Univerzita Karlova

Filozofická fakulta

Katedra logiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Štěpán Mach

Induktivní logika a Vídeňský kroužek

Inductive Logic and The Vienna Circle

Praha 2009 Vedoucí práce: Prof. RNDr. Jaroslav Peregrin, CSc.

Mé poděkování patří Prof. Peregrinovi za obětavé pročtení postupně dodávaných rukupisů v prázdnidovém čase, dále pak Michaele Nové a Jaroslavu Zouharovi za morální podporu v čase intenzivní práce a gramatické korektury.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

V Praze dne 20.8.2009

Abstrakt

Práce pojednává o induktivní logice spojující koncepty indukce a pravděpodobnosti a jejím rozvinutí v rámci Vídeškého kroužku a jeho okolí. Po historickém uvedení indukce a pravděpodobnosti, jsou zde představeny dva hlavní systém induktivní logiky: systém Hanse Reichenbacha, založený na frekvenční interpretaci pravděpodobnosti, a systém Rudolfa Carnapa, založený na logické interpretaci. Oba systémy jsou doprovozeny kritikou Karla Poppera a jeho koncepcí koroborace.

Abstract

The subject of this work is inductive logic as a connection of two concepts – probability and induction – which was developed by members of the Vienna Circle and their colleagues. After historical introduction the concepts of induction and probability, two main conceptions of inductive logic are presented: Hans Reichenbach's conception based on the frequency interpretation of probability and Rudolf Carnap's conception based on the logical interpretation. Karl Popper criticism of this conceptions and his own conception of corroboration is also discussed.

0. ÚVOD

V této práci se budu zabývat tzv. induktivní logikou, tj. koncepcemi snažícími se logickou formou zachytit a ospravedlnit naše usuzování v případech, kdy naše závěry nemohou být zcela vysvětleny našimi premisami, nýbrž jsou jimi jen v jisté míře podpořeny. Tyto soudy mají praktický význam, jelikož přinášejí nový obsah, umožňují nám vyjadřovat se na základě minulého o budoucím, na základě vzorku o celém souboru. Odvrácenou stranu této mince představuje fakt, že tento obsahový přesah nemůže být logicky ospravedlněn.

První ucelenější koncepce indukce vznikají v novověku a spadají do oblasti vědecké metodologie. Jejich cílem je stanovit metody zobecňování poznatků (odhalování zákonitostí na základě pozorování a měření), které by pokud možno co nejvíce omezily riziko vzniku omylu, tj. nesprávné generalizace. Nástin hlavních koncepcí tohoto druhu podávám v první kapitole.

Podstatný zlom nastává s rozvojem počtu pravděpodobnosti. Myšlenka určování pravděpodobnosti je velmi blízká indukci, neboť se snaží zachytit nejistotu, která je v indukci vždy přítomná. Druhá kapitola podává krátký přehled základních poznatků a interpretací pravděpodobnosti relevantních pro induktivní logiku. Blíže je rozvedeno Keynesovo rozpracování pravděpodobnosti, ve kterém rozebírá ospravedlnitelnost úsudků z indukce a analogie na základě maximalizace pravděpodobnosti závěrů.

Spojení pravděpodobnosti a indukce bylo významně diskutováno a rozpracováno v období mezi dvěma světovými válkami v rámci tzv. Vídeňského kroužku a ‘hnutí‘ vědeckého pojetí světa, které kolem něj vzniklo. Třetí kapitola obsahuje uvedení do historie a základních problémových okruhů diskutovaných ve Vídeňském kroužku.

Stěžejní čtvrtá kapitola potom pojednává hlavní výsledky diskuse problémů pravděpodobnosti a indukce ve Vídeňském kroužku a jeho okolí. Patří sem rozpracování dvou různých interpretací pravděpodobnosti (frekvenční R. von Misesem a logické Wittgensteinem a Waismannem) a zejména jejich rozvedení do systémů induktivní logiky Hansem Reichenbachem a Rudolfem Carnapem. Opomenuta nezůstane ani kritika Karla Poppera a jeho vlastní koncept koroborace.

V závěru je nabídnuto srovnání vztahu uvedených systémů induktivní logiky. Klíčové pro toto srovnání jsou dvě hlavní problémové oblasti, které mají být těmito systémy vysvětlovány. Jednu z těchto oblastí představují problémy tzv. racionálního rozhodování v každodenním životě, druhou potom problémy vědecké metodologie. Stručně je zmíněn další vývoj v těchto oblastech.

1. INDUKCE

Pojem indukce s sebou nese několik významů, říkáme, že se jedná o usuzování z minulého na budoucí, ze známého na neznámé nebo z pozorovaného na nepozorované, a jeho vnímání se v historii značně proměnilo. V čem se jednotlivé významy shodují je to, že indukce je v určitém smyslu protikladná dedukci a její závěry nejsou jisté (není jisté, že z pravdivých premis vyvodíme indukcí pravdivý závěr). Dvě hlavní pojetí nazývám klasické a moderní.

Podle klasické definice pocházející od Aristotela je dedukce usuzování z obecného na jednotlivé a indukce naopak usuzování z jednotlivého na obecné. Tato definice bývá reprezentována schématem jednoduché indukce prováděné výčtem:

S_1 je P, S_2 je P, S_3 je P, …, S_N je P ∴ Každé S je P.

