment, úloha 2, úspěšnost řešení, tradiční

V této úloze zaznamenali tradičně vedení žáci vysokou úspěšnost. Nikdo z nich nechyboval. Správných řešení je tedy čtyřicet dva. Všichni žáci použili strategii „24:6+3“.

V druhém předexperimentu ovšem takto vedení žáci také nechybovali.

Zajímavé je, že tuto číselnou rovnici žáci vyřešili bez problému. Kdežto s úlohou předchozí měli problém. Potvrdilo se mi, že žáci jsou drilováni v kalkulativních dovednostech, ale při přepisu úlohy je pro ně řešení již složité.

Žáci vedení Hejného metodou

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
2.	19	1	1

Tabulka 33: Experiment, úloha 2, úspěšnost řešení, Hejného metoda

Úspěšných bylo devatenáct žáků. Ti použili strategii „24:6+3“. Další žák pouze náhodně doplňoval čísla a zkoušel které je vhodné. Avšak při tom udělal i numerickou chybu. Použil strategii „Náhoda-chyba“. Během rozhovoru svou chybu neobjevil. Zde je část protokolu rozhovoru s Ondřejem.

X: Já bych se tě chtěla zeptat na tu druhou úlohu. Tady jsi doplnil, že to je jedenáct. Jedenáct minus tři, to celé krát šest je dvacet čtyři.

O: Ano.

X: Jak jsi na to přišel?

O: Jak jsme na to přišel?

X: Ano, jak jsi to vypočítal.

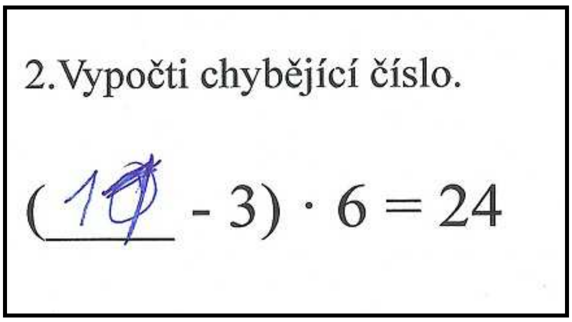
O: Já jsem…první jsem si zkoušel, jaká čísla by mohla být tady, to šestkrát něco. A potom mi vyšlo osm a takže jsem si řekl osm plus tři je jedenáct. A minus je tedy osm.

X: Takže ty jsi to udělal podle toho, že si myslíš, že osmkrát čtyři je dvacet čtyři?

O: No.

X: A tím pádem jsi tady potřeboval dostat tu osmičku, proto je tam ta jedenáctka? Jestli tomu správně rozumím.

O: No, ano.



Obrázek 41: Experiment, úloha 2, Hejného metoda, Ondřej

Tento žák ještě nemá zafixované spoje. Kdyby měl k dispozici tabulku, chybu by pravděpodobně neudělal.

Srovnání úspěšnosti strategií

Strategie	Počet použití	
	Tradiční	Hejného metoda
24:6+3	42	19
Náhoda-chyba	0	1

Tabulka 34: Experiment, úloha 2, přehled strategií

Při srovnání vidíme, že v této úloze byly úspěšnější tradičně vedení žáci. Dosáhli stoprocentní úspěšnosti. Ve druhé skupině jeden žák úlohu nevyřešil a jeden měl chybné řešení.

Tradičně vedení žáci použili jednu úspěšnou strategii řešení a žádnou chybnou. Žáci vedení Hejného metodou použili jednu úspěšnou strategii a jednu chybnou. Dohromady použili jednu úspěšnou strategii a jednu chybnou.

7.3 Úloha č. 3

Jako třetí úlohu jsem zařadila slovní úlohu z druhého předexperimentu. V ní mají žáci spočítat původní počet autíček, která měl každý z dvou chlapců (obrázek 31). Vzhledem k výsledkům minulého experimentu předpokládám, že u tradičně vedených žáků by se mohla úspěšnost pohybovat okolo 50 %. U žáků, které jsou vedeni Hejného metodou předpokládám úspěšnost okolo 90 %. Pro zopakování uvádím úlohu znovu.

7.3.1 Popis evidovaných strategií

Tradičně vedení žáci

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
3.	19	23	0

Tabulka 35: Experiment, úloha 3, úspěšnost řešení, tradiční

Mezi těmito žáky se objevilo pouze devatenáct úspěšných řešení. Chybovalo dvacet tři žáků. Během rozhovoru svou chybu nikdo nenapravil. Třináct žáků použilo úspěšnou strategii „Dělení-odčítání“. Šest žáků použilo úspěšnou strategii „Odčítání-dělení“.

Nyní již přecházíme k chybným strategiím řešení.

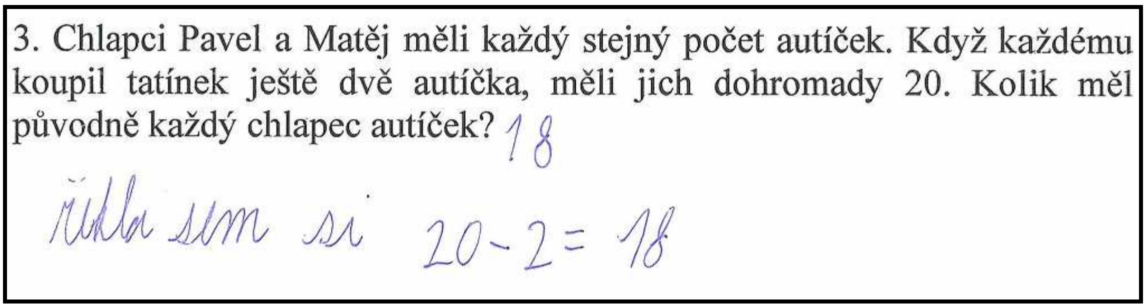
První z nich využilo šestnáct žáků. Jednalo se o strategii „20-2“. Nejprve jsem si myslela, že si tito žáci pouze špatně přečetli úlohu, ale zároveň mi přišlo nepravděpodobné, že by jich bylo tolik. I na základě rozhovorů si tedy myslím, že žáci pochopili úlohu jinak. Mysleli si, že číslo dvacet je počet autíček jednoho chlapce. Proto jim přišlo logické, že od tohoto čísla odečetli dvě nová autíčka. Ve druhém předexperimentu se tak vysoký počet žáků s tímto řešením neobjevil. Byla pouze dvě taková řešení. Proto jsem na tento jev nezaměřila pozornost. Nevím tedy, čím si tento fenomén vysvětlit. Zde uvádím část protokolu rozhovoru s Klárou, která právě řešila úlohu takto.

X: Poprosím tě, zda bys mi vysvětlila úlohu číslo tři. Chlapci Pavel a Matěj měli autíčka. Tady čtu: řekla jsem si dvacet minus dva je osmnáct. Co znamená ta dvojka?

K: No když jim tatínek koupil dvě autíčka každému, tak jsem si řekla dvacet minus dva je osmnáct. A potom jsem si řekla osmnáct plus dva je dvacet, takže je to osmnáct.

X: Takže původně měl každý chlapec osmnáct autíček. A když jim pak tatínek ta autíčka dokoupil, tak jich měli dohromady dvacet.

K: Ano


3. Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady 20. Kolik měl původně každý chlapec autíček? 18

řekla sem si 20-2= 18

Obrázek 42: Experiment, úloha 3, tradiční, Klára

Tři žáci použili strategii „(20-2):2“.

Další žák už pouze rozdělil autíčka dvěma chlapcům, zapomněl ale úplně na to, že se zde ještě píše o dokoupených autíčkách. Použil strategii „20:2“.

Jinou strategii využila Veronika. Ta nejprve vydělila číslo dvacet číslem dva, protože autíčka rozdělila chlapcům. Pak ale k výsledku přičetla nová autíčka. Použila strategii „20:2+2“. Uvádím část protokolu rozhovoru s ní.

X: Já bych od tebe potřebovala vysvětlit třetí úlohu. Tady je to nějaké přeškrtané, ale to nevadí. Já bych od tebe chtěla vědět…Co těch 10 plus 2 rovná se 12 a 10 plus 2 rovná se 12.

V: To je, že tatínek jim koupil ta dvě autíčka, takže dohromady čtyři.

X: Aha, a jak jsi přišla na těch deset by mě zajímalo.

V: No.. dvacet děleno dvěma.

X: Hm..hm.. a každý chlapec měl tedy původně dvanáct autíček?

V: To je po tom, co jim koupil ta dvě.

X: Aha, takže původně jich měl deset?

V: Nooo…

X: Klidně si to promysli, jak to vlastně je.

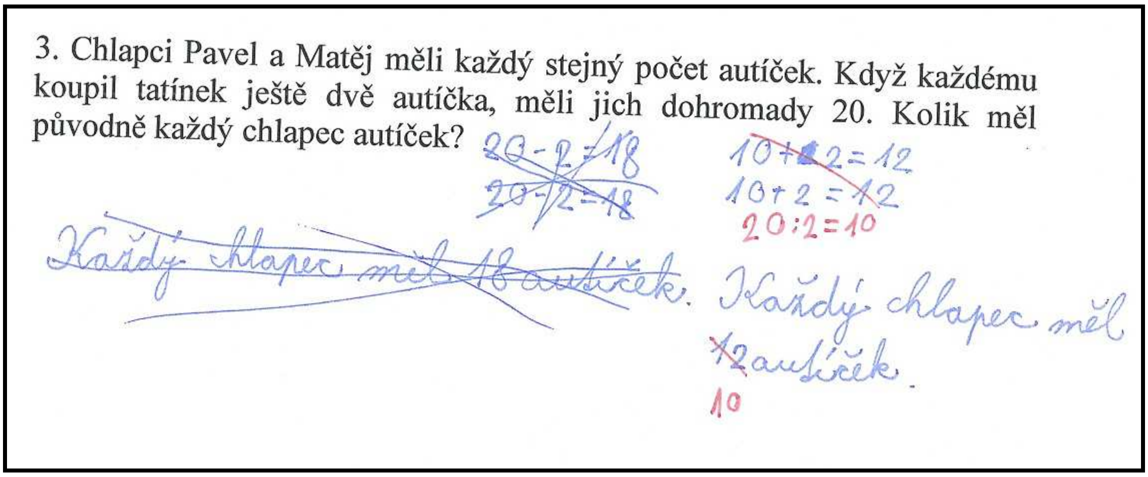
V: Původně jich měl deset, protože až potom jim tatínek koupil ta autíčka……. Tak můžu to škrtnout?

