

UNIVERZITA KARLOVA v PRAZE
Pedagogická fakulta
katedra matematiky a didaktiky matematiky

**ZÁPORNÁ ČÍSLA V SOUČASNÉ VÝUCE MATEMATIKY
NA 1. STUPNI ZŠ**

**NEGATIVE NUMBERS IN CONTEMPORARY PRIMARY SCHOOL
MATHEMATICS**

Vedoucí diplomové práce: PhDr. Jana Slezáková, Ph.D.
Autor diplomové práce: Tereza Skálová
Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň ZŠ
Forma studia: prezenční
Diplomová práce dokončena: prosinec, 2015

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Záporná čísla v současné výuce matematiky na 1. stupni ZŠ vypracovala pod vedením PhDr. Jany Slezákové, Ph.D. samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato diplomová práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze dne 1. 12. 2015

Podpis:

Ráda bych touto cestou vyjádřila poděkování vedoucí mé diplomové práce, PhDr. Janě Slezákové, Ph.D. za její ochotu, podnětné připomínky a cenné rady. Dále bych chtěla poděkovat všem dětem, které se mnou spolupracovaly na výzkumu, ať už při vyplňování pracovního listu nebo při hraní společenské hry. Děkuji též ředitelům škol, kteří mi umožnili ve svých zařízeních výzkum provést. V neposlední řadě si zaslouží poděkování má rodina, která se mnou měla obrovskou trpělivost a vytvořila mi ideální podmínky pro sepsání diplomové práce. Velké díky bych chtěla věnovat i svým žákům, tč. ve 3. ročníku, kteří mi poskytují nekonečnou inspiraci a mimo jiné mě inspirovali ke zpracování tématu záporných čísel.

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá tématem vyučování záporných čísel v matematice na 1. stupni ZŠ. Práce mapuje úlohy vyskytující se v učebnicích pro 1. i 2. stupeň ZŠ, kde je možno pracovat se zápornými čísly.

Hlavní část práce je věnována třem druhům experimentu – experimentu žákovskému, učitelskému a společenské hře. V žákovském experimentu analyzuje úspěšnost a obtíže žáků 4. a 5. ročníku při vyplňování pracovního listu zaměřeného na různé modely záporných čísel. Učitelský experiment, který proběhl formou dotazníkového šetření, ukazuje názory učitelů 1. stupně na zavádění a užitečnost záporných čísel. Společenská hra dokazuje schopnost žáků uchopit pomocí hry matematický jev.

Klíčová slova:

- aditivní operace se zápornými čísly
- experiment
- modely záporných čísel: teploměr, podlaží, hladina
- prostředí Krokování
- prostředí Schody
- slovní úlohy
- společenská hra
- záporná čísla

Abstract

The aim of this thesis is to deal with teaching of negative numbers in mathematics in lower primary school. The thesis brings an overview of exercises related to negative numbers, which are available in textbooks dedicated to lower and upper primary school.

Main part of the thesis is devoted to three different experiments – pupils experiment, teaching experiment and parlour game. The pupils experiment analysis the successes and troubles of pupils attending 4th and 5th class when filling out the worksheets focused on various models of negative numbers. Furthermore, the teaching experiment based on a questionnaire survey describes comments of lower and upper primary school teachers in regards to implementation and usefulness of negative numbers. Parlour game experiment demonstrates the ability of pupils to grasp mathematical phenomenon by playing a game.

Key words:

- additive operations with negative numbers
- experiment
- models of negative number: thermometer, floor, surface
- environment Stepping
- environment Stairs
- word problems
- board game
- negative numbers

Obsah

1. Úvod.....	7
2. Teoretická část	11
2.1. Učební dokumenty.....	12
2.1.1. Osnovy programu Základní škola.....	12
2.1.2. Osnovy programu Národní škola.....	13
2.1.3. Osnovy programu Obecná škola (1. – 5. ročník).....	13
2.1.4. Osnovy programu Občanská škola (Obecná škola pro 6. - 9. ročník).....	14
2.1.5. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání	14
2.2. Záporná čísla v učebnicích pro ZŠ	15
2.2.1. Užití záporných čísel v učebnicích pro 1. stupeň ZŠ.....	15
2.2.1.1. Učebnice nakladatelství SPN.....	16
2.2.1.2. Učebnice nakladatelství Fraus (metoda prof. Hejného)	21
2.2.2. Užití záporných čísel v učebnicích pro 2. stupeň ZŠ.....	26
2.2.2.1. Učebnice nakladatelství Fortuna.....	26
2.2.2.2. Učebnice nakladatelství Fraus (Hejného metoda)	32
3. Praktická část	38
3.1. Experiment žákovský.....	38
3.1.1. Předexperiment.....	38
3.1.2. Experiment	45
3.1.2.1. Rozhovory.....	46
3.1.2.2. Analýza úloh.....	64
3.1.2.3. Úlohy typu Náš dům	73
3.2. Experiment učitelský	76
3.2.1. Dotazníkové otázky a odpovědi respondentů.....	77
3.2.2. Závěr dotazníku	86
3.3. Společenská hra	87
3.3.1. Příprava hry	87
3.3.2. Hraní hry	90
3.3.3. Hra pro předškolní děti	92
4. Závěr.....	97
5. Seznam obrázků	99
6. Seznam tabulek	101
7. Zdroje	102
8. Přílohy	105

1. Úvod

Na úvod mé diplomové práce bych ráda napsala něco o tom, proč jsem si zvolila práci na Katedře matematiky a didaktiky matematiky na téma záporných čísel. Dále bych ráda zmínila, jaké části má diplomová práce obsahuje a s jakými cíli a očekáváními tuto práci píši.

Od mého dětství až do dnešních dní jsem prošla několika různými způsoby výuky matematiky. Do 3. třídy ZŠ si na konkrétní postupy při učení matematiky nepamatuji, pamatuji si jen učebnice s Krtečkem (nakl. Alter). Vzhledem k tomu, že jsme měli velmi přívětivého a moderního třídního učitele, který nás učil, na tehdejší dobu, netradičními metodami, které však vycházely z ideálů samotného Jana Amose Komenského, věřím, že byla matematika vedena zábavným způsobem plným her a netradičních úkolů, jako všechny ostatní předměty. Velký důraz dával na rozvoj logického myšlení, ne jen chrlení výsledků jako stroje, což na naší třídě následně velmi kvitovali učitelé druhého stupně. Od 4. třídy ZŠ jsme na matematiku měli paní učitelku Černou, zástupkyni školy, velmi váženou paní učitelku, jejíž aprobace byla matematika a chemie pro 2. stupeň ZŠ. Zde už si výuku matematiky pamatuji velmi konkrétně. Paní učitelka Černá měla přístup k matematice „klasický.“ Převládala frontální výuka, seděli jsme v lavicích a poslouchali výklad. I zde se používaly učebnice nakladatelství Alter, ke kterým jsem od té doby získala naprostý odpor. Přeplněné stránky početními úlohami, prakticky jen početní sloupečky, nic kreativního. Aby toho nebylo málo, snad každou hodinu jsme psali pětiminutovky (jeden sloupeček početních úloh z tenkého sešitku, který jsme používali jako doplněk učebnic). Někteří spolužáci měli tyto sloupečky rádi, já nikoli. Čas na vypočítání neatraktivního sloupečku pro mě byl stresující záležitost, čemuž mohu přičíst na vrub i větší chybovost v pětiminutovkách. Na druhém stupni jsme vystřídali další dvě vyučující, ale přístup k matematice se jen zhoršoval. Výklad, poučky, definice. Tento typ úlohy se vypočítá trojčlenkou, tento substitucí... Přestala jsem matematiku chápat, bylo to pro mne nutné zlo. Učitelka po nás vyžadovala přesný postup a rychlost. Jsem od přírody pomalý člověk s dobrým logickým myšlením. I když nevím, jak úlohu uchopit, zavrtám se do ní a nakonec se mi

podání úlohu vyřešit, bohužel ne dle pravidel a pouček daných učitelem. Můj přístup k matematice však nebyl ve škole ceněn, díky čemuž se moje obliba k tomuto předmětu začala snižovat. Zlom přišel na střední škole, kde nám vyučující nechala naprostou volnost při cestě k výsledku. Výklad byl sice stále strohý a plný pouček a definic, ale při testech a písemných pracích jí zajímal výsledek, nikoli postup, což mi náramně vyhovovalo. Největší boom však přišel při mém příchodu na PedF UK. Při nástupu do 1. ročníku jsem neměla ponětí o tom, co je matematika prof. Hejného, čekala jsem, že se budeme učit matematiku „klasickou,“ tu, kterou jsme všichni prošli. První rok pro mne byla matematika jen hraní, pak jsem se však začala cítit jako ryba ve vodě. Přístup matematiky „Hejného metodou“ (VOBS) kopíroval můj pohled na matematiku.

Když jsem nastoupila před třemi lety do praxe, jako učitelka matematiky ve 2. ročníku ZŠ, bylo pro mě velkým zklamáním nahlédnutí do učebnic (nakl. Prodos) a celoročního plánu učiva. Učebnice naprosto nepodporovaly jakoukoli tvořivost a přemýšlení. Začala jsem do výuky postupně zařazovat některá prostředí a úlohy, které jsme na fakultě probírali. Pro žáky byly tyto úkoly zpestřením a byl jasně poznat nárůst zájmu o matematiku. I z tohoto důvodu jsem s ředitelkou školy začala intenzivně jednat o tom, zda by se od příštího školního roku nemohla na škole vyučovat matematika prof. Hejného. Nakonec se tak opravdu stalo, což považuji za svůj osobní úspěch. Začala jsem tedy další školní rok učit, tentokrát dvě 1. třídy, matematiku metodou VOBS (Výuka orientovaná na budování schémat). Již od samého počátku mě začalo překvapovat, a překvapuje mě to dodnes, co žáci díky této matematice sami objeví, na co přijdou, co vymyslí. Mnohdy se stává, že některou úlohu vidí lépe než já. To je opravdu malé kouzlo, díky čemuž jsem se rozhodla, že bych se této metodě matematiky ráda co nejvíce věnovala, a proto jsem si zvolila svou diplomovou práci právě na Katedře matematiky a didaktiky matematiky, a jsem moc vděčná, že se mi na KMDM dostalo podpory.

A jak přišlo na svět téma záporných čísel v matematice na 1. stupni? V tom mi pomohli žáci z mé třídy. Byli to žáci 1. ročníku, a to v první polovině školního roku. V jedné hodině jsme s žáky krokovali, žáci si zadávali úlohy na krokování sami, a jeden hoch řekl třídě zadání, při kterém tučňák (figurka, kterou máme ve třídě pro krokování) skončil na políčku pod nulou (vlevo od 0). Ve třídě to začalo doslova syčet. Na

krokovacích pásech, které jsem pro každého žáka na lavici vyráběla, sice byla pod nulou (vlevo od nuly) ještě tři volná políčka, ale neměla v sobě zapsaná žádná čísla. Třída se rozdělila na dva tábory. Jeden tábor si stál za názorem, že taková úloha je nesmysl, protože za nulu (vlevo od nuly) jít nemůžeme. Druhý tábor hlasitě protestoval, „že to teda de!“ Následně se rozvinula diskuse nad tím, jak bychom tedy to políčko, kde tučňáček skončil (bylo to pole -1), nazvali. Někteří žáci tvrdili, že nijak, že stačí říct, že je to za pod nulou. Na to je pak zarazila má otázka, jak tedy poznají, kam přesně mají dát tučňáčka, když jim řeknu: „Postav si tučňáčka na pod nulou,“ pokud máme pod nulou políčka tři. Žáci tedy svůj výrok opravili na: „Tučňáček stojí na 1 pod nulou.“ Vymysleli jsme tedy jedno označení pro záporná čísla – něco (počet políček) pod nulou. Pak se ozvaly tři další hlasy: „To je jasné, to má být mínus 1, to mi říkal táta/ségra/babička.“ Tito žáci jasně tvrdili, že správné označení je mínus jedna, když jsem však chtěla, aby mi výraz mínus 1 na tabuli napsali, všichni napsali 1- (což znali jako školní známku). Zde byl vidět jasný vliv dospělých popř. starších sourozenců, kteří již žáky s označením čísel vlevo od nuly seznámili (žáci věděli, kde leží -1, -2, -3, jak zjistit, které políčko bude mít označení např. -5), ačkoli žáci neznali grafickou podobu tohoto vyjádření. Přišli jsme tedy na druhý způsob označení záporných čísel, a to mínus 1 (čím je políčko od nuly dál, tím větší číslo za mínusem je). A objevil se i třetí způsob, pro mne osobně nejzajímavější a nejpřekvapivější. K mému naprostému údivu vzniklo toto označení spontánně v obou třídách 1. ročníku, a to nezávisle na sobě. První políčko vlevo od nuly bylo nazváno „dvojitá nula“ (00) další pak „trojitá nula“ (000). Všichni žáci bez výhrady toto poslední označení záporných čísel přijali za své, bylo pro ně zřejmě nejpřirozenější. Když se snažím do žáků vcítit, napadá mě jedno vysvětlení. Někteří žáci mají velký problém přijmout, že by pod nulou byla nějaká jednička či dvojka, vždyť ty už jsou před nulou a jedničku i dvojku máme jen jednu, takže už jinde být nemohou. Nicméně vyvstala potřeba políčka vlevo od nuly nějak pojmenovat, protože tam přeci něco je. Proč by nemohl tučňák udělat z nuly krok dozadu? Může. Ale když to udělá, bude vlastně nulu stále prohlubovat.

Díky výše zmíněné situaci, kdy se v obou třídách rozpoutala nádherná celotřídní diskuse, jsem nabyla dojmu, že by se se zápornými čísly mělo pracovat co nejdříve. Proč žákům skrývat, že za nulou také něco je. Oni sami pociťují touhu to prozkoumat, vždyť tuto úlohu, která rozpoutala tak plodnou debatu, vymyslel sám žák, nikoli učitel.

Sám žák měl potřebu ostatní vyprovokovat tím, že dirigoval tučňáka na políčko za nulou. Pokud takováto úloha, takováto otázka, vznikla již na začátku prvního ročníku, jak na ni budou reagovat prvostupňoví učitelé, prvostupňové učebnice a metodiky, jaké má učitel možnosti s ní dál pracovat?

V teoretické části mé diplomové práce srovnám RVP ZV a osnovy, které platily před zavedením RVP ZV, s ohledem na záporná čísla. Dále pak vyhledám v běžně používaných učebnicích pro 1. stupeň úlohy na práci se zápornými čísly či jejich propedeutiku.

Praktická část zahrnuje přípravu a rozbor tří experimentů – experimentu žakovského a experimentu učitelského a analýzu hraní společenské hry. Žakovský experiment obsahuje sadu úloh pro práci se zápornými čísly zkoumající způsoby žakovských řešení těchto úloh a způsoby zápisů záporných čísel. Učitelský experiment mapuje vztah učitelů 1. stupně ZŠ k výuce/propedeutice záporných čísel, jejich užitečnost/neužitečnost jak pro žáky, tak obecně pro společnost. Při hraní společenské hry, zaměřené na aditivní operace s celými čísly, budu pozorovat reakce žáků a jejich strategie řešení.

Cíle mé diplomové práce tedy jsou:

- analyzovat oblast záporných čísel v oficiální školní dokumentaci (a to jak aktuálně platné, tak platné před zavedením RVP ZV)
- analyzovat četnost úloh vztahujících se k záporným číslům ve třech zvolených řadách dnes používaných učebnic na ZŠ
- zaznamenat různé řešitelské postupy v žakovském experimentu
- zmapovat postoj učitelů 1. stupně k záporným číslům, jejich výuce a použitelnosti formou dotazníkového šetření
- zaznamenat řešitelské strategie při práci s celými čísly pomocí hraní společenské hry

2. Teoretická část

Vymezení pojmu záporné číslo

Nejprve se podívejme, jak záporná čísla vymezují některé učebnice. Josef Polák píše o záporných číslech v kapitole 2.3 Obor celých čísel toto: „Uzavřeností číselného oboru vzhledem k operaci odčítání lze docílit rozšíření oboru přirozených čísel N na obor celých čísel Z , který obsahuje přirozená čísla (celá kladná čísla), nulu a celá záporná čísla $(-1, -2, -3, \dots)$, tj. čísla opačná k přirozeným číslům). Celá čísla umožňují vyjádřit nejen počty prvků konečných množin, ale též změny (přírůstky a úbytky) těchto počtů apod. Základní početní operace a k nim inverzní operace v oboru celých čísel patří k základním požadavkům matematiky již na základní škole. Připomeneme proto jen stručně známé definice: Pro každé a, b z oboru N je $a + (-a) = 0$, $-a + (-b) = -(a+b)$, $a + (-b) = a-b$, $a \cdot 0 = 0$, $(-a) \cdot (-b) = ab$, $(-a) \cdot b = -ab$.“¹

Z toho vyplývá, že záporné číslo můžeme chápat jako počet ale také jako operátor změny (úbytek).

Učebnice 7. ročníku uvádí na straně 118 v kapitole Celá čísla k záporným číslům toto:

Vodorovná číselná osa

Kladná čísla znázorňujeme vpravo od nuly. Záporná čísla znázorňujeme vlevo od nuly.

Svislá číselná osa

Kladná čísla znázorňujeme nad nulou. Záporná čísla znázorňujeme pod nulou.²

Zde je záporné číslo chápáno jako adresa na číselné ose.

Dále jsem hledala definici záporných čísel v rozsáhlé, přes tisíc stránek mající, publikaci Karla Rektoryse a jeho spolupracovníků Přehled užití matematiky. V kapitole 1 Aritmetika a algebra, kterou sepsal doc. RNDr. Václav Vilhelm, CSc. se o záporných číslech zmiňuje pouze v definici celých čísel: „*Celá čísla* dostaneme rozšířením oboru přirozených čísel o číslo 0 (nula) a o čísla $-1, -2, -3, \dots$. Čísla $1, 2, 3, \dots$ se nazývají *kladná*, čísla $-1, -2, -3, \dots$ *záporná*.

¹ POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1.

² COUFALOVÁ, Jana, Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Jiří HEJL a Miroslav LÁVIČKA. *Matematika pro 7. ročník základní školy*. Praha: Fortuna, 2007. ISBN 978-80-7168-993-5.

Je-li celé číslo a kladné (resp. záporné), píšeme $a > 0$ (resp. $a < 0$). Říkáme, že číslo a je *menší* (resp. *větší*) než číslo b , je-li $b - a > 0$ (resp. $b - a < 0$), a píšeme $a < b$ (resp. $a > b$).³

Záporné číslo je zde tedy popsáno jako součást množiny celých čísel a je definován jeho vztah k 0.

2.1. Učební dokumenty

Od školního roku 2007/2008 mají všechny základní školy v ČR povinnost řídit se Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání (RVP ZV), ve kterém jsou shrnuty očekávané výstupy ve všech vzdělávacích oblastech za 1. a 2. období prvního stupně a období druhého stupně, podle kterých si školy tvoří Školní vzdělávací program, ve kterém je veškeré učivo rozděleno podle ročníků ZŠ. Školy mají tedy velkou míru volnosti při rozhodování, ve kterém ročníku budou žáci dané učivo probírat. Díky očekávaným výstupům se však znalosti žáků musí v danou chvíli sejít. Před zavedením RVP ZV měl ředitel možnost výběru mezi třemi programy, dle kterých mohl ve škole své žáky vzdělávat. Byl to program Základní škola, Obecná škola (na 2. stupni nazývána Občanská škola) a Národní škola. Každý program měl jasně dané osnovy – co se ve kterém ročníku v jednotlivých předmětech musí s žáky probrat. Pokusím se tedy nalézt, kde jsou ve všech programech zakotvena záporná čísla.

2.1.1. Osnovy programu Základní škola⁴

Záporná čísla vkročí do výuky v 7. ročníku. Před zápornými čísly žáci od 4. ročníku poznávají zlomky a od 6. desetinná čísla. Konkrétně se k záporným číslům váže následující učivo:

Učivo 7. ročník:

- čísla kladná, záporná
- čísla navzájem opačná
- absolutní hodnota čísla
- uspořádání celých čísel

³ REKTORYS, Karel a spolupracovníci. *Přehled užití matematiky*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1963. ISBN 04-018-63.

⁴ JEŘÁBEK, Jaroslav, Milan ROSENZWEIG, Adriena SMEJKALOVÁ, Eva JANOUŠKOVÁ a kol. MŠMT ČR. *Vzdělávací program Základní škola*. Praha: Fortuna, 1996. ISBN 80-7168-337-X.

- sčítání a odčítání celých čísel
- násobení a dělení celých čísel
- záporná desetinná čísla
- užití záporných čísel v praxi
- zápis záporného čísla
- dvojí význam znaménka mínus
- porovnávání celých čísel
- násobení a dělení číslem -1
- zobrazování záporných desetinných čísel na číselné ose

Co by měl žák umět 7. ročník:

- zapsat záporné a kladné číslo a zobrazit je na číselné ose
- určit opačné číslo k danému číslu
- sčítat a odčítat celá čísla
- násobit a dělit celá čísla
- užívat početní výkony s celými a racionálními čísly v praxi
- řešit slovní úlohy na užití celých a racionálních čísel

2.1.2. Osnovy programu Národní škola⁵

V programu Národní školy jsou záporná čísla také součástí 7. ročníku, ale vzdělávací program se o nich zmiňuje pouze v jednom bodě, a to ke konci aritmetického učiva 7. ročníku. Zlomky žáci v tomto programu poznají od 5. ročníku (kmenově) a desetinná čísla od 6. ročníku.

Aritmetika 7. ročník

- záporná čísla, porovnávání, sčítání a odčítání celých čísel

2.1.3. Osnovy programu Obecná škola (1. – 5. ročník)⁶

V programu Obecná škola je učivo rozdělené do dvou kategorií. Kategorie Z = žáci se musí naučit (základní učivo) a kategorii R = žáci se mohou naučit (rozšiřující učivo).

⁵ VONDRÁČEK, Josef, Karel TOMEK, Jindřich KITZBERGER. MŠMT ČR. *Vzdělávací program Národní škola*. Praha: SPN, 1997. ISBN 80-04-26 683-5.

⁶ *Vzdělávací program Obecná škola*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2006. [cit. 2015-03-01]. Dostupné z: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf

Záporná čísla jsou definována jako rozšiřující učivo ve 4. ročníku. Zajímavé však je, že je můžeme objevit už v 1. - 3. ročníku.

Užitá matematika 1. - 3. ročník

- ekonomické úlohy (slevy, dluhy, spoření...)
- měření a vážení, představy o velikosti, čtení teploty (teploměr)

Numerace 4. ročník

- čísla záporná v reálné situaci (teploměr, výtah, konto)

2.1.4. Osnovy programu Občanská škola (Obecná škola pro 6. - 9. ročník)⁷

Program Občanská škola navazuje na Obecnou školu. Od 6. ročníku tak navazuje na předešlé zkušenosti žáků. Proto zde nalezneme záporná čísla a práci s nimi hned v 6. ročníku.

Čísla a počítání s nimi 6. ročník

Celá čísla. *Jejich motivace reálnými situacemi (teploměr, dluhy, trestné body,...). Absolutní hodnota celého čísla. Rozvíjení představ o velikosti čísel. Porovnání čísel. Pěstování smyslu pro číselné údaje.*

2.1.5. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání⁸

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání je momentálně jediným závazným dokumentem, který určuje povinně vyučovanou látku. V RVP je matematická látka zařazena do vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, kde je roztržena do 4 oborů – *Čísla a početní operace (= Číslo a proměnná na 2. stupni), Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a prostoru a Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Každý obor je rozdělen na očekávané výstupy a konkrétní učivo, které má žák ovládat na konci 1. období (3. ročníku ZŠ) a 2. období (5. ročníku ZŠ) prvního stupně a dále pak na konci druhého stupně ZŠ (9. ročníku). Podle daného učiva pak každá škola vytváří svůj Školní vzdělávací program. Každý ŠVP je tedy jedinečný a konkrétní učivo se tak může v různých ŠVP objevit v různých ročnících.

⁷ MŠMT ČR. *Návrh učebních osnov Občanské školy*. Praha: Portál, 1994. ISBN 80-85282-99-2.

⁸ Priloha1_Upravený_RVPZV_s_vyznacenyimi_zmenami.docx. [online]. 2013 [cit. 2015-03-01]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani>

V poslední úpravě RVP byl do 2. období 1. stupně okruhu Číslo a početní operace přidán očekávaný výstup:

Žák porozumí významu znaku „-“, pro zápis celého záporného čísla a toto číslo vyznačí na číselné ose.

Do učiva byla přidána **celá čísla** a z učiva „vlastnosti početních operací s přirozenými čísly“ bylo vyňato slovo *přirozenými*.

Na druhém stupni se pak opět, tentokrát v očekávaných výstupech okruhu Číslo a proměnná, objevují **početní operace v oboru celých čísel**. V učivu je pak tento očekávaný výstup charakterizován jako „celá čísla – čísla navzájem opačná, číselná osa.“ Zde nebyla provedena žádná změna.

Tato verze upraveného RVP ZV je platná od 1. 9. 2013. Od tohoto data tudíž mají školy povinnost vyučovat ve 2. období 1. stupně i záporná čísla.

2.2. Záporná čísla v učebnicích pro ZŠ

Záporná čísla a jejich propedeutiku na 1. stupni budu hledat v učebnicích pro 4. a 5. ročník (jelikož tyto ročníky spadají do 2. období stanoveného RVP ZV) nakladatelství SPN a Fraus (metoda prof. Hejného). Pro 2. stupeň jsem zvolila ucelenou řadu učebnic nakladatelství Fortuna. Všechny tyto učebnice přirozeně uvádí, že jsou zpracovány v souladu s RVP ZV, ale všechny byly vydány před rokem 2013 (rokem poslední úpravy RVP ZV). Avšak z ekonomických důvodů se na mnoha ZŠ vyučuje právě podle těchto učebnic (nekupovaly se učebnice aktualizované).

2.2.1. Užití záporných čísel v učebnicích pro 1. stupeň ZŠ

V učebnicích pro 4. a 5. ročník jsem vyhledala a naskenovala úlohy, kde by bylo možné odpovědět pomocí záporných čísel, ačkoli se toto nepředpokládá. Nebo kde se cíleně se zápornými čísly počítá.

2.2.1.1. Učebnice nakladatelství SPN

4. ročník⁹

V celé učebnici 4. ročníku se práce se zápornými čísly nepředpokládá. Nevěnuje se jí žádná kapitola. Následují naskenované úlohy s komentářem.

Obrázek 1 - Strana 7, cvičení 4

4. Napiš alespoň tři čísla, která jsou:

- a) větší než 185 b) větší než 556 c) větší než 10
d) menší než 999 e) menší než 144 g) menší než 478

Narýsuj do sešitu číselnou osu a vyznač na ni výsledky příkladů c) a e).

Komentář: Zde je použití záporných čísel zřejmé. V úlohách d), e) a g) může žák s jistotou použít jakékoli záporné číslo a vždy splní podmínku, že napsal číslo, které je menší než to, co je dané v úloze.

Obrázek 2 - Strana 11, cvičení 5


$$5. 62 + 40 - 2 + 280 - 40 + 55 = ?$$

$$900 - 500 + 88 - 6 - 400 + 18 = ?$$

$$1000 - 500 + 250 - 300 + 2 = ?$$

Komentář: Výsledky všech úloh jsou kladné, ale žák záporná čísla použít při procesu vypočítávání. Například u první úlohy může být proces počítání následující: $40 - 40 - 2 = -2$, $-2 + 62 = 60$, $60 + 55 + 280 = 395$. U ostatních úloh můžeme postupovat obdobně, ovšem takovýto proces nemůžeme u většiny žáků předpokládat.

Obrázek 3 - Strana 12



Vzpomeň si:

$$385 - 23 = 362$$

menšenc **menšitel** **rozdíl**

Menšence a menšitele nemůžeme zaměnit.
(Zatím to neumíme vypočítat.)

$$385 - 0 = 385$$

Odečteme-li od libovolného čísla **nulu**, číslo se **nemění**.

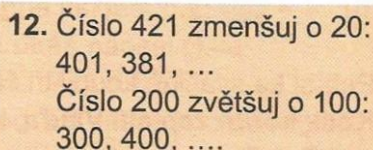
Uvědom si:

$$45 + 0 = 0 + 45 \text{ Platí.}$$
$$385 - 0 = 0 - 385 \text{ POZOR! Toto zatím neumíme vypočítat!}$$

⁹ EIBLOVÁ, Ladislava, Jan MELICHAR a Miroslava ŠESTÁKOVÁ. *Matematika pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2009, 143 s. ISBN 978-80-7235-434-4.

Komentář: Zde je obrázek, na kterém se objevují dva jevy, které jsou při nejmenším sporné. První je hláška, že menšence a menšitele nemůžeme zaměnit, jelikož to zatím ještě neumí žáci vypočítat. To však nemohou autoři učebnice s jistotou tvrdit. Druhým jevem je poslední řádek obrázku, na kterém autoři učebnice žákům předkládají nepravdu a to, že $385 - 0 = 0 - 385$.

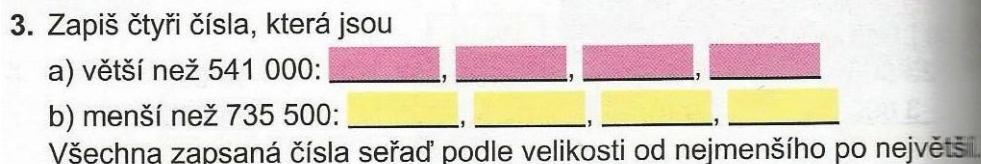
Obrázek 4 - Strana 13, cvičení 12



12. Číslo 421 zmenšuj o 20:
401, 381, ...
Číslo 200 zvětšuj o 100:
300, 400,

Komentář: V první úloze, tedy zmenšování čísla 421 o 20, se po delším čase samovolně žáci dostanou do záporných čísel, pokud o jejich existenci vědí. Pokud bychom měli žáky, kteří se ještě nikdy se zápornými čísly nesetkali, patrně by skončili u čísla 1. Ti, kteří však o záporných číslech vědí a znají jejich funkci, by jistě mohli pokračovat dál (-19, -39, -59...) až do nekonečna.

Obrázek 5 - Strana 50, cvičení 3



3. Zapiš čtyři čísla, která jsou
a) větší než 541 000: _____, _____, _____, _____
b) menší než 735 500: _____, _____, _____, _____
Všechna zapsaná čísla seřaď podle velikosti od nejmenšího po největší.

Komentář: Do úlohy b) můžeme opět zanést jakékoli záporné číslo. Důležité by pak bylo i uvědomění si velikosti jednotlivých záporných čísel (například že -13 je menší než -12), jelikož mají žáci zapsaná čísla ještě srovnat od nejmenšího po největší.

Celá učebnice pro 4. ročník tedy obsahuje pouze 4 úlohy, kde se dají záporná čísla použít (jejich použití se ovšem nepředpokládá) a k tomu ještě kontroverzní obrázek (rámeček), který na jednu stranu žáky podceňuje a zavírá jim prostor pro užití záporných čísel a na druhou stranu předkládá žákům nepravdivý výrok.


5. ročník¹⁰

Obrázek 6 - Strana 5, cvičení 4

4. Zapiš číslo, které má:

a) 3 tisíce, 5 stovek, 7 jednotek
8 desetitisíců, 4 stovky, 2 desítky
6 stovek, 2 desítky, 4 jednotky
5 tisíců, 1 stovku, 7 desítek, 9 jednotek
16 desítek, 4 jednotky

b) Zapsaná čísla seřaď od největšího k nejmenšímu a podtrhni čísla sudá.



Komentář: V učebnici pro 5. ročník opět nacházíme úlohu, která primárně se zápornými čísly nepracuje, ale teoreticky bychom pomocí záporných čísel odpovědět mohli. Číslo, které má 3 tisíce, 5 stovek a 7 jednotek však můžeme zapsat jako 3 507 nebo také -3 507. Pokud bychom některá čísla ze cvičení a) zapsali jako kladná a některá jako záporná, vzniklo by nám velice zajímavé srovnání dle velikosti, pak by mohlo být číslo, které má 8 desetitisíců, 4 stovky a 2 desítky (-80 420) menší než číslo, které má 5 tisíců, 1 stovku, 7 desítek a 9 jednotek (5 178).