Moderní definice pokládá za deduktivní takový úsudek, kde pravdivost premis vynucuje pravdivost závěru. Induktivním úsudkem pak nazýváme takový úsudek, který přímo nevyplývá z daných premis, ale ony premisy představují dobrý důvod pro přijetí tohoto úsudku (za daných předpokladů je pravděpodobnější, že bude platit daný závěr, nežli jeho negace).

Jazýčkem na vahách mezi klasickým a moderním pojetím je zejména tzv. úplná indukce. O té mluvíme v případě, kdy jednotliviny, o kterých vypovídáme v premisách, v souhrnu odpovídají plnému rozsahu obecného pojmu, o němž vypovídáme v závěru; tedy když neexistuje žádná taková jednotlivina, která by spadala do rozsahu pojmu v závěru a přitom nebyla obsažena v některé premise. Například když z předpokladů: „Na naší zahrádce rostou jablka a hrušky a žádné jiné ovoce“; „Jablka dozrávají na podzim“; „Hrušky dozrávají na podzim“, usoudíme na závěr: „Všechno ovoce, které roste na naší zahrádce, dozrává na podzim.“ Aristoteles popisuje v podstatě jen úplnou indukci, která se dá vyjádřit sylogismem, s postupem času ovšem začíná být více zdůrazňována jako podstatná vlastnost indukce to, že závěr je obsažnější než jednotlivé premisy (tedy případ, kdy indukce není úplná). Pro Milla je úplná indukce jen indukcí v nevlastním slova smyslu, zatímco skutečnou indukci představuje indukce neúplná. V současné době je úplná indukce spíše počítána mezi deduktivní úsudky, jejím zvláštním případem je i matematická indukce, kde z předpokladů, že jestliže platí určitý výrok o čísle 1, a pokud, předpokládáme-li, že platí pro číslo n, platí i pro číslo n+1, dokazujeme že tento výrok platí o všech přirozených číslech.

Logika jako nástroj (organon) vědy se v historii vždy rozvíjela v souladu s vůdčím vědním oborem. Počínaje Aristotelovými sylogismy určenými pro biologickou a filosofickou klasifikaci, přes scholastické vybroušení sylogismů v teologických disputacích, vzkříšení indukce s rozvojem novověké přírodovědy, formalizaci usuzování když matematika přestala být vědou o věcech tohoto světa, až k současným fuzzy a jiným logikám uplatňovaným v umělé inteligenci. Indukce hrála v logice významnou roli zejména v novověku, kdy platila za metodu přírodních věd. V této kapitole se budu zabývat několika hlavními pojetími indukce v průběhu dějin až do počátku 20. století, jejichž základním rysem je, že nevyužívají pojmu ani počtu pravděpodobnosti a vyjadřují klasické pojetí indukce jako metody generalizace.

1.1 Aristoteles (384 př. Kr. – 322 př. Kr.)

Hlavním tématem Aristotelovy logiky je dokazování za pomoci sylogismu, tedy úsudku ze dvou premis, podle známého schématu:

M x P, S x M ∴ S x P (*první figura*).

V počátku našeho poznávání ovšem stojí indukce, „… vnímáme sice jednotlivou věc, ale vnímání se týká toho, co je obecné; například týká se člověka, nikoli člověka Kallia. Potom se při tom dále zastavujeme, až se ustálí nedělitelné a obecné, například živočich toho a toho druhu je předstupněm k živočichu vůbec." [Aristoteles 1962, str. 99]. To však pro Aristotela představuje pouze počáteční vědění ze kterého se dokazuje, přičemž samo „vědění bezprostředních počátků je nedokazatelné" [Aristoteles 1962, str. 33].

Aristoteles ovšem zná i sylogismus z indukce, který „záleží v tom, že se krajním termínem usoudí, že druhý krajní termín náleží střednímu" [Aristoteles 1961, str. 128]. Seřadíme-li si termíny vystupující v sylogismu podle obecnosti ($S \leq M \leq P$), pak v klasickém sylogismu dokazujeme, že "S je P", tedy nejnižšímu termínu připisujeme nejobecnější, zatímco v sylogismu z indukce dokazujeme, že "M je P", tedy nejobecnější termín připisujeme střednímu za pomoci nejnižšího termínu, podle schématu:

S je P, M je S $\therefore$ M je P.

V sylogismu z indukce postupujeme, podle Aristotela, takto (předvedeme na příkladu):
První premisa je:

O hroších, slonech a nosorožcích víme, že v dospělosti váží několik tun. ($S_1+S_2+S_3$ je P.)
O hroších, slonech a nosorožcích také víme, že jsou tlustokožci. ($S_1+S_2+S_3$ je M.) ovšem k tomu abychom mohli soudit z indukce potřebujeme, aby tato druhá premisa šla obrátit, tedy abychom dostali premisy odpovídající první figuře s prostředním termínem $S_1+S_2+S_3$, protože platný sylogismus s obecným kladným závěrem lze utvořit jen v první figuře (v modu barbara). Jedná se zde tedy o úplnou indukci, neboť obrat znamená rovnost pojmů. Tedy druhá premisa zní:

Všichni tlustokožci jsou sloni, hroši nebo nosorožci. (M je = $S_1+S_2+S_3$.)
Z čehož vyvodíme (zcela podle první Aristotelovy figury, modu barbara) závěr, že:
Všichni tlustokožci v dospělosti váží několik tun. (M je P.)