X: Ano, můžeš, jak chceš to udělej…… Takže chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček.. Takže deset? Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady dvacet. Kolik měl původně každý chlapec autíček?

V: Deset. A vypočítám to dvacet děleno dvěma.

X: Takže správný výsledek je deset?

V: Ano.



Obrázek 43: Experiment, úloha 3, tradiční, Veronika

Další žákyně použila strategii řešení, kdy k číslu dvacet, což je celkový počet autíček po dokoupení, přičetla číslo dva, to jsou nová autíčka. Za prvé si žákyně neuvědomila, že nová autíčka musí odečíst, tudíž pravděpodobně nemá vhled do problému antisignálů. Za druhé přičetla pouze autíčka jednoho z chlapců, nikoliv obou. Použila strategii „20+2“.

Štěpán měl v pracovním listě pouze napsaný tento výsledek - 6 autíček. Použil strategii „6“. Proto jsem se ho zeptala na jeho řešení. Štěpán se své chybné řešení snažil napravit, ale bohužel se mu to nepodařilo.

X: Já bych potřebovala vědět, jak jsi vypočítal tu třetí úlohu – autíčka.

Š: Tam jsem si řekl dvacet děleno dvěma………teda….jo, osmnáct děleno dvěma, vyšlo mi devět.. Teda třemi jsem si vydělil tu osmnáctku.

X: A proč třemi? A proč osmnáctku?

Š: No protože když jim ještě koupil…. Když jim každému ještě koupil dvě autíčka, tak proto…

X: Takže jsi to odečetl od té dvacítky?

Š: Jo.

X: Aha, a proč jsi to potom vydělil třemi?

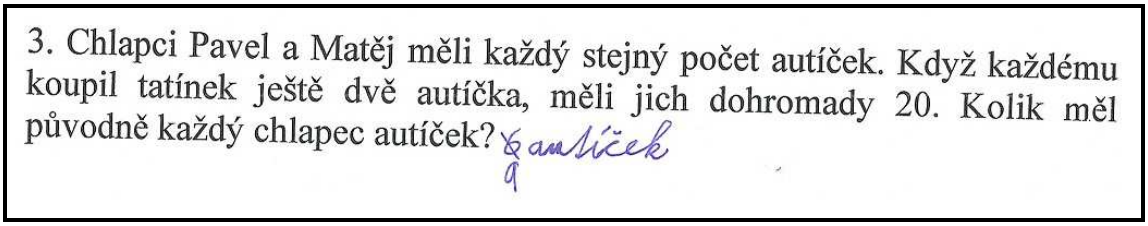
Š: Protože jsou ti tři chlapci…… teda dva……

X: Aha, tak jak to bude?

Š: Takže každý devět.

X: Každý měl devět autíček. Tak si to chceš nějak opravit?

Š: Ano – každý měl devět autíček.


3. Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady 20. Kolik měl původně každý chlapec autíček? 8 autíček
9

Obrázek 44: Experiment, úloha 3, tradiční, Štěpán

Žáci vedení Hejného metodou

	Správně	Chybně	Neřešeno
Před rozhovorem	12	9	0
Po rozhovoru	17	4	0

Tabulka 36: Experiment, úloha 3, úspěšnost řešení, Hejného metoda

V této úloze dvanáct žáků zvolilo úspěšnou strategii a zapsalo správný výsledek. Devět žáků chybovalo. Během rozhovoru opravilo svá řešení pět žáků.

Mezi úspěšnými strategiemi jsem objevila dvě stejná jako u tradičně vedených žáků. Šest žáků použilo strategii „Dělení-odčítání" a taktéž šest žáků zvolilo strategii „Odčítání-dělení".

Laura použila strategii „20-2". Během rozhovoru svou chybu napravuje. Zde uvádím část protokolu rozhovoru.

X: Mohla bys mi vysvětlit třetí úlohu, prosím?

L: To jsem také pochopila, že Pavel a Matěj měli autíčka každý a táta jim šel koupit dvě. Každému dvě. No a potom měli dohromady dvacet. A tam bylo původně, že jste od toho měla odečíst dvě autíčka, která táta koupil. No ale teď jsem se úplně spletla, protože *nevím, jestli každému koupil dvě, nebo dohromady čtyři……každému koupil dvě…aha, takže to je dohromady čtyři.*

X: Takže chceš si to nějak opravit, nebo je to správně?

L: Jo, opravit……A je to šestnáct. Takže dohromady jich měl každý šestnáct.

X: Každý jich měl šestnáct?

L: Ano.

X: Potom jim vlastně tatínek koupil ta dvě, tak to píšeš, že dohromady jich měli dvacet. Teď tomu nerozumím, tady je každý, tady dohromady

L: Ne, Pavel a Matěj měl každý stejný počet autíček. Třeba deset a deset. A tatínek jich šel koupit každému ještě dvě, to je dvanáct třeba. A takže koupil dohromady čtyři. A měli jich mít dvacet, takže dohromady měli dvacet, předtím dohromady šestnáct.

X: Teď říkáš, že dohromady jich měli šestnáct. Ale já bych potřebovala vědět, kolik jich měl každý.

L: Šestnáct.

X: Takže Pavel jich měl šestnáct a Matěj jich měl šestnáct?

L: Ano.

X: Pak tatínek koupil každému dvě. To znamená, že jich měl každý kolik?

L: Osmnáct.

X: A tady je, že jich měli dohromady dvacet?

L: No tak … ještě jednou….

X: Tady máš, že jich měli dohromady dvacet. Odečteš ty čtyři a říkáš, že každý jich měl tedy šestnáct předtím. Kdyby jich každý měl šestnáct a tatínek každému koupil dvě, tak je to osmnáct a chlapci jsou dva.

L: No tak to těch šestnáct musíme rozdělit.

X: A proč je musíme rozdělit?

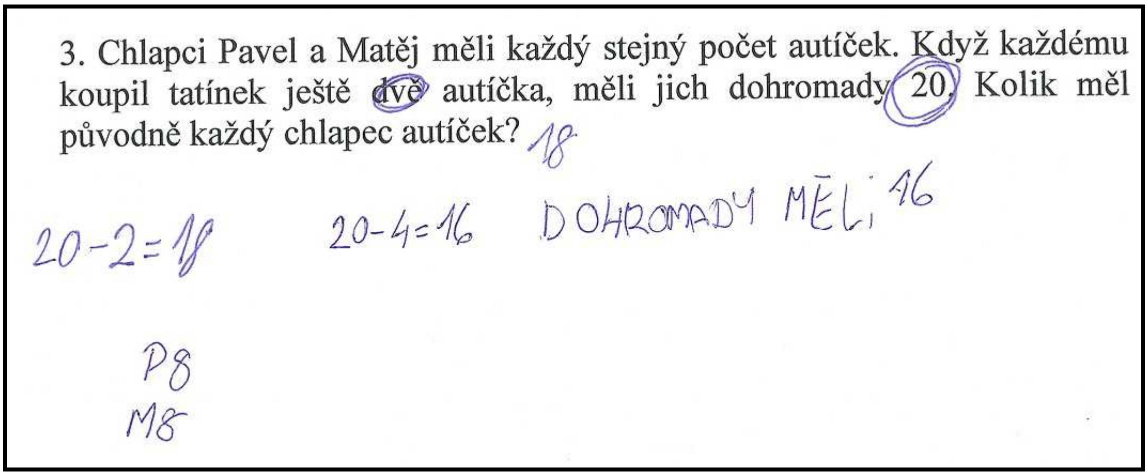
L: No protože tam jsou dva chlapci.

X: Takže to neznamená, že jich každý měl šestnáct?

L: No, když jim ten táta koupil dvě, tak dohromady museli mít dvacet. Takže jich měli osm. Každý jich měl osm.

X: Chceš si to nějak opravit tedy?

L: Jo. …Dohromady jich měli šestnáct a Pavel měl osm a Matěj také osm.


3. Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady 20. Kolik měl původně každý chlapec autíček? 18

20-2=18

20-4=16

DOHROMADY MĚLI 16

P8

M8

Obrázek 45: Experiment, úloha 3, Hejného metoda, Laura

Bohužel při tomto rozhovoru jsem se přesunula do role učitele. Diagnostikovala jsem chybu a proto se tak stalo. Rozhovor jsem měla ukončit dřív.

Strategii „20-2“ použili ještě další dva žáci. Tedy celkem tři žáci použili tuto strategii.

Filip měl v pracovním listě jedinou chybu a ta byla právě v této úloze. Od celkového počtu autíček odečet pouze autíčka nově koupená. Použil strategii „20-4“. Svou chybu si uvědomil na začátku rozhovoru a hned ji správně opravil. Zde uvádím část protokolu rozhovoru s Filipem.

X: Tak mi, prosím, vysvětli třetí úlohu – chlapci Pavel a Matěj měli autíčka. Tady píšeš, že původně měl každý chlapec šestnáct autíček. Tak to jich měl hodně, když jich měl šestnáct. Jak jsi na to tedy přišel?

F: Jééé, to je špatně. Každý jich měl osm.

X: Každý měl osm?

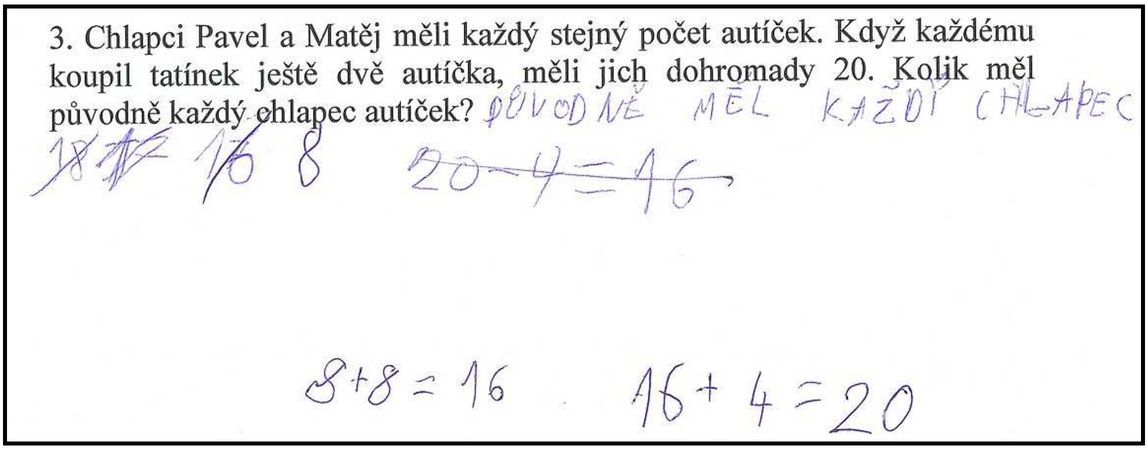
F: Ano.