Obrázek 7 - Strana 7, cvičení 16

16. Doplň libovolná čísla odpovídající znakům <, >:

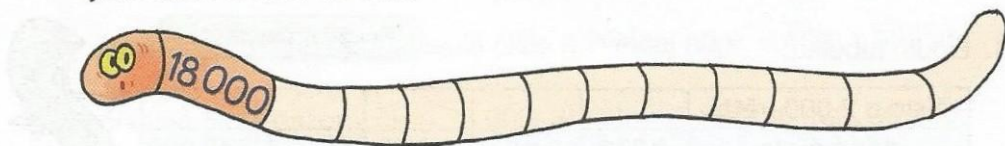
356 < <u> </u> , <u> </u> , <u> </u>	<u> </u> < 4 768 < <u> </u>
8 259 > <u> </u> , <u> </u> , <u> </u>	32 654 < <u> </u> < 33 400
17 402 < <u> </u> , <u> </u> , <u> </u>	<u> </u> < 74 128 < <u> </u>
56 894 < <u> </u> , <u> </u> , <u> </u>	356 432 < <u> </u> < 356 987
256 841 > <u> </u> , <u> </u> , <u> </u>	22 000 > <u> </u> > 21 990

Komentář: Úloha 16 je zaměřena na porovnávání čísel znaménky větší > a menší <. Nalezneme zde čtyři možnosti, kde můžeme využít záporná čísla: $8\,259 > x$, $256\,841 > x$, $x < 4\,768$, $x < 74\,128$.

¹⁰ VACKOVÁ, Ivana, Ludmila FAJFRLÍKOVÁ a Zdeňka UZLOVÁ. *Matematika pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2010, 142 s. ISBN 978-80-7235-471-9.

Obrázek 8 - Strana 10, cvičení 7


7. a) Zapisuj čísla tak, že každé další bude o 200 menší než číslo předcházející. Začni číslem 18 000.



- b) Nakresli si svého hada. Napiš číslo a zmenšuj např. o 100, 1 000 atd.

Komentář: U úlohy a) je had příliš krátký, takže se do záporných čísel dostat nemůžeme. Když si však v úloze b) mají žáci nakreslit svého vlastního hada, může se stát, že si nakreslí hada dlouhého a zvolí si základní číslo nízké tak, že se jim v hadovi objeví i záporné číslo.

Obrázek 9 - Strana 24, cvičení 13

13.  Z číslic 5, 7, 9 vytvářej trojčíselná čísla tak, aby se v každém z nich vyskytovala nabízená čísla vždy jen jednou.

- Kolik takových čísel lze vytvořit?
- Nalezená čísla seřaď vzestupně (od nejmenšího po největší).
- Najdi rozdíl mezi největším a nejmenším vytvořeným trojčíselným číslem.

Komentář: Ve druhém řádku zadání by se měl místo výrazu „nabízená čísla“ objevit výraz nabízená číslice. V otázce a) Kolik takových čísel lze vytvořit? můžeme ze tří různých číslic, za splnění předpokladu použít každou číslici jen jednou, vytvořit 12 různých čísel – 6 kladných a 6 inverzních (záporných) čísel. V tomto případě by tedy mohl být rozdíl mezi největším (975) a nejmenším (-975) číslem celkem 1950.

Obrázek 10 - Strana 31, cvičení 9

9. Doplň čísla:

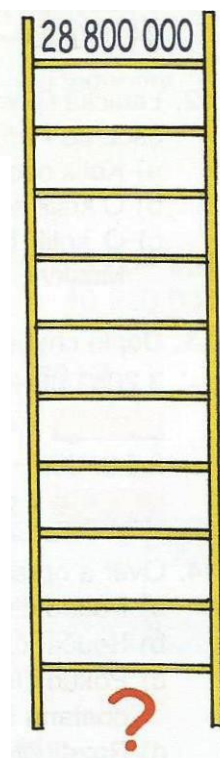
$4\ 327\ 526 > \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$	$2\ 478\ 967 < \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$
$3\ 845\ 258 < \underline{\hspace{1cm}} < 4\ 321\ 000$	$2\ 896\ 501 < \underline{\hspace{1cm}} < 3\ 000\ 000$
$\underline{\hspace{1cm}} < 5\ 259\ 847 < \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} > 8\ 526\ 203 > \underline{\hspace{1cm}}$

Komentář: Tato úloha má obdobný princip a možnost využití záporných čísel jako Obrázek 7. Rozdíl je pouze v tom, že zde jsou použita vyšší čísla, což nijak použití záporných čísel neovlivňuje.

Obrázek 11 - Strana 37, cvičení 6

6. ŽEBŘÍK

Sestupuj po žebříku a zmenšuj číslo vždy o 100 000.
Tvoř podobné úlohy.



Komentář: Tato úloha je obdobná jako úloha s hadem (Obrázek 8). Použití modelu žebříku je velmi vhodné a podobá se modelu teploměru či domu. Opět jako u úlohy s hadem záleží na tom, jaké číslo si nahoru zvolíme a kolik míst bude žebřík mít.

V učebnici pro 5. ročník jsem našla celkem 6 úloh, kde se dá pracovat i se zápornými čísly. Dvě úlohy jsou však naprosto totožné (větší než/menší než) a dvě úlohy jsou na velmi podobném principu (had a žebřík). Ovšem vyučující, který učí ve 4. a 5. ročníku podle těchto učebnic musí do výuky nad rámec učebnice zařadit práci se zápornými čísly, jelikož v RVP ZV je nyní zakotveno, že žák pochopí význam znaménka „-“, při zápisu záporného čísla a toho číslo umí zapsat na číselné ose a chápe také vlastnosti početních operací s použitím záporných čísel.

2.2.1.2. Učebnice nakladatelství Fraus (metoda prof. Hejného)

4. ročník¹¹

Obrázek 12 - Strana 16, cvičení 43

43 Řeš rovnice. Správnost výpočtu ověř krokováním.

a) Zapiš úlohy čísly.

b) Úlohy zapiš šipkami.

$\leftarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow = \square$
 $\leftarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow = \square$
 $\rightarrow \updownarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow \updownarrow = \square$
 $\square \updownarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow \updownarrow = \rightarrow$
 $\rightarrow \updownarrow \square \leftarrow \leftarrow \updownarrow = \rightarrow \rightarrow$

$3 - (4 - 2) = \square$
 $\square + 4 - 2 = 5$
 $-1 - (2 - 4) = \square$
 $2 - (\square - 1) = -1$

Komentář: V úloze a) vidíme prostředí krokování, kde se sice nepracuje s čísly, nicméně můžeme však říci, že se zde pracuje se záporom. Hned první dvě úlohy začínají krokem dozadu, což můžeme vnímat jako krok do záporu od pomyslného startovacího políčka. Výsledek třetí úlohy je též jedna šipka dozadu. Ve cvičení b) jsou číselné rovnice, které se mají přepsat do krokování. Třetí úloha opět začíná krokem do záporu. Kdybychom chtěli následně úlohy také vypočítat, tak už by práce se zápornými čísly byla dobře viditelná. Ve třetí úloze se v záporných číslech pohybujeme již při vypočítání závorky $2 - 4 = -2$, dále úlohu dopočítáme jako $-1 - (2 - 4) \Rightarrow -1 - (-2) \Rightarrow -1 + 2 = 1$. Ve čtvrté úloze již na první pohled vidíme, že výsledek je záporný. Do volného políčka tedy doplníme 4, jelikož $2 - (4 - 1) \Rightarrow 2 - 3 = -1$.

Obrázek 13 - Strana 25, cvičení 8

8 Kolik různých trojmístných čísel můžeme utvořit z číslic

a) 3, 4, 5 **b)** 5, 7, 9?

Komentář: Tato úloha se objevuje snad ve všech učebnicích a popsala jsem ji již dříve (např. u Obrázku 9).

¹¹ HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Eva BOMEROVÁ. *Matematika: učebnice pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010, 112 s. ISBN 978-80-7238-940-7.

Obrázek 14 - Strana 25, cvičení 11, 12

11 Kolik je lichých čísel menších než 11, 21, 31, 61, 101?

12 Kolik je sudých čísel menších než 11, 21, 31, 61, 101?

Komentář: Toto cvičení není prvoplánově zaměřeno na záporná čísla a při otázce Kolik je lichých čísel menších než 11? je očekávána odpověď 5 (1, 3, 5, 7, 9). Ovšem dokážu si představit i odpověď, že je to nekonečně mnoho čísel (pokud se pohybujeme v celých číslech).

Obrázek 15 - Strana 40, cvičení 1, 2

Celá čísla

Chodíme po schodech podle povelů a každý povel přepíšeme i pomocí čísel.

4 →→ ←←← 3
 $4 + 2 - 3 = 3$
 Stojím na schodu 4; jdu 2 kroky vpřed (nahoru), pak 3 kroky vzad (dolů) a končím na schodu 3.

0 → ↻ →→ ↻ -1
 $0 + 1 - (2) = -1$
 Stojím na schodu 0; 1 krok vpřed; čelem vzad; 2 kroky vpřed (dolů); čelem vzad; končím na schodu -1.

-2 →→ ↻ ← →→ ↻ ←←← -4
 $-2 + 2 - (-1 + 2) - 3 = -4$
 Začínám na schodu -2 a postupně stojím na schodech 0, 1, -1 a -4; končím.

1 Doplň. Pak šipkový zápis přepiš pomocí čísel.

3 →→ ←←←← □ 3 ↻ →→ ←←←← ↻ □

□ ←←← →← -1 -2 → ↻ □ ←←← ↻ -1

-2 □ ←←← -1 □ → ↻ ←←← → ↻ ← 7

2 Číselný zápis přepiš pomocí šipek a vyřeš.

2 + 3 - 1 = □ 2 - 3 □ = 0 □ + 2 - 3 - 1 = -1
 $-2 - (3 + 1) + 2 = □$ $-2 + (3 - 1) □ = 3$ $-2 - (3 □) + 3 = 4$

Komentář: Učebnice 4. ročníku nakladatelství Fraus (metoda prof. Hejného) jako jediná věnuje celou kapitolu (a v tomto případě rozdělenou na dvě části) celým číslům. Učebnice předpokládá, že záporná čísla jako adresy na číselné ose žáci již znají a nyní se začíná věnovat aditivním operacím s celými čísly. Ty učebnice trénuje pomocí prostředí Schody a přepisování číselných rovnic do šipek a obráceně. V prostředí Schodů často využívá i symbolu otočky, což znamená mínus před závorkou.

Obrázek 16 - Strana 45, cvičení 9

9 Doplně tři šipky tak, aby Hurvínek i Spejbl nakonec stáli na stejném schodu. Hledej více řešení.

a) Hurvínek $0 \rightarrow$ Spejbl $0 \leftarrow$

b) Hurvínek $2 \rightarrow$ Spejbl $5 \leftarrow$

Komentář: V úloze v prostředí Schody má žák doplnit tři šipky a má hledat více řešení. Pokud je pravidlem, že Hurvínek krokuje vždy po jednom kroku a Spejbl po dvou, tak se u cvičení a) můžeme dostat na schod -2, pokud toto pravidlo neplatí a může tedy i Spejbl krocovat po jednom kroku nebo naopak Hurvínek po dvou krocích, mohou oba skončit i na schodu -1 popř. -3. Ve cvičení b) se záporem pracovat nelze.

Obrázek 17 - Strana 81

Celá čísla II

1 Doplně. Pak šipkový zápis přepiš pomocí čísel.

a) $9 \rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$ c) $1 \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow \rightarrow$

b) $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow -2$ d) $-2 \rightarrow \rightarrow \rightarrow$ $\leftarrow \leftarrow \rightarrow 7$

2 Číselný zápis přepiš pomocí šipek a vyřeš.

a) $2 + 3 - 5 =$ b) $15 - 3$ $= 14$ c) $-2 + (3 - 4)$ $= 3$
 d) $-2 - (3 - 4) + 2 =$ e) $-2 - (3$ $) + 4 = 3$ f) $-2 - (3$ $) + 3 = 4$

3 Vypočítej z paměti.

$5 - 4$	$-4 + 5$	$4 - 5$	$-5 + 4$	$4 + 5$	$-4 - 5$
$7 - 3$	$-3 + 7$	$3 - 7$	$-7 + 3$	$3 + 7$	$-3 - 7$

4 Vyřeš pavučinu, jestliže žlutá šipka je +1 a největší číslo je a) 4; b) 3; c) 2.

Zjisti ve všech úlohách součet všech čtyř čísel.

Stejnou úlohu řeš v případě, že žlutá šipka je +2.

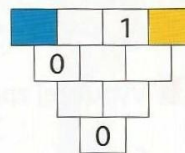
5 Karolína tvrdí, že umí doplnit do první řádky trojúhelníku tři nenulová čísla tak, že trojúhelník je správně vyplněn. Marie řekla, že to nelze. Kdo má pravdu?

Komentář: Na straně 81 je v učebnici druhá část kapitoly Celá čísla. Nyní přechází aditivní operace i do jiných prostředí, i když největší zastoupení má stále prostředí

Schody a přepis úloh na šipkový zápis a obráceně. Záporná čísla nyní můžeme nově zapojit i do pavučin (do varianty c)) a také do součtového trojúhelníku.

Obrázek 18 - Strana 82, cvičení 9, 10

- 9** Když do modrého pole dáme číslo 4, pak ve žlutém poli vyjde číslo 5. Co vyjde ve žlutém poli, když do modrého pole dáme číslo:
a) 5; b) 6; c) 7; d) 22?



- 10** Které číslo vyjde v modrém poli, když do žlutého pole dáme číslo:
a) 1; b) 3; c) 5; d) 11; e) 97; f) -1; g) -3; h) -27?

Komentář: Tato dvě cvičení, vztahující se k jednomu součtovému trojúhelníku, jsou pro práci s celými čísly naprosto ideální. Žáci si musí uvědomit logické souvislosti při práci se zápornými čísly v součtovém trojúhelníku (jak záporné číslo ovlivní ostatní políčka), hledají systém – vzorec, pro vyplnění součtového trojúhelníku, a zároveň musí vypočítat v každém součtovém trojúhelníku 6 úloh, než ho celý vyplní.

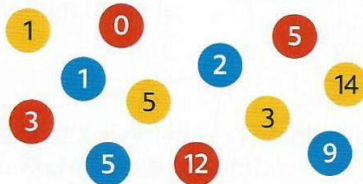
Obrázek 19 - Strana 83, cvičení 13

- 13** Tucet čísel rozděl do čtyř skupin. V každé skupině bude jedno modré, jedno žluté a jedno červené číslo. Součet tří čísel v každé skupině bude stejný. V úloze c) jsou tři záporná čísla.

tucet = 12

- a) Součet tří čísel ve skupině je 15;

$$\begin{aligned} 15 &= \text{blue} + \text{yellow} + \text{red} \\ 15 &= \text{blue} + \text{yellow} + \text{red} \\ 15 &= \text{blue} + \text{yellow} + \text{red} \\ 15 &= \text{blue} + \text{yellow} + \text{red} \end{aligned}$$

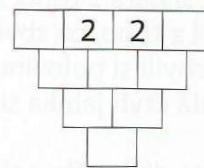


- b) 21, 25, 33, 67; 0, 3, 34, 35; 30, 33, 44, 75; součet čísel ve skupině je 100;
c) -1, 3, 3, 6; -1, 2, 4, 8; -1, 3, 5, 9; součet je 10.

Komentář: Zde nám autoři učebnice nabízí další prostředí, kde mají ve variantě c) pracovat žáci se zápornými čísly, a to Barevné trojice. V Barevných trojicích je úkolem tvořit daný součet vždy z jednoho červeného, jednoho modrého a jednoho žlutého čísla. Každé číslo lze použít jen jednou a všechna čísla musí být použita, resp. musí se vytvořit všechny 4 součty.

Obrázek 20 - Strana 83, cvičení 15

15 Doplň tak, aby součet všech deseti čísel v trojúhelníku byl 0.
Podaří se ti najít další řešení?



Komentář: Další cvičení, které navazuje na práci s celými čísly v součtovém trojúhelníku. Žáci, kteří dobře rozumí systému sčítání a vzájemnému ovlivňování čísel v trojúhelníku s řešení úlohy nebudou mít patrně problémy. Žáci, kteří se v systému ještě dobře nevyznají, budou zřejmě řešit trojúhelník pomocí metody pokus-omyl.

V učebnici pro 4. ročník metody prof. Hejného nalezneme výrazně více úloh na práci se zápornými čísly než v učebnicích předešlých. Rozdíl je také hlavně v tom, že učebnice nabízí mnoho forem využití záporných čísel. V práci se zápornými čísly je vidět jasná návaznost (gradace).

5. ročník¹²

Obrázek 21 - Strana 21, cvičení 9

9 Najdi taková tři po sobě jdoucí celá čísla, že když od součtu dvou menších odečteš největší, dostaneš číslo:

Cvičení označené * je náročnější.

a) 9; b) 78; c) 4 305; d) 0; *e) -1; *f) -2; *g) -5; *h) -54.

Komentář: Cvičení již předpokládá žákovu orientaci na číselné ose (číslo hned před, číslo hned za) a podporuje u žáka hledání vzorce/systemu. V tomto případě je to $n = ((n+1) + (n+2)) - (n+3)$.

Obrázek 22 - Strana 67, cvičení 29

29 Sleduj:

$$2 \cdot 2 - 1 \cdot 3 = 1; \quad 3 \cdot 3 - 2 \cdot 5 = -1; \quad 5 \cdot 5 - 3 \cdot 8 = 1; \quad 8 \cdot 8 - 5 \cdot 13 = -1.$$

Jak to pokračuje dále?

Komentář: Tato úloha opět podporuje hledání vzorce/systemu. Práce se záporným číslem sice není hlavním obsahem úlohy, nicméně záporné číslo se v ní objevuje jako rozdíl dvou součinů.

¹² HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Eva BOMEROVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2011, 112 s. ISBN 978-80-7238-966-7.

V pátém ročníku začíná učebnice pracovat se soustavou rovnic (rovnice o dvou neznámých). A právě v rovnicích se pracuje s celými (tedy i zápornými) čísly velice často. I když hlavní těžiště záporných čísel je v učebnici čtvrtého ročníku, i zde, v učebnici pátého ročníku, můžeme najít úlohy, které s nimi pracují. Na učebnicích metody profesora Hejného je nutné ocenit zejména různorodost při práci se zápornými čísly. Úlohy se neomezují jen na určování čísla, jako adresy a jeho porovnávání, ale také na aditivní operace, na které dává důraz především.

2.2.2. Užití záporných čísel v učebnicích pro 2. stupeň ZŠ

2.2.2.1. Učebnice nakladatelství Fortuna

K úlohám z učebnic nakladatelství Fortuna nepřikládám ve většině případů fotografie úloh, neboť jde především o holé slovní zadání bez žádného grafického doplnění či zvýraznění. Nepovažuji tedy za nutné v takovýchto případech přiložit zadání originální, dostačující je přesný přepis (vyznačený kurzívou).

V učebnici 6. ročníku nakl. Fortuna práci s celými čísly nenajdeme. Z okruhu Číslo a proměnná se učebnice zabývá oblastmi desetinných čísel a dělitelností přirozených čísel. Nalézt zde úlohu, která by evokovala nebo vůbec umožňovala práci se zápornými čísly, bylo opravdu obtížné.

V oblasti Dělitelnost přirozených čísel kapitola 5.3 Znak dělitelnosti se na straně 136 objevuje následující úloha:

*Zapište číslicemi 7, 1, 0, 6 čísla, která jsou dělitelná deseti. Zkuste najít všechny možnosti. Kolik jich je?*¹³

V učebnici je též napsané správné řešení – řešení je 6: 1670, 1760, 6170, 6710, 7160, 7610. V tomto případě by mohl nějaký zvědavý žáček říci, že řešení je 12. Můžeme přeci všechna tato čísla zapsat i jako záporná a pořád budou dělitelná 10.

Další úlohou, ve které se mohou užít záporná čísla, je úloha v kapitole Dělitelnost dvěma na straně 139.

Napište všechna čísla x dělitelná dvěma, pro která platí:

a) x je dvojciferné číslo a $x > 84$,

¹³ COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 6. ročník základní školy*. 2., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007, 215 s. ISBN 978-80-7168-992-8

b) x je trojčiferné číslo a $x < 128$.¹⁴

U úlohy a) se do záporných čísel pracovat nemůžeme, ale u úlohy b) by bylo jistě možno vybrat i čísla jako např. -100, -128, -264... Zde si myslím, že je použití záporných čísel pro žáky lákavé. Vycházím tak ze svých zkušeností, kdy se úlohy typu $x < y$ objevují v matematice již od prvního ročníku, a v každé třídě se najdou žáci, kteří rádi pracují s „neobvyklými“ čísly (tj. s čísly buď příliš vysokými než obor, ve kterém se běžně ve třídě pracuje, nebo naopak s čísly nízkými, především s 0 a se zápornými čísly).

Zajímavou mi přijde úloha z kapitoly Dělitelnost třemi ze strany 141:

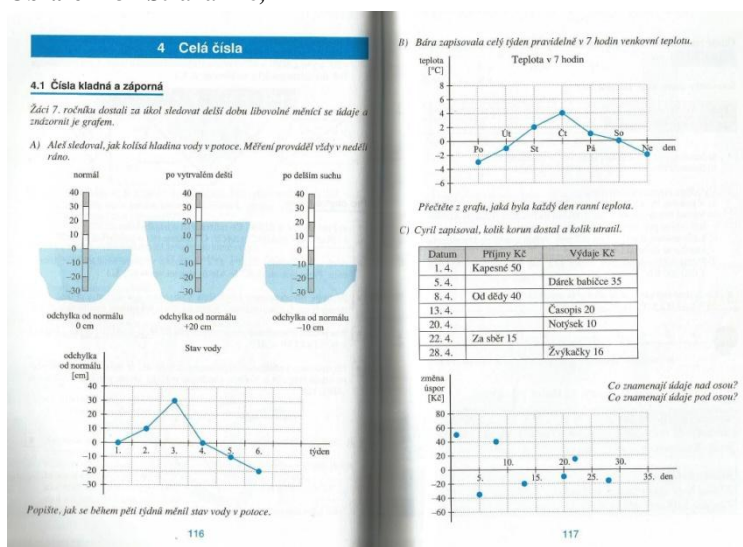
*Napište libovolné trojčiferné číslo. Najděte všechna trojčiferná čísla zapsaná stejnými číslicemi. Kolik jich je? Která z nich jsou dělitelná třemi?*¹⁵

K této úloze není v učebnici k dispozici správné řešení dle autorů, ale za to skrývá stejné kouzlo jako úloha ze strany 136. Můžeme tedy každé trojčiferné číslo zapsat do seznamu $2x$, jednou jako číslo kladné a jednou, jako číslo inverzní, opačné, záporné.

V učebnici pro 7. ročník je již celá jedna kapitola nazvána Celá čísla. V této učebnici se tedy „oficiálně“ zavádí záporná čísla do výuky matematiky.

Hned první podkapitola 4.1 Čísla kladná a záporná začíná dvojstránkou (str. 116 a 117), která je věnována různým modelům záporného čísla (viz obr. 23). Najdeme zde obrázky

Obrázek 23 - Strana 116, 117



měření hladiny vody a její odchylky od normálu, měření teploty a také práci s penězi (příjmy a výdaji) a změnou úspor. Na další stránce nás autoři učebnice nabádají, abychom ke všem modelům z předchozí dvojstrany vytvořili tabulky s odchylkami.

¹⁴ COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 6. ročník základní školy*. 2., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007, 215 s. ISBN 978-80-7168-992-8

¹⁵ COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 6. ročník základní školy*. 2., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007, 215 s. ISBN 978-80-7168-992-8

Následuje série dvouvětých slovních tvrzení, kde se v jedné větě objevuje kladné a ve druhé záporné číslo. Žáci mají tyto číselné údaje vyjádřit pomocí celých čísel (viz obrázek 24).

Obrázek 24 - Strana 118, cvičení 2

2 Vyjádřete pomocí celých čísel:

- V poledne bylo 5°C nad nulou. Večer klesla teplota na 3°C pod nulou.
- Vrchol Sněžky je ve výšce 1 602 m nad mořem. Hladina Mrtvého moře leží 399 m pod úrovní hladiny Středozemního moře.
- Láďa postoupil s figurkou o 2 pole vpřed. Dostal se tak na políčko, ze kterého se musel o 5 polí vrátit.
- Firma měla minulý rok ztrátu 123 750 Kč, ale letos vykázala zisk 1 080 000 Kč.

V další úloze byl zvolili autoři učebnice model teploměru a snaží se tak propojit záporná čísla s běžným životem žáků.

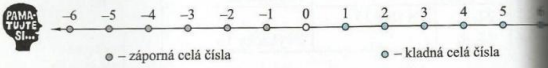
Strana 118, úloha 3:

Co budete nejrady dělat při těchto teplotách?

25°C ; -3°C ; 5°C ; 18°C ; -20°C ; 32°C ¹⁶

Spodní polovina strany slovně vymezuje pro žáky celá čísla jako adresy na číselné ose (obrázek 25).

Obrázek 25 - Znázornění celých čísel



☞ Nula je celé číslo, které není ani kladné ani záporné.

Vodorovná číselná osa
Kladná čísla znázorňujeme vpravo od nuly. Záporná čísla znázorňujeme vlevo od nuly.

Svislá číselná osa
Kladná čísla znázorňujeme nad nulou.
Záporná čísla znázorňujeme pod nulou.

¹⁶ COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 7. ročník základní školy. 2., upr. vyd.* Praha: Fortuna, 2007, 288 s. ISBN 978-80-7168-993-5.

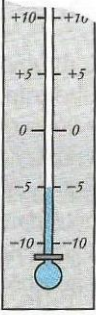
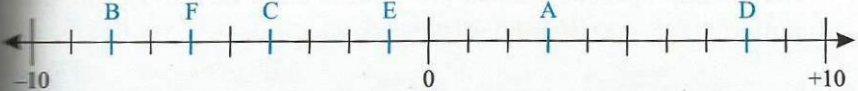
Posledními v této podkapitole jsou 3 úlohy s prací na číselné ose – čtení čísel z číselné osy, zapisování čísel na číselnou osu, zapisování čísel z číselné osy. Tím podkapitola 4.1, v níž se zavádí pojem záporné číslo, končí. Kapitole na zavedení pojmu záporných čísel je věnováno 3 a půl strany.

Obrázek 26 - Strana 119, cvičení 4-6

Která čísla jsou znázorněna na číselné ose?
 A = B = C = D =
 E = F =

Na číselné ose vyznačte čísla +5, -4, -7, +1, -3,
 0, +3, -6, -2.

Zapište celá čísla, která jsou na číselné ose
 znázorněna mezi čísly a) -2 a +3,
 b) -4 a 0.

Další kapitolou je 4.2 Navzájem opačná čísla. Zde se začíná obrázkem číselné osy a úlohou, která je velice podobná krokování: *Bára udělala 5 kroků vpravo. Aleš udělal 5 stejně dlouhých kroků vlevo. Nyní jsou od výchozího místa stejně daleko.*

Shrnutí poznatku z předchozí úlohy je žákům prezentováno takto:

$$\left. \begin{array}{l} +5 \\ -5 \end{array} \right\} \text{ navzájem opačná čísla}$$

Pamatujte si... Opačné číslo k danému číslu zapišeme tak, že před dané číslo napíšeme znaménko -.¹⁷

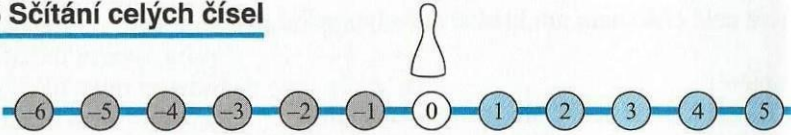
Dále pokračuje kapitola 4.2 úlohami na zjištění vzdálenosti čísla na číselné ose a hledání opačných čísel. Kapitole je věnováno 1 a půl stránky. Následují kapitoly 4.3 Absolutní hodnota celého čísla a 4.4 Porovnávání celých čísel. Až na straně 124 se začíná záporné číslo objevovat i jako operátor, nikoli jen adresa, jak tomu bylo

¹⁷ COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 7. ročník základní školy*. 2., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007, 288 s. ISBN 978-80-7168-993-5.

doposud, a to v kapitole 4.5 Sčítání celých čísel (obrázek 27). Sčítání celých čísel je zavedeno krokováním na číselné ose. Jen místo povelů dopředu a dozadu se používá vlevo a vpravo. Krokování je vždy naznačeno slovně, obrázkem číselné osy se šípkami posunu a nakonec i úlohou.


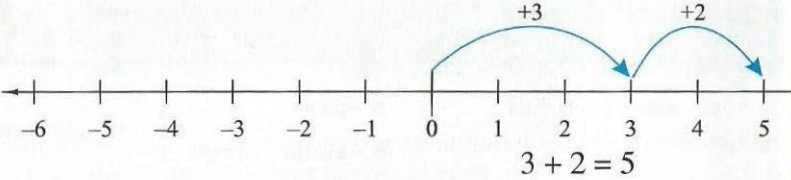
Obrázek 27 - Strana 124 Sčítání celých čísel

4.5 Sčítání celých čísel



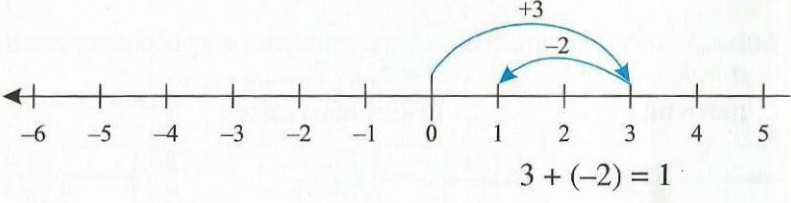
Pohybujte figurkou po číselné ose. Kroky vpravo označíme +, kroky vlevo -

a) Udělejte 3 kroky vpravo a 2 kroky vpravo.
Na které pole se dostanete?

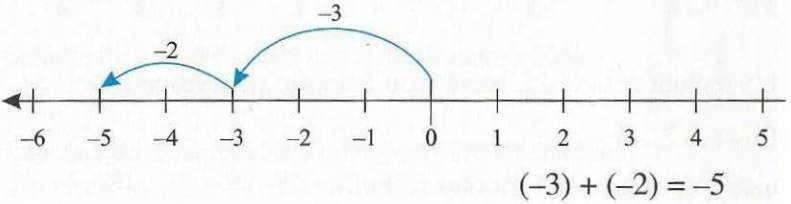
$$3 + 2 = 5$$

b) Udělejte 3 kroky vpravo a 2 kroky vlevo.



$$3 + (-2) = 1$$


c) Udělejte 3 kroky vlevo a 2 kroky vlevo.



$$(-3) + (-2) = -5$$

Učebnice pokračuje odčítáním, násobením a dělením celých čísel. Každá podkapitola je vždy zhodnocena v tabulce, kde jsou pro žáky sumarizovány informace (příklad tabulky se shrnutím viz obrázek 28). Na straně 141 pak začíná nová kapitola, a to kapitola 5 Racionální čísla, která začíná podkapitolou 5.1 Záporná desetinná čísla, následují 5.2 Záporné zlomky, dále se pak v učebnici předpokládá, že žáci již umí záporná čísla používat a pracovat s nimi. Dalšími kapitolami, vyplňující druhou polovinu učebnice totiž jsou Středová souměrnost, Poměr, Čtyřúhelníky, Procenta, Hranoly a Závěrečné opakování.

Obrázek 28 - Tabulka se shrnutím kapitoly

 Porovnávání racionálních čísel	
1. Pomocí číselné osy Obraz menšího racionálního čísla leží na číselné ose vlevo od obrazu čísla většího.	$\begin{array}{c} \frac{-2}{5} < -0,1 \\ \frac{-2}{5} < -0,1 \end{array}$
2. Porovnáním zlomků Všechna racionální čísla převedeme na zlomky a porovnáme je.	$\begin{array}{l} \frac{-2}{5} ? -0,1 \\ \frac{-2}{5} ? -\frac{1}{10} \\ \frac{-4}{10} ? -\frac{1}{10} \\ -4 < -1 \text{ tedy } -\frac{4}{10} < -\frac{1}{10} \end{array}$
3. Porovnáním desetinných čísel Všechna racionální čísla převedeme na čísla desetinná a porovnáme je.	$\begin{array}{l} \frac{-2}{5} ? -0,1 \\ -0,4 ? -0,1 \\ -0,4 < -0,1 \end{array}$

V učebnici pro 8. ročník se objevují záporná čísla v kapitolách 1 Opakování ze 7. ročníku, 2 Druhá mocnina a odmocnina, 6 Výrazy, 8 Lineární rovnice a 11 Závěrečné opakování. Ve všech kapitolách a úlohách však drtivě převažují čísla kladná. Nikdy se záporné číslo neobjevuje ani jako mocnitel. Tak se děje až v učebnici pro 9. ročník v první kapitole Opakování a rozšíření učiva z 8. ročníku. Největší zastoupení záporných čísel se objevuje v 9. ročníku v kapitole 5 Soustavy lineárních rovnic se dvěma neznámými, kdy se hledá či provádí výčet všech řešení a především pak v kapitole 6 Funkce.