Aristoteles tedy definoval indukci, ale hlouběji ji nerozpracoval, neboť jakkoliv v našem poznávání předchází indukce dedukci, z pořadí jsoucna je dřívější a známější sylogismus deduktivní [viz Aristoteles 1961, str. 129]. To dostačovalo po dlouhou dobu spekulativnímu myšlení filosofů a teologů, teprve s příchodem novověké vědy se dedukce začala jevit jako z hlediska poznání dosti neúčinný prostředek.

1.2 Francis Bacon (1561 - 1626)

Novověk je dobou velkých objevů. Zámořské plavby přinášejí člověku spoustu nových poznatků a zkušeností, objevují se nové rostliny, zvířata, přírodní úkazy i nové perspektivy.

Rozšíření obzorů vede i ke zpochybnění starých zažitých indukcí, jako třeba s objevením Austrálie oné proslavené o tom, že všechny labutě jsou bílé. Zatímco starověcí filosofové ve svých rozumových zkoumáních mohli vycházet z indukcí učiněných dávno pokoleními lidí, kteří v dané oblasti žili celé věky, objevy z cizích krajin konfrontují člověka v nebývalé míře se zcela novými skutečnostmi, které nemohou být vyspekulovány rozumem. Tím vzniká prostor pro novověkou vědu, která své poznání zakládá na pozorování, experimentech a indukci.

Francis Bacon přichází s představou, typickou pro pozdější positivisty, že struktura našeho poznání se podobá pyramidě, v jejíž základně stojí empirická pozorování a výše v jednotlivých patrech pak z nich indukovaná obecnější tvrzení. Předmětem jeho kritiky je dosavadní způsob vědeckého uvažování, které pro něj představuje povýtce jen neplodné knižní spory v jejichž základu stojí ukvapená a nesprávná indukce o nějakém principu, ze které se dále dedukuje a dokazuje. K čemu je ovšem důkaz, který stojí na nevěrohodné premise? Indukci pomocí prostého výčtu považuje Bacon za dětinskou a její závěry za nejisté.

Oproti tomu pravá indukce má být zdrojem jistého, pravdivého a účinného poznání, které umožní člověku ovládnout přírodu. K provedení pravé indukce je nejprve nutno shromáždit co nejúplnější empirický materiál, sestavit tři tabulky pozorovaných jevů. První tabulka obsahuje soupis všech jevů, které zkoumanou vlastnost mají, druhá tabulka potom obsahuje příklady jevů podobným těm z první tabulky, u nichž ovšem vyšetřovaná vlastnost schází (tj. soupis relevantních jevů z oněch mnoha, které danou vlastnost nemají). A konečně ve třetí tabulce jsou obsaženy podobné případy, kdy pozorovaná vlastnost nabývá nebo ztrácí na síle.

Sestavení těchto tabulek ukážeme na příkladu pokusů Alessandra Volty[1]:

První tabulka (esence):	**Druhá tabulka** (odchylek):	**Třetí tabulka** (stupně):
1. Dotýkají-li se dva různé kovy nervu a svalu žabího stehýnka, pak v okamžiku, kdy spojením obou kovů vznikne okruh, spatříme silný záškub stehýnka. **2**. Spojíme-li dva různé kovy, které se oba dotýkají jazyka, pociťujeme na jazyku v okamžiku dotyku silný chuťový pocit – kyselý u jednoho z kovů a louhovitý u druhého. **3**. Ponoříme-li dva různé kovy do solného roztoku a na druhé straně je spojíme do obvodu, naměříme v tomto obvodu elektrický proud.	**1**. Vytvoříme-li okruh mezi svalem a nervem z jediného kovu, vznikne záškub pouze nepatrný. **2**. Při spojení dvou stejných kovů se tento chuťový pocit nedostaví. Stejně tak pokud kovy nejsou spojeny. **3**. Pokud spojíme pouze dva kovy do obvodu, žádný proud nenaměříme.	**3**. Čím dále jsou od sebe dva kovy v následující řadě, tím větší proud vzniká, jsou-li zapojeny do obvodu. o zinek (Zn) o olovo (Pb) o cín (Sn) o železo (Fe) o měď (Cu) o zlato (Au) o stříbro (Ag) o platina (Pt) o uhlík (C)

Sestavením tabulek jsou jednotlivé případy "předvedeny před rozum" [viz Bacon 1990, str. 197] a začíná samotné dílo indukce, hledání společné příčiny (Bacon užívá termín přirozená vlastnost nebo forma), které spočívá ve vylučování takových příčin, které odporují některému uvedenému případu.

„První dílo, jež musí vykonat pravá indukce (jde-li jí o objevení forem), je tedy zavržení neboli vyloučení jednotlivých vlastností, které se v některém případě, v němž je daná přirozená vlastnost přítomna, nevyskytují, či které se vyskytují v některém případě, kde je daná přirozená vlastnost nepřítomna; či se vyskytují v některém případě, kde jich přibývá, kdežto dané přirozenosti ubývá, anebo jich ubývá tam, kde dané přirozené vlastnosti přibývá. Když bylo takto náležitým způsobem provedeno zavržení a vyloučení, zbude za druhé (jakoby na dně), když se všechny prchavé domněnky proměnily v dým, pevná, pravá a dobře vymezená kladná forma." [Bacon 1990, str. 198].