X: A proč? Proč jich každý měl mít osm?

F: Protože osm plus osm je šestnáct. A když dohromady měli dvacet a dostali ještě dvě autíčka každý, tak šestnáct plus čtyři je dvacet.

X: Tak si to tam můžeš opravit klidně.

F: Osm plus osm je šestnáct a teď tam musím dát plus čtyři. A to je dvacet. A šlo by tam i dvacet minus čtyři. To by vyšlo také.


3. Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady 20. Kolik měl původně každý chlapec autíček? PŮVODNĚ MĚL KAŽDÝ CHLAPEC

~~18~~ ~~17~~ ~~16~~ 8 ~~20−4=16~~

8+8=16 16+4=20

Obrázek 46: Experiment, úloha 3, Hejného metoda, Filip

Stejnou strategii jako Filip použil ještě další žák. Tedy celkem dva žáci použili strategii „20-4“.

Simona použila strategii „20-2-2“. Postupně od celkového počtu autíček odečítala nová. Během rozhovoru svou chybu napravila.

X: Podíváme se, prosím, na třetí úlohu.

S: No, takže, chlapci Matěj a Pavel měli stejný počet autíček. A tatínek každému koupil dvě. A takže, když vím, že jich dohromady měli dvacet, takže Pavel minus dva a Matěj minus dva. A předtím měli šestnáct.

X: Tady píšeš, že dohromady měli šestnáct autíček, ale já jsem se ptala, kolik měl původně každý chlapec autíček. To je ono? Těch šestnáct? Každý jich měl původně šestnáct?

S: Ano

X: Takže oni jich měli šestnáct, potom jim každému koupil tatínek dvě.

S: A to je potom… ne, to jsem asi spočítala trochu špatně. Měla jsem to asi napsat, že osmnáct jich měli.

X: Osmnáct jich měli původně každý?

S: Ano.

X: A to by potom vyšlo?

S: Ano, potom je devatenáct a dvacet.

X: Takže každý měl původně šestnáct autíček nebo kolik?

S: Osmnáct.

X: Osmnáct. A můžeš mi tedy napsat ještě jednou, jak jsi to spočítala?

S: Dvacet minus dva je jeden chlapeček, který dostal od tatínka ta dvě autíčka. Plus ten další chlapeček, který měl ta autíčka. A původně měli osmnáct.

X: Ale teď jsi tady napsala dvacet minus dva minus dva rovná se osmnáct.

S: No, můžu si to udělat, že dva plus dva jsou čtyři, dvacet minus čtyři je šestnáct, no…

X: Takže předtím to bylo dobře?

S: No právě… Ale měla jsem to asi udělat tak, že to asi….rozdělit jednoho chlapce a druhého…

X: A chceš to tedy opravit? Udělala bys to jinak teď?

S: Ano.

X: Tak můžeš. A zkus to vypočítat znovu.

S: Dvacet, protože jich měli dohromady dvacet, minus..jednoho chlapce, minus dva, to by bylo osmnáct a to samé u toho druhého chlapce.

X: Takže původně každý měl osmnáct autíček?

S: Ano

X: Potom jim koupil tatínek každému dvě.

S: A oni jich pak měli dohromady dvacet.

X: Dohromady jich měli dvacet? Nebo každý jich měl dvacet?

S: Každý jich měl dvacet. Oni jich měli mít dohromady…………………

X: Takže takhle to teď necháme?

S: Pořád to mám podle mě špatně.

X: Myslíš, že to máš špatně?

S: Ano.

X: A proč myslíš, že to máš špatně?

S: Protože oni měli dohromady dvacet a já mám napsáno osmnáct, a kdyby plus ty dvě tak to je doopravdy dvacet. Akorát, že oni by to neměli dohromady. To by měl každý svoje.

X: Tak jestli chceš, tak to můžeš zkusit znovu. Přečti si ještě jednou tu úlohu.

S: Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. To znamená, že měli stejná autíčka. Úplně stejná. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady dvacet. ……… Kolik měl původně každý chlapec autíček? …. Kdybych to vlastně udělala dvacet minus čtyři, protože každý dostal dvě, tak to by bylo šestnáct. Takže původně by měli šestnáct.

X: Každý? Nebo dohromady?

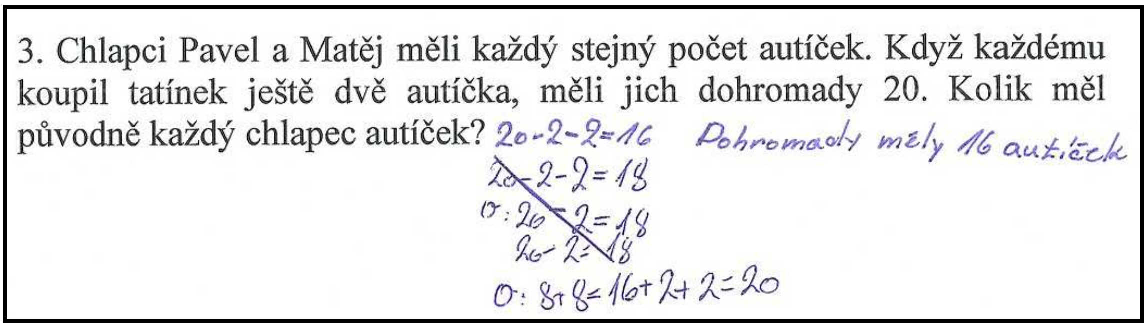
S: Myslím, že dohromady? A potom to rozdělím těch šestnáct a to je osm.

X: Takže myslíš, že každý měl osm autíček?

S: Ano.

X: A to už by vycházelo potom?

S: Ano. Takže osm plus osm je šestnáct, plus dva je osmnáct, plus dva je dvacet.


3. Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady 20. Kolik měl původně každý chlapec autíček? 20-2-2=16 Dohromady mēly 16 autíček

20-2-2=18

O: 20-2=18

20-2=18

O: 8+8=16+2+2=20

Obrázek 47: Experiment, úloha 3, Hejného metoda, Simona

V dalším pracovním listě Dan přičetl číslo deset k číslu deset. Využil tedy strategii „10+10“. Zeptala jsem se, co toto řešení znamená. Po delším rozhovoru přišel na správné řešení.

X: Tak podíváme se, prosím, na třetí úlohu. Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Tady vidím deset, protože deset plus deset je dvacet

D: No

X: A mohl bys mi to, prosím, vysvětlit?

D: No když měli devět každý a pak jim ještě koupili dvě, tak jich měl každý deset. A dohromady jich bylo dvacet.

X: Takže původně jich měl tedy kolik?

D: Každý jich měl na začátku devět. A když pak koupil jedno, teda dvě, tak jich měl deset.

X: Takže, když jich měli devět a každému pak koupili ještě dvě, tak je to deset?

D: No.

X: A pak to sečteš a je to dvacet?

D: No.

X: Ale tady nikde není ta devítka napsaná. Tak jak to bude?

D: ………….a každému koupil dvě, nebo jak to bylo?

X: Tady se podívej. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady dvacet.

D: Jooo, každému. …

X: Jaký bude tedy ten výsledek? Kolik jich měl každý? Kolik měl autíček Pavel původně?

D: Pavel…. jedenáct.

X: Jedenáct jich měl původně a pak mu tatínek ještě koupil autíčka…

D: Ne, to už je s těma koupenýma.

X: A předtím jich měl tedy kolik?

D: Devět.

X: Aha, devět a když mu tatínek koupil ty další autíčka, tak jich měl kolik?

D: Jedenáct.

X: A dohromady jich tedy s Matějem měli dvacet?

D: Ne, dvacet dva. Protože jedenáct plus jedenáct je dvacet dva.

X: Aha, ale to nám asi nevyjde…. Tady je napsáno, že jich měli dvacet.

D: To je špatně.

X: Ta dvacítka je špatně?

D: Ne, tohle.

X: Ten tvůj výpočet je špatně?

D: No.

X: A napíšeš mi tam tedy správný? Kolik jich původně tedy měli?

D: No tak když jim pak tatínek ještě koupil každému dvě, tak jich měli původně osm, pak jim koupil ta dvě, to je deset.

X: Takže každý jich měl osm, pak jim tatínek každému ještě koupil ta dvě, to jich měli deset.

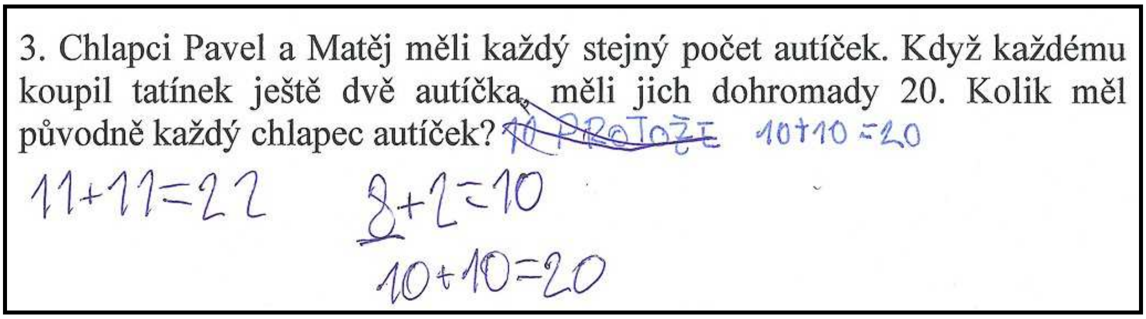
D: No.