Úloha 1 ze strany 94 (kapitola 5):

Která čísla x , y z tabulky jsou řešením rovnice $x + y = 5$?¹⁸

x	0	1	-2	-1	4	8	10	10	2	7	3
y	5	3	7	2	1	-3	-15	-5	3	8	2

Úloha 8 ze strany 116 (kapitola 6):

Napište rovnici, která vyjadřuje funkci naznačenou tabulkou.

b)

x	-2	-1,5	1	2	3
y	3	2	-3	-5	-7

2.2.2.2. Učebnice nakladatelství Fraus (Hejného metoda)¹⁹

Učebnice Hejného metody pro 2. stupeň ZŠ jsou momentálně ve fázi vývoje a tisku. Prozatím vyšla celistvá učebnice A, která pokrývá zhruba tři čtvrtě 6. ročníku ZŠ. V té můžeme nalézt tyto úlohy pro práci se zápornými čísly:

Obrázek 29 - Strana 32, cvičení 2

2 Najděte hada, ve kterém všechna tři čísla ve žlutých polích dávají součet 30. Číslo A je:

a) 12 c) 6 e) 0 g) -6.
 b) 9 d) 3 f) -3

Komentář: Úlohu lze řešit pomocí metody pokus-omyl nebo pokud má již žák do úlohy vhled, může se orientovat dle čísel v modrých bublinách. Pokud tato čísla odečte od požadovaného součtu všech polí, tedy od 30, stačí již jen vydělit rozdíl třemi (jelikož doplňujeme tři žlutá políčka), čímž dostane prostřední žluté pole. U úlohy f) a g) máme do modrého pole dát záporné číslo, tzn. přičítáme záporné číslo. Při odečítání od 30 musíme udělat inverzní operaci, záporné číslo tedy musíme přičíst. Úlohu g) bychom

¹⁸ COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 9. ročník základní školy. 2., upr. vyd.* Praha: Fortuna, 2007, 221 s. ISBN 978-80-7168-995-9.

¹⁹ HEJNÝ, Milan. *Matematika: učebnice pro 2. stupeň ZŠ a víceletá gymnázia : Hejného metoda A. 1. vydání.* Praha: H-mat, o.p.s., 2015, 79 stran. ISBN 978-80-905756-0-8.

tímto způsobem měli řešit takto: $30 - 3 + 6 = 33$ a $33 / 3 = 11$. Prostřední číslo je tedy 11 (levé číslo 14, pravé číslo 5).

Obrázek 30 - Strana 33, cvičení 3

3 Vyřešte šipkové rovnice. Pomocí krokování řešení zkontrolujte.

a) $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow|=|\rightarrow|$ $|$

b) $|\leftarrow|\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow|=|$ $|$

c) $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow|=|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$ $|$

d) $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$ $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow|$

e) $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|=|$ $|\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow|$

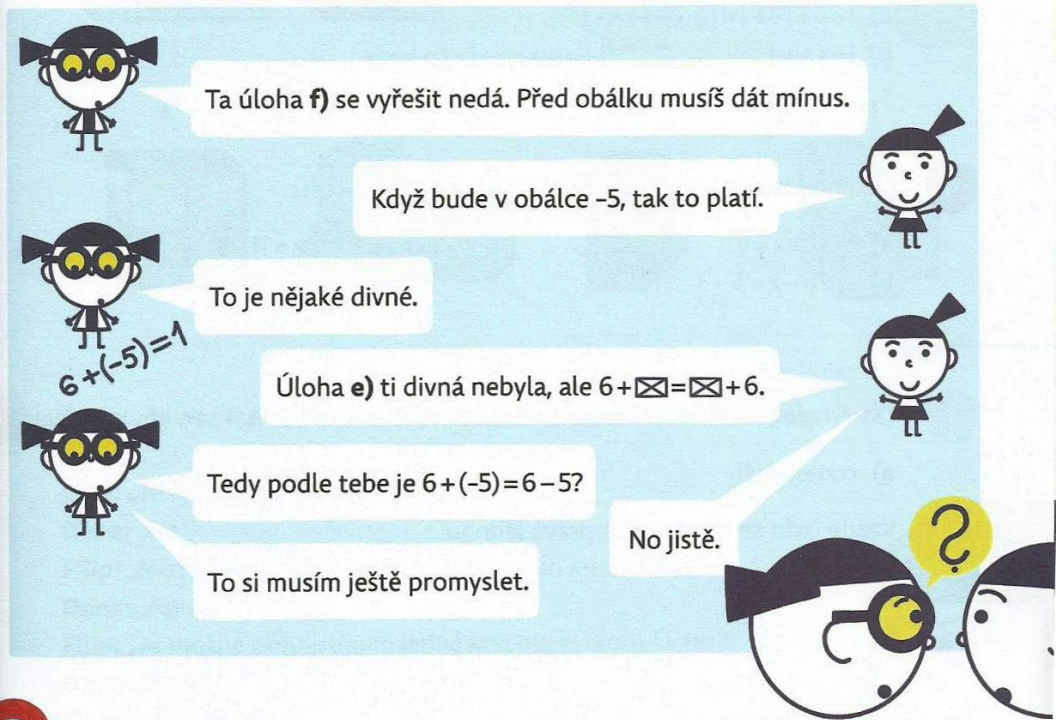
f) $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow|=|\rightarrow|$ $|\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

Komentář: Klasická úloha na krokování, které žáci v této metodě řeší již od 1. ročníku ZŠ. V úlohách b), c), d) a f) vyjdou ve žlutých polích šipky dozadu, které by přepsané do jazyku čísel znamenaly záporná čísla.

= ROVNICE

1 V obálce je schované nějaké číslo. Zjistěte jaké.

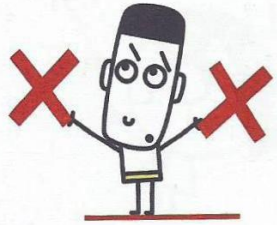
- | | | |
|-------------------------|--------------------------|------------------------|
| a) $\boxtimes + 2 = 7$ | c) $12 = 15 - \boxtimes$ | e) $\boxtimes + 6 = 1$ |
| b) $10 = 3 + \boxtimes$ | d) $9 - \boxtimes = 3$ | f) $6 + \boxtimes = 1$ |



Vyřešit rovnici $3 \cdot x + 2 = 17$ znamená najít takové číslo, které když napíšeme místo x , dostaneme pravdivý vztah.

2 Řeš tě rovnice.

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) $2 \cdot x + 1 = 13$ | c) $16 - 3 \cdot x = 7$ | e) $4 = x + 7$ |
| b) $2 + 2 \cdot x = 10$ | d) $4 = 7 + x$ | f) $15 + 2 \cdot x = 1$ |



Komentář: Celá strana 37 je věnována úvodu nebo spíš připomenutí rovnic. V úloze 1 si dívky navzájem vysvětlují, jak by počítaly úlohu f) a zároveň tím žáky seznamují se

Domluva: Pokyn čelem vzad zapíšeme znakem ↵ .



Krokování Evy a Adama zapíšeme řečí šipek takto:

Eva stojí vedle Adama.
 $|\rightarrow\rightarrow|\text{↵}|\leftarrow|\text{↵}|$ = $|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|$

Řečí čísel zase takto: $3 - (-1) = 4$.

V číselném zápisu povel čelem vzad znamená mínus před závorkou.

Druhý povel čelem vzad znamená uzavření závorky.

5 Vyřešte.

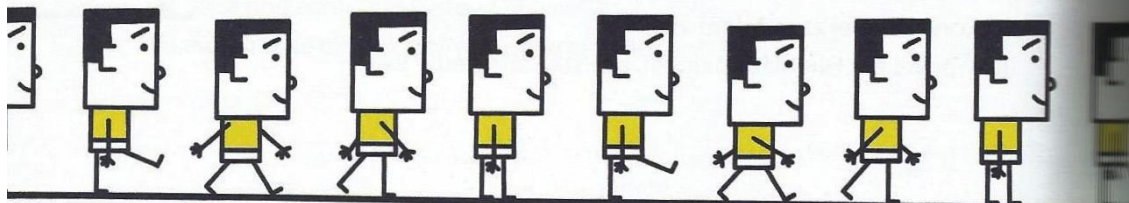
- a) $|\rightarrow\rightarrow|\text{↵}|\rightarrow|\leftarrow|\text{↵}| = | \quad |$
- b) $|\rightarrow|\text{↵}|\rightarrow\rightarrow|\leftarrow\leftarrow|\text{↵}| = | \quad |$
- c) $| \quad | = |\leftarrow\leftarrow|\text{↵}|\leftarrow|\rightarrow\rightarrow\rightarrow|\text{↵}|$
- d) $| \quad | = |\rightarrow|\text{↵}|\leftarrow\leftarrow|\leftarrow|\text{↵}|$
- e) $|\text{↵}|\leftarrow\leftarrow|\rightarrow|\text{↵}|\leftarrow| = | \quad |$
- f) $|\text{↵}|\leftarrow\leftarrow|\rightarrow|\text{↵}|\leftarrow|\text{↵}|\leftarrow\leftarrow|\rightarrow|\text{↵}| = |\rightarrow| \quad |$

6 Přepište aspoň dva šipkové zápisy z předchozí úlohy do číselných zápisů.

7 Vyřešte.

- a) $|\text{↵}| \quad | \quad | \text{↵} = |\rightarrow|$
- b) $|\text{↵}| \quad | \quad | \text{↵} = |\leftarrow|$

Formulujte obě rovnosti jak slovy, tak čísly.



Komentář: Na straně 62 se žáci seznamují s šipkami čelem vzad a jejich přepisem do řeči čísel, což znamená mínus před závorkou. Pomocí jazyku šipek se tak žáci učí to, co většinou žáci klasické matematiky poznají pomocí výpisu:

$$+ (+) = +$$

$$+ (-) = -$$

$$- (+) = -$$

$$- (-) = +$$

Obrázek 34 - Strana 63, cvičení 8 a 9

8 Vyřešte.

a) $| \rightarrow \rightarrow | \cup | \leftarrow | \quad \square \quad | \cup | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$

b) $| \leftarrow | \cup | \rightarrow \rightarrow \rightarrow | \quad \square \quad | \cup | = | \rightarrow |$

c) $| \rightarrow | \cup | \quad \square \quad | \cup | \rightarrow \rightarrow | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$


d) $| \rightarrow \rightarrow | \cup | \quad \square \quad | \rightarrow | \cup | = | \leftarrow \leftarrow |$

e) $| \quad \square \quad | \cup | \rightarrow \rightarrow | \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow | \cup | = | \rightarrow \rightarrow \rightarrow |$

9 Přepište číselné zápisy do šipkových zápisů. Vyřeště je a ověřte výsledek krokováním.

a) $\square - (2 - 4) = 3$ c) $2 - (-1 + \square) = 3$ e) $1 - (\square) + 2 = 4$

b) $2 - (\square + 1) = -2$ d) $-1 - (3 + \square) = 1$



Komentář: Následující strana opět nabízí dvě úlohy na rovnice a jejich přepis do řeči šipek. Práce se zápornými čísly je tady evidentní tak, jako u předešlých cvičení.

V učebnicích metody profesora Hejného (platí shodně pro 1. i 2. stupeň) je vidět velký rozdíl oproti ostatním učebnicím nejen ve vizualizaci úloh a rozmanitosti prostředí, ale také v návaznosti a obtížnosti úloh. Jedno cvičení se například skládá z pěti či šesti úloh, poslední bývají zpravidla nejnáročnější. Uspokojí se tím žák nadaný, hbitý, matematiku dobře ovládající, pro kterého jsou právě ideální náročnější úlohy, které podporují jeho myšlení a zvědavost, ale zároveň se splní i potřeby méně nadaného žáka, který má svou hranici níž. V jiných učebnicích bývá často náročnost jednoho cvičení (které obsahuje více úloh) ve všech úlohách stejná a slabší žák buď na tuto úroveň nedosáhne a zažívá často pocit neúspěchu nebo je naopak nadaný žák brzděn pro něho příliš jednoduchými úkoly.

3. Praktická část

Praktická část diplomové práce je sestavena z analýzy tří druhů experimentu.

3.1. Experiment žákovský

Žákovský experiment probíhal formou individuálního vyplňování mnou vytvořeného pracovního listu. Před samotným experimentem proběhl předexperiment, který vyplňovala celá třída žáků najednou (každý žák vyplňoval anonymně svůj vlastní pracovní list). Na základě výsledků předexperimentu jsem některé úlohy vynechala a dvě nové přidala. Vznikl tedy pracovní list viz Příloha 1.

3.1.1. Předexperiment

V předexperimentu byl žákům třídy 4., 5. a 6. ročníku ZŠ dán pracovní list s pěti úlohami (obr. 35-39), které níže komentuji. Nevyplněný pracovní list předexperimentu viz Příloha 2. Vyplněno bylo 55 pracovních listů. Ročníkové a genderové rozložení vyplněných předexperimentů naznačuje tabulka:

Tabulka 1 – Rozložení žáků v předexperimentu

Ročník	Chlapců	Dívek	Celkem
4. ročník	16	8	24
5. ročník	7	10	17
6. ročník	11	3	14
Celkem	34	21	55

Úloha 1. – Číselná řada

Obrázek 35 – Úloha doplň volná místa

Doplň volná místa.

			0	1	2				6	7			
--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	--	--	--

Komentář: Úkolem bylo doplnit volná pole. Mým očekáváním bylo doplnění do číselné řady, tedy -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ..., 10. Tohoto se drželo celkem 37 žáků (z pátého ročníku odpověděli takto všichni žáci). Tři žáci úlohu vůbec nevyplnili (1 chlapec a 2 dívky ze 4. ročníku). 4 žáci 4. ročníku odpověděli, že vlevo od 0 mají být čísla 11, 12, 13 – tzn. číselná řada začíná 0 a končí 13, po políčku 10 se pokračuje tak, jako by byla číselná řada spojená do kruhu, který se opakuje. Dále se objevily v menší míře i

odpovědi v prvních třech polích 3, 2, 1 (číslice správné ovšem bez znaménka minus), 8, 9, 10 (opět jako opakující se řada, ovšem jen od 0 do 10). Objevily se též dvě odpovědi, které jsou fakticky správně, ovšem domnívám se, že zatím u žáků nebyl zřejmě zcela sjednocen a pochopen jazyk záporných čísel – odpověď, kdy bylo vlevo od nuly napsáno 3-, 2-, 1- (zapsáno způsobem školní klasifikace), a pro mě osobně nejzajímavější 0-3, 0-2, 0-1 -> žák si záporné číslo uvědomuje jako rozdíl určité hodnoty od nuly.

Odpovědi na úlohu Číselná řada

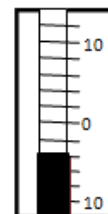
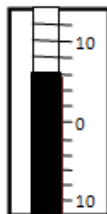
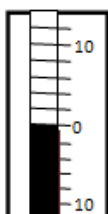
Tabulka 2 – Předexperiment Číselná řada – úplný výpis odpovědí vlevo od 0

Odpověď	4. ročník		5. ročník		6. ročník	
	chlapci	dívky	chlapci	dívky	chlapci	dívky
-3, - 2, - 1	11	1	7	10	6	2
3, 2, 1	2	2	-	-	1	-
nevyplněna kladná část, záporná část správně	1	-	-	-	-	-
nevyplněna celá úloha	1	2	-	-	-	-
11, 12, 13	1	3	-	-	-	-
0-3, 0-2, 0-1	-	-	-	-	1	-
-0, -1, -2	-	-	-	-	-	1
3-, 2-, 1-	-	-	-	-	1	-
-1, -2, -3	-	-	-	-	1	-
8, 9, 10	-	-	-	-	1	-

Úloha 2. – Teploměr

Obrázek 36 – Úloha Teploměr

Kolik ukazuje teploměr stupňů?



Komentář: Žáci měli odečíst teplotu z teploměru. První teploměr ukazoval přesně teplotu 0°C, druhý +6°C a třetí -4°C. Kromě práce na vertikální ose byla tato úloha náročná také v tom, že teploměr ukazoval vždy po dvou stupních (čárky od sebe měli vzdálenost 2 stupně). V žákovských řešeních se objevilo mnoho různých variant odpovědí. Nejjednodušší bylo pro žáky určit teplotu prvního teploměru, neobtížnější naopak u posledního. Někteří žáci si zvolili místo vyjádření + a – výraz „nad“ a „pod“ nulou, což je také správná varianta.

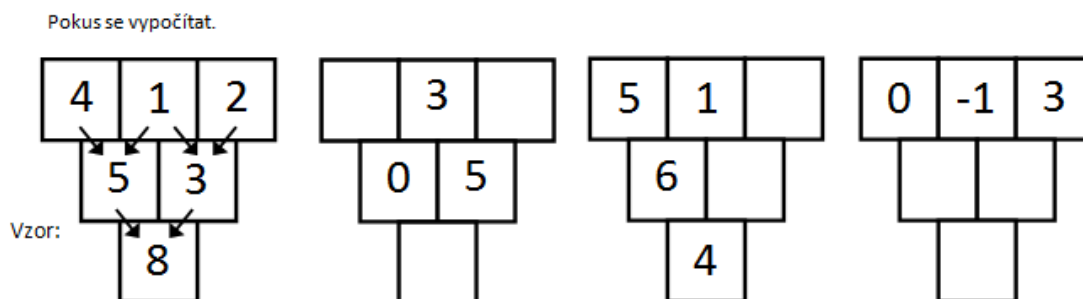
Odpovědi na úlohu Teploměr

Tabulka 3 - Předexperiment Teploměr – úplný výpis odpovědí

Odpověď	4. ročník		5. ročník		6. ročník	
	chlapci	dívky	chlapci	dívky	chlapci	dívky
0°C, +6°C, -4°C	4	4	2	2	6	0
nevyplněno celé cvičení	6	1	-	-	-	-
vyplněn jen první teploměr teplotou -0°C	-	-	-	-	1	-
0°C, 3°C, -2°C	3	-	1	1	1	1
0°C, 3°C, 2-°C	-	-	2	-	-	-
0°C, 3° nad 0, 2° pod 0	1	-	-	-	-	-
0°C, 6°C, 4°C	1	1	-	-	-	-
10°C, 13°C, 2° pod 0	-	1	-	-	-	-
0°C, 4°C, -4°C	-	1	-	-	-	-
0°C, 5°C, -3°C	1	-	-	-	-	-
5°C, 6°C, 7°C	-	-	-	1	-	-
6°C, 7°C, 8°C	-	-	-	1	-	-
0°C, 6°C, -6°C	-	-	-	3	-	-
0°C, 4°C, -3°C	-	-	1	1	-	-
0°C, 3°C, 13°C	-	-	-	1	-	-
0°C, 3°C, -3°C	-	-	1	-	-	-
6 pod 0, 18 nad 0, 4 pod 0	-	-	-	-	-	1
0°C, 7°C, -7°C	-	-	-	-	1	-
0°C, 5°C, -5°C	-	-	-	-	1	-
5°C, 8°C, -2°C	-	-	-	-	1	-
-10 °C, 3°C, -4°C	-	-	-	-	-	1

Úloha 3. – Součtové trojúhelníky

Obrázek 37 – Úloha Součtové trojúhelníky



Komentář: Jako třetí úlohu jsem zařadila součtové trojúhelníky. Pro žáky, kteří se učí běžnou matematikou, byl přidán ještě vzorový trojúhelník. Nechtěla jsem tyto žáky limitovat tím, že nechápou systém sčítání v součtových trojúhelnících. Úspěšnost řešení těchto úloh byla velmi vysoká. I díky tomu byla úloha následně z experimentu vyřazena a nahrazena dvěma jinými úlohami. Dalším důvodem pro vyřazení úlohy z experimentu bylo dané číslo -1 na pozici B v posledním trojúhelníku. Bylo pro žáky příliš navádějící na práci se zápornými čísly. Úloha tudíž neměla vypovídající hodnotu o tom, zda žák zvládl práci se záporným číslem přirozeně.

Odpovědi na úlohu Součtové trojúhelníky

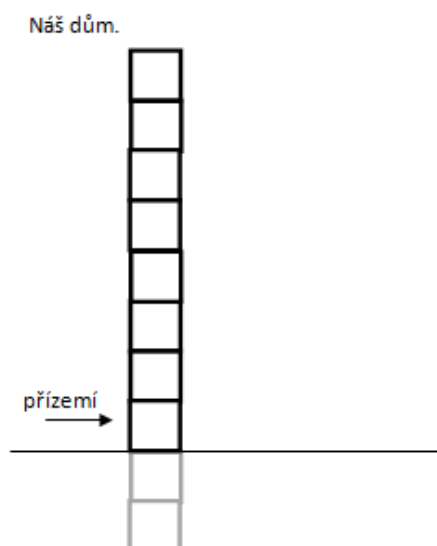
Tabulka 4 Předexperiment Součtové trojúhelníky

Odpověď		4. ročník		5. ročník		6. ročník	
		chlapci	dívky	chlapci	dívky	chlapci	dívky
Trojúhelník 1	správná odpověď	11	5	7	7	5	1
	správná čísla, ale bez znaménka -	1	2	-	-	-	-
	nevyplněno	-	-	-	-	1	-
	nesprávné řešení	4	1	-	3	5	2
Trojúhelník 2	správná odpověď	12	3	5	4	3	-
	správná čísla, ale bez znaménka -	-	-	-	-	1	-
	nevyplněno	-	1	-	1	1	-

	nesprávné řešení	4	4	2	5	6	3
Trojúhelník 3	správná odpověď	12	3	5	8	6	1
	správná čísla, ale bez znaménka -	-	1	-	-	-	-
	nevyplněno	1	1	-	1	3	-
	nesprávné řešení	3	3	2	1	2	2

Úloha 4. – Náš dům

Obrázek 38 – Úloha Náš dům



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší:

Nejnižší:

Bydlím v 5. Nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou:

Komentář: V úloze Náš dům bylo hlavním cílem pracovat s podlažími, uvědomit si a) rozdíl mezi nadzemními a podzemními podlažími, b) práci s podlažími, pokud máme první nadzemní podlaží označeno jako 0. Správnou odpovědí je, že nejvyšší podlaží v našem domě je označeno číslem 7, nejnižší podlaží pak číslem -2. Odpověď na otázku, jaké tlačítko mám zmáčknout ve výtahu je také -2. Žák měl vždy možnost při řešení úlohy použít model domu, který byl k úloze připojen. Do evidence odpovědí jsem zařadila také informaci o tom, kdo si do přiloženého modelu zapsal čísla podlaží a kdo vyplnil úlohu bez pomoci čísel v modelu. V tabulce jsou jako **N** označeni žáci, kteří si při plnění úlohy názorně zobrazili čísla do modelu domu, a jako **B** žáci, kteří úlohu řešili bez napsaných čísel.

Odpovědi na úlohu Náš dům

Tabulka 5 - Předexperiment Náš dům – úplný výpis odpovědí

Odpověď		4. ročník				5. ročník				6. ročník				Celkem	
		CH		D		CH		D		CH		D			
		N	B	N	B	N	B	N	B	N	B	N	B		
Nejvyšší podlaží	7	8	2	2	1	7	-	8	-	5	3	1	1	38	55
	nevyplněno	-	6	-	2	-	-	2	-	-	1	-	-	11	
	8	-	-	1	2	-	-	-	-	2	-	-	1	6	
Nejnižší podlaží	-2	5	1	2	1	-	-	2	-	5	3	-	2	21	55
	nevyplněno	-	6	-	2	-	-	2	-	-	1	-	-	11	
	0	3	-	-	2	6	-	6	-	-	-	1	-	18	
	1	-	1	1	-	-	-	-	-	1	-	-	-	3	
	2	-	-	-	-	1	-	-	-	1	-	-	-	2	
Výtah	-2	-	-	-	2	-	-	2	-	2	1	-	-	7	55
	nevyplněno	2	5	1	2	2	-	2	-	-	1	-	-	15	
	-1	6	2	2	1	5	-	6	-	5	1	1	1	30	
	6	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	2	
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1	

Komentář: Z četností odpovědí můžeme vyčíst, že skoro 70 % žáků dokázalo zodpovědět správně otázku s nejvyšším podlažím, 11 žáků otázku nezodpovědělo a 6 žáků zvolilo odpověď 8, která naznačuje, že žáci ignorovali informaci o tom, že 1. nadzemní podlaží má označení 0. U otázky nejnižšího podlaží již byla úspěšnost výrazně nižší (pouze 21 žáků ji zodpovědělo správně). Jen o 3 žáky méně odpovědělo, že nejnižší podlaží je 0, tyto žáci pravděpodobně nepočítali podzemní podlaží a jako nejnižší označili přízemí. U poslední otázky s tlačítkem ve výtahu byla úspěšnost velmi nízká. Nejvíce žáků, 30, napsalo odpověď -1. Domnívám se, že chyba vznikla výpočtem, že pokud bydlíme v 5. nadzemním podlaží a sklep je o 6 podlaží níže $\rightarrow 5 - 6 = -1$. Nepřesnost je v onom 5. podlaží, které ovšem správně nese označení 4, nikoli 5, jelikož musíme vzít v úvahu posun číslic podlaží, který vznikl díky označení prvního nadzemního podlaží jako 0. Tato úloha, i z důvodu různých řešení, zůstane v experimentu, kde bych ráda pomocí rozhovorů zjistila, jak žáci při plnění úlohy přemýšlí a případně potvrdila své domněnky o tom, proč žáci v úloze chybovali. Co se týče modelu domu, který byl u úlohy přiložen, tak 36 žáků (22 chlapců a 14 dívek)

modelu využilo a doplnilo si do modelu čísla, ne všem to však pomohlo ke správnému řešení. Naopak 19 žáků (12 chlapců a 7 dívek) do modelu čísla nedoplnilo.

Úloha 5. – Koláče

Obrázek 39 – Úloha Koláče

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je:

Jak jsi na to přišel/přišla?

Komentář: Tato úloha byla vytvořena záměrně a skrývá v sobě jistý rozpor. V matematickém světě lze úloha vyřešit, ovšem v reálném světě se při řešení úlohy dostaneme počet koláčů vyjádřený záporným číslem, což je nemožné, a ani úvaha o půjčení jednoho koláče (tudíž vznik dluhu 1 koláč) není v této situaci příliš logická. Matematický přepis úlohy do rovnice je $x - 3 + 7 = 6$ má správné řešení 2. Otázka Jak jsi na to přišel/přišla? byla do úlohy přidána proto, aby měli prostor popsat své myšlenky při řešení úlohy případně úlohu jakkoli okomentovali.

Odpovědi na úlohu Koláče

Tabulka 6 Předexperiment Koláče – úplný výpis odpovědí

Odpověď	4. ročník		5. ročník		6. ročník		Celkem
	chlapci	dívky	chlapci	dívky	chlapci	dívky	
správná (2)	5	1	5	10	3	1	25
nevyplněno	7	4	-	-	4	2	17
-1	-	-	-	-	1	-	1
0	1	-	-	-	-	-	1
1	-	-	2	-	-	-	2
3	-	-	-	-	1	-	1
5	-	-	-	-	1	-	1
6	2	-	-	-	-	-	2
8	-	1	-	-	-	-	1

10	1	1	-	-	1	-	3
16	-	1	-	-	-	-	1

Nejčastější odpovědi v komentářích bylo vyjádření $6 - 7 + 3 = 2$. Mnoho komentářů však zůstalo nevyplněných. Věřím, že pro někoho může být náročné své myšlenky sepsat, i proto tato úloha také zůstane v experimentu, kde budu moci s žáky vést soukromý rozhovor. Věřím, že v tomto případě budou mnohem sdílnější, abych mohla analyzovat strategie použité při řešení této slovní úlohy.

3.1.2. Experiment

Do experimentu byl pracovní list rozšířen na 6 úloh. Úlohy Číselná řada, Teploměr, Náš dům a Koláče byly ve stejném znění zachovány z předexperimentu. Vypuštěny byly Součtové trojúhelníky a místo nich jsem do pracovního listu přidala dvě úlohy zaměřené na dva různé modely záporných čísel – práce s penězi a určování vodní hladiny na měřidle (obrázek 34 a 35).

Vzhledem k výsledkům předexperimentu jsem od experimentu očekávala, že mi poskytne větší vhled do žákovských představ o záporných číslech. V předexperimentu se objevilo několik pro mě velice zajímavých řešení, která doufám, že pomocí rozhovorů s žáky rozklíčuji. V tomto směru mě velice zajímají žákovské odpovědi na slovní úlohu Koláče. Očekávám, že pro žáky bude náročná úloha Hladina, kdy si mají samy nakreslit model měřidla hladiny, jelikož je to něco, s čím se zřejmě ještě nesetkali. Naopak první úloha (doplň volná místa), by žákům potíže činit neměla, jelikož si v tomto případě mohou obhájit prakticky jakékoli řešení.

Pracovní list vždy vyplňoval samostatně jeden žák v klidném prostředí mimo ostatní žáky. Při vyplňování byl pořízen audio záznam rozhovoru. Žáci byli vybíráni ze 4. a 5. ročníku dvou pražských základních škol na základě dobrovolného zájmu. Obě tyto školy spojuje umístění na okraji Prahy (jedna je v obci na severovýchodě Prahy a druhá na jihozápadním okraji Prahy). Do obou škol jezdí žáci i z přilehlých obcí a obě tyto školy nemají v dnešní době nouzi o žáky, jelikož jsou v oblastech, kam se každoročně přistěhuje mnoho nových rodin. Žáci jedné ZŠ, budu jí dále nazývat škola H, se již od 1. ročníku učí dle učebnic metody profesora Hejného, žáci druhé ZŠ, dále označené škola

A, se od 1. ročníku učili podle učebnic nakladatelství Alter. Experiment probíhal 12., 19. a 31. března 2015 ve škole A a 31. března 2015 ve škole H. Rozložení žáků je zaneseno v následující tabulce:

Tabulka 7 – Experiment – rozložení žáků

Škola	ZŠ H		ZŠ A		Celkem
	Chlapců	Dívek	Chlapců	Dívek	
4. ročník	4	3	5	7	19
5. ročník	3	3	3	4	13
Celkem	7	6	8	11	32
	13		19		

V experimentu nejprve uvedu přepis dvou rozhovorů nad vyplňováním pracovního listu, které dokládají formu zpracování experimentu. Následně sumarizuji odpovědi ze všech pracovních listů k jednotlivým úlohám a vybraná žákovská řešení rozeberu detailněji. Nakonec připojím sérii mnou vytvořených gradovaných úloh, které podporují porozumění úloze, která byla v experimentu pro řešitele nejobtížnější.

3.1.2.1. Rozhovory

Přepisy rozhovorů jsou zcela identické s nahrávkou bez jazykové korektury. Mým cílem bylo zachovat autenticitu žákova myšlení, proto jsem se snažila své otázky volit tak, abych žáky zbytečně neovlivňovala a nesnažila jsem se je za každou cenu vést ke správnému řešení. V rozhovorech jsem se označila jako Ex (experimentátor), chlapcovy reakce jsou označeny Ch, dívčiny D.

Rozhovor 34 (chlapec, 5. ročník, škola H, celkový čas 12:00)

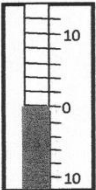
Obrázek 40 - Chlapcův vyplněný pracovní list

Škola: ZŠ H Ročník: 5.A dívka chlapec Ev. č.: 34

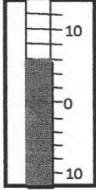
Dopln volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

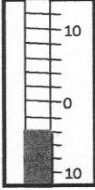
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



-3



4

Kasička. **Hladina.**

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

Standardní hladina řeky je na měřídle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.

*Č: 20 Kč
TATA: 10 Kč
40 - 20 + 10 = 30
MĚL JSEM 30 Kč*

*STANDARD: 0
ÚT: -5
SO: +7
0 -5 7 30*

Náš dům.

přízemí →

7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2

Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7
Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?


Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

*UBRALA: 3
PŘIDALA: 7*



Rozhovor 34	Můj komentář
<p>Ch1: Dobrý den.</p> <p>Ex1: <i>Dobrý den, posad' se tady vedle mě prosím. Já potřebuji pomoct s tímhle tím pracovním listem, který bude součástí mojí diplomový práce. Nezáleží mi na tom, jestli to bude všechno správně. Nebudu to známkovat, bodovat, nebudu říkat panu učiteli, jak jste dopadli. Záleží mi na tom, jak mi u toho budeš povídat. Jak u toho přemýšlíš, co u toho děláš, co by tady asi mělo být, jestli ta úloha vůbec jde vyřešit nebo nejde a tak dále a tak dále.</i></p> <p>Ch2: Hm.</p> <p>Ex2: <i>Tady mi jenom napiš, jestli seš, že seš pátý ročník. Půjč si tady pero, ať to nemusíš psát tou mikrotužkou. Jak chceš.</i></p> <p>Ch3: Chci mikrotužkou.</p> <p>Ex3: <i>Dobře, a tady ještě zaškrtni, že jsi chlapec a můžeš se do toho rovnou pustit.</i></p> <p>Ch4: Hmmmm. Doplň volná místa. Nooooo, tak tohle bude těžký.</p> <p>Ex4: <i>Co by se hodilo na ta volná místa?</i></p> <p>Ch5: No já myslím, že by to mohlo bejt. Že by tady mohlo bejt -1, -2, -3 a tady 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.</p> <p>Ex5: <i>Aha, no tak vidíš, tak tos to rychle vyřešil, no tak to tam napiš, když si to myslíš, že to má být takhle. Jaks to věděl,</i></p>	<p>Chlapec působil od začátku velmi uvolněně.</p> <p>Chlapec odpovídá rychle a sebejistě.</p>

<p><i>když tady jsi hnedka říkal -1, -2, -3?</i></p> <p>Ch6: No když by to takhle pokračovalo, tak jsem si. Když tady prostě byla ta nula, tak mě to hnedka napadlo, že tady bude mínus.</p> <p><i>Ex6: A proč tam není třeba jenom 1, 2, 3?</i></p> <p>Ch7: Tady 1, 2, 3?</p> <p><i>Ex7: No.</i></p> <p>Ch8: Protože kdyby tam bylo, podle mě kdyby tam bylo 1, 2, 3, tak by tam muselo být to stejný jako na té druhé straně. Takže by tohle, tyhle všechny čísla musely bejt veprostřed, aby tady ještě bylo ještě pár čísel, aby tam bylo stejných pár čísel.</p> <p><i>Ex8: Jo ooo, aha, že by ta 0 začínala tady uprostřed.</i></p> <p>Ch9: Nooo. (souhlasné)</p> <p><i>Ex9: Jo, dobře. Fajn, tak jo, tak se můžem pustit dál.</i></p> <p>Ch10: Kolik ukazuje teploměr stupňů? (čte zadání)</p> <p><i>Ex10: Tady jsou 3 teploměry a někde vedle mi napiš kolik stupňů tam je na tom teploměru.</i></p> <p>Ch11: No, teď se mi do toho trošku pletou tahle čísla, ale myslím, že to není pravda... No tak tam je 0. (ukazuje na první teploměr)</p>	<p>Chlapec velmi rychle zareagoval a vyhledal logickou souvislost mezi čísly. Pokud by vlevo od 0 měla být čísla kladná, pak by podle něho musela číselná řada vypadat takto:</p> <p>...5, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5...</p> <p>0 by musela být uprostřed a ostatní čísla by se od ní vzdalovala. Všechna čísla by byla vlastně myšlena jako absolutní hodnota (vzdálenost od nuly).</p> <p>Chlapec označil za „pletoucí se čísla“ čísla 10, která jsou kromě nuly na teploměru zakreslena. Teplotu 0 zapisuje bez obtíží.</p>
--	--

<p>Ex11: <i>Hmmm. Co tady? (ukazují na druhý tep.)</i></p> <p>Ch12: -3. (zapisuje k druhému teploměru) 4. (zapisuje ke třetímu teploměru)</p> <p>Ex12: <i>Na kterém teploměru je největší zima?</i></p> <p>Ch13: Tady. (ukazuje na druhý teploměr)</p> <p>Ex13: <i>A kde je největší teplo?</i></p> <p>Ch14: Tady. (ukazuje na třetí teploměr)</p> <p>Ex14: <i>A tady je teda největší zima, i když máš tady tu rtuť nejvyšší?</i></p> <p>Ch15: No, protože tady už je 0.</p> <p>Ex15: <i>Ahaaa, jasně. A co je nad 0, teda...</i></p> <p>Ch16: No to už je mínus.</p> <p>Ex16: <i>Dobře, tak jo. Tak můžem dál.</i></p> <p>Ch17: (čte zadání) Já si asi napíšu zápisky.</p> <p>Ex17: <i>Piš si klidně, co potřebuješ. Kdyby ti to nestačilo, dám ti klidně nový papír.</i></p> <p>Ch18: (čte zadání a vypisuje si zákl. informace a vypočítává příklad 40-10+20=50) Tak 50.</p> <p>Ex18: <i>A jakto, že jsi udělal mínus těch 10, když já jsem od tačky vlastně těch 10 dostala?</i></p> <p>Ch19: No jo, ale tady se ptá, kolik jsi měl v kasičce PŘED nákupem</p>	<p>Číslo -3 se u druhého teploměru objevilo proto, že rtuť vystoupala 3 čárky nad 0 (chlapec nepostřehl, že čárky stoupají po dvou). Číslice 4 na posledním teploměru byla zapsána, protože rtuť vystoupala na 4. čárku odspoda. Zde se chlapec vůbec nezarazil nad tím, že jednou odečítá teplotu od 0 a jednou od spodního okraje teploměru.</p> <p>Chlapec má obrácené čtení kladných a záporných čísel v prostředí teploměru. Ví, že záporná čísla znamenají zimu a kladná teplo, ale zimu (záporná čísla) umísťuje nad nulu a teplo (kladná čísla) pod nulu.</p> <p>Chlapec nemá sebemenší problém počítat úlohu s antisignálem, dobře si uvědomuje čas – co se stalo dříve (před).</p>
---	--

čokolády, když tam teď je 40 korun. Ale těch 10 korun nebylo před nákupem, až pak je dostal.

Ex19: *Aha, jo, jasně. Tak uděláme jenom krátkou odpověď. Třeba Měl jsem 50, to mi bohatě stačí. Výborně a můžem se podívat dál. Kdybys nějakému slovu nerozuměl, tak se klidně ptej.*

Ch20: (čte si zadání a vypisuje si zákl. informace)

Ex20: *Pokud by se ti to tam nevešlo, tak klidně můžeš na druhou stranu, nebo jestli ti to stačí tenhle kousek.*

Ch21: (začíná kreslit graf – nakreslí graf bez čísel) Asi takhle.

Ex21: *A teď bych tam potřebovala vždycky udělat, kdy je to to úterý a kdy je to ta sobota a kolik je na tom měřidle napsáno.*

Ch22: (dopisuje čísla)

Ex22: *A ještě mi teda napiš kde je úterý a kde je sobota.*

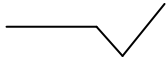
Ch23: (dopisuje dny)

Ex23: *A tyhle ty čísla ty budou na tom měřidle napsány, jo? V úterý tam bude napsáno minus 5 a v sobotu 7.*

Ch24: (přikyvuje)

Ex24: *Dobře, no tak jo, tak dál.*

Ch25: (čte zadání a hned si u toho

Velice mě zaujal graf, který chlapec vytvořil. 

Myslím, že ideálně vystihuje pohyb hladiny.

Bohužel i přes takřka ideální náčrt napsal na sobotu špatnou hodnotu. Na náčrtu je vidět, že sobotní hladina stoupá od úterní (nikoli od 0), ale přesto si pouze opsal číslo 7 ze zadání úlohy a unikla mu předložka o -> hladina stoupla o 7 bodů.

<p>vyplňuje dům číslicemi 0 až 7) No tady by mělo být ale 8.</p> <p>Ex25: <i>Ty říkáš, že by tam mělo být 8.</i></p> <p>Ch26: No, je tam 8 číslic, 0 je taky číslo. Takže nejvyšší je 7. A nejnižší. No to já uvažuju zase jako u prvního a je to mínus 2.</p> <p>Ex26: <i>Dobře.</i></p> <p>Ch27: (čte zadání druhé části) -1 myslím.</p> <p>Ex27: <i>Tys to teďka takhle vypálil hnedka. Ani jsi nepotřeboval nějaký čas nebo nějak si to nakreslit. Jaks na to takhle jako přišel?</i></p> <p>Ch28: No já jsem si řek, že když je v tom 6. podlaží a když pojede o 5 dolu, tak to bude to přízemí a když chce jet do toho sklepa, tak většinou sklep je v mínus 1 a v tý mínus 2 je nějaký sklad nebo to může bejt garáž nebo něco takovýho.</p> <p>Ex28: <i>Ale my máme velký dům a máme sklepy i v -1 a v -2.</i></p> <p>Ch29: Ale co já vím, tak jsou většinou v -1.</p> <p>Ex29: <i>Aha, takže tys to vůbec nepočítal, jenom jsi si řekl, že je v -1 sklep.</i></p> <p>Ch30: No já jsem si to řekl i trošku podle toho obrázku.</p> <p>Ex30: <i>A dalo by se to nějak spočítat?</i></p>	<p>Chlapec se na chvíli zarazil, že při vyplňování domu má nejvyšší číslo 7, když si v zadání přečetl 8.</p> <p>Sám se ale vzápětí utvrzuje v tom, že opravdu nejvyšší je 7.</p> <p>Bez jakéhokoli počítání uvažuje na základě vlastní zkušenosti, že v -1 jsou sklepy a v -2 jsou garáže, takže ani počítat nic nemusí a sklep bude automaticky v -1.</p> <p>Pokusila jsem se chlapce navést na matematické uvažování nad úlohou.</p>
--	--

<p>Ch31: Dalo, když říkal, že bydlí v 5 nadzemním podlaží, tak to bychom si to museli tady oddělit. A těch 5 a to teda pojedeme do toho přízemí a teď ještě nevíme, jestli tam tohle vůbec ještě je. Jestli ta mínus dvojka tam je.</p> <p>Ex31: <i>Tady je napsáno, že sklep máme o 6 podlaží.</i></p> <p>Ch32: No tím pádem (začíná odpočítávat patra), takže to musí být to -1.</p> <p>Ex32: <i>Dobře, teď už jsi mi to vysvětlil, teď už tomu rozumím.</i></p> <p>Ch33: (čte zadání) Hmmm, hmmm... (dumá a opakovaně čte zadání) (zkouší počítat nejprve s trojkou, pak s dvojkou) To by bylo dva koláče, no to jestli jde, ale to je mínus 1 koláč by tam musel bejt. Předtím tam byly dva koláče, teď tam není žádný, mínus jeden, a když tam přidám sedm... Ale tady v týchle úloze nepsali, jestli to někdo neujed mezitím, nějaký z těch koláčů.</p> <p>Ex33: <i>No to já nevím, jestli to někdo sněd.</i></p> <p>Ch34: Kdyby to někdo mezitím sněd, tak by tady mohli bejt nejdřív ty tři koláče, takže když sebral tři, tak je tam 0 a 7 přidal a v misce jich bylo 6 koláčů, takže jedno moh ten jeden sníst.</p> <p>Ex34: <i>Takže jako když by tam byla 0,</i></p>	<p>Chlapec vzal číslo 5 jako adresu patra, které ovšem patří 6. podlaží. Tím pádem mu odpočítávání podlaží vyšlo až do -1. Když si žák přečetl v úloze, že bydlíme v 5. nadzemním podlaží, upnul se na náčrt na číslo 5 a neodpočítával si již podlaží (jako když náčrt vyplňoval), z čehož vznikla chyba.</p> <p>Chlapec začíná metodou pokus-omyl a podle prvního výsledku určuje, že musí zkoušené číslo zmenšit. Druhý pokus mu již matematicky vychází, ale zaráží se nad záporným koláčem a snaží se tuto situaci nějak obejít. Uvědomuje si, že záporný koláč být nemůže, a tak rozvíjí své myšlenky směrem, že původně byly na misce koláče 3, ale někdo jeden snědl nebo vzal.</p>
--	---

k tomu přidám sedm. (kreslí koláče) A teda ten mínus koláč plus sedm koláčů to se rovná 6 koláčů. Takže teoreticky můžu si to představit, ale doopravdy to nejde.

Ex40: Dobře, tak to už mi tam nemusíš vůbec nic psát, když jsi mi to takhle vysvětlil, tak mně to zase stačí. Výborně. Já ti moc děkuji za pomoc a to je všechno, druhou stranu už to nemá, takže tě propustím.

Rozhovor 39 (dívka, 4. ročník, škola H, celkový čas 16:58)

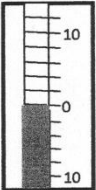
Obrázek 41 - Dívčin vyplněný pracovní list

Škola: ZŠ H Ročník: 4 B. dívka chlapec Ev. č.: 39

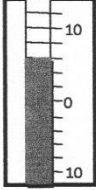
Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

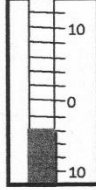
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0

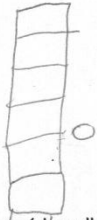


6

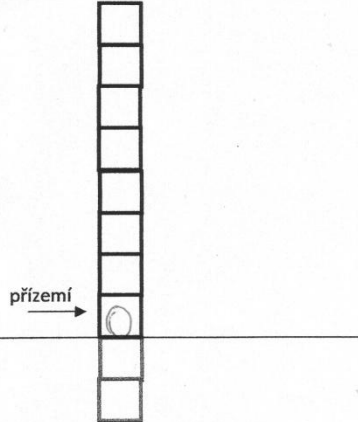


-2

Kasička.
Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?
měla jsem 50 Kč.

Hladina.
Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.


Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

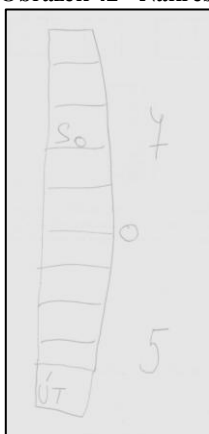
Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.
V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?
V misce je: 8 koláčů

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:
V úloze je chyba má tam být 8 koláčů.

Obrázek 42 - Nákres ze zadní strany dívčina pracovního listu



Rozhovor 39	Můj komentář
<p>Ex1: ...že jsi ze 4. ročníku a že jsi dívka. To tam nějak označ. No a můžeme se do toho pustit.</p> <p>D1: Doplň volná místa.</p> <p>Ex2: No, tak co by se tam asi hodilo?</p> <p>D2: No takže ono to jde vlastně popořadě. Takže tady bude -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.</p> <p>Ex3: Tak to tam napiš. A jak víš, že tady (ukazují na čísla vlevo od 0) bude -1, -2, -3? Proč tam není jenom 1, 2, 3?</p> <p>D3: Protože už je to pod nulou a pod nulou už nemůže být 1, 2, 3.</p> <p>Ex4: Aha, dobře. Tak to mi stačí. Tady jsou tři teploměry. A vždycky vedle toho teploměru mi prosím tě napiš, kolik ukazuje.</p> <p>D4: Tady ukazuje... eeee... 0 stupňů.</p> <p>Ex5: Tak tam napiš 0 někam vedle.</p> <p>D5: Takhle?</p> <p>Ex6: Stačí takhle no.</p> <p>D6: Tady ukazuje... (ticho)</p>	<p>Dívka za začátku působila trochu plachým dojmem.</p> <p>Ale hned první úlohu vyřešila sebevědomě a bez zaváhání.</p> <p>První teploměr určila jako 0.</p> <p>U druhého hodně váhala. Chtěla označit</p>

<p>Ex7: <i>Co myslíš?</i></p> <p>D7: Trojku? Ne.</p> <p>Ex8: <i>Proč ne?</i></p> <p>D8: Protože blízko trojky nemůže být desítka.</p> <p>Ex9: <i>Hmmm, to máš pravdu. Tak kolik tam máme čárek mezi tou nulou a desítkou? Kolik jich je tam?</i></p> <p>D9: 3, 4.</p> <p>Ex10: <i>Od nuly skáče 1, 2, 3, 4 a pátá už je desítka.</i></p> <p>D10: Aha, pět.</p> <p>Ex11: <i>Takže mám pravdu, že mezi to se nám asi nevejde deset čísel. Tak to asi nemůže být po jednom ty čárky.</i></p> <p>D11: Po pěti?</p> <p>Ex12: <i>Že by to bylo po pěti? Že by to bylo 5, 10, 15, 20, 25?</i></p> <p>D12: Ne, počkat. Po dvou! Po dvou!</p> <p>Ex13: <i>Takže kolik to je stupňů teda?</i></p> <p>D13: 6.</p> <p>Ex14: <i>Tak jo. A poslední?</i></p> <p>D14: -2</p> <p>Ex15: <i>-2? No jestli myslíš -2, tak to tam klidně napiš.</i></p> <p>D15: Protože to je to samý jako tady (ukazuje na prostřední teploměr) akorát obráceně.</p> <p>Ex16: <i>Aha, tak to tam napiš. Hm, můžem dál.</i></p> <p>D16: Tohle mám přechít?</p> <p>Ex17: <i>No tak asi si to budeš muset přechít. Tohle jsou slovní úlohy.</i></p>	<p>číslo 3, jelikož je rtuť 3 čárky nad 0, ale jak sama přiznala, přijde jí divné, že by číslo 3 bylo tak blízko číslu 10 (a zároveň tak daleko od 0).</p> <p>Pokusila jsem se jí trochu pomoci.</p> <p>Zpětně si říkám, jestli jsem jí nepomohla příliš, myslím, že jsem mohla dívku nechat ještě chvíli přemýšlet než jsem jí navedla na počítání čárek.</p> <p>S mou pomocí se dívka dobrala výsledku 6, který je správný. Ovšem u posledního (pro žáky nejobtížnějšího) teploměru nedokázala stejný systém (skákání po dvou) využít a spočítala pouze počet čárek od nuly. Správně určila i znaménko mínus, když je rtuť pod nulou.</p>
---	---

<p>D17: (čte zadání) Takže tam měl... Řeknu si <math>20 - \text{něco} = \text{něco co si přiřtu k tomu a vyjde z toho 40. Takže to bylo... eee... 50. 50 korun. A když si řeknu $50 \text{ korun} - 20 = 30 + 10 = 40.$</math></p> <p>Ex18: <i>Dobře. Tak mně stačí jenom odpověď „Měla jsem 50 korun.“ Tady napiš prosím. (píše) Výborně, tak můžem dál.</i></p> <p>D18: (čte zadání)</p> <p>Ex19: <i>Tak tady do toho volného místa bych potřebovala, abys mi nějak nakreslila, abych věděla, kdy byla hladina normální, ta standardní, kdy byla kleslá a kdy byla stouplá. Nějak to zkus.</i></p> <p>D19: Takhle nějak jsou ty stupně a tady je třeba ta nula.</p> <p>Ex20: <i>Dobře. A píše se tam, že v úterý klesla o 5 měrných bodů. Tak kde bude úterý?</i></p> <p>D20: Tady dole?</p> <p>Ex21: <i>Tady jako ta nula přesně? Tam bude i to úterý? A jaký je tedy rozdíl mezi tou nulou a úterým, když v úterý to ještě kleslo?</i></p> <p>D21: Od té nuly?</p> <p>Ex22: <i>Od té nuly.</i></p> <p>D22: Aha, tak to bude pod tou nulou. A sobota bude nad tou nulou.</p> <p>Ex23: <i>A teď bych potřebovala vědět, kde to tady bude na tom tvém měřidle. Přesně mi tam napiš, kde je úterý a kde je sobota. A jestli se ti to tam nevejde, tak si můžeš</i></p>	<p>Dívka vyřkla výrok $20 - \text{něco} = \text{něco co si k tomu přiřtu a vyjde z toho 40.}$ Přiznám se, že se mi nepodařilo tento výrok přesně dekodovat. Nicméně dívka v tomto případě popisovala své myšlenky a třídila si informace ze slovní úlohy, takže to nemůžeme brát za definitivní. Velice rychle dokázala úlohu vyřešit a ověřila si to vytvořením úlohy, která sice není správně zapsána, ale žákyni je srozumitelná: $50 - 20 = 30 + 10 = 40.$</p> <p>Dívka použila vertikální měřidlo (podobné nákresu u úlohy Náš dům).</p> <p>Dívka si sama nevšimla napsaného výrazu klesla o 5 měrných bodů. Teprve, když to slyšela ode mě, ústně, tak pokles hladiny pochopila. Hned zareagovala, že v úterý musí být hladina pod nulou.</p>
---	---

otočit a na druhou stranu to nakreslit znovu jestli chceš, a nebo to klidně můžeš přetáhnout dolů. V úterý klesla o 5 měrných bodů.

D23: Někde tady.

Ex24: *Dobře. Nemůžem to opravdu nakreslit na druhou stranu, abych se v tom vyznala? Já ti tady klidně dám, aby sis to mohla číst tu úlohu, jestli k tomu chceš. Ale radši ať se v tom vyznáme. Někde zase bude ta nula.*

D24: (kreslí)

Ex25: *Tak kam ji dáme tu nulu?*

D25: Sem.

Ex26: *Třeba sem. A kde bude to úterý? V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů. Tak tam napiš úterý. A jaký bude číslo na tom měřidle, když tady máš nulu?*

D26: 10?

Ex27: *10 jo, když to kleslo o 5 měrných bodů, tak tam bude desítka. Jestli jo, tak já se jenom takhle ptám, jestli to tak má být, tak to klidně napiš.*

D27: (přemýšlí) 5.

Ex28: *To je na tobě, co si myslíš, to si tam napiš. To já se jenom tak ptám a snažím se tě zviklat. Ale důležitý je, co si myslíš ty, že by tam mělo být.*

D28: (píše 5)

Ex29: *Tak a pak tady máme, že v sobotu po dešti stoupla o 7 bodů ta hladina. Po tom úterý pak byla středa, čtvrtek, pátek a tak dále a pak byla sobota. Tak ukaž, kde*

Dívka se na mě často otáčí a hledá pomoc v mém pohledu, odpovídá otázkami. Ale pokud jí něco řeknu, napovím, nařuknu, tak se snaží vždy nad mým výrokem zapřemýšlet a aplikovat ho do dalších úvah nad úlohou.

Nakonec zapisuje číslo 5 bez znaménka, nicméně ho zapisuje pod 0 a rozumí, že hladina je menší, než je standardní.

<p><i>je sobota a jaký tam bude číslo?</i></p> <p>D29: Tak tam bude 7, když stoupla o 7.</p> <p><i>Ex30: Tak to tam napiš všechno, ať to tam vidím, kde bude sedmička, kde bude sobota. A tady bude teda sedmička, takže to je od 0 o 7?</i></p> <p>D30: Ne, od toho úterý.</p> <p><i>Ex31: Od toho úterý, supr. Tak to, tak můžem otočit zpátky a podívat se na něco dalšího.</i></p> <p>D31: (čteme zadání) Takže tady bude 0? (ukazuje na přízemí na obrázku).</p> <p><i>Ex32: No, první nadzemní podlaží, přízemí, má číslo 0.</i></p> <p>D32: Ne, tady bude. Protože nad tím je to nadzemní podlaží k tý osmičce.</p> <p><i>Ex33: Tady se píše co? První nadzemní podlaží, v závorce přízemí, má číslo 0. Tak jaké bude nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?</i></p> <p>D33: Nejnižší bude 0.</p> <p><i>Ex34: A počítáme všechny ty podlaží. Ty co jsou nad zemí i ty co jsou pod zemí.</i></p> <p>D34: Tak ty podzemí... Nejnižší budou ty pod zemí.</p> <p><i>Ex35: A jaký bude mít číslo to úplně nejnižší podlaží?</i></p> <p>D35: -2?</p> <p><i>Ex36: Jestli si to myslíš, tak tady je nejnižší, tak napiš k tomu to číslo a nad tím je nejvyšší, tak taky k tomu napiš to</i></p>	<p>Přestože dívka si sama uvědomuje, že hladina stoupla o 7 bodů od úterý a dokázala si hladinu i správně odpočítat (v nákresu označila na měřidle hodnotu +2), na měřidlo zapsala číslo 7.</p> <p>Dívka ukazuje správně, ale opět odpovídá váhavě a hledá u mě podporu v její odpovědi.</p>
--	--

<p>číslo.</p> <p>D36: 7.</p> <p>Ex37: <i>7? Tak to tam napiš.</i></p> <p>D37: (čte zbytek zadání) -2.</p> <p>Ex38: <i>-2 a jaks na to přišla?</i></p> <p>D38: Protože brambory nemůžou bejt nad podlažím, kde eště je další přízemí.</p> <p>Ex39: <i>Počkej počkej, to mi teda ukaž. Tomu úplně nerozumím.</i></p> <p>D39: Brambory nemůžou být v mínus jedničce.</p> <p>Ex40: <i>Proč?</i></p> <p>D40: Protože tady je jako skoro země.</p> <p>Ex41: <i>Ale ty brambory se tam nepěstujou, my je máme ve sklepě jenom že jsme si je koupili a donesli jsme si je z obchodu a tam máme sklep někde v tom domě a tam máme pytlík s bramborama. My je tam nepěstujem, my jsme si je jenom koupili. A tam máme sklep a my tam máme všechno, my tam máme marmelády, salámy, to je vlastně skoro jako lednice, tam skladujeme věci na vaření. Tak a já bydlím v 5. nadzemním podlaží a sklep mám o 6 podlaží níž. Tak dle mám ten sklep?</i></p> <p>D41: V mínus jedničce.</p> <p>Ex42: <i>Takže co mám zmáčkout za číslo, když jedu výtahem?</i></p> <p>D42: Mínus jedničku.</p> <p>Ex43: <i>A jak jsi přišla na mínus jedničku se ještě zeptám.</i></p> <p>D43: Protože jsem vypočítala do toho 5.</p>	<p>Dívka se na úlohu se sklepem vůbec nepodívala z matematického pohledu, pochopila, že si brambory ve sklepě pěstujeme, a tak tedy musí být v nejnižším podlaží, protože tam je země (půda, hlína), ve které se dá něco pěstovat.</p> <p>Dívka si odpočítala $5 - 6 = -1$. Místo</p>
---	--

<p>patra a pak jsem si řekla mínus 6, tak to byla ta mínus jednička.</p> <p>Ex44: <i>Dobry, super.</i></p> <p>D44: (čte zadání) (dlouze přemýšlí)</p> <p>Ex45: <i>Co s tímhle?</i></p> <p>D45: (dlouze přemýšlí)</p> <p>Ex46: <i>Hm?</i></p> <p>D46: (dlouze přemýšlí)</p> <p>Jako že by kdyby ubral ty tři koláče, tak by tam už nezbylo nic a pak by přidal 7 a někdo by tam jeden sněd?</p> <p>Ex47: <i>Jako že by ještě tam někdo jeden sněd. To tam ale není napsaný, že by někdo ještě jeden sněd.</i></p> <p>D47: (dlouze přemýšlí)</p> <p>Ex48: <i>Tak co s tím, když to tady není napsaný?</i></p> <p>D48: Že by jako že by tady byla chyba a bylo by v misce 7 koláčů?</p> <p>Ex49: <i>Tak tam napiš třeba: V úloze je chyba.</i></p> <p>D49: Já to sem napíšu. (píše) Nebo že by ještě někdo ubral ty tři koláče, tak by tam zbyl jeden, pak by někdo přidal 7 a bylo by jich tam 8.</p> <p>Ex50: <i>Pořád tam teda ale máme v úloze chybu.</i></p> <p>D50: Já si spíš myslím, že by tam mělo být 8 koláčů.</p> <p>Ex51: <i>Tak to tam napiš.</i></p> <p>D51: (dopisuje odpověď)</p> <p>Ex52: <i>A moje poslední otázka. Když by tady teda nebyla ta šestka, ale osmička,</i></p>	<p>pátého nadzemního podlaží zvolila podlaží s číslem 5, což je ovšem až v pořadí 6. nadzemní podlaží.</p> <p>Dívka nad úlohou dlouze přemýšlí, cítí rozpor mezi matematikou a realitou. Snaží se vyřešit úlohu pomocí snědeného koláče.</p> <p>Dívka přišla s variantou, že úloha je chybně zapsaná.</p> <p>Dívce úloha evidentně pořád vrtá hlavou a snaží se ji opravit.</p> <p>Pro dívku nejpřijatelnější varianta je, že má v misce zbyť 8 koláčů. Tuto variantu dokáže zdůvodnit.</p>
--	---

<p><i>jak říkáš ty, tak kolik koláčů by teda bylo v misce, abych mohla tři vzít a sedm přidat, aby jich tam zbylo 8?</i></p> <p>D52: Že by dříve v tý misce byly 4 koláče.</p> <p><i>Ex53: 4 by tam byly, dobře. To mi stačí. Já ti moc děkuji za pomoc a můžeš se vrátit do třídy.</i></p>	
--	--

3.1.2.2. Analýza úloh

Číselná řada

Tato úloha zůstala v nezměněné podobě, jako byla použita v předexperimentu. Žákům byla nabídnutá volná pole pro doplnění. Mohli doplnit vlastně cokoli, všichni žáci doplnili čísla, což jsem předpokládala. Tabulka 8 ukazuje výčet všech odpovědí, které se objevily na polích vlevo od 0 (tato pole mě přirozeně nejvíce zajímala, jelikož jsou v číselné řadě označena jako záporná čísla). Ptala jsem se následně žáků, proč doplnili zrovna tato čísla. Vybírám několik odpovědí i s žakovskými odůvodněními.

Odpověď -3, -2, -1, kterou napsalo celkem 20 žáků, ukazuje správné uchopení číselné řady včetně jazyku záporných čísel. Stejně jako v předexperimentu se objevily i odpovědi 8, 9, 10 a 11, 12, 13. Odpověď 11, 12, 13 odkazuje na cyklicky se opakující číselnou řadu, která začíná 0 a končí 13. Žáci v tomto případě popisují řadu jako proužek papíru, který se může stočit dokola, čísla tak na sebe navazují. Odpověď 8, 9, 10 opět odkazuje na opakující se číselnou řadu, tentokrát od 0 do 10, přičemž začátek číselné řady (pokračování číselné řady vlevo) někdo vzal/ukradl/ustříhl. V odpovědi 3, 2, 1 je číslo 0, které je již v zadání doplněno, jakýmsi středobodem číselné osy a od něj se čísla rozbíhají (vzdalují) doleva i doprava. Čísla jsou v tomto případě vnímána jako absolutní hodnoty.

Tabulka 8 – Výčet všech odpovědí (jaká čísla žáci zanesli vlevo od 0)

	ZŠ H				ZŠ A			
	4. ročník		5. ročník		4. ročník		5. ročník	
	CH	D	CH	D	CH	D	CH	D
-3, -2, -1	4	3	1	2	4	1	3	2
8, 9, 10	-	-	2	-	-	1	-	-
7, 8, 9	-	-	-	1	-	-	-	-
3, 2, 1	-	-	-	-	-	1	-	-
11, 12, 13	-	-	-	-	-	4	-	-
0, 1, 2	-	-	-	-	-	-	-	1
vynecháno	-	-	-	-	1	-	-	1

Teploměr

Teploměr také zůstal ve stejné podobě jako v předexperimentu. Byl úlohou, ve které žáci hodně chybovali. V experimentu se objevovala chybovost dvojího typu. Jedna byla způsobena neznalostí modelu teploměru a funkcí rtuť, druhá byla způsobena ignorováním nákresu čárek na teploměru. Žáci nedokázali odhalit, že se čárky zvedají po dvou stupních. Žáci se zaměřili jen na odečítání hodnot z teploměru, všimli si jen rtuť a nuly, a nevěnovali pozornost detailnímu prozkoumání teploměru. Správná odpověď byla 0°C, +6°C, -4°C. Někteří žáci si pro zápis teploty zvolili místo znamének + a - slovní vyjádření (nad/pod nulou), někteří použili dokonce kombinaci obou způsobů. Tabulka 9 opět mapuje všechna žákovská řešení úlohy (teploty u prvního, druhého a třetího teploměru).

Úspěšně opovědělo pouze 13 žáků, což není ani polovina. Další nejčastější odpověď 0, 3, -2 (5 žáků) je způsobena právě nevšimnutím si posunu stupnice o 2 stupně na každou čárku. Chyby se objevují napříč ročníky i pohlavími v obou školách. S modelem teploměru se tedy zřejmě nepracuje ani na jedné ze škol. Z dalších odpovědí vybírám např. 16, 18, 13, která vnikla tak, že si žák sice všiml, že je na teploměru zaneseno číslo 10, ovšem odčítal teplotu vždy odspodu teploměru a každá čárka nad spodní desítkou pro něho znamenala jeden stupeň nad 10, tzn. že u prostředního teploměru se rtuť zastavila na 8. čárce nad spodní desítkou, takže ukazuje 18 stupňů. Chlapec ignoroval 0 i druhou 10, které jsou na teploměru také zaneseny. V odpovědi 0, 3, 40 neměl žák

obtíže s určením prvního teploměru, u druhého si nevšiml posunu čárek, ale také odečítal teplotu správně od 0. Ve třetím teploměru však odečítal teplotu odspoda, a protože se zastavila na 4. čárce odspoda a poslední čárka je označena 10, řekl si tedy, že čárky stoupají o 10, tudíž je 4. čárka hodnota 40 °C. Odpověď 0, -3, 4 vysvětlují v komentářích rozhovoru 34 u reakce Ch12, odpověď 0, 6, -2 v rozhovoru 39 u reakce D13.