Toto je podstatná myšlenka pro ospravedlnění indukce (najdeme ji dále i u Milla a Keynese), že totiž pravá indukce nespočívá v úsudku z opakování téhož, nýbrž naopak v tom, že necháme variovat všechny nepodstatné a zdánlivé příčiny, až zůstane nakonec jenom skutečná příčina jako to, co je stále přítomno, když se dostaví zkoumaný efekt.

Vrátíme-li se k Voltovým pokusům, díky případu 3 můžeme vyloučit, že by prokázaná elektřina byla živočišného původu (Galvaniho domněnka), byť nepatrné záškuby při použití jen jednoho kovu jako vodiče (Druhá tabulka, případ 1) nevylučují, že něco takového existuje samostatně. Pokus s jazykem (případ 2)[2] dokládá, že proud není vlastností jediného kovu, ale vzniká jako výsledek přítomnosti dvou různých kovů. Případ 3 potom říká, že mezi kovy je pro vznik proudu ještě potřebný jistý katalyzátor (elektrolyt), například solný roztok nebo tělní tekutiny. Vyloučení těchto možností vede Voltu k závěru, že: *Elektrický proud vzniká*

[1] Případy s číslem **1** náležejí Galvanimu, ostatní pokusy provedl Volta [viz. Lenard 1943, str. 112 - 118].

[2] Výraz v Druhé tabulce u tohoto případu je třeba chápat jako zkratku za indukci: Vytvořím-li oblouk z měděného drátu a dotknu se oba jeho konci jazyka, nedostaví se daný chuťový vjem. Stejně tak použiju-li drát stříbrný, olověný, zinkový …

jako výsledek napětí mezi dvěma vodiči ("kovy"), k tomu aby se docílilo stálého plynutí proudu je ovšem nutné mezi tyto dva vodiče vložit vodič jiného typu ("kapalinu"), protože dotýkají-li se dva výše zmíněné vodiče pouze vzájemně, napětí se v dotykových místech ruší. [viz Lenard 1943, str.116] Jak je patrné z Třetí tabulky, různé dvojice kovů produkují různě veliká napětí.

Ačkoliv pokusy, které Bacon sám konal, nebyly příliš úspěšné, jeho význam spočívá ve formulování základních pravidel indukce a empirické metody.

1.3 David Hume (1711 - 1776)

Úspěchy empirické vědy vzbuzují zájem filosofie o prozkoumání principů, na kterých jsou založeny. Zatímco Bacon se zabýval indukcí z praktického hlediska, jak zajistit, abychom skrze ni dosáhli pravdivého poznání, tak Hume zkoumal základy indukce a možnosti jejího rozumového zdůvodnění.

Ve své empiristické filosofii vychází z dělení věd na formální[3] (zabývají se vztahy mezi čistými idejemi - např. matematika, geometrie) a reálné (zkoumají faktické okolnosti - empirické vědy). V matematice a geometrii dospíváme k poznání nahlédnutím nebo pomocí důkazu. Ovšem v empirických vědách je povaha našeho poznání zásadně odlišná. Základním vztahem, na kterém stojí naše poznání v těchto vědách, je kauzalita - vztah příčiny a účinku, pouze tento stav nám dovoluje vykročit nad rámec naší paměti a smyslů. K odhalení tohoto vztahu však nedochází rozumovou úvahou. Nemůžeme jej poznat a priori, když nám je předložen neznámý předmět, nejsme schopni vypovědět nic o jeho účincích, neboť síly, jimiž příčiny způsobují své účinky, jsou nám skryté. Můžeme si představit všeliké účinky onoho předmětu a mysl sama bez zkušenosti není schopna o daném účinku rozhodnout, zda nastane či nenastane, jelikož všechno, co je představitelné, není logicky sporné, a tudíž to je možné. Rozum nám ovšem mnoho nepomůže ani s naší zkušeností. Jelikož kauzální vztah je univerzální (jev X je vždy příčinou přítomnosti jevu Y), kdežto naše zkušenost se týká pouze určitého časoprostorového úseku v minulosti (vždy v minulosti jsem pozoroval, že jev X, kdykoliv nastal, byl následován jeven Y). Propast mezi těmito dvěma výroky zůstává pro rozum nepřekročitelná. To, že se něco dálo vždy až doposud, není pro rozum dostatečným důvodem k tomu, abychom učinili závěr, že se tak bude dít i vždy v budoucnosti. K vyvození prvního výroku z druhého by bylo zapotřebí středního členu - nějakého typu předpokladu o uniformitě přírody, že budoucnost bude podobná minulosti a podobné příčiny budou mít podobné následky. Takovýto předpoklad by ale sám mohl být zdůvodněn jen za pomoci nějakého podobného předpokladu, čímž by se naše uvažování ocitlo v kruhu.