X: A dohromady jich měli dvacet?

D: No.

X: To by asi takhle vycházelo…

D: No právě.



3. Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady 20. Kolik měl původně každý chlapec autíček? ~~10 PROTOŽE~~ 10+10=20

11+11=22 8+2=10

10+10=20

Obrázek 48: Experiment, úloha 3, Hejného metoda, Dan

Tento rozhovor měl končit dřív. Jenže já jsem lokalizovala chybu a snažila jsem se už jako učitelka žáka přivést ke úspěšnému řešení.

Když jsem zmiňovala jev, který se vyskytl u tradičně vedených žáků, stejné řešení zde uvedli dva žáci. Ti po rozhovoru taktéž nechali svá řešení nezměněná.

Michal použil strategii „(20-2):2“. Svou chybu během rozhovoru napravil.

X: Vysvětlíš mi, prosím, tu třetí úlohu? Jak jsi to vypočítal?

M: No, já jsem zkusil, kdyby měli chlapci oba dohromady osmnáct……..to je špatně podle mě…

X: Tak se na tu zkus podívat ještě jednou.

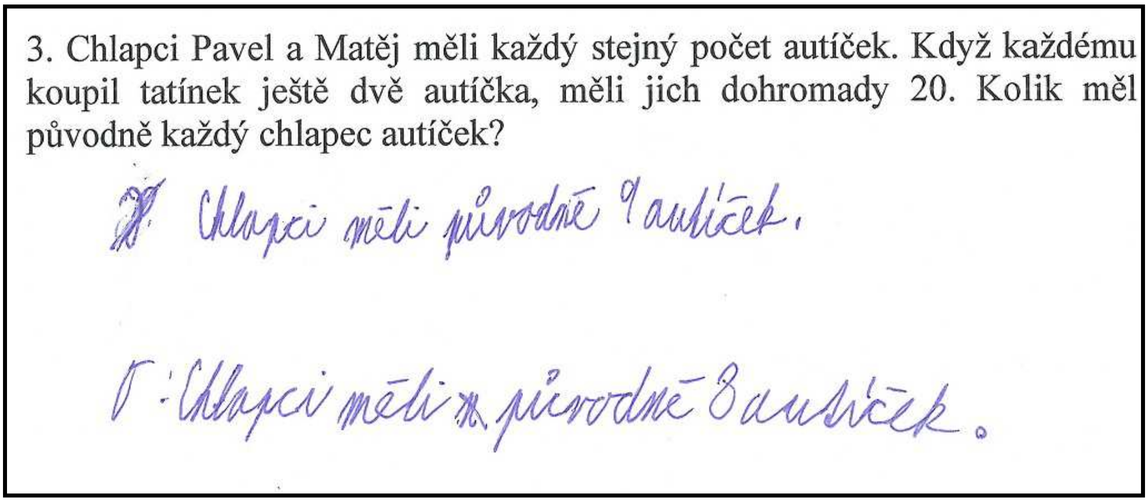
M: Já si myslím, že je to špatně, protože když každému koupil ještě dvě, když každý chlapec měl devět autíček, devět a devět je osmnáct a každému koupil ještě dvě a to by bylo dvacet dva.

X: Tak jak to bude správně tedy, když takhle to správně není?

M: Osm.

X: Každý měl osm autíček? Proč? To jsi teď vypočítal jak?

M: Protože kdyby jeden chlapec měl osm autíček a tatínek jim ještě dal ty dvě, tak by to bylo deset a deset a deset je dvacet.


3. Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady 20. Kolik měl původně každý chlapec autíček?

~~O~~: Chlapci měli původně 9 autíček.

O: Chlapci měli ~~m~~ původně 8 autíček.

Obrázek 49: Experiment, úloha 3, Hejného metoda, Michal

Stejně jako Michal postupoval další žák. Ten své řešení neopravil a výsledkem zůstalo číslo devět. Tedy celkem dva žáci použili strategii „(20-2):2“.

Srovnání úspěšnosti strategií

Strategie	Počet použití	
	Tradiční	Hejného metoda
Dělení-odčítání	13	6
Odčítání-dělení	6	6
20-2	16	3
(20-2):2	3	2
20:2	1	0
20:2+2	1	0
6	1	0
20+2	1	0
10+10	0	1
20-4	0	2
20-2-2	0	1

Tabulka 37: Experiment, úloha 3, přehled strategií

Tradičně vedení žáci použili dvě úspěšné a šest chybných strategií. Žáci vedení Hejného metodou použili taktéž dvě úspěšné strategie. Chybných strategií použili pět. Dohromady žáci použili dvě úspěšné a devět chybných strategií.

7.4 Úloha č. 4

Vzhledem k tomu, že žádný z předexperimentu tuto úlohu neobsahoval, nemohu úspěšnost odvozovat od předchozích výsledků. U tradičně vedených žáků odhaduji, že úspěšnost by mohla být alespoň 10 %, protože se domnívám, že je úloha opravdu pro žáky tak náročná. U žáků vedených Hejného metodou předpokládám úspěšnost vyšší. Odhaduji, že by se mohla pohybovat okolo 40 %, protože žáci jsou zvyklí řešit více logických úloh.

Petr a Pavel si mají rozdělit 140 korun tak, aby Petr dostal o 20 Kč méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel?

Obrázek 50: Experiment, úloha 4

7.4.1 Popis evidovaných strategií

Tradičně vedení žáci

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
4.	7	35	0

Tabulka 38: Experiment, úloha 4, úspěšnost řešení

V této úloze bylo úspěšných pouze sedm žáků. Třicet pět žáků chybovalo. Toto číslo se nezměnilo ani během rozhovoru. Nikdo nedokázal své řešení opravit na správné. Ve správných řešeních jsem našla dvě různé strategie.

První z nich je, že žák nejprve vydělí číslo sto čtyřicet číslem dva. Dostane tak počet korun, které by chlapci dostali, kdyby zde nebyla žádná podmínka a rozdělili si je spravedlivě. Poté od čísla sedmdesát odečte polovinu čísla dvacet. Tyto peníze patří Petrovi. Ten tedy dostane šedesát korun. Poté k číslu sedmdesát přičte druhou polovinu z těch dvacet korun. Pavel dostane osmdesát korun. Jedná se o strategii „Děleno-mínus-plus“. Použilo ji šest žáků.

Druhá strategie je taková, že žák nejprve odečte od čísla sto čtyřicet číslo dvacet. Tedy těch dvacet korun, o které má Petr dostat méně. Výsledek sto dvacet vydělí dvěma. Petr tedy dostane šedesát korun. Nyní k číslu šedesát přičte číslo dvacet. Tím získá osmdesát korun, které má dostat Pavel. To je strategie „Mínus-děleno-plus.“ Použil ji jeden žák.

Nyní se již dostáváme ke strategiím chybným. Bohužel musím konstatovat, že nikdo z těch, kteří chybovali, nebyl schopný své řešení během rozhovoru opravit na správné. Pravděpodobně proto, že čísla jsou velká a pro žáky špatně představitelná.

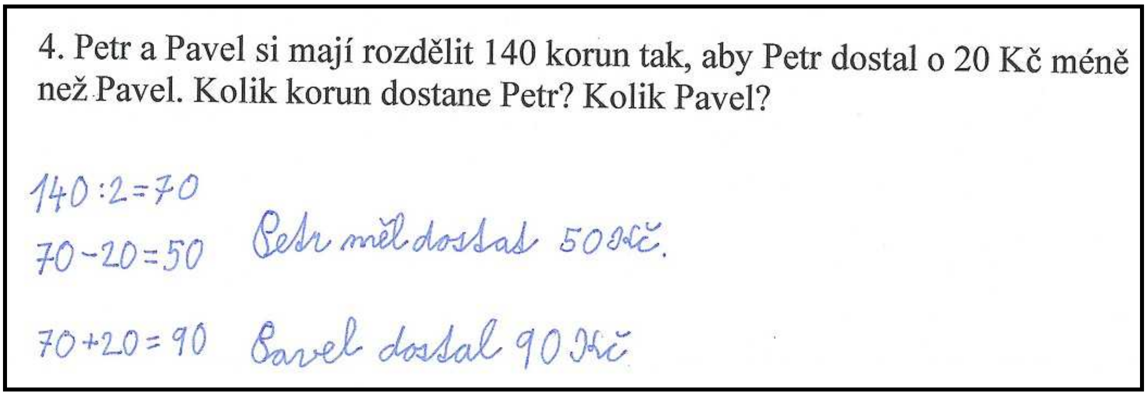
První z chybných strategií použilo čtrnáct žáků. Ti nejprve číslo sto čtyřicet vydělili číslem dva. Rozdělili tedy spravedlivě peníze na půl. Poté ale od výsledku sedmdesát odečetli číslo dvacet. Tím dostali číslo padesát. Podle nich tyto peníze dostal Petr. Pak k číslu sedmdesát číslo dvacet přičetli. Devadesát korun tak přisoudili Pavlovi. Žáci byli blízko úspěšné strategie. Bohužel si ale neuvědomili, že podle jejich výpočtu teď neměl Petr o dvacet korun méně, ale měl méně o čtyřicet korun. Pro ně věta, že Petr má dostat o dvacet korun méně automaticky znamenala, že číslo dvacet odečtou a pak ho přičtou. Dohromady jim peníze dávali sto čtyřicet korun, ale podmínka splněná nebyla. Jedná se o strategii „50/90“. Nyní předkládám část protokolu rozhovoru s Jakubem.

X: Prosím, vysvětli mi poslední úlohu. Petr a Pavel si mají rozdělit sto čtyřicet korun tak, aby Petr dostal o dvacet korun méně než Pavel.

J: To jsem si nejdřív vypočítal sto čtyřicet děleno dvěma je sedmdesát. To je to, kdyby to dostali spravedlivě a Petr musí dostat o dvacet korun méně než Pavel, takže sedmdesát minus dvacet je padesát. A těch dvacet tam nemůžu jen tak nechat, tak ty připočítám - sedmdesát plus dvacet je devadesát.

X: Takže oni si to rozdělili a Petr má o dvacet méně než Pavel a dohromady si rozdělili sto čtyřicet korun?

J: Ano.