Tabulka 9 – Výčet všech odpovědí (první, druhý a třetí teploměr)

	ZŠ H				ZŠ A			
	4. ročník		5. ročník		4. ročník		5. ročník	
	CH	D	CH	D	CH	D	CH	D
0, 6, -4	-	1	1	3	3	1	2	2
0, 3, 4 pod	-	-	-	-	-	-	-	1
0, +5, -5	-	-	-	-	-	1	-	-
1, 3, 2-	-	-	-	-	-	1	-	-
6, 9, 4	-	-	-	-	-	-	-	1
0, 15, -10	-	-	-	-	-	1	-	-
0, 3, 3	-	-	-	-	-	1	-	-
0, 3, 4	-	-	-	-	1	-	-	-
0, 3, -2	1	1	-	-	-	2	1	-
-10, +3, -3	-	-	-	-	1	-	-	-
0, 4, -2	-	-	1	-	-	-	-	-
0, 3, 40	1	-	-	-	-	-	-	-
0, 6, -2	-	1	-	-	-	-	-	-
0, 6, 8	1	-	-	-	-	-	-	-
0, -3, 4	-	-	1	-	-	-	-	-
16, 18, 13	1	-	-	-	-	-	-	-

Kasička

Obrázek 43 – Úloha Kasička

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

Novou úlohou oproti předexperimentu byla slovní úloha na počítání kapesného. V této úloze není zastoupeno záporné číslo jako hodnota pod nulou, ale jako antisignál²⁰. Pro výpočet musí žák (pokud úlohu neřeší metodou pokus-omyl a následným ověřováním dosazením) použít inverzní operace. Za čokoládu jsem zaplatil 20 Kč, pro mě je to tedy výdaj/úbytek peněz, při řešení úlohy, kdy hledám počáteční stav, však musím jít proti času, tedy je to pro mě přírůstek. To samé platí o kapesném od tatínka. Správná odpověď tedy byla 50 Kč. Tato úloha byla také velmi úspěšně řešená. Špatně ji zodpovědělo jen 7 žáků (1 chlapec a 6 dívek), všichni ze 4. ročníku ZŠ A. Usuzuji, že žáci nejsou zvyklí si po sobě práci kontrolovat, posoudit, zda splnili zadání. Úloha byla pro žáky 4. a 5. ročníku opravdu jednoduchá a kontrola též $x - 20 + 10 = 40$. U odpovědi 70, žáci všechny peněžní položky sečetli. V odpovědi 10 naopak od 40 čokoládu i kapesné odečetli. V řešení 30 pak můžeme vidět, že žákyně neporozuměla antisignálu v úloze, nepoužila inverzní operace.

Tabulka 10 – Výčet všech odpovědí (kolik jsem měl v kasičce)

	ZŠ H				ZŠ A			
	4. ročník		5. ročník		4. ročník		5. ročník	
	CH	D	CH	D	CH	D	CH	D
50	4	3	3	3	4	1	3	2
70	-	-	-	-	1	3	-	-
10	-	-	-	-	-	1	-	-
30	-	-	-	-	-	1	-	-
60	-	-	-	-	-	1	-	-

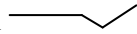
²⁰ HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. 2014, s.

Hladina

Obrázek 44 – Úloha Hladina

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.

Další novou úlohou oproti předexperimentu byla Hladina. Žáci si v úloze měli sami vytvořit model měřidla vodní hladiny a zaznamenat na něj pokles a vzestup dle slovní úlohy. Ve slovní úloze se pracovalo s pojmy „o něco klesla“ a „o něco stoupla“. S pojmem, že hladina klesla, žáci problém neměli. Problém nastal až při jejím vzestupu o 7 bodů. 15 žáků označilo sobotní bod na měřidle jako 7, u některých šlo o nepochopení úlohy (mysleli si, že v sobotu stoupla hladina zase od bodu 0, nikoli od úterý, jak bylo úlohou zamýšleno). U některých se objevila chyba jinde (např. správně pochopili úlohu, správně spočítali, že v sobotu mají označit na měřidle bod +2, bod +2 označili, ale pojmenovali ho 7). Úlohu jsem tedy měla lépe upřesnit. Buď jsem místo soboty měla použít středu, která následuje hned po úterý, kdy nastal na řece pokles, a nebo ještě lépe doplnit větu: ... stoupla o 7 bodů od úterý. Kromě správných odpovědí (standard 0, úterý -5, sobota +2), kterých bylo celkem 13, bylo zajímavé pozorovat, jaké znázornění si pro hladinu žáci zvolí. Až na 1 žáka volili všichni vertikální číselnou osu, na kterou zanesli hodnoty pro standardní, úterní a sobotní stav. Vertikální osa je jako stupnice na teploměru, která byla úlohou s velkým množstvím chybných řešení. V této úloze však největší chybou byla již zmíněná 7 v sobotu. Dvě žákyně nakreslily pro každý den vlastní vertikální osu. Onen jediný žák, který si nezvolil vertikální osu, zaznamenal pohyb grafem , kde správně označil hodnoty hladiny.

Tabulka 11 – Výčet všech odpovědí (označení úterý a soboty na měřidle)

	ZŠ H				ZŠ A			
	4. ročník		5. ročník		4. ročník		5. ročník	
	CH	D	CH	D	CH	D	CH	D
Út -5, So +2	1	1	2	2	3	-	1	3
Út 5, So 7	1	1	-	-	-	4	-	1

Út -5, So 7	2	1	1	-	1	2	-	-
Út 5, So 2	-	-	-	1	-	-	-	-
Út -5, So 1	-	-	-	-	-	-	2	-
Út, So	-	-	-	-	-	1	-	-
Út 5 (nad 0), So 7	-	-	-	-	1	-	-	-

Náš dům

Tato úloha se též zachovala z předexperimentu. Skrývala v sobě tři úlohy pro práci s podlažími a byla to nejméně úspěšně řešená úloha. Nejprve měli žáci k nakreslenému domu, který má 8 nadzemních podlaží a 2 podzemní, určit, jaké je jeho nejvyšší a nejnižší podlaží, když vědí, že přízemí má číslo 0. Nejvyšší podlaží má tudíž číslo 7. V této části úlohy chybovalo 8 žáků, 7 žáků z těchto 8 nevyužilo nákres na pracovním listě k tomu, aby si do něho doplnili čísla podlaží. Nejnižším podlažím v domě je naopak podzemní podlaží s označením -2. Tato část úlohy byla tou nejméně úspěšně řešenou. Z 32 žáků v ní chybovali jen 4, a to všichni ze ZŠ A. Žáci školy H zaznamenali v této úloze stoprocentní úspěšnost. Poslední a naopak tou nejobtížnější byla část úlohy s tlačítkem ve výtahu. Zde naopak jen 5 žáků zodpovědělo úlohu správně. Drtivá většina (24 žáků) chybovala v této úloze díky rozporu v uchopení pojmu podlaží. Náročné na úloze bylo právě to, že se pořadí podlaží neshoduje s číslem podlaží (adresou, označením). 5. nadzemní podlaží nemá číslo 5, ale 4, a právě v tomto žáci chybovali. Žáci si správně spočítali, že když pojedou z patra číslo 5 o 6 podlaží níže, ocitnou se v podlaží -1, problém tedy nebyl početní, ale logický. Správně však mají žáci vyjždět z 5. nadzemního podlaží, tedy z patra s číslem 4 a $4 - 6 = -2$. V České republice je zvykem, že 1. nadzemní podlaží je označováno buď jako 0 nebo jako P (přízemí) a až 2. nadzemní podlaží má číslo 1. Často jsou i ve veřejných prostorách (na úřadech, ve školách) či v bytových domech číslovány dveře podle pater. Například dveře 206 bude člověk hledat ve patře (podlaží) číslo 2, což je 3. nadzemní podlaží a naopak dveře 002 se nachází v přízemí, což je 1. nadzemní podlaží (podlaží číslo 0). V některých cizích zemích, např. v USA či Bulharsku, je tomu jinak, tam má již 1. nadzemní podlaží číslo 1, druhé nadzemní podlaží číslo 2, atd. Na tuto problematiku je třeba se s dětmi daleko lépe připravit. Jsem si vědoma, že může být tato úloha velice matoucí právě v rozdílu mezi řadovou a základní číslovkou a mezi jazykem podlaží a

jeho číselným vyjádřením, ale považuji za nutné s tímto žáky seznámit. Žáci od 4. či 5. ročníku by dle mého názoru měli být schopni tento rozdíl poznat a pochopit.

Tabulka 12 – Výčet všech odpovědí (nejvyšší podlaží, nejnižší podlaží, zmáčknu ve výtahu)

		ZŠ H				ZŠ A			
		4. ročník		5. ročník		4. ročník		5. ročník	
		CH	D	CH	D	CH	D	CH	D
Nejvyšší	7	2	2	2	3	4	5	2	4
	8	2	1	1	-	-	1	1	-
	9	-	-	-	-	1	-	-	-
	4	-	-	-	-	-	1	-	-
Nejnižší	-2	4	3	3	3	4	5	3	3
	0	-	-	-	-	1	2	-	-
	-1	-	-	-	-	-	-	-	1
Zmáčknu	-2	-	1	1	-	-	2	1	-
	-1	4	2	2	3	4	4	2	3
	0	-	-	-	-	1	-	-	1
	6	-	-	-	-	-	1	-	-

Koláče

Poslední úlohou je slovní úloha s koláči, kde se střetávají dva úhly pohledu – pohled matematický a pohled reality. Úloha měla vysokou úspěšnost řešení. 23 žáků si svá řešení úspěšně obhájilo. Matematicky je správným výsledkem číslo 2, ale při řešení úlohy se dostaneme na počet koláčů -1, který byl pro žáky většinou překážkou.

Žáky, které jsem v tabulce 13 označila jako „Jde, ale ...“ limitoval výše zmíněný rozpor, dokázali by úlohu matematicky vyřešit, ale jsou si vědomi, že v reálném světě, by takováto situace nemohla nastat, což pro ně bylo velkou překážkou. Zajímavé řešení nabídla jedna žákyně („Chyba v úloze), která se nemohla smířit s tím, že bychom mohli vyjádřit koláče záporným číslem a tak navrhla, že zadání úlohy opraví, jelikož je úloha, podle ní, chybná. Zvýšila tedy konečný zůstatek koláčů, aby nemusela pracovat v záporných číslech, a pak byla s úlohou spokojená.

Tabulka 13 – Výčet odpovědí (úloha s koláči)

	ZŠ H				ZŠ A			
	4. ročník		5. ročník		4. ročník		5. ročník	
	CH	D	CH	D	CH	D	CH	D
2	3	-	-	3	3	3	3	3
Jde, ale...	-	1	1	-	2	-	-	-
Nejde vyřešit	-	1	1	-	-	3	-	-
Chyba v úloze	-	1	-	-	-	-	-	-
6	1	-	-	-	-	-	-	-
Nevím	-	-	1	-	-	1	-	1

Shrnutí experimentu

Tabulka 14 – Shrnutí experimentu – chybovost v žákovských řešeních

		ZŠ H				ZŠ A			
		4. ročník		5. ročník		4. ročník		5. ročník	
		CH	D	CH	D	CH	D	CH	D
Číselná řada		-	-	-	1	1	-	-	2
Teploměr		4	2	2	-	2	6	1	2
Kasička		-	-	-	-	1	6	-	-
Hladina		3	2	1	1	2	7	2	1
Náš dům	nejvyšší	2	1	1	-	1	2	1	-
	nejnižší	-	-	-	-	1	2	0	1
	zmáčknu	4	2	2	3	5	5	2	4
Koláče		1	1	2	0	0	4	0	1
Celkem		14	8	8	5	13	32	6	11
Průměr		3,5	2,67	2,67	1,7	2,6	4,6	2	2,75
Celkem za ročník		22		13		45		17	
Průměr za ročník		3,14		2,17		3,75		2,42	

Z experimentu není zřejmé, že by jedna či druhá škola, měla výrazně vyšší či výrazně nižší úspěšnost při řešení úloh. Ani celkový rozdíl mezi dívkami a chlapci nevyznívá nijak příznivěji pro jedno či druhé pohlaví. V následující tabulce jsem shrnula počet nevyřešených či nesprávně vyřešených úloh i s průměrem chyb v experimentu na

jednotlivce. Pokud se jedná o přepočtenou chybovost žáků, tak byly, s výsledkem 1,7 chyb na žáka/experiment, nejméně úspěšnými ředitelkami dívky 5. ročníku ZŠ H. Ve srovnání ročníků dosáhli žáci 5. ročníků lepších výsledků než 4. ročníky, což není nikterak překvapující. Ve srovnání škol jsou žáci H (učeni dle učebnic metody Hejného) v každém ročníku úspěšnější než žáci školy A. Ve 4. ročníku je tomu tak o 0,61 a v 5. ročníku o 0,25 průměrné chyby. Pro průkaznější výsledky by však bylo nutné rozšířit okruh testovaných žáků na další základní školy.

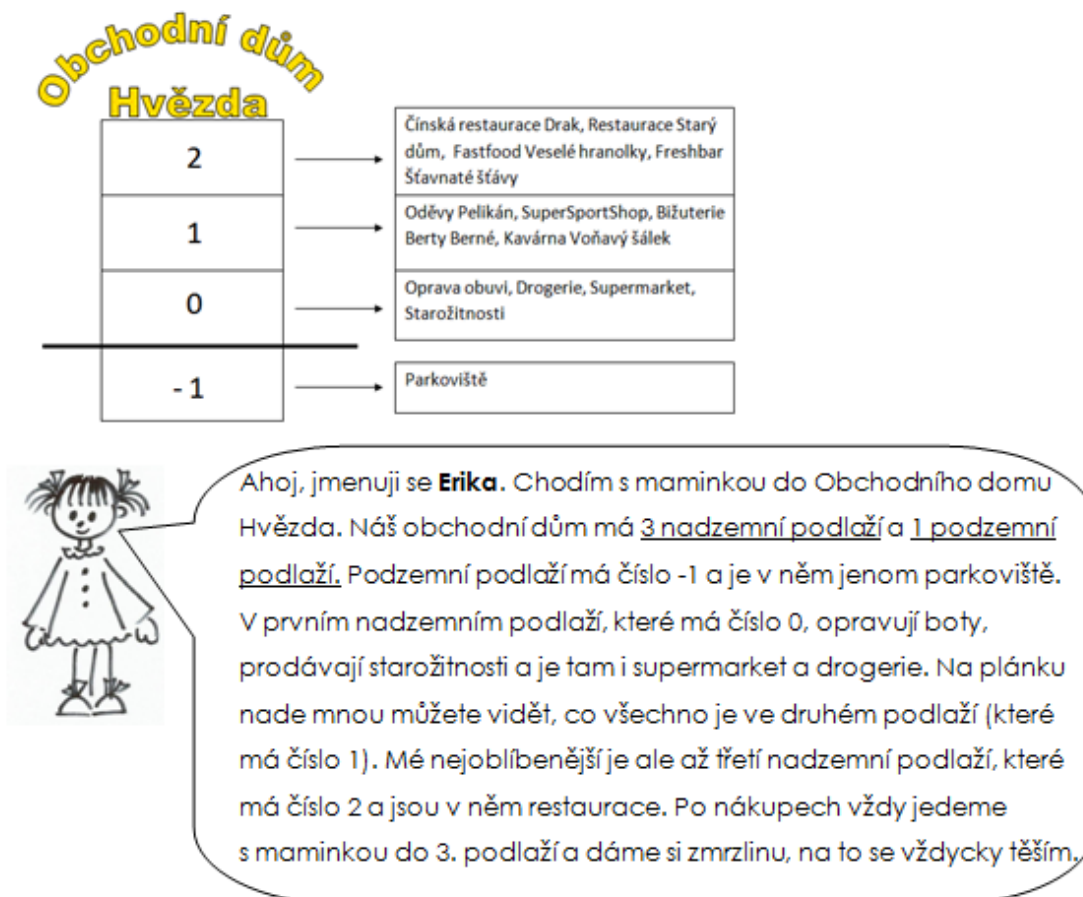
Úlohy s největší chybovostí v žakovských řešeních jsou Náš dům (jízda výtahem) a Teploměr (úloha Hladina měla také vysoké množství chybných řešení, nicméně se domnívám, že byla částečně způsobena mým nepřesným zadáním úlohy). Žáci ve 4. a 5. ročníku ZŠ by již podle mého názoru měli mít zkušenosti s teploměrem a odečítáním teploty. Že 8 (čtvrtina) žáků nebude umět určit teplotu nad a pod nulou, jsem nečekala. Zastávám názor, že v každé třídě 1. stupně ZŠ by měl být venkovní teploměr, na kterém by mohli žáci pozorovat každodenní teplotu a také ji evidovat a porovnávat. Pokud by takto žáci měli možnost teploměr sledovat, nemohlo by se snad stát, že by ve 4. či 5. ročníku nerozuměli tomu, co znamená rtuť, která je pod/nad nulou, který teploměr ukazuje větší teplo/zimu, jako se tomu stalo v 8 případech i v experimentu. Zajímavostí ale je, že všichni žáci, až na jednoho chlapce, si v úloze Hladina zvolili pro model měřidla vertikální číselnou osu. Vertikální číselná osa jako měřidlo hladiny je vlastně totožným modelem jako je teploměr. S měřidlem hladiny však žáci neměli takové potíže jako právě s teploměrem. Může to být způsobené tím, že pro hladinu si model vytvářeli, tedy model pocházel přímo od žáka, kdežto teploměr jim byl nabídnut ve formě obrázku. Domnívám se tedy, že pokud bychom po žácích chtěli, aby nakreslili své vlastní teploměry, měla by tato úloha vyšší úspěšnost řešení.

Úloha Koláče potvrdila, že většina žáků 4. a 5. ročníku již vzhled do záporných čísel má, zná jejich umístění (ve vztahu k číselné ose) a akceptují záporné číslo jako výsledek matematické úlohy. Také tvorba vlastního modelu jim nečiní obtíže. Problém vzniká při čtení údajů z modelů pro záporná čísla (např. již zmíněný teploměr).

3.1.2.3. Úlohy typu Náš dům

Jako inspiraci pro úlohy typu Náš dům navrhuji několik gradovaných úloh, které žáky uvedou do problematiky podlaží a jeho označení, pokud je první podlaží označeno číslem 0.


Obrázek 45 - Obchodní dům - úvod



Obrázek 45 je úvodem do situace. Začínáme plánem obchodního domu s výpisem obchodů v jednotlivých podlažích. Erika plánek žákům popíše. Ve větách se záměrně vždy objevuje, o kolikátém podlaží mluvíme (řadová číslovka) i číslo podlaží (jeho „název“, adresa). Již zde si žáci mohou všimnout rozporu mezi řadovou a základní číslovkou.

Obrázek 46 - Obchodní dům - Správně x špatně

Tohle je můj mladší bráška Ihor. On je ještě malý a neumí tak dobře číst v pláncu obchodního domu jako ty. Zkontroluj, které jeho věty jsou správné a ve kterých se spletl. Můžeš si samozřejmě pomoci plánkem.



Parkoviště je v podlaží, které má číslo -1.


Kavárna je v prvním nadzemním podlaží, které má číslo 1.

Starožitnosti jsou v prvním nadzemním podlaží, které má číslo 2.

Když si chceš dát hranolky, musíš do druhého nadzemního podlaží, které má číslo 3.

✓/✗

Výborně. Teď podtrhni místa, kde má Ihor chyby a zkus mu vysvětlit, kde a proč asi chyby udělal, aby už to příště měl všechno správně.



V obrázku 46 nás Erika seznamuje se svým bratrem Ihořem, který potřebuje pomoci s kontrolou vyjádření. Žáci mají za úkol určit, zda je vyřčená věta správná či nikoli. V druhé části úkolu mají podtrhnout chyby v Ihořových větách a vysvětlit, jak asi tato chyba vznikla a opravit ji. Záměrně jsem zvolila úkol vysvětlit něco dítěti, myslím si, že by to na žáky působilo lépe než výraz oprav a odůvodni.

Obrázek 47 - Obchodní dům - Doplně věty

Dobrý den, já jsem Tamara Dobrá, maminka Eriky a Ihora. Děkuji za pomoc Ihorovi. Připravila jsem pro tebe jeden úkol. Dokážeš správně doplnit věty? Opět můžeš využít plánek obchodu. Hodně štěstí, věřím, že ty to určitě zvládneš.



Vzor:

Obchod SuperSportShop je v podlaží číslo 1, což je druhé podlaží.

_____ je v podlaží číslo -1, to je _____ podlaží.

_____ je o 2 podlaží výše než parkoviště, je tedy v podlaží číslo _____.

Freshbar je ve _____ na dzemním podlaží, které má číslo _____.

_____ je v podlaží číslo 1, to je o 1 podlaží níže než _____.

Když jdu z parkoviště do podlaží číslo 2, tak musím vystoupat _____ podlaží.

Opravy obuvi jsou v _____ na dz. podlaží, to je o _____ výše/níže než Bižuterie.

Stojím ve druhém na dzemním podlaží a chci jít o 2 podlaží níže. Do kterého podlaží půjdu?

Půjdu do _____.

Tato úloha je nejnáročnější, ta už předpokládá dobrou orientaci na plánu obchodního domu a pochopení práce s podlažími. Poslední věta pak ověřuje to, co bylo v experimentu nechybnější (co zmáčknu ve výtahu). Kontrolu úlohy bych nejprve zvolila vzájemnou mezi spolužáky (ve dvojicích či skupinách) a až potom hromadnou v celé třídě.

Obrázek 48 - Obchodní dům - Vysvětlování



Ahoj, já jsem Ihor. My už se známe, pamatuješ? Mám na tebe ještě jednu otázku. Můžeš mi prosím tě vysvětlit, jak to, že přestože je Fastfood ve třetím podlaží, má to podlaží číslo 2? Proč nemá číslo 3?

U Ihorovy otázky mě také napadla ještě jedna. Bylo by možné, aby někde (třeba v nějakém jiném obchodáku) mělo třetí nadzemní podlaží číslo 3?



Poslední úlohou ze souboru práce s podlažími jsou dvě otázky. Ihorova otázka je sumariací poznatků z předchozích úkolů. Otázka Eriky má však žákům ukázat, že ne vždy se pracuje s podlažími stejným způsobem. Žáci si mají uvědomit, jak se řešení úloh změní, když se první nadzemní podlaží nazývá 1 či 0 (nebo i jinak). Nabádá je tedy, aby si uvědomili, že si vždy nejprve musí ujasnit zadání.

3.2. Experiment učitelský

Učitelský experiment proběhl formou dotazníkového šetření zveřejněného na serveru vplnto.cz. Při sestavování dotazníkových otázek jsem vycházela ze dvou hlavních výzkumných hypotéz, které jsem si stanovila:

- učitelé 1. stupně žáky se zápornými čísly povětšinou neseznamují, jelikož tato povinnost zakotvena v RVP ZV teprve dva roky a učitelé si jí nejsou vědomi, přestože mají být s aktuálním RVP a ŠVP své školy seznámeni
- učitelé, kteří nepoužívají k výuce učebnice nakladatelství Fraus (metoda profesora Hejného), budou preferovat, aby se výuka záporných čísel zaváděla až na 2. stupni ZŠ, kdežto učitelé, kteří používají učebnice metody prof. Hejného, budou preferovat, aby se výuka záporných čísel zaváděla již na stupni 1.

V první hypotéze je důvod pro její vyřčení zmíněn. U druhé hypotézy vycházím z toho, že prostředí, která se používají v Hejného matematice (zejména pak Krokování), jsou pro seznámení se zápornými čísly příznačná, ba přímo k záporným číslům vybízejí. S takovými úlohami se však žáci v jiných učebnicích neseťkají.

Dotazníkové šetření obsahovalo 8 otázek, z toho jednu nepovinnou (*Proč?*). První polovina otázek byla uzavřená, druhá polovina otevřená, kde měl každý respondent prostor pro vyjádření svého názoru. Tři počáteční otázky zjišťovaly délku praxe, vyučované třídy a též nakladatelství učebnic, které respondenti při výuce matematiky preferují. Další otázky byly formovány na zjištění, zda učitelé do výuky záporná čísla zařazují a proč, na čem (na jakých sémantických modelech) by se žákům měla záporná čísla ukazovat a v jakém ročníku by se žáci měli se zápornými čísly seznamovat. Dotazníkového šetření se zúčastnilo 102 učitelů 1. stupně ZŠ.

3.2.1. Dotazníkové otázky a odpovědi respondentů

Jaká je délka Vaší praxe?

<i>do 3 let</i>	46 respondentů
<i>4-8 let</i>	20 respondentů
<i>9-15let</i>	13 respondentů
<i>16 a více let</i>	23 respondentů

46 respondentů v první kategorii, tedy do 3 let praxe, můžeme považovat za učitele-začátečníky. Tito pravděpodobně ještě pracují pod uvádějícím učitelem. Zbýlých 56 respondentů jsou již zapracovaní učitelé.

Jakou třídu 1. st. ZŠ jste již učil/a? (můžete vybrat více možností)

1.	56
2.	61
3.	70
4.	71
5.	61

V tomto ohledu jsou zkušenosti respondentů dobře vyvážené, žádný ročník nemá v odpovědích výrazně větší či výrazně menší zastoupení.

Učebnice jakého nakladatelství při výuce matematiky preferujete?

<i>Alter</i>		25
<i>Fortuna</i>		3
<i>Fraus (Čtyřlístek)</i>		5
<i>Fraus (prof. Hejný)</i>		22
<i>Nová škola Brno</i>		7
<i>NOVÁ ŠKOLA, s. r. o.</i>		11
<i>Prodos</i>		4
<i>Prometheus</i>		9
<i>SPN</i>		8
<i>Studio 1+1</i>		2
<i>Jiné – jaké</i>	Didaktis	4
	žádné	2

Tuto otázku jsem položila především pro to, abych mohla dále porovnat učitele, kteří preferují učebnice metody prof. Hejného a učitele, kteří preferují jiné učebnice (viz druhá výzkumná hypotéza).

Zařazujete záporná čísla na 1. st. ZŠ (početní operace, kde by se mohla objevit záporná čísla či počítání na číselné ose pod nulou)?

ano **57**

ne **45**

Skoro polovina respondentů záporná čísla na 1. stupni do výuky nezařazuje, přestože mají povinnost tak činit, vzhledem k tomu, že v RVP jsou záporná čísla zařazena už na 1. stupeň škol (viz kapitola 2.1.5 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání).

Proč? (nepovinná otázka)

Tato otázka byla otevřená, každý respondent tedy mohl vyjádřit svůj názor vzhledem k předchozí otázce.

Zde je výpis nejčastějších odpovědí respondentů, kteří uvedli, že záporná čísla do výuky zařazují:

- Aby žáci věděli, že nulou to nekončí a aby pro ně nebylo zařazení záporných čísel na 2. stupni násilné.
- Žáci již mají představy o existenci záporných čísel, v dětském světě se objevují, tak proč jim je skrývat a nevysvětlit.
- Pro žáky je toto téma lákavé, sami se na ně ptají, následuje kladná odezva – žáci mají radost, že pochopili něco ze světa dospěláků.
- Prostředí krokování v Hejného učebnicích k práci se zápornými čísly vybízí.

Zde je výpis nejčastějších odpovědí respondentů, kteří uvedli, že záporná čísla do výuky nezařazují:

- Záporná čísla nejsou zakotvena v našem ŠVP/nejsou zakotvena v RVP.
- Látky je i tak dost, není třeba žáky přetěžovat a plést jim hlavy.
- Pro děti je to těžké, nedokážou si to představit.
- Ve speciální škole/ve třídě s hodně integrovanými žáky to není možné, učíme jen to nezákladnější.
- Žáci mají problém i s kladnými čísly.

Zároveň ale 5 respondentů, kteří v předchozí otázce vybrali NE, uvádí, že sice záporná čísla do výuky nezařazují, ale pokud na ně přijde řeč, pokud nějaký žák téma načne, věnují se mu.

Celkem 10 respondentů odpovědělo, že záporná čísla nejsou zakotvena v RVP popř. v jejich ŠVP. Což znamená, že 10 % respondentů má neznalost v základních školských dokumentech (popř. má špatně vypracovaný, neúplný, ŠVP). To se mi zdá jako docela vysoké číslo. V hypotéze jsem sice naznačila, že předpokládám, že učitelé na 1. stupni záporná čísla do výuky nezařazují právě z těchto důvodů, takže z tohoto pohledu bychom mohli výsledek dotazníkového šetření považovat za pozitivní, jelikož se tato neznalost nevyjevila jako hlavní důvod nezařazování záporných čísel na 1. stupeň.

Přesto je však představa, že každý desátý učitel, minimálně z mého dotazníkového šetření, nezná povinné učivo, přinejmenším znepokojující.

Kde se mohou žáci v běžném životě se zápornými čísly setkat? (Kde se setkáváme se zápornými čísly?)

Zde mohli respondenti uvést jedno či více prostředí, kde se mohou děti i oni sami setkat se zápornými čísly. Pouze 3 respondenti neodpověděli, resp. do kolonky pro odpověď napsali např. ... či kkk. Z odpovědí ostatních respondentů jsem vytvořila soupis prostředí i s frekvencí odpovědí:

• teplota/teploměr	57
• finance/bankovníctví/dluhy	46
• nákup/práce s penězi	10
• výtah	6
• sklep/podlaží v domě	5
• nevím	3
• nikde	2
• všude	2
• historie/časová osa	2
• nadmořská výška	2
• matematika	2
• hladina řek	1
• deskové hry např. To je život	1
• grafy	1
• počasí	1
• účetnictví	1
• bodování (pokud se body odebírají)	1
• rozdělování bonbonů (když nezbude pro celou třídu)	1
• sport	1
• 2. stupeň ZŠ	1
• zaměstnání	1
• PC hry, kde se nakupuje a prodává	1

U více frekventovaných odpovědí netřeba delšího vysvětlení. Teplota (°C pod nulou), finance (záporný zůstatek a transakce na bankovních účtech, dluhy...), nakupování (pokud si chci koupit něco, na co nemám dostatek peněz, slevy...), výtah a podlaží (podlaží s označením -1, tzn. 1 pod zemí) jsou prostředími, kde si záporná čísla a práci s nimi dokážeme lehce představit. U méně frekventovaných odpovědí jsem se pokoušela možnosti použití záporných čísel najít.

U pojmu nadmořská výška můžeme vycházet z definice fyzikálního termínu výška:

výška (h, H)

1: vzdálenost bodu od nulové plochy uvažovaná podél tížnice

2: vzdálenost bodu od zvolené referenční plochy měřená směrem nahoru po kolmici k této ploše

POZNÁMKA - výška pod referenční plochou bude mít zápornou hodnotu

POZNÁMKA - H je označení fyzikální (nadmořské) výšky, h je označení elipsoidické výšky nebo relativní výšky²¹

Je tedy možné, aby i nadmořská výška byla vyznačena zápornou hodnotou. Tou budou označeny na mapách nezatopené prolákliny. V tomto případě bychom však měli pojem výška nahradit výrazem hloubka, jelikož hloubka je definována jako záporný výškový rozdíl od zvolené srovnávací plochy.²² V Čechách však žádné místo pod hladinou moře nemáme.

U odpovědi historie a časová osa je zřejmé, že záporné číslo uijeme v případě označení roku před rokem 0. Proto toto označení se však častěji používá vyjádření př. Kr. (před Kristem) popř. př. n. l. (před naším letopočtem).

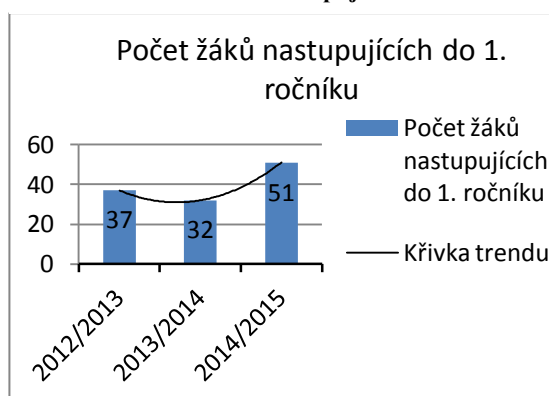
²¹. Terminologický slovník zeměměřičtví a katastru nemovitostí: výška (h, H). [online]. [cit. 2015-03-01]. Dostupné z: [http://www.vugtk.cz/slovník/termin.php?jazykova_verze=&tid=4150&l=vyska-\(h--h\)](http://www.vugtk.cz/slovník/termin.php?jazykova_verze=&tid=4150&l=vyska-(h--h))

²². Terminologický slovník zeměměřičtví a katastru nemovitostí: relativní hloubka. [online]. [cit. 2015-03-01]. Dostupné z: http://www.vugtk.cz/slovník/termin.php?jazykova_verze=&tid=4719&l=relativni-hloubka

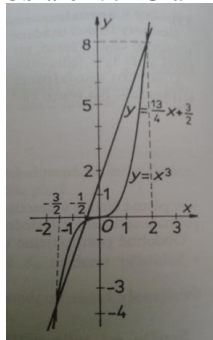
Pokud hledáme záporná čísla u hladiny řek, záporné číslo bude zřejmě sloužit jako rozdíl dvou hladin při poklesu stavu vody.