Hume ovšem nepopírá, že takováto vyvození (rozšíření) z jednotlivých souběhů událostí v minulosti na očekávaný souběh těchto událostí v budoucnosti v běžném životě činíme, ba dokonce, že tak musíme činit, chceme-li ve světě aktivně jednat. Je to zvyk, co nás vede k tomu, že sledujeme-li opakovaně, že po jistém jevu vždy přichází jev jiný, začneme považovat první za příčinu druhého a předpokládat, že kdykoliv se v budoucnu setkáme s prvním jevem, bude tento opět následován oním druhým jevem.

Hume popsal základní problém empirického poznávání, se kterým se musí nutně každá induktivní logika nebo teorie vědy vyrovnat. Jeho různá řešení uvidíme v dalších kapitolách.

1.4 John Stuart Mill (1806 - 1873)

Zcela v empirické tradici Mill jako jediný zdroj našeho poznání označuje indukci. Také jako soudy ve vlastním slova smyslu označuje takové, ve kterých jsou závěry skutečně odlišné od premis[4] (přinášejí novou informaci, nevyplývají z premis). Většina odvození

[3] Hume ovšem nepoužívá toto označení.

[4] „… cases of inference in the proper acceptation of the term, those in which we set out from knowing truths, to arrive at others really distinct from them." [Mill 1884, str. 107]

deduktivní logiky, např. obrat po případě (ve kterém například z toho, že „Všechny labutě jsou bílé“, odvodíme že „Tato labuť je bílá“), tak u Milla patří pouze mezi soudy v nevlastním smyslu.

Aristoteles formuloval sylogismus z (úplné) indukce, čímž podřadil indukci pod dedukci. Mill naopak vnořuje indukci do každého sylogismu jako jeho nutnou podmínku, když podává následující výklad sylogismu: horní premisa je získána indukcí a vypovídá o tom, že v určitých podmínkách nastává určitý jev a my se cítíme oprávněni očekávat, že stejný jev nastane za daných podmínek i znovu, dolní premisa potom říká, že nějaký nový případ splňuje podmínky, za kterých očekáváme výskyt daného jevu. Z těchto premis potom usuzujeme, že daný jev skutečně nastane.[5]

Sylogismus tedy není z tohoto pohledu čistě jen záležitost dedukce. Názory na vztah indukce a dedukce v sylogismu mohou být různé. Například indukce může být chápána jako sylogismus se zeslabenou horní premisou, tedy sylogismus typu:

Všichni doposud žijící lidé byli smrtelní.	Každé C_1 je S.
<u>Barack Obama je člověk.</u>	<u>Toto nové X je C_2 , kde $C_2 \supset C_1$</u>
∴ Barack Obama je smrtelný.	∴ Toto X je S.

Mill upřednostňuje pojetí, kdy je indukce vložena do sylogismu namísto jeho horní premisy.[6] Takovéto pojetí dobře odpovídá deduktivní metodě vědy (dnes bychom patrně řekli hypoteticko-deduktivní metodě), která sestává ze tří stadií – induktivního, deduktivního a verifikačního. Přitom sylogismus jako vyjádření druhého stadia v sobě, respektive ve své horní premise, nese výsledek stadia prvního, a v závěru potom soud, jehož empirické ověření je úkolem verifikačního stadia.

Každý sylogismus je vyjádřením indukce, která je obsažena v jeho horní premise, protože člověk nemá jiného způsobu, jak by získával obecná tvrzení. V našich úsudcích často spojujeme několik sylogismů dohromady, podle Milla tím ovšem pouze spojujeme indukce obsažené v horních premisách daných sylogismů.[7] Indukční postup si tak můžeme představit jako řetězec sylogismů.

Příklad spojení sylogismů (**indukcí**) v úsudkovém řetězci [viz. Mill 1884, str. 138]:

	Všechno, co spálením na kousku bílého porcelánu vytvoří tmavou skvrnu, která je odstranitelná pomocí chlorového vápna, je arzenik.
	Tato přede mnou ležící látka odpovídá
Jakýkoliv arzenik je jedovatý.	<u>těmto předpokladům.</u>
<u>Tato přede mnou ležící látka je arzenik.</u> ←	∴ Tato látka je arzenik.
∴ Tato látka je jedovatá.	

Jednota přírody je posledním principem, u nějž končí všechny úsudkové řady, tento princip je apriorní a na něm je vůbec založena možnost našeho poznávání. Postupujeme-li směrem zpět úsudkovou řadou, dojdeme časem nutně k základnímu sylogismu, který má za svou horní premisu axiom jednoty přírody.[8] Pro jednotlivé soudy ovšem nepotřebujeme generalizovanou

[5] „Whether from the attributes in which Socrates resembles those men who have heretofore died, it is allowable to infer that he resembles them also in being mortal, is a question of Induction.“ [Mill 1884, str. 133]

[6] „As Archbishop Whately remarks every induction is a syllogism with the major premise suppressed; or (as I prefer expressing it) every induction may be thrown into the form of a syllogism by supplying a major premise.“ [Mill 1884, str. 201-202]

[7] „When, however, we thus add syllogism to syllogism, we are really adding induction to induction.“ [Mill 1884, str. 138]

[8] „It hence appears, that if we throw the whole course of any inductive argument into a series of syllogisms, we shall arrive by more or fewer steps at an ultimate syllogism, which will have for its major premise the principle

verzi tohoto principu, nýbrž jen slabší principy týkající se věcí, se kterými operují naše úsudky.