4. Petr a Pavel si mají rozdělit 140 korun tak, aby Petr dostal o 20 Kč méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel?

140:2=70

70−20=50 Petr měl dostal 50 Kč.

70+20=90 Pavel dostal 90 Kč

Obrázek 51: Experiment, úloha 4, tradiční, Jakub

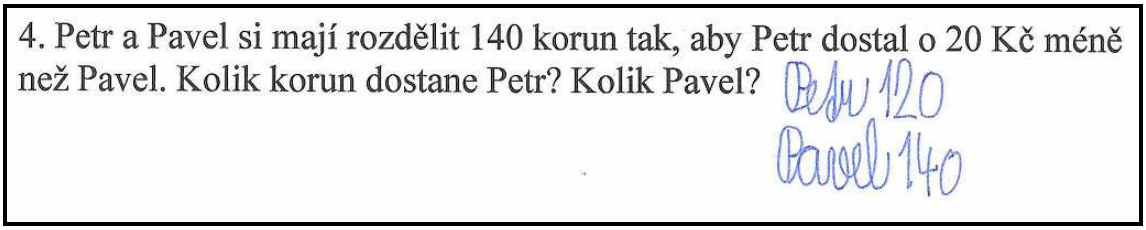
Další strategie byla ta, kdy se žáci podívali v úloze na to, že Petr má dostat o dvacet korun méně, ale už vůbec nevzpomněli na to, že si mají sto čtyřicet korun rozdělit. Proto těch zmíněných dvacet korun od čísla sto čtyřicet pouze odečetli. Jejich odpověď tedy byla taková, že Petr dostane sto dvacet korun a Pavel sto čtyřicet korun. Žákům nebylo ale v tu chvíli divné, že takto by museli mít chlapci původně dvě stě šedesát korun. Jedná se o strategii „120/140“. Tuto strategii použilo devět žáků včetně Luboše. Nyní předkládám část protokolu rozhovoru s ním.

X: Vysvětli mi, prosím, jak jsi řešil čtvrtou úlohu. Petr a Pavel si mají rozdělit sto čtyřicet korun tak, aby Petr dostal o dvacet korun méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel?

L: Petr sto dvacet. Jako sto čtyřicet minus dvacet je sto dvacet a Pavel sto čtyřicet.

X: A takhle si těch sto čtyřicet korun rozdělí mezi sebe?

L: Ano, takhle.



4. Petr a Pavel si mají rozdělit 140 korun tak, aby Petr dostal o 20 Kč méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel? Petr 120

Pavel 140

Obrázek 52: Experiment, úloha 4, tradiční, Luboš

Další chybnou strategii použilo osm žáků. Ti nejprve vydělili číslo sto čtyřicet dvěma. Od výsledku sedmdesát také odečetli číslo dvacet. Petrovi přisoudili padesát korun. Avšak aby dodrželi podmínku, již nepřičítali k číslu sedmdesát číslo dvacet. Pavlovi tedy dali sedmdesát korun. Podmínka byla splněna, ale kdyby peníze sečetli, zjistili by, že nerozdělili sto čtyřicet korun, ale pouze sto dvacet. Toto je strategie „50/70“. Nyní předkládám část protokolu rozhovoru s Tomášem, který také použil tuto strategii.

X: Vysvětli mi, prosím, jak jsi počítal poslední úlohu. Petr a Pavel si mají rozdělit sto čtyřicet korun tak, aby Petr dostal o dvacet korun méně než Pavel. Ty jsi to tady nějak rozepsal, ale….

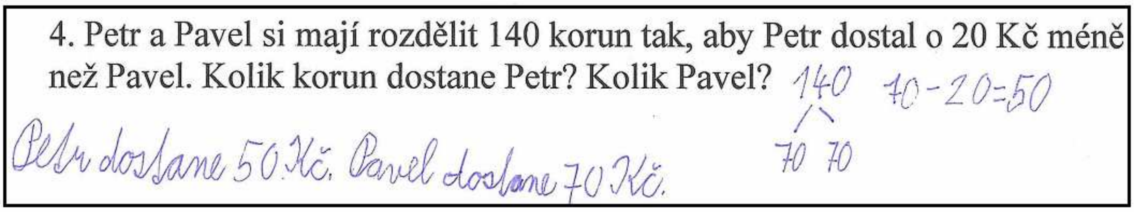
T: Sto čtyřicet na sedmdesát a sedmdesát. A tady sedmdesát minus dvacet je padesát. Takže Petr měl padesát korun.

X: A Pavel sedmdesát?… A dohromady teď mají sto čtyřicet?

T: …. Měl jsem rozdělit sto čtyřicet korun. Sto čtyřicet děleno dvěma je sedmdesát a ten Petr měl mít o dvacet méně. Takže sedmdesát minus dvacet je padesát.

X: Takže Petr dostane padesát a Pavel sedmdesát?

T: Jo.


4. Petr a Pavel si mají rozdělit 140 korun tak, aby Petr dostal o 20 Kč méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel?

140

70 70

70 - 20 = 50

Petr dostane 50 Kč. Pavel dostane 70 Kč.

Obrázek 53: Experiment, úloha 4, tradiční, Tomáš

Další podobnou strategií je ta, kdy žák číslo sto čtyřicet vydělil dvěma. K číslu sedmdesát pak přičetl číslo dvacet. Tím získal číslo devadesát. To znamená, že Pavel dostal devadesát korun, protože měl dostat o dvacet korun více. Petr pak obdržel sedmdesát korun. Žák dodržel podmínku, ale rozdělil sto šedesát korun. Jedná se o strategii „70/90“. Použil ji jeden žák.

V další strategii si žákyně spletla o dvacet méně a dvacetkrát méně. Zároveň nerozdělila sto čtyřicet korun. Postupovala totiž tak, že číslo sto čtyřicet vydělila dvaceti. Petrovi dala tedy sedm korun a Pavlovi sto čtyřicet korun. Žákyně použila strategii „140/7“. Nikdo další tuto strategii nepoužil.

Další strategii použil jen František. Ten do pracovního listu uvedl, že Petr dostane sto dvacet a Pavel dvacet. Použil strategii „120/20“. Zaměnil jména, na což jsem ho během rozhovoru upozornila. František během rozhovoru své řešení upravil. Avšak ani poté se nejednalo o řešení správné. Předkládám část protokolu rozhovoru s ním.

X: Vysvětli mi, prosím, poslední úlohu – rozdělování peněz.

F: Sto čtyřicet minus dvacet.

X: To jsi vypočítal? Sto čtyřicet mínus dvacet? To je těch sto dvacet, co má mít Petr?

F: Ano.

X: A Pavel dvacet? Má teď opravdu Petr o dvacet méně než Pavel?

F: Nemá.

X: No, on má dokonce víc. Tak jak to bude?

F: Šedesát a šedesát.

X: Šedesát a šedesát budou mít? A to je dohromady sto čtyřicet?

F: Ne, sedmdesát a sedmdesát.

X: A jak uděláme, aby ten Petr měl o dvacet méně?

F: Padesát a devadesát.

X: A proč? Co jsi udělal s tou sedmdesátkou, aby ti vyšlo padesát a devadesát?

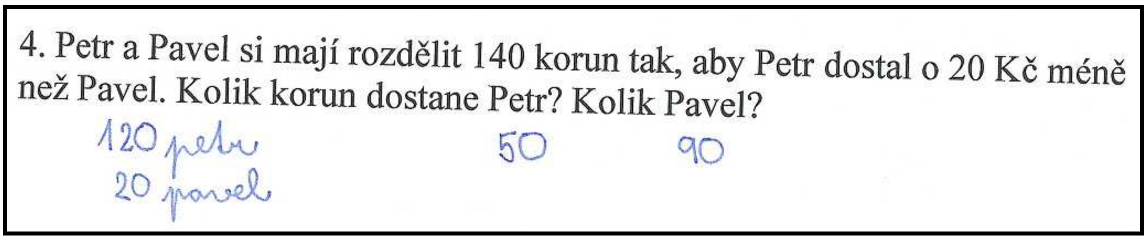
F: No to jsem si řekl padesát plus devadesát je sto čtyřicet.

X: Ale jak jsi z té sedmdesátky dostal tu padesátku?

F: Řekl jsem minus dvacet.

X: Těch dvacet o které má mít Petr méně?

F: Ano.


4. Petr a Pavel si mají rozdělit 140 korun tak, aby Petr dostal o 20 Kč méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel?

120 petr
20 pavel
50 90

Obrázek 54: Experiment, úloha 4, tradiční, František

Klára do svého pracovního listu zapsala, že Pavel dostane padesát čtyři korun a Petr padesát. Použila strategii „54/50“. Zajímalo mě, jak se k tomuto netradičnímu výsledku dostala. Přišla na svou chybu, ale nebyla schopná ji opravit. Nyní předkládám část protokolu rozhovoru s ní.

X: Ještě mi vysvětli čtvrtou úlohu, prosím.

K: Tady jsem to trochu nepochopila. On měl totiž mít Petr o dvacet korun méně, a kdyby to měl mít každý stejně, tak by měl padesát dva.

X: Každý by měl padesát dva? Když by měl mít stejně…

K: No, tak by měl těch padesát dva.

X: A proč je tam tedy padesát čtyři a padesát?

K: Já jsem si k tomu asi omylem připočítala tu dvojku. Těch dvacet.

X: Takže jak by to bylo správně? Chceš si to opravit, nebo takhle je to správně?

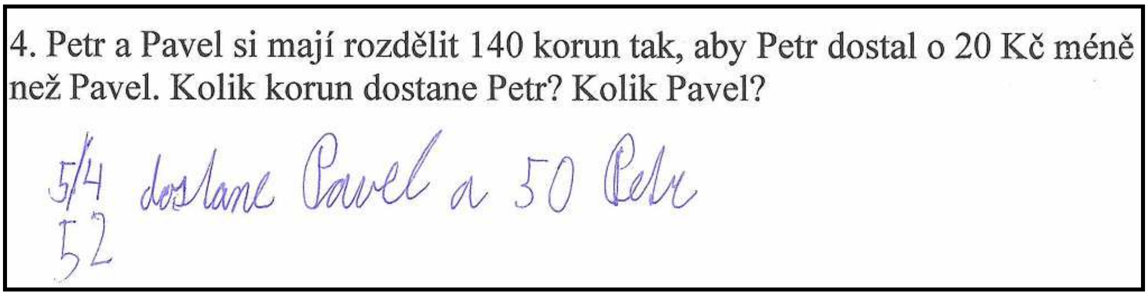
K: Opravit.