Záporné číslo jako rozdíl můžeme vnímat i v grafu (viz. obrázek 49), kdy záporné číslo nalezneme na křivce trendu, konkrétně mezi prvními dvěma kategoriemi je klesavý trend -5. Na jiném typu grafu (viz. obrázek 50²³) vidíme záporná čísla v podobě částí os x a y a hodnot funkce pro $-3/2$ a $-1/2$.

Obrázek 49 - Počet žáků nastupujících do 1. ročníku



Obrázek 50 - Graf rovnice $4x^3 - 13x - 6 = 0$



Při virtuálním nakupování v PC hrách platí stejná pravidla jako v běžném životě. V mnoha deskových hrách (a to nejen ve hře To je život) se žáci setkávají buď s nakupováním a prodejem nebo s přičítáním a ubíráním bodů či přidělováním trestních bodů. V oblíbených dětských hrách typu Monopoly či Dostihy a sázky se hraje s kartičkami Šance, Náhoda, Překvapení atd., kde se mohou objevit nápisy tohoto typu: „Máš smolný den -1000,“ tento nápis, naznačen záporným číslem, hráči ukládá zaplatit 1000 peněz/žetonů.

V účetnictví nám záporná čísla nejčastěji naznačují nějaké srážky (např. daňové) či záporný zůstatek (např. při výpočtu hospodářského výsledku).

Pokud budeme hledat záporná čísla v oblasti počasí a meteorologie, můžeme vycházet z již zmíněné teploty, hladiny řek a nadmořské výšky a dále můžeme přidat měrné

²³MIKULČÁK, Jiří, Bohdan KLIMEŠ, Jaromír ŠIROKÝ, Václav ŠŮLA a František ZEMÁNEK. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-85840-84-4.

jednotky, které se při určování počasí používají, např. vítr bude foukat 30 m.s^{-1} (metrů za sekundu).

Poslední oblastí, na kterou se zaměřím, je sport. Zde můžeme najít záporná čísla v mnoha podobách. Jednou podobou je vyjádření vztahu aktuálního času k času vedoucího závodníka (např. rychlobruslení, sjezdové lyžování...), vyjádření $-1:23$ znamená, že v aktuálním úseku byl závodník o 1 vteřinu a 23 setin rychlejší než vedoucí závodník. Dále se záporná čísla objevují ve skocích na lyžích, kdy ukazuje rychlost větru (oproti stanovené hranici) a následnou bodovou srážku. Bodová srážka se objevuje i v jiných sportech, např. za nedodržení pravidel, špatně provedený prvek atd. (krasobruslení, akrobatický rock'n'roll...).

V odpovědích matematika, 2. stupeň ZŠ a zaměstnání došlo nejspíš k nepochopení otázky. Měla jsem zřejmě otázku více konkretizovat, aby bylo jasné, že chci zjistit konkrétní prostředí, konkrétní situaci v životě, kde se objevují záporná čísla

Je tedy zřejmé, že se se zápornými čísly můžeme každodenně setkávat. Takže odpověď, že se záporným číslem není možné se setkat, že je vyloženě abstraktní, není pravdivá. S PC či deskovými hrami, teplotou, podlažími, výtahem a sportem se mohou setkávat již žáci elementárních tříd, s časovou osou, nadmořskou výškou a finanční gramotností se jistě dá pracovat již s vyššími třídami 1. stupně ZŠ. Není tedy důvodem se záporným číslům bránit a naopak by se tato sémantická prostředí měla žákům předkládat, aby si pod záporným číslem dokázali představit konkrétní situaci či vztah.

Ve kterém ročníku ZŠ, dle Vašeho názoru, by se měla zavádět záporná čísla?

Nejprve shromáždím výsledky všech respondentů v této oblasti a následně je rozdělím na odpovědi respondentů, kteří preferují učebnice metody prof. Hejného a ostatních respondentů.

Výpis dle odpovědí:

- v 1. ročníku **11x**
- ve 2. ročníku **6x**
- ve 3. ročníku **9x**
- ve 4. ročníku **12x**

- v 5. ročníku **13x**
- na 1. stupni **1x**
- v 6. ročníku **21x**
- v 7. ročníku **4x**
- v 8. ročníku **1x**
- v 9. ročníku **0x**
- na 2. stupni **4x**
- nevím **3x**
- ve 4. - 5. ročníku **8x**
- v 5. - 6. ročníku **3x**
- v 6. – 7. ročníku **3x**
- v 7. – 8. ročníku **1x**
- nesmyslná odpověď **2x**

Z toho tedy vyplývá, že zavádění záporných čísel by na 1. stupeň umístilo 60 respondentů, 3 respondenti by záporná čísla zaváděli mezi 5. a 6. ročníkem, 34 respondentů by zavádělo záporná čísla na 2. stupni ZŠ a 3 respondenti nevědí, jak na otázku odpovědět. Zároveň vidíme, že nejfrekventovanější odpovědí byl 6. ročník (21 respondentů – pětina celkového počtu odpovědí).

V následujících tabulkách jsou respondenti a jejich odpovědi rozděleny dle učebnic, které respondenti při výuce matematiky preferují.

Tabulka 15 - Rozdělený výpis odpovědí

Kdy zavádět záporná čísla	Učebnice prof. Hejného	Ostatní učebnice
1. třída	4x	7x
2. třída	4x	2x
3. třída	1x	8x
4. třída	3x	9x
5. třída	1x	12x
na 1. stupni	-	1x
6. třída	3x	18x

7. třída	-	4x
8. třída	1x	-
9. třída	-	-
na 2. stupni	-	4x
nevím	3x	-
4. – 5. třída	1x	7x
5. – 6. třída	-	3x
6. – 7. třída	-	3x
7. – 8. třída	-	1x
nesmyslná odpověď	1x	1x
Celkem	22x	80x

Tabulka 16 - Souhrnný výpis odpovědí

Kdy zavádět záporná čísla	Učebnice prof. Hejného	Ostatní učebnice
ve třídách 1. stupně	14x	46x
ve třídách 2. stupně	4x	30x
na přelomu (5. - 6. ročník)	-	3x
nevím	3x	-
nesmyslná odpověď	1x	1x
Celkem	22x	80x

Ze souhrnné tabulky vidíme, že v obou případech patří podle respondentů zavádění záporných čísel už na 1. stupeň ZŠ. Nelze tedy říci, že učitelé, kteří neučí podle učebnic metody prof. Hejného, preferují zavádění zápn. čísel ve třídách 2. stupně ZŠ. I když můžeme pozorovat, že poměr mezi 1. a 2. stupněm je zde daleko vyrovnanější (46:30) než u respondentů preferujících metodu prof. Hejného (14:4), zde převažují ročníky 1. stupně ztelněji.

Jak byste své žáky seznámil/a se zápornými čísly? (Na čem byste žákům záporná čísla ukázal/a?)

Tato otázka byla otevřená, opět jsem vytvořila soupis odpovědí a jejich četnost.

• teploměr/teplota	47
• číselná osa	31
• peníze/konta/dluhy/nakupování	20
• prostředí krokování/schody	14
• sklep/patra/výtah	5
• klasické početní operace	1
• praktické úlohy	1
• tabulky	1
• nevím	2
• nesmyslná/nevyplněná odpověď	6

Stejně jako v otázce 6 (*Kde se mohou žáci v běžném životě se zápornými čísly setkat?*) vybralo nejvíce respondentů jako nejvhodnější možnost pro seznámení se zápornými čísly teploměr či práci s teplotou. Další vhodnou oblastí se ukazuje číselná osa a práce s ní. Pětina respondentů označila též práci s penězi, bankovními konty, dluhy a nákupy. 14 respondentů považuje za vhodné seznámení se zápornými čísly prostředím Krokování či Schody (které by se dalo částečně přirovnat i k práci s číselnou osou). Pouhých 5 respondentů by žáky se zápornými čísly seznámilo pomocí cestování ve výtahu, pater v domě a chození do sklepa. To mě překvapilo, ve výtahu, patrech v domě a sklepech mi přijdou záporná čísla na první pohled viditelná, neměnná, evidentní a jasně sémantická.

3.2.2. Závěr dotazníku

Výsledky dotazníkového šetření pro mne byly v několika aspektech překvapivé. U první hypotézy výsledky naznačily, že prakticky polovina respondentů do výuky na 1. stupni záporná čísla nezařazuje, i když důvody byly s ohledem k hypotéze různé. Kromě neznalosti školských dokumentů (již zmíněné v hypotéze) převažovaly názory, že jsou záporná čísla pro žáky příliš složitá či že učitelé tuto látku nezařazují z časových důvodů. Co se týče druhé hypotézy – zavádění záporných čísel, zde učitelé nejsou jednotní. Učitelé, kteří preferují učebnice prof. Hejného, by umístili zavádění záporných čísel spíše na 1. stupeň (nejčastěji do 1. a 2. ročníku), učitelé, kteří preferují jiné učebnice, by zavádění záporných čísel nejčastěji umístili na pomezí 1. a 2. stupně, tj. do 5. či 6. ročníku ZŠ. Příjemným překvapením pro mě bylo velké množství prostředí, kde se můžeme setkat se zápornými čísly, které respondenti v otázce 6 vypsalí.

3.3. Společenská hra

Když jsem přemýšlela, jak nejlépe uvést žáky 1. stupně do problematiky sčítání a odčítání (popř. i násobení a dělení) záporných čísel, napadlo mě vytvořit pro ně společenskou hru, při níž se nenásilně seznámí s aditivními operacemi s celými čísly a to jim pak usnadní přechod do počítání matematických úloh.

J. Čáp na straně 230 uvádí: „Myšlení dětí v mladším školním věku je mnohem rozvinutější než na předchozím vývojovém stupni, na druhé straně to stále ještě není abstraktní myšlení dospělého se středoškolským nebo vyšším vzděláním. Podle Piageta jde o etapu konkrétních operací. Myšlení již respektuje zákony logiky; děti dokážou klasifikovat, třídít, řadit, zvládají inkluzi a jiné operace, přitom však se stále váží na názorné poznání, na konkrétní předměty a procesy, které lze přímo vnímat a představit si je, popřípadě s nimi manipulovat, prakticky si ověřit řešení problému. Jsou přitom značné individuální rozdíly v rozvinutosti myšlení podle vloh i způsobu vyučování.“²⁴ Společenská hra by tedy měla být ideálním prostředníkem mezi dětským konkrétním chápáním a nácvikem abstraktního myšlení, kterému se přes názorné řešení učí.

Po výrobě prototypu hry proběhlo několikrát testování, upravování a doplňování pravidel. Následně jsem hru nechala hrát žáky 4. ročníku. Ze hry vznikla videonahrávka, která je součástí DP.

3.3.1. Příprava hry

Nejprve jsem vytvořila systém hry. Základem je oválný herní plán, po kterém je možné se posunovat dopředu i dozadu. Posun dopředu či dozadu určí hráči součet dvou herních kostek. Kostky jsou buď zelené, které zastupují kladná čísla, nebo červené, které zastupují čísla záporná. Ve hře jsou čtyři kostky (dvě zelené a dvě červené) a hráč si vždy na příslušný tah náhodně vylosuje dvě z nich. Zelená kostka znamená posun dopředu (proti směru hodinových ručiček, doprava od startu), červená kostka znamená posun dozadu (po směru hodinových ručiček, doleva od startu). Pokud si tedy hráč vylosuje dvě zelené kostky, jde tedy oběma dopředu, sečte čísla na kostkách a posune se

²⁴ ČÁP, Jan a Jiří MAREŠ. *Psychologie pro učitele*. Vyd. 2. Praha: Portál, 2007, 655 s. ISBN 978-80-7367-273-7.

jedním směrem. Pokud si vylosuje dvě červené, jde oběma dozadu, opět tedy čísla sečte a posune se jedním směrem. Pokud si vylosuje každou kostku jinou, tak musí čísla odečíst a posune se směrem kostky, na které padlo vyšší číslo. Pozor, hra nesupluje prostředí krokování. Sice se může zdát, že díky pohybu figurek dopředu a dozadu se hra stává krokováním, které se hojně používá v Hejného matematice²⁵, ale není tomu tak. Herní plán je zde namalován do kruhu, hráč má tak před sebou zcela jinou perspektivu. Při hře také striktně nezáleží na směru figurky (směr, kam se figurka dívá).

Děj hry jsem zasadila do tématu stěhování strašidelných rodin z hradu. Na hradě Skálově žije mnoho strašidelných rodin, které se musí kvůli rekonstrukci hradu urychleně přestěhovat. Každá rodina má 4 členy a přirozeně jen kompletní rodina se může přestěhovat. Hráči získávají jednotlivá strašidla, pokud na hracím plánu stoupnou na pole s hvězdičkou, případně pokud vylosují kartu s úkolem (s otazníkem) která jim umožní získat strašidlo například od protihráče. Kompletní pravidla hry viz Přílohy.

Obrázek 51 - Herní plán



²⁵ HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. 2014, s. 16

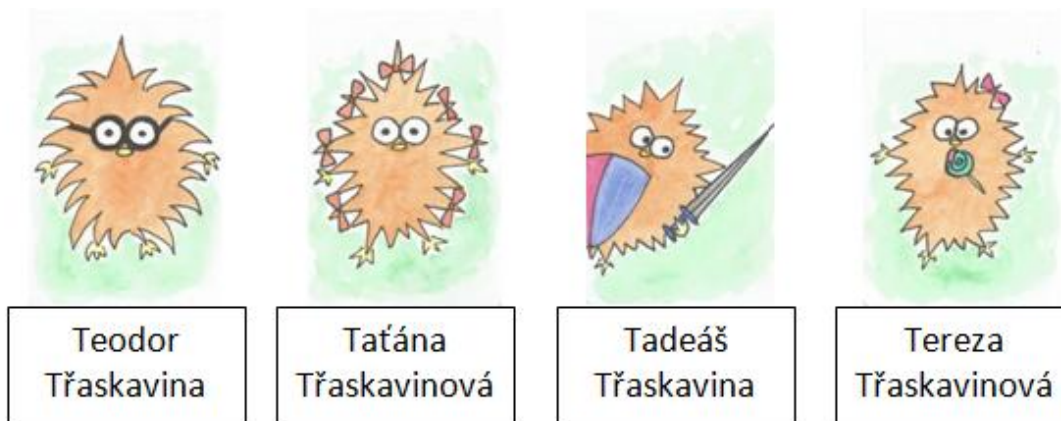
Obrázek 52 - Karty strašidel (karty s hvězdičkou)

Kromě práce s celými čísly a prvku náhody se při hře také uplatní strategie a logické uvažování, neboť pod kartami s otazníky se skrývá mnoho úkolů a možností, jak získat strašidla navíc např. od ostatních spoluhráčů nebo naopak je možné o kartičky přijít a hráč se pak musí rozhodnout, které karty si ponechá a které rozdá svým spoluhráčům.



Do pravidel jsem kromě základní hry zapojila ještě dvě další varianty. První nadstavbou – rozšířením hry, bylo přidání jedné či dvou bílých kostek do pytlíku. Vylosování bílé kostky dává hráči možnost si barvu kostky sám vybrat. Po hodu oběma kostkami může říct, zda bílá kostka bude suplovat zelenou či červenou kostku. Tím se hráčům otevírá větší prostor pro přemýšlení a plánování svých tahů a zároveň pro více počítání. Druhou variantou je tzv. Hra pro náročné. Tato hra se hraje místo s klasickými kostkami s kostkami čtyřhrannými a kostky se mezi sebou nesčítají, ale násobí.

Obrázek 53 - Rodina Třaskavinova

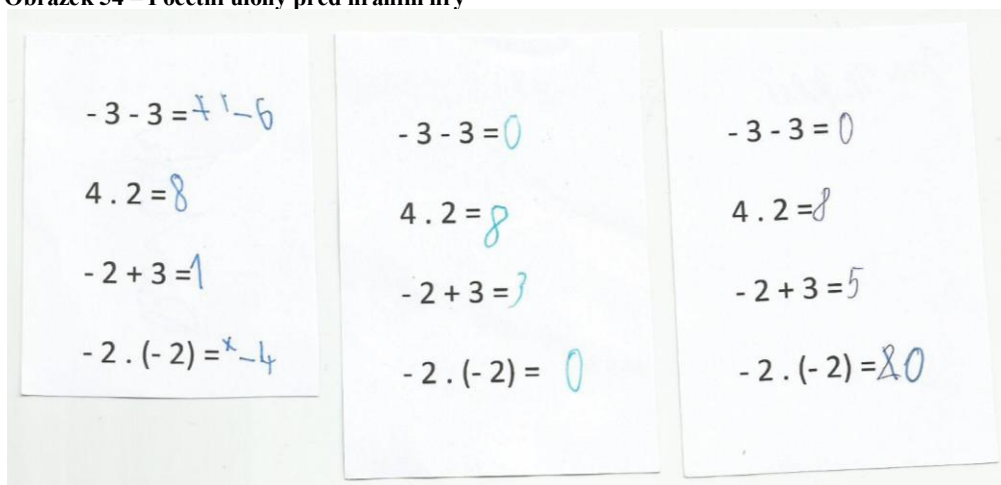


3.3.2. Hraní hry

Hru si zahráli tři žáci 4. ročníku pražské ZŠ, kteří se matematiku učí klasicky. Žákům jsem dala hru s vytisknutými pravidly a nechala jsem je, ať si s ní sami poradí. Při prvním tahu byla akorát nutná jedna korekce, a to, že se oběma kostkami má hodit naráz, nikoli postupně. Jinak herní systém zvládli žáci pochopit sami a já tam mohla hře jen přihlížet bez zbytečných zásahů.

Ještě několik dní před hraním hry jsem dětem dala vypočítat 4 početní úlohy, kde se objevovala i záporná čísla. Přirozeně mě zajímalo, zda se po hraní hry zvýší úspěšnost jejich počítání. Zde jsou výsledky tří žáků, kteří se mnou pak hráli společenskou hru.

Obrázek 54 – Početní úlohy před hraním hry



Při hraní hry jsem očekávala, že si budou žáci kroky odpočítávat, že budou (alespoň v případě odlišných kostek) tah rozdělovat a každou kostku odkrojují zvlášť. Toto se mi u žáků 4. ročníku nepotvrdilo. Již od prvního tahu zvládli čísla na kostkách spočítat a rovnou zahlásili správný počet a směr, o který mají popojít. Někteří si občas při počítání na kostky ukazovali, počítali si puntíky, což se však dělo opravdu výjimečně.

Měla jsem radost, že hra se žákům líbila, bavila je, a tak ani nezaznamenali, že za zhruba hodinu hry vypočítal každý z nich spoustu úloh a to bezchybně, což by se jim při počítání na papír nejspíš nepodařilo.

„Aha efekt v přímém přenosu“

Základní hra nám trvala zhruba hodinu čistého času, a protože si žáci chtěli ještě zkusit hru pro náročné, tak jsem se tentokrát zapojila s nimi a zkusili jsme pak ještě násobící variantu. Nejdůležitější však pro mne byla chvíle, která následovala po dohrání obou her. Chlapec musel sice odejít, ale využila jsem alespoň dvě zbývající dívky. Napsala jsem jim na tabuli 4 matematické úlohy:

$$- 3 - 3 =$$

$$4 \cdot 2 =$$

$$- 2 + 3 =$$

$$- 2 \cdot (- 2) =$$

Dívky společně začaly úlohy řešit, což je přiloženo i na videozáznamu IMAG0093. Na tabuli se pak objevily výsledky 0, 8, 5, - 4. Dívky jsem pak vyzvala, aby si vzpomněly na hru, kterou před chvílí hrály. Když jsme šli ve hře dozadu, byla to červená kostka, všechna čísla s mínusem tedy obtáhnu červenou křídou a zelenou obtáhnu kladná čísla jako pohyb dopředu. Začala jsem obtahovat a než jsem stačila obtáhnout dvě úlohy, dívky už začaly vykřikovat: „Ahaaa, počkat, počkat, takže to máme špatně!“ „No jasněěě!“ „Už jsem to pochopila.“ A hned si začaly výsledky samy od sebe opravovat. Aditivní operace jim nyní vůbec nečinily problém, váhaly pouze u posledního úlohy, který se jim správně vyřešit nepodařilo. Spontánní reakce a radost z objevu a pochopení je na videu velmi dobře zachycena.

3.3.3. Hra pro předškolní děti

Jelikož byl systém hry pro žáky 4. ročníku velice dobře pochopitelný a neměli s ním žádný problém, usuzuji, že by mohli stejně úspěšně hrát tuto hru i žáci nižších ročníků ZŠ. Zajímalo mě však, zda budou i předškolní děti schopny tuto hru, v jednodušší úpravě, úspěšně hrát. Jednou překážkou by pro tak malé děti mohl být herní systém (posunování se po plánu dopředu a dozadu), druhou překážkou by mohla být jejich nižší schopnost soustředění. Ze hry jsem odstranila karty s úkoly a políčka s otazníky, které by byly pro děti příliš náročné a matoucí. Naopak jsem přidala více hvězdiček, aby byla hra rychlejší, jelikož malé děti mají schopnost soustředění pouze kratší časový úsek. Posledním zjednodušením byla možnost sbírat z dané rodiny jakékoli čtyři členy, nemusí být tedy každý člen rodiny jiný, může se objevit např. rodina, kde budou dva i tři tatínkové. Podstata hry, tedy losování dvou kostek a posun na hrací ploše se nijak nezměnil. Hraní hry s dětmi předškolního věku je zaznamenáno na přiloženém videu IMAG0097.

Hru si zahráli čtyři chlapci ze třídy Motýlků MŠ Velká Chuchle. Tři chlapci byli pětiletí, jeden čerstvě šestiletý. Měla jsem trochu obavy, aby děti zvládly pohyb po hracím plánu, pokud si vylosují dvě různobarevné kostky, a to především pokud se ocitnou na plánu daleko od sebe, kde má hráč obráceně pohyb dopředu a dozadu (vpravo a vlevo). Po vysvětlení základních pravidel, systému a cíli hry jsme s kluky začali hrát. První dvě kola jsem chlapcům pomáhala se směrem pohybu, ukazovala jsem jim, kde je dopředu a dozadu a k mému milému překvapení již od třetího tahu dokázali určit správný směr pohybu a vůbec jim to nečinilo žádné problémy. Občas jsem i v průběhu hry musela s pohybem některému chlapci pomoci, ale ve většině případů to zvládli sami, popř. si i mezi sebou poradili. Vždy když si někdo vylosoval dvě kostky a hodil jimi, osvědčilo se mi po odkrokování jedné kostky jim kostku odebrat, aby je už nepletla.

Po celou dobu hraní panovala veselá a uvolněná atmosféra, kluci se bavili a hráli s radostí, což dokládá i výkřik chlapce: „Tahle hra je dobrá!“ (17:01). Překvapilo mě, že i tak malé děti, ještě předškolního věku, jsou schopny hru bez problémů hrát. Myslím, že podruhé už by hru zvládli hrát i bez větších zásahů dospělého. Pro děti je tato hra nenásilná příprava na krokování a práci s počtem. Jelikož jsme museli ukončit hru dříve,

než bylo plánováno (ostatní děti přišly ze hřiště do školky na oběd), zvolila bych pro příště ještě jednodušší pravidla pro sbírání strašidel. Zmenšila bych počet členů rodiny na 2, aby se dětem rychleji podařilo nasbírat tři rodiny do auta.

Při hraní hry vzniklo několik zajímavých situací. Popíšu některé z nich.

- Z videa se dá vyzorovat, že měli kluci velikou legraci z toho, když jim padl na dvou různobarevných kostkách stejný počet teček a oni se po odkrokování vraceli na stejné místo. Kluci pak radostně hlásili: „A zase nazpátek na stejný místo!“ Myslím, že po několikerém hraní hry už by tuto legraci přenesli do pochopení a následně by odpadlo i samotné odkrokování obou kostek. (od 20:05 do 24:28)
- Dva chlapci se dostali společně na stejné políčko, a protože jim oběma po dva tahy padla 1 zelená a 1 červená, setrvali tam poměrně dlouho spolu. Když se podařilo jednomu chlapci hodit 6 zelená a 1 červená a konečně se od svého kamaráda odpoutal, začali se kluci smát, jestli náhodou nehodí jeho kamarád opět stejná čísla, kamarád nakonec hodil 6 zelená a 2 červená. První chlapec hned s úsměvem hlásí: „Já jsem měl ale 1.“ Je mu tedy jasné, že se již znovu na stejné místo nedostanou, již umí porovnat hodnoty čísel. (od 26:30 do 27:41)
- Po každém hození vždy kluci sečetli počet teček na obou kostkách, i když měly kostky rozdílnou barvu, evidentně to tak mají již v sobě zakódované, že ve školce i mimo ni často veškeré objekty sčítají (počítají dohromady), popř. znají a hrají nějaké hry, kde se musí sčítat, takže je to jejich automatická reakce. I když však čísla sečetli, dodržovali systém hry a při odkrokování už se správně řídili barvou kostek. Tah pak tedy vypadal následovně: na kostkách padlo např. 3 červená a 2 zelená, chlapec zahlásil 5 a pak řekl, že půjde 3 dozadu a 2 dopředu a tak taky udělal. Zajímavé je, že pokud si chlapci vytáhli dvě kostky rozdílné barvy, ve většině případů začínali krokovat kostkou zelenou, tedy dopředu.

Velice mě zaujal fenomén automatického sčítání kostek. Zahrála jsem si tedy hru ještě jednou s dětmi předškolního věku, a to se třemi chlapci opět z MŠ Velká Chuchle, tentokrát ze třídy Šneků. U dvou dětí se opět, i když v ne tak markantní míře, tento

fenomén objevil. Po hodu kostek chlapani s nadšením ohlašovali sečtené puntíky. Ani v jedné třídě podle učitelek nedělají nějaká speciální cvičení či aktivity na sčítání objektů. Vzhledem k tomu, že však děti součet ohlašovaly nadšeně a vždy hledaly oporu učitele (dospělého) při vyřčení výsledku, stále se domnívám, že je po předškolních dětech velmi často požadováno sčítání různých objektů. Proto jsou na to děti zvyklé a myslí si, že se to od nich vždy očekává, jakmile se pracuje s nějakým počtem.

Hra pro tříleté děti

Jelikož mi tato hra připadá opravdu velice variabilní a zvládly ji hrát i předškolní děti, napadlo mě, zda by nemohla pomoci dětem ještě menším. Zkusila jsem tedy hru ještě zjednodušit a hrát ji s dětmi tříletými. S Tobíkem a Sofínkou jsme hráli pouze s jednou kostkou, přičemž červená znamená opět dozadu a zelená dopředu. Vyhrává ten, kdo nasbírá 3 strašidla, tím se hra pro tak malé děti hodně zrychlí. Při dvou hráčích jsme hrály necelých 10 minut, což je pro tříleté děti myslím akorát. Nutno dodat, že čerstvě tříleté děti mnohdy ještě ani hry jako Člověče, nezlob se neznají, což byl případ Sofinky, na které bylo vidět, že se neumí pohybovat podle teček na kostce. Nicméně i tak oba pochopili, kde je dopředu a dozadu. Pomohli jim v tom i figurky, které mají obličej. Po každém hodu si hráč vždy otočil figurku správným směrem, to zvládly děti samy. S počítáním kroků jsem jim pak musela pomoci já. U tříletých dětí se zatím nedá hovořit o rozvoji pochopení záporných čísel či práce s nimi, hra jim však dává možnost sémanticky uchopit počet teček jako počet kroků. Zároveň se také učí číselnou řadu do šesti. V neposlední řadě vidím velký přínos v orientaci na hrací ploše resp. v rozvoji schopnosti aplikovat daná pravidla a přizpůsobit se jim. Pro tak malé děti bylo při hraní nejobtavnější pozorovat, kdy se na hrací ploše blíží k sobě nebo se naopak oddalují. Proto je jistě vhodné, že je plán kruhový. Tříletý Tobík při hře několikrát radostně hlásil:

„Jsem za tebou Sofi!“ – když se Tobík dostal na jedno políčko za Sofínku

„Tři zase. To už měla.“ – Tobík si všiml, že Sofínka dvě kola za sebou hodila trojku.

„Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest. To je tři a tři.“ – patrně podle umístění teček na kostce (šestka je tvořena dvěma trojicemi puntíků) už Tobík vnímá šestku jako dvě trojky

„Už jdu proti tobě.“ – zde je vidět dobrá orientace na ploše, dobré vnímání pohybu

„Už jsme se skoro potkali. Už mi chybí jedna, dva, tři.“ – tříletý Tobík zvládl spočítat rozdíl políček mezi dvěma figurkami

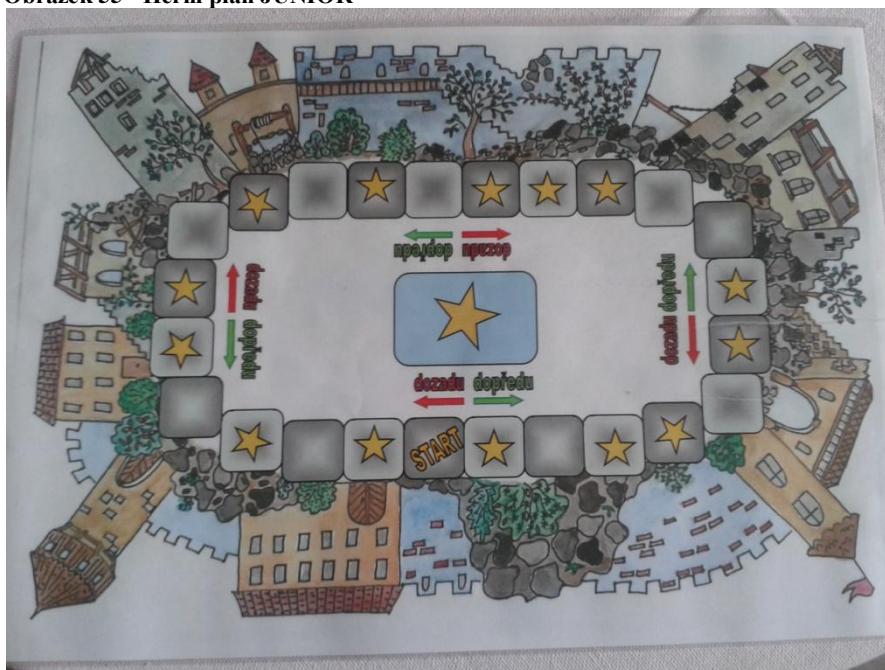
„Tam právě není hvězda.“ – Sofinka stála na místě a jedna dopředu i dozadu bylo volné políčko (bez hvězdičky), Sofince padla na kostce jednička (červená) a aniž by ještě začala krokovat, všiml si Tobík, že je jasné, že Sofča stoupne na políčko, kde nebude hvězdička.

V sobotu 17. října 2015 se v pořadu ČT Studio 6 víkend věnovali reportéři zahájení největšího českého festivalu deskových her Deskohraní. K tomuto tématu byl do pořadu přizván PhDr. Václav Mertin z katedry psychologie FF UK, který měl promluvit o vlivu deskových her na děti. Video je možné shlédnout v archivu ČT.²⁶ Hraní deskových her má pro děti mnoho významů, např. tvorba strategie a rozvoj logického myšlení, učení se přiměřenému riskování, učení se zvládat stres a své emoce (např. při prohře), simulace reality, předvídání. Největším přínosem deskových her pro děti dle doktora Mertina je interakce mezi spoluhráči/protihráči. On sám přirovnal hraní deskové hry (s) dětmi k návštěvě hospody pro dospělé – hlavním důvodem, proč dospělí šli do hospody je dát si večeři a pivo, nicméně mimoděk spolu lidé komunikují, sdělují si a sdílí spolu mnoho informací, což je největším přínosem celého večera.

Vzájemné učení v interakci mezi spoluhráči je patrné i na videu z hraní ve školce, například u společného rozhovoru předškolních dětí, když se postavily na stejné políčko, kdy se tomu všechny děti společně smály a společně přemýšlely a diskutovaly o tom, jak asi dopadnou další hody, zda budou opět hráči na stejném políčku. Při hře si děti radily, kolik jim na kostkách padlo a zda mají jít dopředu či dozadu. Dále pak například v situaci, kdy jsme přiřadili počet teček na kostce k věku hráče, kdy si děti porovnávaly, zda jsou stejně staré, jak to, co jim padlo, či nikoli. Při komunikaci u hry tak děti poznávají nejen samy sebe a své spoluhráče, ale také si mezi sebou ukazují různé modely čísel (číslo jako počet teček na kostce, číslo jako počet kroků - vzdálenost, číslo jako věk, číslo jako počet nasbíraných strašidel, popř. kolik strašidel mi ještě chybí) a pomáhají si vzájemně řešit vzniklé situace. Tato hra v sobě tedy spojuje tři velmi důležité funkce – rozvoj předmatematického (logického) myšlení, rozvoj sociálních dovedností a vzájemné učení.