Pro zdůvodnění (dokázání) indukce formuloval Mill takzvané čtyři metody, které rozvíjejí principy obsažené v induktivních tabulkách Francise Bacona. Tyto metody mají vědci umožnit v experimentálním zkoumání vyloučit příčiny, které nejsou spojeny s hledaným účinkem, a tím určit tu, která s ním spojena je, zcela podle Baconova hesla: „Vylučování je základem pravé indukce, která však nebude dokonalá dříve, dokud nepronikne až k tomu, co je kladné.“ [Bacon 1990, str. 200].

Nejjednodušší z těchto metod je metoda shody, jež je založena na principu, že pozorujeme-li určitý jev za různých podmínek, povšimneme si určitých jevů, které jsou u daného jevu vždy přítomny, zatímco ostatní okolnosti jsou proměnlivé. Tato pozorování nás pak vedou k závěru, že daný jev je spojen s těmi stále přítomnými jevy.

Symbolicky: $A, B, C \rightarrow \alpha, \beta, \gamma$

$A, D, E \rightarrow \alpha, \delta, \varepsilon$

Pak: $A \rightarrow \alpha$.

Tato metoda nám ovšem umožňuje mluvit pouze o určitých stejnoměrnostech v běhu přírody – souběhu jevů, abychom mohli mluvit o příčinném (kauzálním) vztahu, musíme být schopni izolovat nezávisle působící příčinu. Toho dosáhneme metodou rozdílu, jejíž schéma odpovídá schématu klasického experimentu.

Pokud pozorujeme dvě situace, které se od sebe liší jen tím, že v první působí jev A, zatímco v druhé nepůsobí, a výsledky se odlišují toliko přítomností jevu α v prvním případě a jeho nepřítomností v druhém, uzavřeme, že A je příčinou α nebo přinejmenším nutnou podmínkou α (je například možné, že příčinou jevu α je společné působení A a B, tedy $A, B \rightarrow \alpha$).

Symbolicky: $A, B, C \rightarrow \alpha, \beta, \gamma$

$B, C \rightarrow \beta, \gamma$

Pak: $A \rightarrow \alpha$.

Metoda shody v jistém smyslu předchází metodě rozdílů, principem první je, že „vše, co může být odděleno, není s daným jevem spojeno příčinným vztahem“, principem druhé pak, že vše, co nelze oddělit, je s daným jevem spojeno skrze kauzální zákon.[9] Ne vždy však je možné oddělit sledovanou příčinu a učinit tak krok od metody shody k metodě rozdílu. Pokud nám to okolnosti neumožňují, můžeme svou indukci podpořit nepřímou metodou rozdílu, nejedná se o samostatnou metodu, nýbrž jde o dvojí užití metody shody, jak ozřejmuje schéma:

$$\begin{array}{lllll} & A, B, C \rightarrow \alpha, \beta, \gamma & & & B, D \rightarrow \beta, \delta \\ & A, D, E \rightarrow \alpha, \delta, \varepsilon & \& & & C, E, F \rightarrow \gamma, \delta, \zeta \\ \text{Pak:} & A \rightarrow \alpha. & & \text{Pak:} & \sim A \rightarrow \sim \alpha \end{array}$$

Ukazujeme nejen, že jev α nastává za přítomnosti jevu A, ale také, že nenastává za jeho nepřítomnosti. Ani s tímto rozšířením ale metoda shody nemůže podat tak pádné argumenty jako metoda rozdílu.

Trochu jiného druhu je metoda zbytku, která předpokládá, že již máme jistou znalost o příčinách a účincích v dané situaci. Pokud pozorujeme situaci, v níž působí několik jevů, jejichž účinky jsou nám známy a kromě očekávaných účinků shledáváme i účinek další, přiřadíme tento účinek ke zbývající (někdy skryté) příčině. Klasickým příkladem je objevení Neptunu skrze pozorované odchylky v dráze Uranu.

or axiom of the course of nature.“ [Mill 1884, str. 203]

9 „The Method of Agreement stands on the ground that whatever can be eliminated is not connected with the phenomenon by any law. The Method of Difference has for its foundation, that whatever cannot be eliminated is connected with the phenomenon by a law.“ [Mill 1884, str. 256]

Symbolicky: X, B, C $\rightarrow$ α, β, γ
B $\rightarrow$ β
C $\rightarrow$ γ
Pak: X $\rightarrow$ α.

Poslední metodou je metoda souběžné změny, při které zjišťujeme kvantitativní závislost mezi dvěma jevy. Jestliže se intenzita nějakého jevu mění pokaždé v souvislosti se změnou intenzity jiného jevu, existuje mezi těmito jevy příčinný vztah.