X: Dobře, tak jak to opravíme?

K: Tady bude padesát dva…

X: A Petr bude mít?...

K: Padesát.


4. Petr a Pavel si mají rozdělit 140 korun tak, aby Petr dostal o 20 Kč méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel?

~~54~~ dostane Pavel a 50 Petr
52

Obrázek 55: Experiment, úloha 4, tradiční, Klára

Ověřila jsem si, že Klára vůbec nerozumí žádnému vztahu v úloze.

Žáci vedení Hejného metodou

Číslo úlohy	Správně	Chybně	Neřešeno
4.	12	8	1

Tabulka 39: Experiment, úloha 4, úspěšnost řešení

Tuto úlohu dokázalo úspěšně vyřešit dvanáct žáků. Osm žák chybovalo. Na jednom pracovním listě nebylo žádné řešení, pouze přeškrtané výpočty.

Stejně jako u tradičně vedených žáků se tady objevily dvě varianty správných řešení. Devět žáků použilo strategii „Děleno-mínus-plus“. Tři žáci použili strategii „Mínus-děleno-plus“.

Nyní přecházím k chybným strategiím.

První z nich je strategie „50/90“. Tu použilo šest žáků. Takto postupoval i Michal. Nyní předkládám část protokolu rozhovoru s ním.

X: Podívejme se ještě na čtvrtou úlohu, prosím.

M: No, já jsem si … tady jsem se spletl. Já jsem si myslel, že to není devadesátka, ale pak jsem zjistil, že když změním tohle dolní číslo, tak to je devadesátka. A já jsem začal tak, že jsem si sto čtyřicet rozdělil dvěma…

X: A proč dvěma?

M: Protože chlapci jsou dva.

X: Aha.

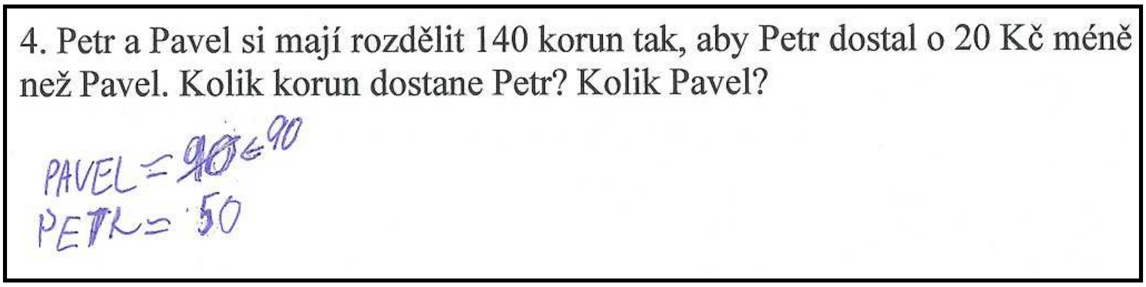
M: Na sedmdesát a sedmdesát. A od toho Petra jsem si odečetl dvacítku.

X: A proč sis odečetl dvacítku?

M: Protože měl dostat o dvacet korun méně než Pavel. No a přičetl jsem jí k tomu Pavlovi. No a padesát a devadesát je sto čtyřicet.

X: Takže takhle ti to vychází?

M: Já si myslím, že jo.



4. Petr a Pavel si mají rozdělit 140 korun tak, aby Petr dostal o 20 Kč méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel?

PAVEL = ~~90~~ ← 90
PETR = 50

Obrázek 56: Experiment, úloha 4, Hejného metoda, Michal

Veronika použila strategii 120/20. Nyní předkládám část protokolu rozhovoru s ní.

X: Mohla bys mi povědět, jak jsi vypočítala čtvrtou úlohu, prosím

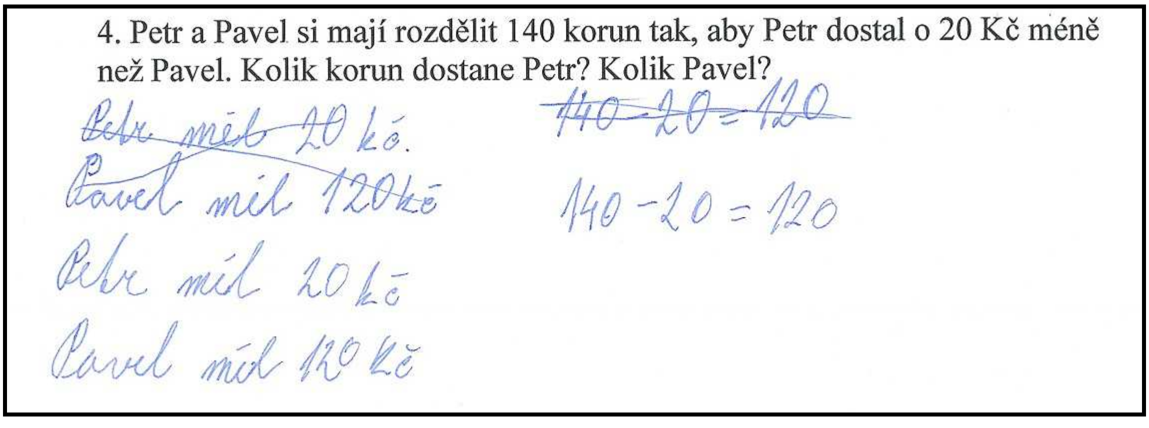
V: Sto čtyřicet.. a tady bylo, že má Péťa dostat o dvacet korun méně než Pavel, tak jsem si to odečetla to dvacet, vyšlo mi sto dvacet. A tak by Pavel měl mít sto dvacet a Petr dvacet.

X: A pak ti to vychází?

V: Ano

X: Takže jsi spočítala sto čtyřicet a pak jsi odečetla dvacet, protože měl mít méně o dvacet.

V: Ano.



4. Petr a Pavel si mají rozdělit 140 korun tak, aby Petr dostal o 20 Kč méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel?

~~Petr měl 20 kč.~~ ~~140-20=120~~
~~Pavel měl 120 kč~~ 140 - 20 = 120
Petr měl 20 kč
Pavel měl 120 Kč

Obrázek 57: Experiment, úloha 4, Hejného metoda, Veronika

Veronika absolutně nevidí do vztahů, které v úloze jsou

Nyní se dostávám k pracovnímu listu, kde nebylo napsané žádné řešení, byly zde jen přeškrtané výpočty. Tento list patřil Simoně. Ta bohužel ani během rozhovoru nemohla přijít na správné řešení.

X: Podívejme se na tu čtvrtou úlohu, prosím.

S: No tu jsem moc nechápala.

X: Tu jsi moc nechápala, proto jsi tam něco napsala a pak jsi to škrtla a už jsi to nespočítala?

S: No právě.

X: A chceš to teď ještě zkusit vypočítat? Co tam pro tebe v té úloze bylo obtížné, že jsi ji nedokázala vyřešit?

S: Já jsem prostě nechápala, aby Petr dostal o dvacet korun méně než Pavel. No a to je všechno.

X: A máš nějakého sourozence?

S: Mám dvě sestry.

X: Dobře, tak si představ, že ty dvě sestry od tebe nebo třeba od maminky dostanou nějaké peníze. A teď si to mají rozdělit, že ta starší má dostat o dvacet korun méně než ta mladší. Jak by to udělaly?

S: ……….Já jsem to nejdřív udělala sto čtyřicet minus dvacet a to mi vyšlo sto dvacet. Minus dvacet……..No, nevím… a kvůli tomu jsem škrtala.

X: Kvůli tomu, že jsi nevěděla, tak jsi to škrtla…Tak jak by to mohli udělat, aby to rozdělili podle téhle podmínky?.... Jak můžou ty peníze rozdělit, kdyby tam nebyla žádné podmínka?

S: Já bych chtěla spíš na poloviny, takže by to mohli udělat třeba ………

X: Jak by sis s kamarádkou rozdělila sto čtyřicet korun, kdyby jste je dostali.

S: Já bych dostala dvacet korun, ona taky, aby to bylo čtyřicet, a ještě u té stovky….. To právě nejde.

X: Stovku nemůžeš rozdělit na dvě části?

S: Jo, padesát a padesát. Takže bych měla sedmdesát.

X: A kamarádka by měla také sedmdesát?

S: Ano.

X: A teď kdyby tam byla ta podmínka, že musí mít o dvacet více než ty.

S: Tak by měla devadesát..?

X: A ty?

S: Sedmdesát pořád.

X: A kdybychom sečetli devadesát a sedmdesát, bylo by to pořád těch sto čtyřicet?

S: Ne. Takže ona by měla devadesát a já bych měla sedmdesát minus dvacet je padesát. Takže já bych měla spíš padesát.

X: A ona devadesát?

S: Ano.

X: A to by nám pak vycházelo?

S: Jo.

X: A nejde to takto udělat i u těch chlapců? A platilo by pořád, že ty bys měla o dvacet méně než ta kamarádka?

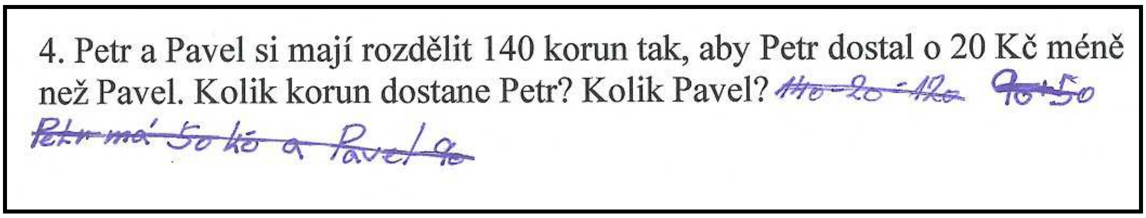
S: Ona by měla devadesát, já bych měla padesát. Devadesát a padesát…. Takže ne.

X: Tak jak to udělat, aby to platilo?

S: …. Když vím,že tohle je méně, to znamená, že to má být na minus. To znamená že sto čtyřicet minus dvacet je sto dvacet……………. No, některé úlohy nechápu.