²⁶ <http://www.ceskatelevize.cz/porady/10441287766-studio-6-vikend/215411010121017/>

Obrázek 55 - Herní plán JUNIOR



Hra, ať už společenská, pohybová, rollová či jiná, je pro děti velice motivující a jak uvádí Čáp na straně 284 „soustředěná pozornost se zdokonaluje právě v poutavých, citově zabarvených, silně motivovaných hrách: dítě předškolního věku se dokáže soustředit na takovou hru několikanásobně delší dobu než na jinou činnost“.²⁷ Hraní her je tedy pro předškolní děti tím nejlepším prostředkem k jakémukoli učení.

V mateřské škole mají děti velký prostor pro hraní her a další aktivity a tato hra by pro ně byla velmi vhodným doplňkem nejen předmatematického rozvoje. Pokud by učitelky MŠ využívaly této či nějaké podobné hry (s podobným herním systémem), krokování a dalších aktivit pro práci s počtem (vytleskávání, porovnávání, řazení...), byly by děti ze školky nadstandardně připraveny na vstup do kolektivu ZŠ a na aritmetiku, která je v ZŠ čeká.

²⁷ ČÁP, Jan a Jiří MAREŠ. *Psychologie pro učitele*. Vyd. 2. Praha: Portál, 2007, 655 s. ISBN 978-80-7367-273-7.

4. Závěr

Úkol sepsat diplomovou práci byl pro mne velice náročný, a to hlavně zpočátku, kdy jsem se snažila sehnat dostatek informací o záporných číslech na 1. stupni ZŠ. Pramenů k tomuto, pro mne lákavému tématu, je opravdu málo. Neméně náročné bylo hledání záporných čísel v učebnicích pro základní školy, které jsem si dala jako jeden z cílů. Až na učebnice metody profesora Hejného se v učebnicích pro ZŠ totiž takovéto úlohy prakticky nevyskytují. Ovšem šikovný a tvořivý učitel by měl volit otázky a upravovat některá cvičení tak, aby v žácích probudil přirozený zájem o práci se zápornými čísly a podporoval jejich objevy.

Praktickou část své diplomové práce jsem věnovala třem druhům experimentu. Tři druhy jsem zvolila záměrně, chtěla jsem se na záporná čísla podívat z pohledu žáků i učitelů a zároveň jsem také chtěla připojit vlastní invenci v podobě metody, která by mohla žákům přirozeně otevřít vstup do početních operací se zápornými čísly. Zvolila jsem si tvorbu společenské hry.

První část experimentu se však věnovala žákovským řešením práce se zápornými čísly. U žáků ZŠ A (vedenými klasickou matematikou) se objevoval větší rozptyl odpovědí, mnohdy se objevovaly odpovědi bez logické souvislosti. U žáků ze ZŠ H (vedenými dle učebnic prof. Hejného) můžeme pozorovat kreativnější řešení úloh. I žáci ze školy H hodně chybovali, ale lze u nich pozorovat větší zápal pro řešení úlohy. V této části oceňuji, že se mi podařilo ve valné většině případů zmapovat veškeré žákovské odpovědi (žakovská řešení), a některá z nich i podrobněji rozebrat. Tím se mi podařilo odhalit žakovo myšlení a uvažování nad úlohou. V několika případech jsem tímto způsobem našla i žákovské fenomény při řešení úlohy, které by bylo potřeba reedukovat.

Ve druhé části experimentu – učitelském dotazníku, jsem zjišťovala, zda učitelé 1. stupně záporná čísla do výuky zařazují (což je dnes jejich povinnost), v jakém ročníku by se podle nich měla záporná čísla do výuky zařazovat a jakým způsobem. Překvapivé pro mě bylo velké množství odpovědí, že učitelé záporná čísla do výuky nezařazují. Na druhou stranu je potěšující velké množství prostředí, kde můžeme naléznout modely pro práci se zápornými čísly. Nejčastější odpovědí, na jakém modelu se mohou žákům

záporná čísla ukázat, byl teploměr/teplota. Obávám se však, že si učitelé tohoto vhodného modelu jsou vědomi, ale ve výuce ho nepoužívají, jelikož právě odečítání teploměru činilo žákům v žákovském experimentu značné potíže.

Velice mě potěšila třetí část experimentu, a to společenská hra. Mám radost, že se mi podařilo vymyslet, vytvořit a realizovat hru s takovým herním systémem, který dětem poskytne most mezi číselně vyjádřenými úlohami a reálnou situací, pokud jde o aditivní operace s celými čísly. Zároveň hra rozvine dětskou osobnost hned několika směry (sociální kompetence, matematické dovednosti, strategie a předvídání), motivuje je k činnosti, a je natolik variabilní, že ji s chutí a pochopením mohou hrát již předškolní děti.

Za největší přínosy své diplomové práce považuji zmapování postoje učitelů, jelikož dle mého názoru se postoj učitele nejvíce projevuje na výuce, a tím i výkonu žáků, a především pak společenskou hru. Chtěla jsem dokázat, že práce se zápornými čísly není pro žáky nepřirozená a nepochopitelná, jak si mnoho učitelů myslí, a že se nemusí odehrávat jen v teoretické rovině, tzn. pomocí tabulky s vypsányými postupy sčítání a odčítání (příp. násobení a dělení). Hlavním cílem vyučování, a na prvním stupni především, by měla být motivace a pochopení. Jsem si ale také vědoma, že má diplomová práce nemůže v žádném případě rozsáhlé téma záporných čísel pokrýt, proto bych byla ráda, kdybych mohla (ať už já nebo kdokoli jiný) do budoucna tuto oblast prozkoumat ještě detailněji a ve větším rozsahu.

5. Seznam obrázků

Obrázek 1 - Strana 7, cvičení 4	16
Obrázek 2 - Strana 11, cvičení 5	16
Obrázek 3 - Strana 12	16
Obrázek 4 - Strana 13, cvičení 12	17
Obrázek 5 - Strana 50, cvičení 3	17
Obrázek 6 - Strana 5, cvičení 4	18
Obrázek 7 - Strana 7, cvičení 16	18
Obrázek 8 - Strana 10, cvičení 7	19
Obrázek 9 - Strana 24, cvičení 13	19
Obrázek 10 - Strana 31, cvičení 9	19
Obrázek 11 - Strana 37, cvičení 6	20
Obrázek 12 - Strana 16, cvičení 43	21
Obrázek 13 - Strana 25, cvičení 8	21
Obrázek 14 - Strana 25, cvičení 11, 12	22
Obrázek 15 - Strana 40, cvičení 1, 2	22
Obrázek 16 - Strana 45, cvičení 9	23
Obrázek 17 - Strana 81	23
Obrázek 18 - Strana 82, cvičení 9, 10	24
Obrázek 19 - Strana 83, cvičení 13	24
Obrázek 20 - Strana 83, cvičení 15	25
Obrázek 21 - Strana 21, cvičení 9	25
Obrázek 22 - Strana 67, cvičení 29	25
Obrázek 23 - Strana 116, 117	27
Obrázek 24 - Strana 118, cvičení 2	28
Obrázek 25 - Znázornění celých čísel	28
Obrázek 26 - Strana 119, cvičení 4-6	29
Obrázek 27 - Strana 124 Sčítání celých čísel	30
Obrázek 28 - Tabulka se shrnutím kapitoly	31
Obrázek 29 - Strana 32, cvičení 2	32
Obrázek 30 - Strana 33, cvičení 3	33
Obrázek 31 - Strana 37	34
Obrázek 32 - Strana 38, cvičení 4 a 1	35

Obrázek 33 - Strana 62	36
Obrázek 34 - Strana 63, cvičení 8 a 9.....	37
Obrázek 35 – Úloha doplň volná místa	38
Obrázek 36 – Úloha Teploměr.....	39
Obrázek 37 – Úloha Součtové trojúhelníky.....	41
Obrázek 38 – Úloha Náš dům.....	42
Obrázek 39 – Úloha Koláče.....	44
Obrázek 40 - Chlapcův vyplněný pracovní list.....	47
Obrázek 41 - Dívčín vyplněný pracovní list.....	56
Obrázek 42 - Nákres ze zadní strany dívčina pracovního listu.....	57
Obrázek 43 – Úloha Kasička	67
Obrázek 44 – Úloha Hladina	68
Obrázek 45 - Obchodní dům - úvod.....	73
Obrázek 46 - Obchodní dům - Správně x špatně	74
Obrázek 47 - Obchodní dům - Doplň věty	75
Obrázek 48 - Obchodní dům - Vysvětlování	76
Obrázek 49 - Počet žáků nastupujících do 1. ročníku	82
Obrázek 50 - Graf rovnice $4x^3-13x-6=0$	82
Obrázek 51 - Herní plán	88
Obrázek 52 - Karty strašidel (karty s hvězdičkou).....	89
Obrázek 53 - Rodina Třaskavinova.....	90
Obrázek 54 – Početní úlohy před hraním hry	90
Obrázek 55 - Herní plán JUNIOR.....	96

6. Seznam tabulek

Tabulka 1 – Rozložení žáků v předexperimentu.....	38
Tabulka 2 – Předexperiment Číselná řada – úplný výpis odpovědí vlevo od 0.....	39
Tabulka 3 - Předexperiment Teploměr – úplný výpis odpovědí.....	40
Tabulka 4 Předexperiment Součtové trojúhelníky	41
Tabulka 5 - Předexperiment Náš dům – úplný výpis odpovědí.....	43
Tabulka 6 Předexperiment Koláče – úplný výpis odpovědí.....	44
Tabulka 7 – Experiment – rozložení žáků	46
Tabulka 8 – Výčet všech odpovědí (jaká čísla žáci zanesli vlevo od 0)	65
Tabulka 9 – Výčet všech odpovědí (první, druhý a třetí teploměr)	66
Tabulka 10 – Výčet všech odpovědí (kolik jsem měl v kasičce).....	67
Tabulka 11 – Výčet všech odpovědí (označení úterý a soboty na měřidle)	68
Tabulka 12 – Výčet všech odpovědí (nejvyšší podlaží, nejnižší podlaží, zmáčknu ve výtahu).....	70
Tabulka 13 – Výčet odpovědí (úloha s koláči)	71
Tabulka 14 – Shrnutí experimentu – chybovost v žakovských řešeních	71
Tabulka 15 - Rozdělený výpis odpovědí	84
Tabulka 16 - Souhrnný výpis odpovědí.....	85

7. Zdroje

Učebnice

COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 6. ročník základní školy*. 2., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007, 215 s. ISBN 978-80-7168-992-8

COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 7. ročník základní školy*. 2., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007, 288 s. ISBN 978-80-7168-993-5.

COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 2., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007, 192 s. ISBN 978-80-7168-994-2.

COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 9. ročník základní školy*. 2., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007, 221 s. ISBN 978-80-7168-995-9.

EIBLOVÁ, Ladislava, Jan MELICHAR a Miroslava ŠESTÁKOVÁ. *Matematika pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2009, 143 s. ISBN 978-80-7235-434-4.

HEJNÝ, Milan. *Matematika: učebnice pro 2. stupeň ZŠ a víceletá gymnázia : Hejného metoda A*. 1. vydání. Praha: H-mat, o.p.s., 2015, 79 stran. ISBN 978-80-905756-0-8.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Eva BOMEROVÁ. *Matematika: učebnice pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010, 112 s. ISBN 978-80-7238-940-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Eva BOMEROVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2011, 112 s. ISBN 978-80-7238-966-7.

VACKOVÁ, Ivana, Ludmila FAJFRLÍKOVÁ a Zdeňka UZLOVÁ. *Matematika pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2010, 142 s. ISBN 978-80-7235-471-9.

Tištěné zdroje

ČÁP, Jan a Jiří MAREŠ. *Psychologie pro učitele*. Vyd. 2. Praha: Portál, 2007, 655 s. ISBN 978-80-7367-273-7.

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. 1. vyd. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2014, 230 s. ISBN 978-80-7290-776-2.

- HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2009, 232 s. ISBN 978-80-7367-397-0.
- HEJNÝ, Milan (ed.), Jarmila NOVOTNÁ (ed.) a Nad'a VONDROVÁ (ed.). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004, 212 s. ISBN 80-7290-189-3.
- HEJNÝ, Milan (ed.), Jarmila NOVOTNÁ (ed.) a Nad'a VONDROVÁ (ed.). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004, s. 213-455. ISBN 80-7290-189-3.
- HOŠPESOVÁ, Alena, Nad'a VONDROVÁ a Marie TICHÁ. *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007, 218 s. ISBN 978-80-7394-052-2.
- CHAJDA, Radek. *Matematika v otázkách a odpovědích*. Praha: Ottovo nakladatelství, 2010, 80 s. ISBN 978-80-7360-985-6.
- JEŘÁBEK, Jaroslav, Milan ROSENZWEIG, Adriena SMEJKALOVÁ, Eva JANOUŠKOVÁ a kol. MŠMT ČR. *Vzdělávací program Základní škola*. Praha: Fortuna, 1996. ISBN 80-7168-337-X.
- MIKULČÁK, Jiří, Bohdan KLIMEŠ, Jaromír ŠIROKÝ, Václav ŠŮLA a František ZEMÁNEK. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-85840-84-4.
- MOJŽÍŠEK, Lubomír. *Základy pedagogické diagnostiky*. První vydání. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1986. ISBN 14-557-86.
- MŠMT ČR. *Návrh učebních osnov Občanské školy*. Praha: Portál, 1994. ISBN 80-85282-99-2.
- POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1.
- REKTORYS, Karel a spolupracovníci. *Přehled užité matematiky*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1963. ISBN 04-018-63.
- VONDRAČEK, Josef, Karel TOMEK, Jindřich KITZBERGER. MŠMT ČR. *Vzdělávací program Národní škola*. Praha: SPN, 1997. ISBN 80-04-26 683-5.

Elektronické zdroje

Priloha1_Upravený_RVPZV_s_vyznacenyimi_zmenami.docx. [online]. 2013 [cit. 2015-03-01]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani>

Terminologický slovník zeměměřictví a katastru nemovitostí: relativní hloubka. [online]. [cit. 2015-03-01]. Dostupné z: http://www.vugtk.cz/slovník/termin.php?jazykova_verze=&tid=4719&l=relativni-hloubka

Terminologický slovník zeměměřictví a katastru nemovitostí: výška (h, H). [online]. [cit. 2015-03-01]. Dostupné z: [http://www.vugtk.cz/slovník/termin.php?jazykova_verze=&tid=4150&l=vyska-\(h--h\)](http://www.vugtk.cz/slovník/termin.php?jazykova_verze=&tid=4150&l=vyska-(h--h))

Vzdělávací program Obecná škola. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2006. [cit. 2015-03-01]. Dostupné z: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf

Vliv deskových her na děti. *Studio 6 víkend - Česká televize* [online]. 2015 [cit. 2015-11-07]. Dostupné z: <http://www.ceskatelevize.cz/porady/10441287766-studio-6-vikend/215411010121017/>

8. Přílohy

Příloha 1 – Pracovní list pro žáky (experiment)	I
Příloha 2 – Pracovní list pro žáky (předexperiment)	II
Příloha 3 – 34 Vyplněné pracovní listy žáků.....	III - XXXIV
Příloha 35 – Pravidla společenské hry strana 1	XXXV
Příloha 36 – Pravidla společenské hry strana 2.....	XXXVI
Příloha 37 – Pravidla společenské hry strana 3.....	XXXVII
Příloha 38 – Pravidla společenské hry strana 4.....	XXXVIII
Příloha 39 – Pravidla společenské hry strana 5.....	XXXIX

DVD

Video IMAG0092 – Záznam základní hry

Video IM010092 – Pokračování záznamu základní hry

Video IMAG0093 – Dívky řeší úlohy po odehrání hry

Video IMAG0097 – Hraní hry v mateřské škole

Hlas 011-043 – Rozhovory k experimentům

Příloha 1 – Pracovní list pro žáky (experiment)

Škola:

Ročník:

dívka

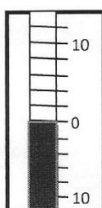
chlapec

Ev. č.:

Doplň volná místa.

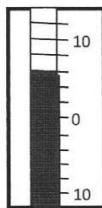
			0	1	2				6	7			
--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	--	--	--

Kolik ukazuje teploměr stupňů?



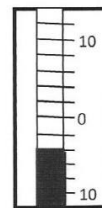
Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

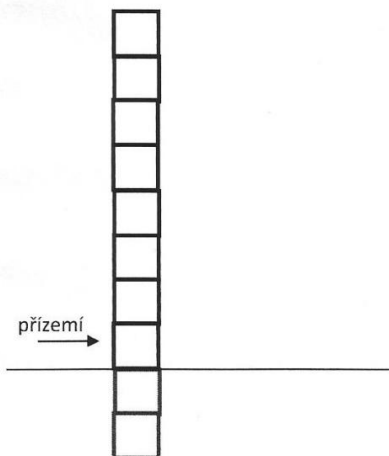


Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší:

Nejnižší:

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou:

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je:

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Příloha 2 – Pracovní list pro žáky (předexperiment)

Škola:

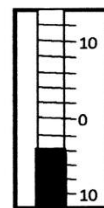
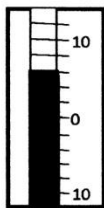
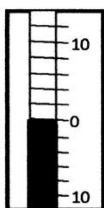
Ročník:

dívka chlapec

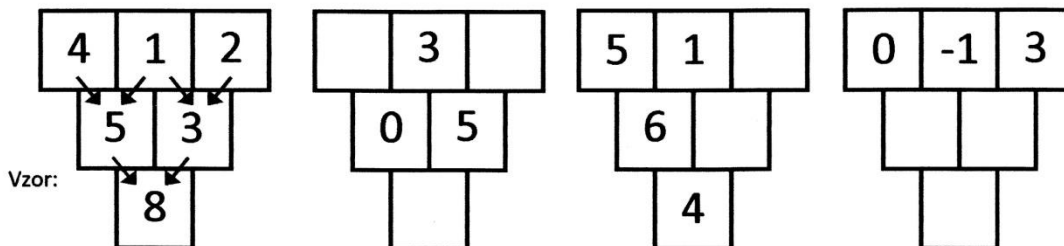
Doplň volná místa.

			0	1	2				6	7			
--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	--	--	--

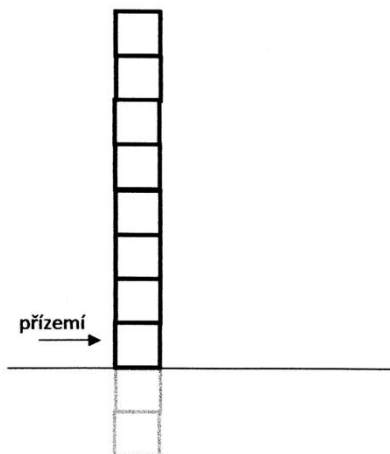
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



Pokus se vypočítat.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší:

Nejnižší:

Bydlím v 5. Nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou:

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je:

Jak jsi na to přišel/přišla?

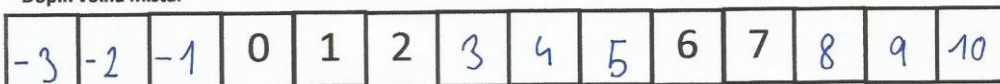
Příloha 3 – Pracovní list č. 11

Škola: ZŠ A

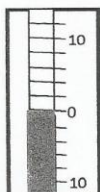
Ročník: 5.

dívka chlapec Ev. č.: 11

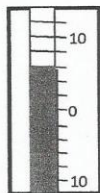
Doplň volná místa.



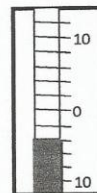
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



6



-4

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

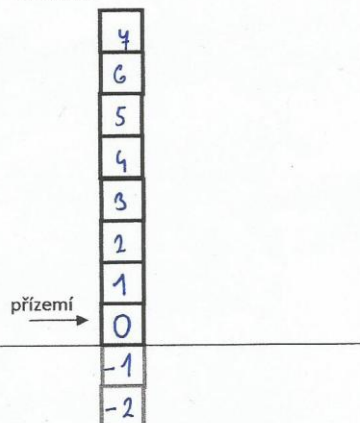
50 Kč

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 4

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2 koláče

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Příloha 4 – Pracovní list č. 12

Škola: ZŠ A

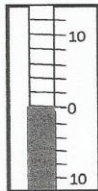
Ročník: 5

dívka chlapec Ev. č.: 12

Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Kolik ukazuje teploměr stupňů?



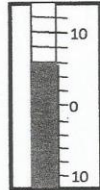
0°C

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

$$40 - 10 = 30 - 20 = 10$$

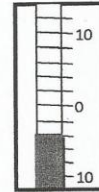
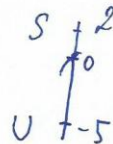
Měl 50 Kč



4°C

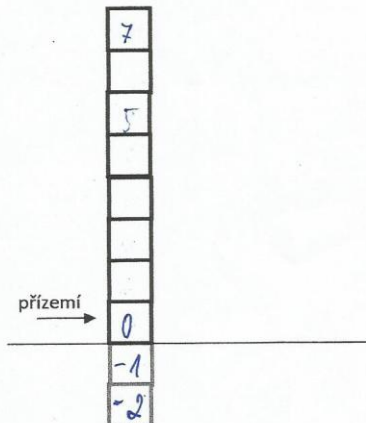
Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřídle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



-2°C
čtyři pod nulou

Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknu: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

$$-3 + 7 = 6$$

Příloha 5 – Pracovní list č. 13

Škola: ZŠ A

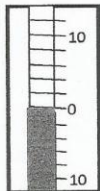
Ročník: 5. tř.

dívka chlapec Ev. č.: 13

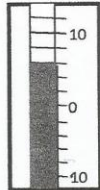
Doplň volná místa.

<u>-3</u>	<u>-2</u>	<u>-1</u>	0	1	2	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	6	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
-----------	-----------	-----------	---	---	---	----------	----------	----------	---	----------	----------	----------	-----------

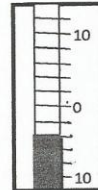
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0°C



6°C



-4°C

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

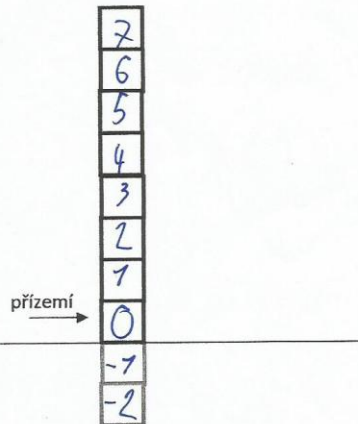
$$\begin{aligned} & \del{40 = 10 + 20} \\ & 40 - 10 + 20 = \mathbf{50} \end{aligned}$$

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: $6 - 7 = -1 + 3 = \mathbf{2}$

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:



Příloha 6 – Pracovní list č. 14

Škola: ZŠ A

Ročník: 5.

dívka

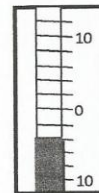
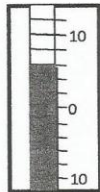
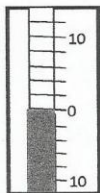
chlapec

Ev. č.: 14

Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Kolik ukazuje teploměr stupňů?



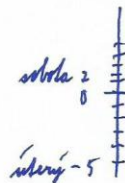
Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

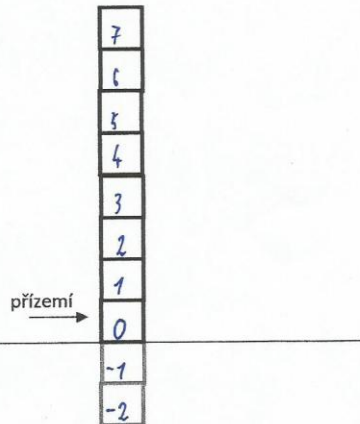
50

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2 koláče

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

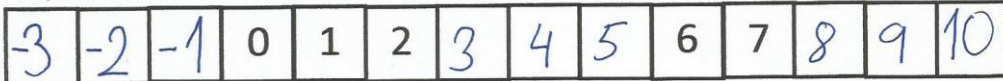
Příloha 7 – Pracovní list č. 15

Škola: ZŠ A

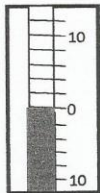
Ročník: 4.

dívka chlapec Ev. č.: 15

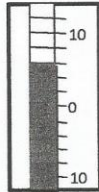
Doplň volná místa.



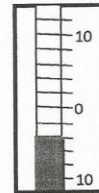
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0°C



6°C



-4°C

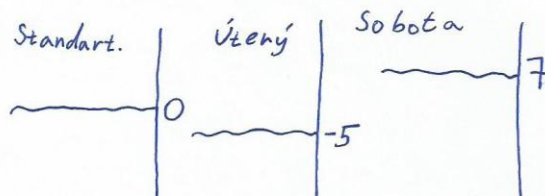
Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

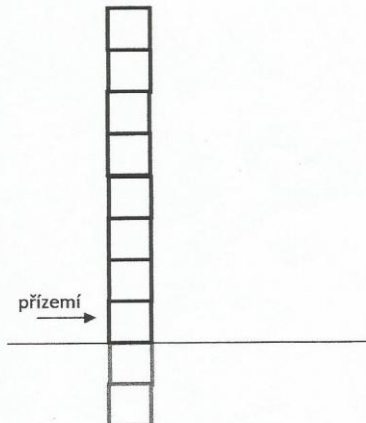
$$40 + 20 = \underline{\underline{60}}$$

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: *nesmysl*

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Příloha 8 – Pracovní list č. 16

Škola: ZŠ A

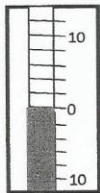
Ročník: 4.

dívka chlapec Ev. č.: 16

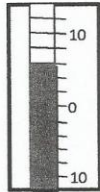
Doplň volná místa.

3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

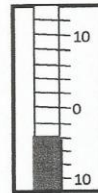
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



nula



+5 stupňů



-5 stupňů

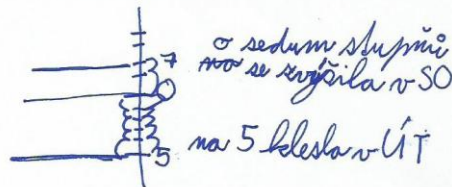
Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

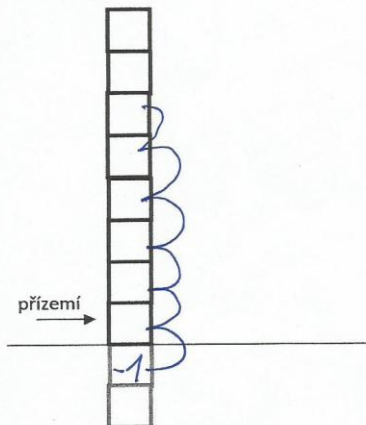
Měl 30 Kč.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: v misce jsou 2

1 koláč někomu dluží

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Příloha 9 – Pracovní list č. 17+18

Škola: ZŠ A

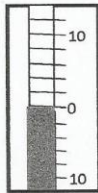
Ročník: 4.

dívka chlapec Ev. č.: 17+18

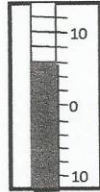
Doplň volná místa.

11	12	13	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

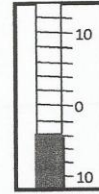
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



1°C



3°C



2°C

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

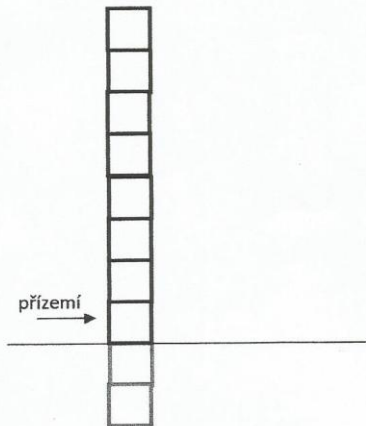
-20 Kč
+10 Kč
Měl 50 Kč.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: 0

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je:

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla: *Nemá řešení.*

Příloha 10 – Pracovní list č. 19

Škola: ZŠ A

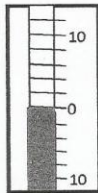
Ročník: 4

dívka chlapec Ev. č.: 19

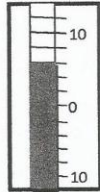
Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

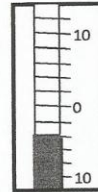
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



= 0



= 6



= -4

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

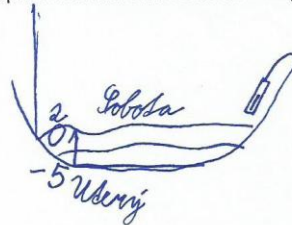
$$40 + 10 = 50$$

$$50 - 10 = 40$$

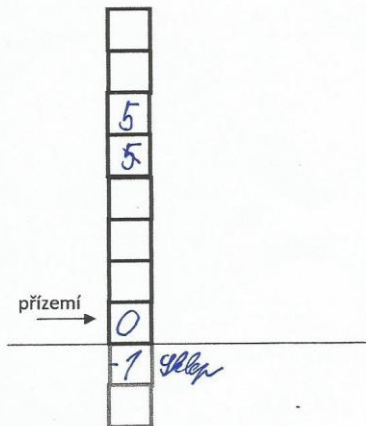
měl 50 Kč

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

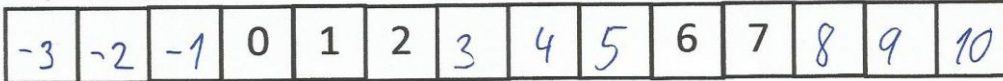
Příloha 11 – Pracovní list č. 20

Škola: ZŠ A

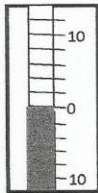
Ročník: 4.

dívka chlapec Ev. č.: 20

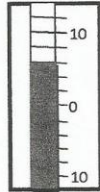
Doplň volná místa.



Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



6



-4

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

$$50 - 20 = 30 + 10 = 40$$

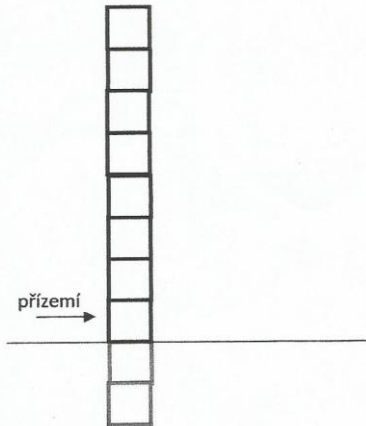
V kasičce bylo 50 korun.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknu: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: *2 koláče*

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Příloha 12 – Pracovní list č. 21

Škola:

ZŠ A

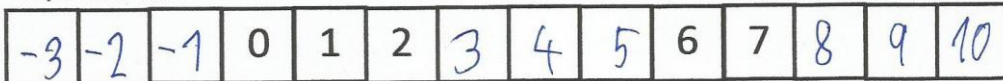
Ročník: 4

dívka

chlapec

Ev. č.: 21

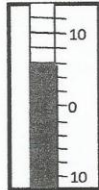
Doplň volná místa.



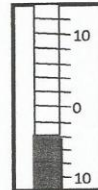
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



6



-4

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

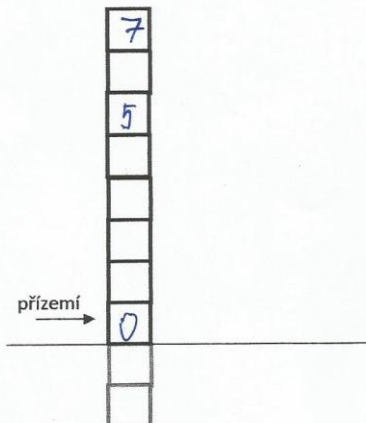
50

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřídle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.

$$\begin{array}{r} -7 \\ -0 \\ - \\ - \\ - \\ - \\ -5 \end{array}$$

Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -2

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Sahle úloha nejde udělat v opravdickém životě.

Příloha 13 – Pracovní list č. 22

Škola:

ZŠ A

Ročník:

5

dívka

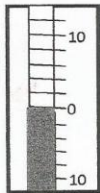
chlapec

Ev. č.: 22

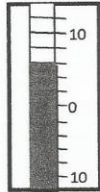
Doplň volná místa.

			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
--	--	--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

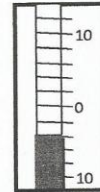
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0 °C



6 °C



-4 °C

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

$$40 - 10 + 20 = 50$$

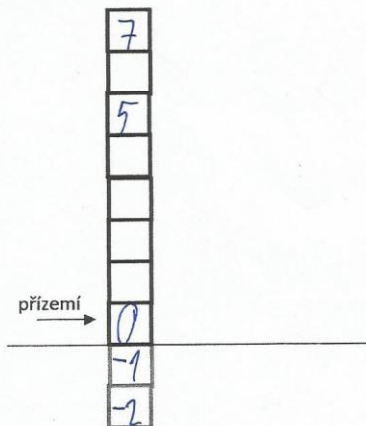
Měl jsem 50 Kč.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.

$$\begin{array}{r} + 7 \text{ SO} \\ + 0 \\ - 5 \text{ ÚT} \\ \hline \end{array}$$

Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je:

2 koláče

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

$$6 - 7 + 3 = 2$$

Příloha 14 – Pracovní list č. 23

Škola: ZŠ A

Ročník: 5

dívka chlapec Ev. č.: 23

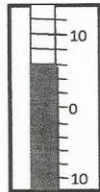
Doplň volná místa.