Pokusme se nyní podívat znovu na příklad s pokusy Alessandra Volty uvedený v podkapitole o Baconovi, nyní ovšem z hlediska Millových čtyř metod. Zaměříme se tentokráte na pokusy Volty bez žabích stehýnek, tj. případ 3. Nejprve Volta pomocí ***metody shody*** zjistí, že různé dvojice kovů spojeny do obvodu přes elektrolyt (např. H_2O) dávají elektrický proud (Φ). Z toho, že elektrický proud nevzniká, když jsou takto spojeny stejné kovy nebo když jsou různé kovy spojeny bez elektrolytu, potom pomocí ***metody rozdílu*** dostane, že pro vznik proudu jsou *nutně* potřeba dva různé kovy a také elektrolyt. A nakonec ***metoda souběžné změny*** vede sestavení Voltovy řady kovů (viz. podkapitola 1.2, Třetí tabulka), která ukazuje na vztah mezi napětím produkovaným různými dvojicemi kovů. Schematicky znázorňuje použití těchto metod následující tabulka (podobnost s Baconovými tabulkami je zřejmá):

Metoda shody:	**Metoda rozdílu:**	**Metoda souběžné změny:**
Ag, Zn, $H_2O \rightarrow \Phi$	kovX, kovY, $H_2O \rightarrow \Phi$	Fe, Zn, $H_2O \rightarrow \Phi_1$
Ag, Cu, $H_2O \rightarrow \Phi$	Ag, Zn $\rightarrow \sim\Phi$	Cu, Zn, $H_2O \rightarrow \Phi_2$; $(\Phi_2 > \Phi_1)$
Pb, C, $H_2O \rightarrow \Phi$	Ag, Cu $\rightarrow \sim\Phi$	Au, Zn, $H_2O \rightarrow \Phi_3$; $(\Phi_3 > \Phi_2)$
Sn, Pt, $H_2O \rightarrow \Phi$	Zn, Zn, $H_2O \rightarrow \sim\Phi$	Ag, Zn, $H_2O \rightarrow \Phi_4$; $(\Phi_4 > \Phi_3)$
Fe, Pt, $H_2O \rightarrow \Phi$	Ag, Ag, $H_2O \rightarrow \sim\Phi$	Pt, Zn, $H_2O \rightarrow \Phi_5$; $(\Phi_5 > \Phi_4)$
…	…	…
$\therefore$ kovX, kovY, $H_2O \rightarrow \Phi$	$\therefore$ (X≠Y), kovX, kovY, $H_2O \rightarrow \Phi$	$\therefore$ Voltova řada kovů

Naše objevování přírodních zákonů se děje stupňovitě, nejprve si povšimneme určitých pravidelností, které se nám může podařit vyjádřit pomocí empirického zákona.[10] To je ovšem pouze začátek, dále bychom se měli pokusit, je-li to možno, empirický zákon vysvětlit pomocí jednodušších principů. Jako například Keplerovy zákony oběhu planet byly po takovém způsobu vysvětleny působením gravitační síly ve smyslu Newtonova zákona gravitace.

1.5 William Whewell (1794 - 1866)

Podle Whewella nepředstavuje indukce pouhou generalizaci z pozorovaných instancí. Jde v ní o nalezení určité koncepce (konstruktu naší mysli), která může být “superindukována“ nad fakty, skrze níž jsou tato fakta sjednocena a uspořádána.[11] Whewell ve svém pojetí indukce vychází z Kantovy filosofie, matematické přírodovědy Galileiho a Aristotelova induktivního sylogismu stavě se proti empiristickému pojetí indukce u Bacona a Milla.

Názvem jedné ze svých knih *Novum Organon Renovatum* se Whewell hlásí k tradici Aristotelově a Baconově. Vrací se k Aristotelovu sylogismu z indukce, který podle Aristotela „záleží v tom, že se krajním termínem (*nižším – pozn. autora*) usoudí, že druhý krajní termín (*vyšší - pozn. autora*) náleží střednímu“ [Aristoteles 1961, str 128], což , podle Whewellova výkladu, znamená, že nad jednotlivými objekty / fakty (*nižší termín*) superindukujeme nový pojem (*vyšší termín*) – koncepci, a to tím způsobem, že jej připíšeme celé třídě daných objektů / faktů (*střednímu termínu*) [viz. Oeser 2003, str. 22]. Pro Whewella není důležité, zda

[10] „An empirical law, then, in an observed uniformity, presumed to be resolvable into simpler laws, but not yet resolved into them.“ [Mill 1884, str. 339]

[11] „… the discovery of truth by induction consists in finding a conception or combination of conceptions which agrees with, connects and arranges the facts.“ [Whewell 1840, Volume I, str. 42-43]

rozsah nižšího termínu je shodný s rozsahem středního termínu (jak by požadoval Aristoteles), nebo zda má střední termín vyšší rozsah (jak by požadoval Mill), indukce se uskutečňuje připsáním nového predikátu (koncepce).

Galileo použil metaforu, že kniha přírody je psána jazykem matematiky. Podobný názor zastává i Whewell. Smyslové vjemy samy o sobě nepředstavují žádné poznání, jsou to jen "písmena v knize přírody"[12], úkolem naší mysli je potom najít abecedu, podle které se tato písmena mají číst. Tuto abecedu představují koncepty (ideje, pojmy) naší mysli, které spojují a formují smyslové vjemy a vytvářejí z nich fakta. A stejně tak z těchto faktů potom další teorie / fakta vyššího řádu. Mezi fakty a teoriemi, které jsou superindukovány nad fakty, přitom není žádný principiální rozdíl, stejným způsobem jako koncepce utváří z vjemů fakta, tak vytváří z faktů teorie. A jednou utvořená teorie může být faktem při indukování obecnější teorie.