X: Takže nevíš, jak bychom to rozdělili?

S: Ne.


4. Petr a Pavel si mají rozdělit 140 korun tak, aby Petr dostal o 20 Kč méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel? ~~140 - 20 = 120~~ ~~90~~ 50
~~Petr má 50 kč a Pavel 90~~

Obrázek 58: Experiment, úloha 4, Hejného metoda, Simona

Srovnání úspěšnosti strategií

Strategie	Počet použití	
	Tradiční	Hejného metoda
Děleno-mínus-plus	6	9
Mínus-děleno-plus	1	3
50/90	14	6
50/70	8	1
120/140	9	0
70/90	1	0
54/50	1	0
140/7	1	0
120/20	1	1

Tabulka 40: Experiment, úloha 4, přehled strategií

Tradičně vedení žáci použili v této úloze dvě úspěšné strategie a sedm chybných. Žáci vedení Hejného metodou použili dvě úspěšné a tři chybné. Dohromady žáci použili dvě úspěšné strategie a sedm chybných strategií.

Co se týká této úlohy, je zde vidět celkem velký rozdíl mezi těmito dvěma skupinami. Žáci vedení Hejného metodou byli podle mých předpokladu úspěšnější. Avšak všichni tradičně vedení žáci zapsali nějaké řešení. Ve druhé skupině se objevil jeden pracovní list bez řešení. Nikdo z žáků nebyl schopen během rozhovoru opravit své řešení na správné. Potvrdily se mé domněnky o tom, že tato úloha je celkem obtížná, hlavně pro tradičně vedené žáky.

7.5 Srovnání

Nyní se stejně jako ve druhém předexperimentu můžete podívat do tabulek, kde jsou přehledně shrnuty údaje k jednotlivým úlohám. Samozřejmě se zvlášť podíváme na tradičně vedené žáky a na žáky vedené Hejného metodou. Můžete ale srovnat i počty úspěšných žáků před a po rozhovoru.

Číslo úlohy	Úspěšnost v %			
	Tradiční		Hejného metoda	
	Před rozhovorem	Po rozhovoru	Před rozhovorem	Po rozhovoru
1.	64%	74%	81%	81%
2.	100%	100%	90%	90%
3.	45%	45%	57%	81%
4.	17%	17%	57%	57%

Tabulka 41: Experiment, úspěšnost řešení

Následující tabulka uvádí počet žáků, kteří dokázali bezchybně vyřešit celý pracovní list. Údaj je uveden i v procentech.

	Počet žáků	Počet žáků v %
Tradičně vedení žáci	5	12 %
Žáci vedení Hejného metodou	9	41 %

Tabulka 42: Experiment, žáci s celým správně vyřešeným pracovním listem

V první úloze byly úspěšnější žáci vedení Hejného metodou. Před rozhovorem byli úspěšnější o 17 %, po rozhovoru už pouze o 7 %. Ve druhé úloze se situace obrátila, zde byli lepší tradičně vedení žáci. Úspěšnější byli před rozhovorem i po rozhovoru o 10 %. Ve třetí úloze už ale opět vedou žáci, kteří jsou vedeni Hejného metodou. Před rozhovorem byli úspěšnější o 12 %. Po rozhovoru to bylo dokonce o 36 %. Největší rozdíl jsem zaznamenala u čtvrté úlohy. Zde byl rozdíl 40 %. Úspěšnějšími byli v tomto případě opět žáci vedení Hejného metodou.

Podívejme se na průměrnou úspěšnost. U tradičně vedených žáků je před rozhovorem 57 % a po rozhovoru 59 %. U žáků vedených Hejného metodou je to 71 % a 77 %. Vidíme tedy, že v obou případech jsou úspěšnější žáci vedení Hejného metodou. Před rozhovorem je to o 14 %, po rozhovoru o 18 %.

Nyní se ještě krátce zmíním o žácích, kteří dokázali správně vyřešit celý pracovní list. Jak vidíte v tabulce, obě skupiny dosáhly odlišných hodnot. V případě tradičně vedených žáků se to povedlo pouze pěti žáků, vzhledem k počtu zúčastněných je to 12 %. Devět žáků, kteří jsou vedeni Hejného metodou mělo taktéž bezchybný pracovní list. Jelikož zúčastněných bylo méně než předchozích, činí tento počet 41 %. Vidíme, že tady jasně dominují žáci vedení Hejného metodou.

Zajímalo mě také, zda se mezi žáky objevil někdo, kdo měl chybně celý list. Zjistila jsem, že byl pouze jeden takový žák. Ten patřil mezi žáky, kteří jsou vedeni Hejného metodou.

7.6 Reflexe

Jsem velice ráda, že se mi podařilo do experimentu získat relativně velký počet žáků. Zároveň se mi osvědčilo, že jsem si rozhovory nahrávala. V této souvislosti musím poznamenat, že jsem zjistila, že tradičně vedení žáci jsou méně sdílnější než ti druzí. To můžeme vidět i v protokolech. Tradičně vedení žáci odpovídají většinou krátkou větou, někdy i pouze jedním slovem. Žáci vedení Hejného metodou více umějí mluvit o svých řešeních.

Co se týká úloh, byly sice některé z nich náročnější, ale já jsem přesvědčena, že je to dobře, jelikož kdyby byly všechny úlohy snadné, většina by je lehce vyřešila a nebylo by s žáky o čem hovořit. Proto jsem ráda, že jsem úlohy namíchala a na závěr se objevila úloha obtížnější. Chvíli jsem přemýšlela, na jakou pozici v pracovním listě tuto úlohu vložit. Nakonec jsem rozhodla pro závěr, jelikož jsem měla strach, aby žáky hned v úvodu nedemotivovala. Myslím si, že i počet úloh byl optimální. Nezabraly žákům tolik času a myslím si, že v průběhu vypracování mohli být soustředěni po celou dobu.

Ještě bych se ráda zmínila o rozhovorech. Ale spíše z pohledu mého kladení otázek. Musím se přiznat, že pro mě bylo někdy obtížné správně položit otázku. Jsem si vědoma toho, že v některých případech to nebylo optimální, ale nyní již vím, jak se zeptat jinak. A to je podle mě důležité, protože chybami se člověk učí.

Podařilo se mi splnit cíle práce. Popsala jsem jednotlivé použité žákovské strategie při řešení úloh rovnicového typu. Zároveň se mi podařilo porovnat úspěšnost řešení obou skupin žáků.

8 ZÁVĚR

Diplomová práce se zbývá strategiemi žákovských řešení úloh rovnicového typu. V rámci této práce byly provedeny dva předexperimenty a jeden experiment ve 4. a 5. třídách ZŠ. Zúčastnili se jich tradičně vedení žáci a žáci vedení Hejného metodou. Ve druhém předexperimentu a experimentu dostaly obě skupiny žáků totožné pracovní listy. Během experimentu proběhl s vybranými žáky i rozhovor. Zaměřila jsem se nejen na zkoumání různých strategií řešení, ale i na úspěšnost řešení.

Hlavním cílem bylo sepsat použité žákovské strategie řešení a porovnat úspěšnost řešení. Tradičně vedení žáci více používali chybné strategie řešení. Velké rozdíly jsem zaznamenala u některých úloh. Avšak u jedné úlohy byli tradičně vedení žáci úspěšnější.

Vzhledem k malému výzkumnému vzorku nelze výsledky zobecňovat a platí pouze pro žáky, kteří se výzkumu zúčastnili. Svoji roli také samozřejmě hraje nadání konkrétních žáků, výuka daného učitele, podmínky při výzkumu, zdravotní stav žáků a jejich aktuální nálada.

Bylo by přínosné, kdyby se dál mohl tomuto tématu věnovat a zjistit, jestli tyto výsledky platí i pro ostatní žáky a daly by se tedy zobecnit. Také by bylo zajímavé, kdyby byl proveden další výzkum, do kterého by byly zařazeny další úlohy rovnicového typu. Například z součtové trojúhelníky, hadi s podmínkou, krokování a další. Zajímavé by bylo, kdyby se výzkum provedl i v jiných částech České republiky, protože tento probíhal pouze s žáky ze dvou krajů.

Během psaní této práce jsem si uvědomila důležitost zvolené metody výuky a přístupu učitele ve vyučování. Zajímavé taktéž bylo zůstat během rozhovorů pouze v roli experimentátora, jelikož jsem učitelka a místy jsem měla tendenci žáky přivést ke správnému řešení.

SEZNAM POUŽITÝCH INFORMAČNÍCH ZDROJŮ

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ.*Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 5. Všeň: Alter, 2012, 62 s. ISBN 9788072452163.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ.*Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 5. Všeň: Alter, 2013, 62 s. ISBN 9788072452170.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ.*Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 5. Všeň: Alter, 2013, 62 s. ISBN 9788072452187.

BLAŽKOVÁ, Růžena. *Matematika pro 3. ročník základních škol*. 1. vyd. Všeň: Alter, 1995, 62 s. Učebnice 1. cyklus 10-092759. ISBN 80-85775-28-x.

BLAŽKOVÁ, Růžena. *Matematika pro 3. ročník základních škol*. 2., upr. vyd. Všeň: Alter, 1995, 62 s. Učebnice 1. cyklus 10-092759. ISBN 80-85775-35-2

EICHLEROVÁ, Marie, Hana STAUDKOVÁ a Ondřej VLČEK. *Matematika*. Všeň: Alter, 2007, 32 s., [2] l. barev. obr. příl. ISBN 978-80-7245-124-1.

EICHLEROVÁ, Marie, Hana STAUDKOVÁ a Ondřej VLČEK. *Matematika*. Vyd. 10. Všeň: Alter, 2011, 32 s. ISBN 978-80-7245-260-6.

HARTL, Pavel a Helena HARTLOVÁ. *Psychologický slovník*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2000. ISBN 80-7178-303-X.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2009. Pedagogická praxe. ISBN 978-80-7367-397-0.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Eva BOMEROVÁ. *Matematika: učebnice pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010, 112 s. ISBN 9788072389407.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: učebnice pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2007, 67 s. ISBN 9788072386260.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: učebnice pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2007, 65 s. ISBN 9788072386277.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008, 4 sv. ISBN 978-80-7238-768-

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008, 64 s. ISBN 9788072387687.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 2. ročník základní školy*. 2. vyd. Plzeň: Fraus, 2011, 64 s. ISBN 9788072389827.