0	1	2	0	1	2	6	7		6	7			
---	---	---	---	---	---	---	---	--	---	---	--	--	--

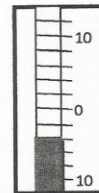
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



6



9



4

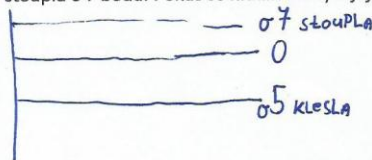
Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

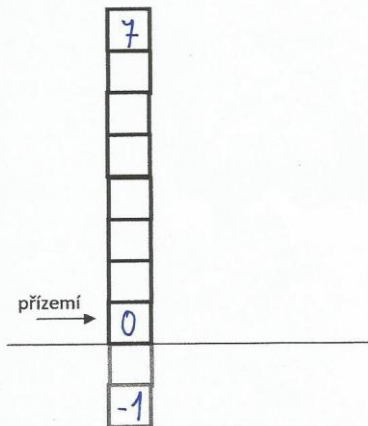
MĚL 50 Kč.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -1

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -0

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je:

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

NEPŘIŠLA JSEM NA TO CO STÍM.

Příloha 15 – Pracovní list č. 24

Škola: ZŠ A

Ročník: 5/1

dívka

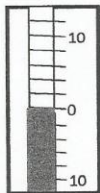
chlapec

Ev. č.: 24

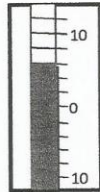
Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

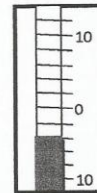
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



3



-2

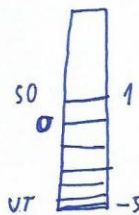
Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

Měl jsem 50 Kč

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

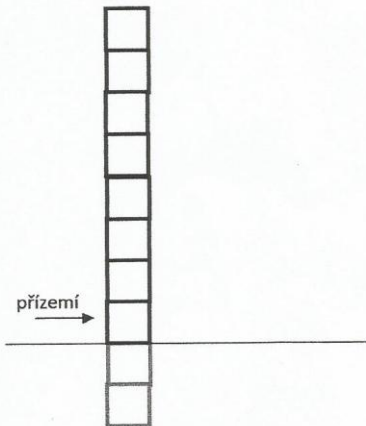
Nejvyšší: 8

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknu: -2

Náš dům.



Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2

$$2 - 3 = -1 + 7 = 6$$

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Příloha 16 – Pracovní list č. 25

Škola:

ZŠ A

Ročník:

4

dívka

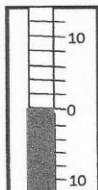
chlapec

Ev. č.: 25

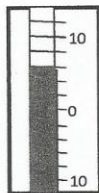
Doplň volná místa.

11	12	13	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

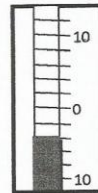
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



15



-10

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

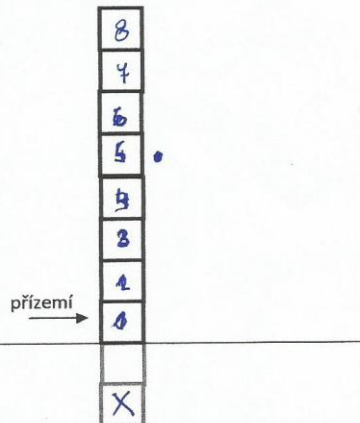
10 Kč

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 8

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -2

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

$$-3 + 7 = 4 + 2$$

Příloha 17 – Pracovní list č. 26

Škola:

ZŠ A

Ročník: 4

dívka

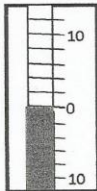
chlapec

Ev. č.: 26

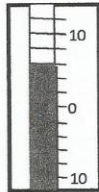
Doplň volná místa.

11	12	13	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



3



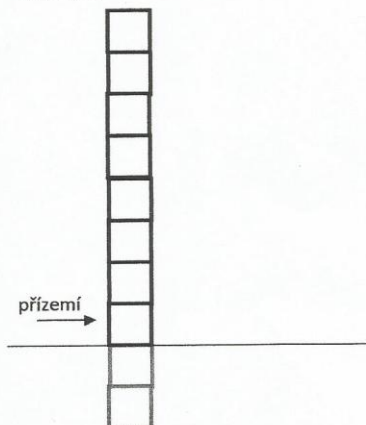
3

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

70 Kč

Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

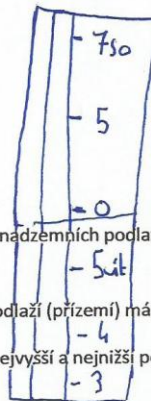
Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 4

Nejnižší: 0

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: 6



Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je:

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla: nejde protože

lam přidávám
vše ~~3~~ věci
počet koláčů.

Příloha 18 – Pracovní list č. 27

Škola: ZŠ A

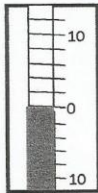
Ročník: 4

dívka chlapec Ev. č.: 27

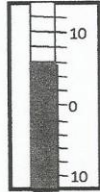
Doplň volná místa.

			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
--	--	--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

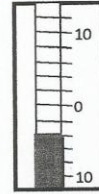
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



3



4

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

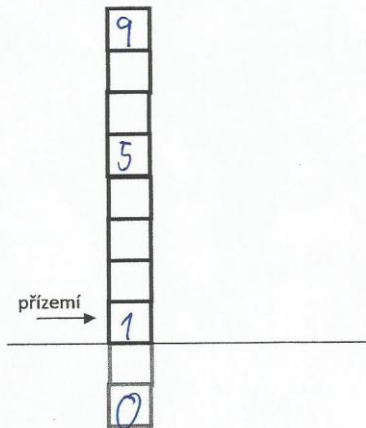
našel jsem 70 Kč mel jsem našel

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 9

Nejnižší: 0

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: 0

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

$$3 - 7 = 4 - 6 = 2$$

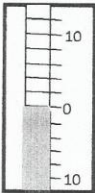
Příloha 19 – Pracovní list č. 28

Škola: ZŠ A Ročník: 4 dívka chlapec Ev. č.: 28

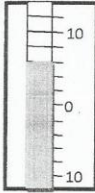
Doplně volná místa.

8	9	10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

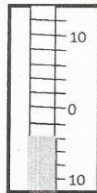
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0°C



3°C



-2°C

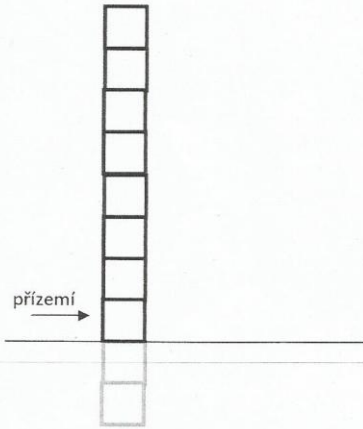
Kasička.
Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

Měla jsem 70 Kč.

Hladina.
Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.

0 ————— 7 ————— v sobotu
5 ————— v úterý.

Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 8
Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -2

Koláče.
V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2 koláče

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla: $2 - 3 = -1 + 7 = 6$

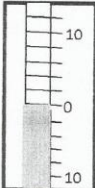
Příloha 20 – Pracovní list č. 29

Škola: **ZŠ A** Ročník: **4** dívka chlapec Ev. č.: **29**

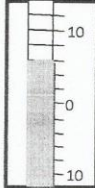
Doplně volná místa.

11	12	13	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

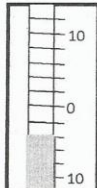
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0 stupňů



3 stupně

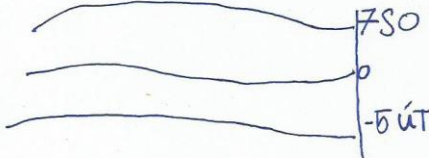


2 nad nulou

Kasička. Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

Měl předtím 70.

Hladina. Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.

přízemí →

5
0

Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: **7**

Nejnižší: **-2**

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: **-1**

Koláče. V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

vůbec nevím

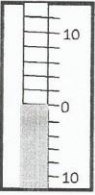
Příloha 21 – Pracovní list č. 30

Škola: **ZŠ A** Ročník: **4** dívka chlapec Ev. č.: **30**

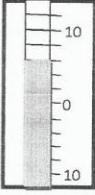
Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

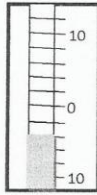
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



-7



+3



-3

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

měl jsem 50 Kč

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřídle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.

$$\begin{array}{r} = +250 \\ \hline = \\ = -5 \text{ úT} \end{array}$$

Náš dům.

7
6
5
4
3
2
1
0

→ přízemí

Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: **7**

Nejnižší: **-2**

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknu: **-7**

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: *7*

70

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

dobře vypočítal ale normálně nejde

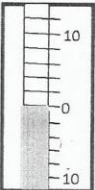
Příloha 22 – Pracovní list č. 31

Škola: ZŠ H Ročník: 4. dívka chlapec Ev. č.: 31

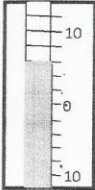
Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

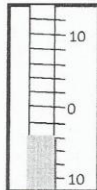
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0°C



3°C



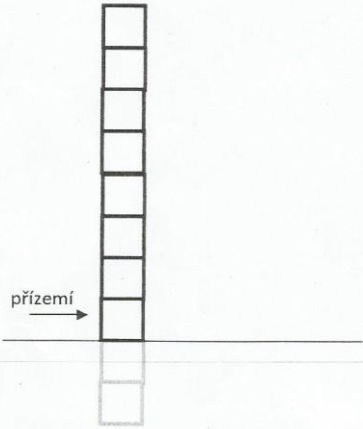
-2°C

Kasička. Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

Měl jsem 50 Kč

Hladina. Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.

Náš dům.



SOBOTA 2

STANDARD. 0

ÚTERÝ -5

Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknu: -1

Koláče. V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je:

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Podle mě by to měla být dvojká.
Ale nemůžu mít ~~minus~~ koláče do minusu. →
NENÍ ŘEŠENÍ

Příloha 23 – Pracovní list č. 32

Škola:

ZŠ H

Ročník: 4.



dívka



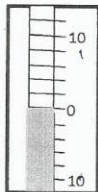
chlapec

Ev. č.: 32

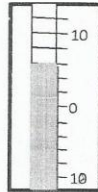
Doplň volná místa.



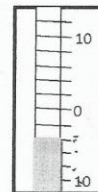
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



16



18



13

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

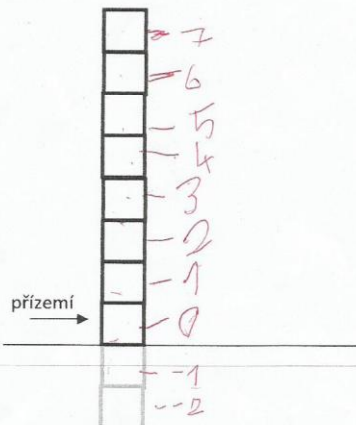
Měl jsem 50 Kč.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřídle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je:

$$\begin{aligned} 3 - 3 &= 0 \\ 0 + 7 &= 7 \\ 3 + 7 &= 10 \end{aligned}$$

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Příloha 24 – Pracovní list č. 33

Škola: ZŠ H

Ročník: 5.

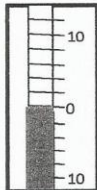
dívka chlapec

Ev. č.: 33

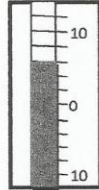
Doplň volná místa.

7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

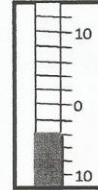
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0°C



6°C



-4°C

Kasička.

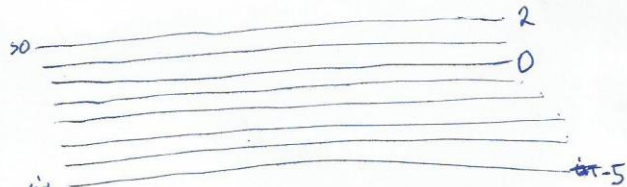
Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

$$40 + 10 + 20 = 50$$

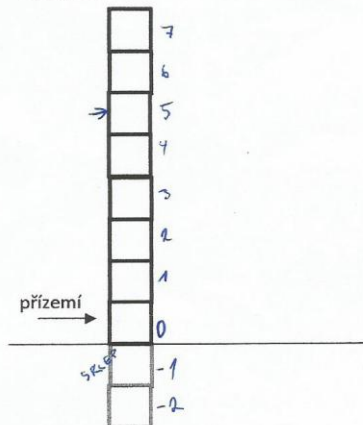
Měla jsem 50 Kč.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2

$$6 - 7 + 3 = 2$$

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Příloha 25 – Pracovní list č. 34

Škola: ZŠ H

Ročník: 5.A

dívka

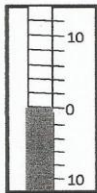
chlapec

Ev. č.: 34

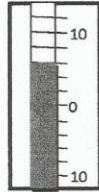
Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

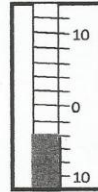
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



-3



4

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

*C: 20 Kč
TATA: 10 Kč*

$40 - 10 + 20 = 50$

MĚL JSEM 50 Kč

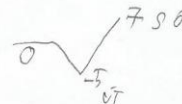
Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.

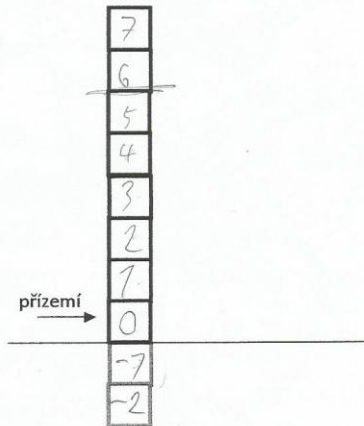
STANDARD: 0

ÚT: -5

SO: +7



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je:

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

*UBRAL: 3
PŘIDAL: 7*



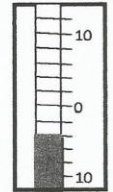
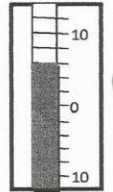
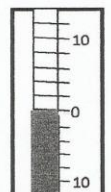
Příloha 26 – Pracovní list č. 35

Škola: ZŠ H Ročník: 5. dívka chlapec Ev. č.: 35

Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Kolik ukazuje teploměr stupňů?



Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

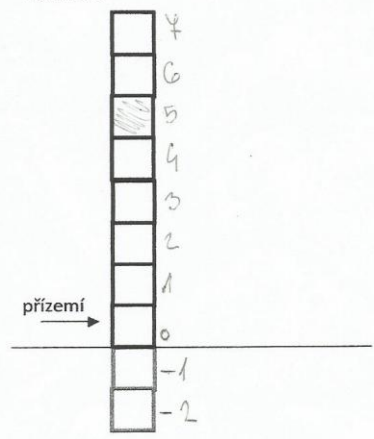
ČOKOLÁDA 20 Kč
 POTÉ M 10 Kč
 MÁM 40 Kč
 MĚLA JSEM 50 Kč.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřídle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7.

Nejnižší: -2.

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1.

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2 koláče

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

~~5 + 7~~

6 - 7 + 3

Příloha 27 – Pracovní list č. 36

Škola: ZŠ H

Ročník: 4

dívka chlapec Ev. č.: 36

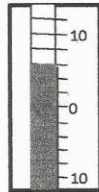
Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

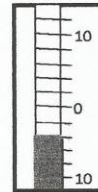
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0°C



6°C



-4°C

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

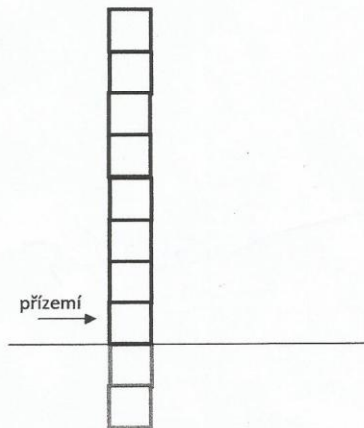
Měla 50 Kč.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 8

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -2

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: *NEJDE TO*

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

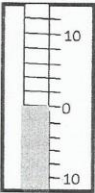
Příloha 28 – Pracovní list č. 37

Škola: **ZŠ H** Ročník: **4.B** dívka chlapec Ev. č.: **37**

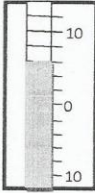
Dopln volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----


Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



6



8

Kasička.
Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?
měl jsem 50, 50

Hladina.
Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.
2500
0
úterý -5

Náš dům.

7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2

přízemí →

Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: **7**

Nejnižší: **-2**

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: **-1**

Koláče.
V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?
V misce je: **2**

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Příloha 29 – Pracovní list č. 38

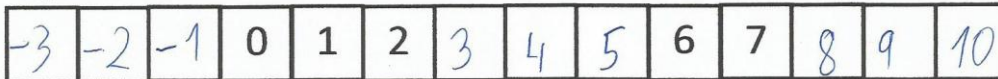
Škola: ZŠ H

Ročník: 4.B.

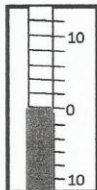
dívka chlapec

Ev. č.: 38

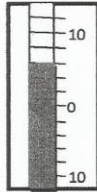
Doplň volná místa.



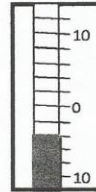
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0°C



30°C



-20°C

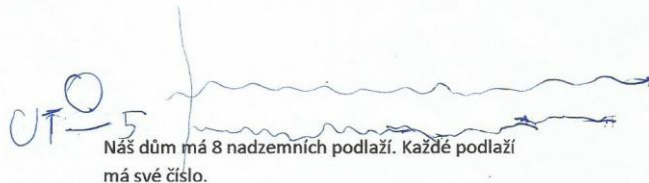
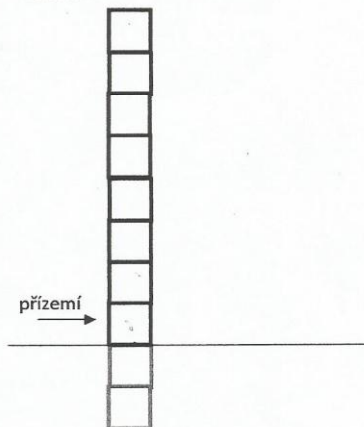
Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

MĚL JSEM 70

50 Kč

Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 8

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Příloha 30 – Pracovní list č. 39

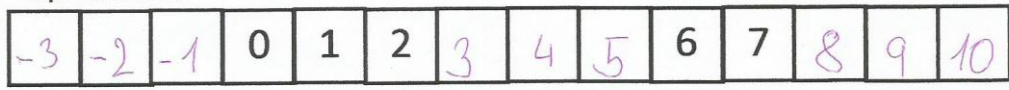
Škola: ZŠ H

Ročník: 4.B.

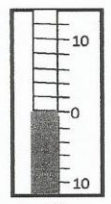
dívka chlapec

Ev. č.: 39

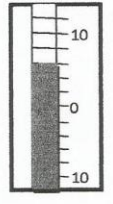
Doplň volná místa.



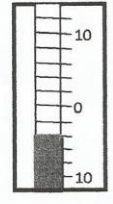
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0



6



-2

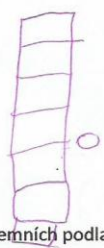
Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

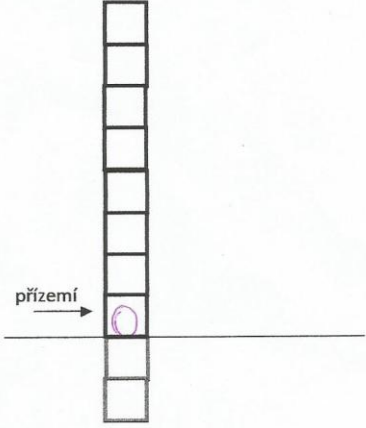
měla jsem 50 Kč.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřídle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknu: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 8 koláčů

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

V úloze je chyba má tam být 8 koláčů.

Příloha 31 – Pracovní list č. 40

Škola: ZŠ H

Ročník: 4B

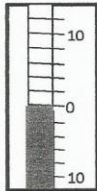
dívka chlapec

Ev. č.: 40

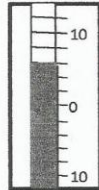
Doplň volná místa.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

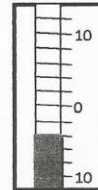
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0°C



3°C



40°C

Kasička.

Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

Měl jsem 50 Kč.

Hladina.

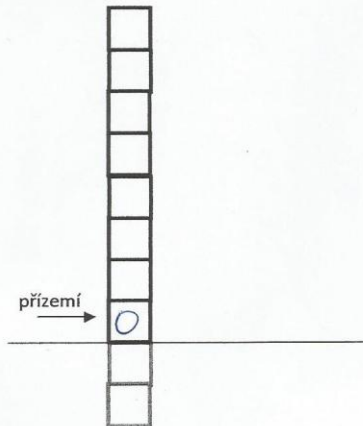
Standardní hladina řeky je na měřídle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.

7 SOBOTA

0

5 ÚTERÝ

Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 8

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 2

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

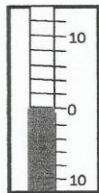
Příloha 32 – Pracovní list č. 41

Škola: ZŠ H Ročník: 5.A. dívka chlapec Ev. č.: 41

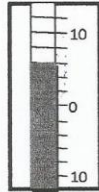
Doplň volná místa.

8	9	10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

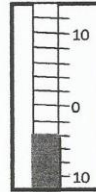
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



~~0~~ 10°



6°



-4

Kasička.

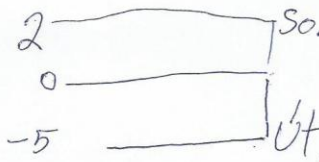
Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

Měl jsem 50 Kč

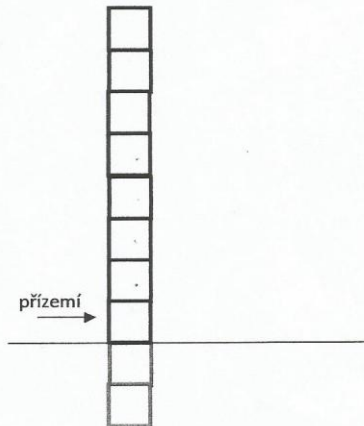
$$\begin{array}{r} 50 \\ + 10 \\ \hline 40 \end{array}$$

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřídle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: 7

Nejnižší: -2

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknou: -1

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: 3

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

Vůbec nevím

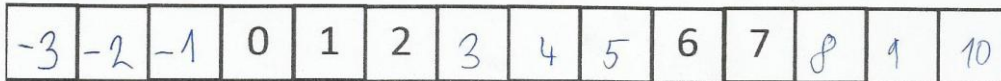
Příloha 33 – Pracovní list č. 42

Škola: **ZŠ H**

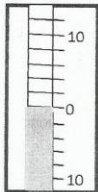
Ročník: **5**

dívka chlapec Ev. č.: **42**

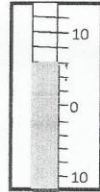
Doplň volná místa.



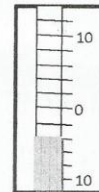
Kolik ukazuje teploměr stupňů?



0°



6°



-4°

Kasička.

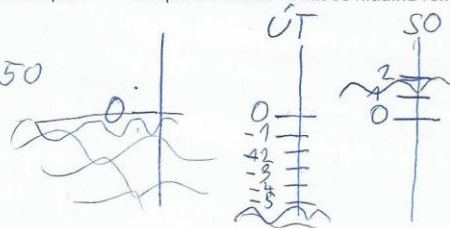
Mám ve své kasičce schované kapesné. Z kapesného jsem si koupil čokoládu za 20 Kč. Táta mi pak dal kapesné 10 Kč. Kolik jsem měl v kasičce před nákupem čokolády, když tam teď je 40 Kč?

$$40 - 10 = 30 \quad 30 + 20 = 50$$

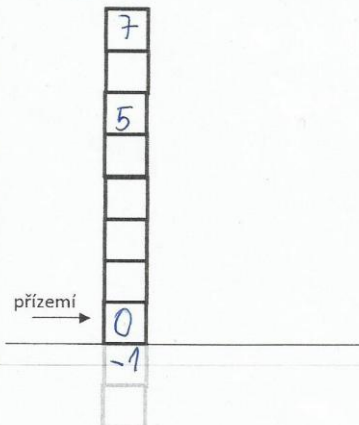
Měla jsem 50 Kč.

Hladina.

Standardní hladina řeky je na měřidle označena 0. V úterý klesla hladina o 5 měrných bodů, v sobotu po intenzivním dešti pak stoupla o 7 bodů. Pokus se hladinu řeky a její pohyb nakreslit.



Náš dům.



Náš dům má 8 nadzemních podlaží. Každé podlaží má své číslo.

1. nadzemní podlaží (přízemí) má číslo 0.

Jaké číslo má nejvyšší a nejnižší podlaží v našem domě?

Nejvyšší: **7**

Nejnižší: **-2**

Bydlím v 5. nadzemním podlaží. Sklep máme o 6 podlaží níže. Jaké číslo musím ve výtahu zmáčknout, když jedu do sklepa pro brambory?

Zmáčknu: **-1**

Koláče.

V misce jsou koláče. Když bych ubrala 3 koláče a pak jich 7 přidala, zbylo by v misce 6 koláčů. Kolik koláčů je tedy v misce?

V misce je: **2**

Zkus popsat, jak jsi na to přišel/přišla:

$$6 - 7 = -1$$

$$-1 + 3 = 2$$

Strašidelné stěhování

Autorka hry: Tereza Skálová
Ilustrátorky hry: Jana a Kristýna Skálový

*Průměrná doba hry: 40 min
Doporučený věk: 8+
Počet hráčů: 2-5*

Na hradě Skálově žijí odedávna všelijaká strašidla. Hrad se však bude rekonstruovat a všechny strašidelné rodinky se tedy musí přestěhovat. Pomoz panu kastelánovi najít na hradě strašidelné rodinky a přestěhovat je.

Obsah hry:

- Herní plán
- 60 kartiček strašidel
- 20 kartiček strašidel na půdě
- 108 kartiček s otazníky
- 5 herních figurek
- 5 stěhovacích vozů
- 6 hracích kostek 6stěnných
- 4 hrací kostky 4stěnné
- pytlík na hrací kostky

Příprava hry:

Na políčko START na hracím plánu polož figurky. Kartičky strašidel (karty s hvězdičkami) zamíchej a polož lícem dolů na připravené místo na hracím plánu. To samé udělej s kartičkami s otazníky. Kartičky strašidel na půdě odlož stranou. Každý hráč si k sobě vezme jeden stěhovací vůz.

Cíl hry:

Hráči sbírají kvarteta strašidelných rodin. Hru vyhraje hráč, který dokáže přestěhovat tři strašidelné rodinky.

Pokud se stane, že ve hře dojdou karty s hvězdičkami, vyhrává hru ten hráč, který má ve stěhovacím voze nejvíce rodin popř. má nejvíce vyložených karet.

Příloha 36 – Pravidla hry strana 2

Pravidla hry:

Základní hra

Do pytlíku dejte dvě zelené a dvě červené šestistěnné kostky. Hráč, který je na tahu, si z pytlíku vylosuje dvě kostky, kterými si hodí a posune se na hracím plánu (červená kostka znamená posun dozadu, zelená kostka posun dopředu). Pokud jeho figurka skončí na políčku s hvězdičkou, vezme si hráč z balíčku kartičku strašidla a vyloží si ji před sebe. Pokud hráč nasbírá celou rodinu (všechny 4 členy jedné rodiny), dá si rodinu do stěhovacího auta. Pokud hráč již stejnou kartu jednou má, vyloží si ji také na stůl, jako novou rodinu.

Pokud figurka skončí na políčku s otazníkem, hráč si vezme kartu z balíčku s otazníky a vykoná to, co je na ní napsané. Kartičku si pak položí hráč před sebe, do balíčku ji nevrací. Může nastat situace, kdy úkol na kartě s otazníkem nejde splnit (např. hráč nemá dostatek karet strašidel), v tom případě si hráč položí kartu před sebe a na nápis nedbá.

Hra končí ve chvíli, kdy se jednomu hráči podaří dostat do stěhovacího auta tři celé strašidelné rodiny.

Rozšíření hry

Hru je možno rozšířit a obohatit přidáním jedné či dvou bílých kostek. Hra má stejná pravidla pouze s tím rozdílem, že pokud si hráč z pytlíčku vytáhne bílou kostku, sám si určí, jakou bude mít barvu (zda bude zelená či červená).

Hra pro náročné

Do pytlíčku dejte místo klasických šestistěnných hracích kostek kostky čtyřstěnné (trojúhelníkové). Pravidla hry zůstávají stejná s tím rozdílem, že čísla na kostkách se nesčítají, ale násobí. **Pokud si z pytlíčku hráč vytáhne dvě kostky stejné barvy, jejich čísla vynásobí a jde o daný počet políček dopředu. Pokud si hráč vytáhne dvě kostky různé barvy, jde o jejich součin dozadu!**

Příloha 37 – Pravidla hry strana 3

Poznámky:

Na rodiny ve stěhovacím voze už se nevztahují žádné kartičky kromě kartičky Odlož jednu celou rodinu na půdu, pokud ji máš.

Pokud někomu padne na kostkách výsledek 0 (součet obou kostek bude 0), figurka se neposouvá, ale políčko, na kterém figurka stojí, platí. Tzn. stojí-li figurka na poli s hvězdičkou, vezme si hráč kartičku strašidla, stojí-li figurka na poli s otazníkem, vezme si hráč kartičku s otazníkem a vykoná úkol, který je na ní napsaný.

Karta Jdi na nejbližší pole s hvězdičkou znamená, že hráč posune figurku na nejbližší pole s hvězdičkou v jakémkoli směru a vezme si kartu strašidla.

Karta Vyber si při svém příštím tahu obě kostky znamená, že při příštím tahu nemusí hráč kostky losovat, ale barvu kostek, kterými bude házet, si může z pytlíku vybrat.

Karta Vezmi si od jednoho protihráče 1 kartu znamená, že hráč si zvolí protihráče, od kterého si chce kartu vzít, a vybere si i konkrétní kartu (nemůže si vzít kartu ze složené rodiny ve stěhovacím voze).

Karta Dej jednomu protihráči 1 kartu znamená, že hráč si vybere, komu a jakou kartu věnuje (pokud hráč nemá vyloženou žádnou kartu, nemůže tedy nikomu kartu dát, na nápis na kartě nedbá).

Karta Dej každému protihráči 1 kartu znamená, že hráč vybere ze svých vyložených karet ty, které dá protihráčům (pokud má hráč méně vyložených karet než je protihráčů, vybere si, kterým protihráčům své karty rozdá, pokud hráč nemá vyloženou žádnou kartu, na nápis nedbá).

Karta Každý protihráč si od tebe vezme 1 kartu znamená, že si každý protihráč vybere z tvých vyložených karet jednu (pokud má hráč méně vyložených karet než je protihráčů, hráč vybere, kteří protihráči si od něho karty vezmou, pokud hráč nemá vyloženou žádnou kartu, na nápis se nedbá).

Obdobná pravidla platí i u ostatních karet. Pokud při hře nastane situace, která nelze vyřešit, rozhoduje losování (hráči losují z pytlíku kostky – zelená znamená výhra).

V balíčku karet s hvězdičkami je každá rodina celkem $3x + 1$ jednou na půdě. Rozmýšlejte si tedy svou strategii i s ohledem na počet karet ve hře.

Příloha 38 – Pravidla hry strana 4



Herní plán



Karty s otazníkem (úkoly)



Karty strašidel na půdě



Karty strašidel (karty s hvězdičkou)



Celé balení



Krabička



Stěhovací vozy



Pytlík na kostky



Obsah krabičky

Strašidelné rodiny na hradě Skálově:



Milan
Mižák



Martina
Mižáková



Mirek
Mižák



Monika
Mižáková

Příloha 39 – Pravidla hry strana 5



Norbert
Neon



Natálie
Neonová



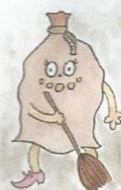
Nikolas
Neon



Nina
Neonová



Prokop
Pytel



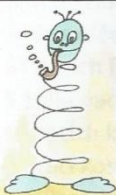
Petra
Pytlová



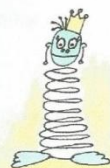
Patrik
Pytel



Pavla
Pytlová



Standa
Spirála



Simona
Spirálová



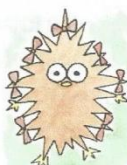
Samuel
Spirála



Sandra
Spirálová



Teodor
Třaskavina



Taťána
Třaskavinová



Tadeáš
Třaskavina



Tereza
Třaskavinová

Přeji Vám mnoho zábavy a hodně přestěhovaných rodin!

Tereza Skálová