HEJNÝ, Milan. *Matematika: učebnice pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009, 109 s. ISBN 978-80-7238-824-0.

HEJNÝ, Milan. *Matematika: učebnice pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2011, 112 s. ISBN 9788072389667.

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. 1. vyd. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014, 229 s. ISBN 978-80-7290-776-2.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 5. Praha: Alter, 2012, 62 s. ISBN 9788072452125.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 5. Všeň: Alter, 2012, 62 s. ISBN 9788072452132.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 5. Všeň: Alter, 2010, 62 s. ISBN 9788072452149.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Metodický návod k Matematice pro 5. ročník základních a obecných škol 1. díl*. 1. vyd. Praha: Alter, 1996, 55 s.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Metodický návod k Matematice pro 5. ročník základních a obecných škol 3. díl*. 1. vyd. Praha: Alter, 1998, 63 s.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Metodický návod k Matematice pro 5. ročník základních a obecných škol 2. díl*. 1. vyd. Praha: Alter, 1998, 63 s.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Metodický návod k Matematice pro 5. ročník základních a obecných škol 2. díl*. 1. vyd. Praha: Alter, 1998, 63 s.

KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST. *Školní didaktika*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-253-X.

KOLÁŘ, Zdeněk. *Výkladový slovník z pedagogiky: 583 vybraných hesel*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2012. ISBN 978-80-247-3710-2.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika 2: pro 1. ročník*. Vyd. 7. Všeň: Alter, 2003, 32 s., [2] s. obr. příl. ISBN 80-7245-041-7.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika 3: pro 1. ročník*. Vyd. 7. Všeň: Alter, 2003, 32 s. ISBN 80-7245-046-8.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika pro 1. ročník*. Vyd. 8. Všeň: Alter, 2003, 32 s. ISBN 80-7245-056-5.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika pro 1. (2.) ročník*. Vyd. 8. Všeň: Alter, 2004,c1993, 32 s. ISBN 80-7245-062-x.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika*. Vyd. 10. Všeň: Alter, 2011, 32 s. ISBN 978-80-7245-257-6.

PETRÁČKOVÁ, Věra a Jiří KRAUS. *Akademický slovník cizích slov*. Vyd. 1. Praha: Academia, 1995. ISBN 80-200-0497-1.

SKALKOVÁ, Jarmila. *Úvod do metodologie a metod pedagogického výzkumu*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1983, 204 s. Učebnice pro vysoké školy.

STAUDKOVÁ, Hana. *Matematika pro 3. ročník základních škol*. Vyd. 2., upr. Všeň: Alter, 2001, 61 s. ISBN 808577576x.

STAUDKOVÁ, Hana. *Metodický návod k Matematice sešitu číslo 5 pro 2. ročník základních a obecných škol*. 1. vyd. Praha: Alter, 1994, 28 s.

STAUDKOVÁ, Hana. *Metodický návod k Matematice sešitu číslo 6 pro 2. ročník základních a obecných škol*. 1. vyd. Praha: Alter, 1994, 39 s.

VALIŠOVÁ, Alena a Hana KASÍKOVÁ. *Pedagogika pro učitele*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2007. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1734-0.

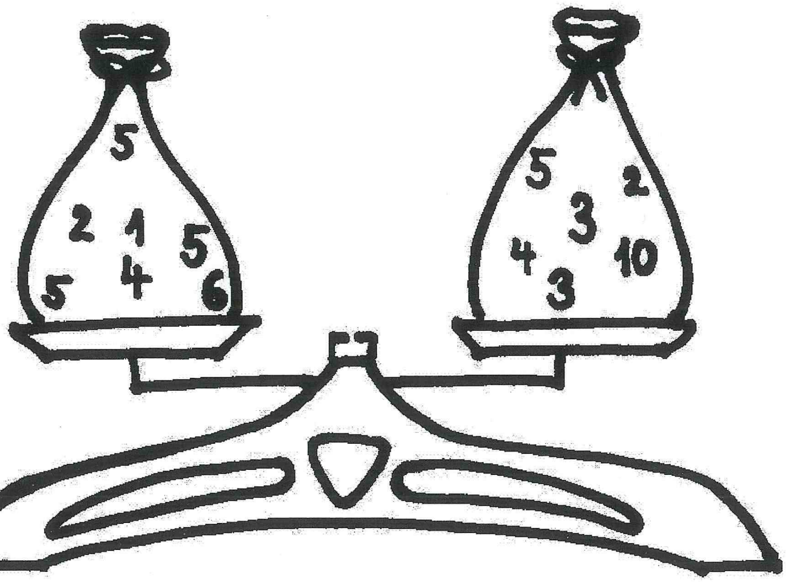
ZORMANOVÁ, Lucie. *Obecná didaktika: pro studium a praxi*. Vydání 1. Praha: Grada, 2014. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-4590-9.

SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK

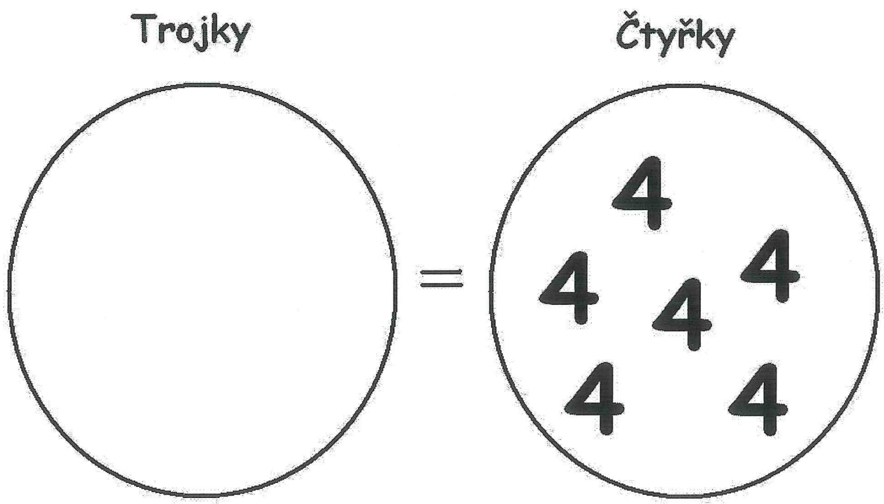
SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1

1. Doplň číslo do pytle tak, aby oba vážily stejně (měly stejný součet).



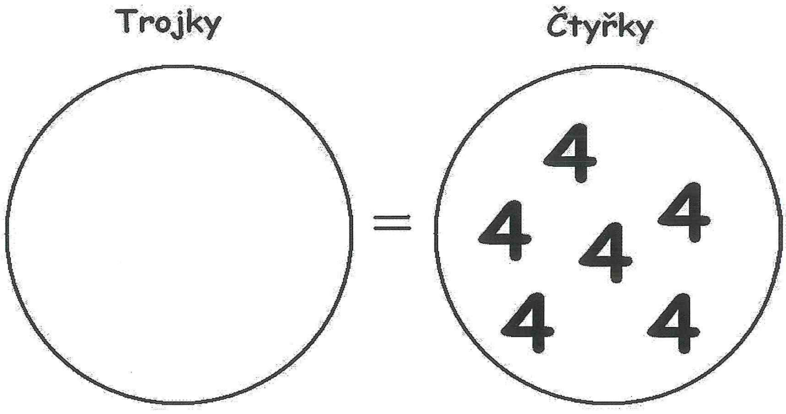
2. Kolik trojek musím napsat, aby se jejich součet rovnal součtu čtyřek?



3. Myslím si číslo, když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo 16. Jaké číslo jsem si myslela?

Příloha č. 2

1. Kolik trojek musím napsat, aby se jejich součet rovnal součtu čtyřek?

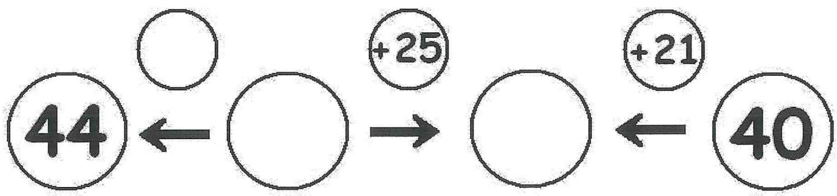


2. Myslím si číslo, když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo 16. Jaké číslo jsem si myslela?

3. Vypočti chybějící číslo.

$$(7-\_\_\_\_) \cdot 3 = 12$$

4. Doplň do každého kolečka správné číslo.



5. Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady 20. Kolik měl původně každý chlapec autíček?

Příloha č. 3

Jméno: Třída: Datum:

1. Myslím si číslo. Když k němu přičtu číslo tři a tento výsledek vynásobím dvěma, dostanu číslo 16. Jaké číslo jsem si myslela?

2.Vypočti chybějící číslo.

$$(\_\_\_\_ - 3) \cdot 6 = 24$$

3. Chlapci Pavel a Matěj měli každý stejný počet autíček. Když každému koupil tatínek ještě dvě autíčka, měli jich dohromady 20. Kolik měl původně každý chlapec autíček?

4. Petr a Pavel si mají rozdělit 140 korun tak, aby Petr dostal o 20 Kč méně než Pavel. Kolik korun dostane Petr? Kolik Pavel?

Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta

M. Rettigové 4, 116 39 Praha 1

Evidenční list žadatelů o nahlédnutí do listinné podoby práce

Jsem si vědom/a, že závěrečná práce je autorským dílem a že informace získané nahlédnutím do zveřejněné závěrečné práce nemohou být použity k výdělečným účelům, ani nemohou být vydávány za studijní, vědeckou nebo jinou tvůrčí činnost jiné osoby než autora.

Byl/a jsem seznámen/a se skutečností, že si mohu pořizovat výpisy, opisy nebo rozmnoženiny závěrečné práce, jsem však povinen/povinna s nimi nakládat jako s autorským dílem a zachovávat pravidla uvedená v předchozím odstavci tohoto prohlášení.

Poř. č.	Datum	Jméno a příjmení	Adresa trvalého bydliště	Podpis
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				
9.				
10.				