V úvodním aforismu své *Filosofie induktivních věd* Whewell hlásá, že „člověk je interpretem přírody a věda je správná interpretace"[13], tedy naše pozorování a zkušenost samy o sobě nepostačují k pochopení přírody, nýbrž jejich data musí být interpretována pomocí nějaké myšlenkové koncepce. Věda proto sestává ze dvou paralelně probíhajících procesů – explikace koncepcí a koligace faktů (*colligation = sjednocení*).

Explikace koncepcí se odehrává v diskusích a sporech vědců a filosofů, většinou jde o spory týkající se definic a základních principů. Tyto diskuse mívají povětšinou metafyzický charakter. Ovšem stejně tak patří do této oblasti i čistá matematika, která také významným dílem přispívá k rozvoji a zpřesnění koncepcí. Cílem tohoto procesu je vytvoření jasných a exaktních koncepcí, které pak mohou být aplikovány pro sjednocení dostupných faktů. Žádný objev z tohoto pohledu není náhodný, protože závisí na předchozí kultivaci a jasnosti odpovídající ideje – tj. musí být pro něj vytvořeny předpoklady. Jsou období v historii vědy, kdy se některé vědě nedostává dostatečně plodných definic a koncepcí, a kdy diskuse základních pojmů, principů a definic je tím nejužitečnějším způsobem pěstování dané vědy.[14] Whewell se ve své koncepci blíží tomu, co téměř o století později Thomas Kuhn označí jako vědecké paradigma.

Koligace faktů (pro Whewella tento pojem znamená v podstatě totéž co indukce) vychází z explikovaných koncepcí a ustavuje pevné spojení pozorovaných faktů skrze nějakou odpovídající nosnou ideu. Spojení faktů skrze novou koncepci se ovšem neobejde bez vědcova ostrovtipu. Většinou je zapotřebí navrhnout, prozkoumat a zase zavrhnout vícero pokusných hypotéz, aby mohla být vybrána ta pravá, umožňující spojení vysvětlovaných faktů. Pokrok ve vědě potom vychází ze šťastného spojení známých faktů a správné koncepce, jako například v případě Keplerova zákona oběhu planet spojení koncepcí druhých mocnin, třetích mocnin vzdáleností a proporcionalitou těchto kvantit na jedné straně a faktů o tom, že planety obíhají kolem Slunce za určitý čas a v určité vzdálenosti, na straně druhé.[15] Jde o třetí Keplerův zákon říkající, že poměr druhých mocnin oběžných dob dvou planet je stejný jako poměr třetích mocnin jejich středních vzdáleností od Slunce.

[12] „The Senses place before us the Characters of the Book of Nature; but these convey no knowledge to us, till we have discovered the Alphabet by which they are to be read." [Whewell 1840, Volume I, str. XVII]

[13] „Man is the Interpreter of Nature, Science is the right interpretation." [Whewell 1840, Volume I, str. XVII]

[14] „Another result of this view of the necesity of appropriate ideas, combined with a survey of the history of science is, that though for the most part, as we shall see, the progress of science consists in accumulating and combinating facts rather than in debating concerning definitions; there are still certain periods when the discussion of Definitions may be the most useful mode of cultivating some special branch of science." [Whewell 1840, Volume II, str. 187 - 188]

[15] „Thus the facts that the planets resolve abaut the sun in certain periodic times and at certain distances, are included and connected in Kepler's law by means of such conceptions as the square of numbers, the cubes of distances, and the proportionality of these quantities. Again the existence of this proportion in the motions of any two planets forms a set of facts which may all be combined by means of the conception of a certain central accelerating force, as was proved by Newton." [Whewell 1840, Volume II, str. 201 - 202]

Deduktivní logika nám umožňuje převádět naše úsudky do formy řetězce sylogismů, které nám prezentují premisy a závěr v takové formě, že je snadno ověřitelné, zda závěr z daných premis vyplývá či nikoliv. Podobný úkol by měla plnit i induktivní logika s fakty a generalizacemi, které nad nimi indukujeme. Indukce spočívá v tom, že určité známé fakty sjednotíme pod novou ideou (koligace faktů), čímž vytvoříme nový fakt vyšší obecnosti. Proto základní formulí induktivní logiky je formule:

Určité fakty jsou vyjádřeny jedním faktem ***iff*** přijmeme dané koncepce.[16]

Tuto formuli Whewell zobrazuje pomocí schématu, kde spojovaná fakta jsou postavena vedle sebe a spojena složenou závorkou, na jejímž vnějším konci je indukovaný závěr.

Použijeme-li ještě jednou příklad s Voltovými pokusy, ve Whewellově interpretaci by provedená indukce mohla vypadat asi takto:

Dva kovové vodiče spojeny do okruhu se žabím stehýnkem způsobí škubání stehýnka. Dva různé kovové vodiče spojeny do okruhu s jazykem způsobí na jazyku v místě dotyku významný chuťový vjem – u jednoho z kovů kyselý, u druhého louhovitý. Dva různé kovové vodiče ponořeny z části do solného roztoku a na druhé straně spojeny do obvodu umožňují naměřit elektrický proud.	*Stálý elektrický proud* vzniká z *napětí* mezi dvěma různými *kovovými vodiči*, vložíme-li mezi ně do obvodu *elektrolyt*.

Výsledky empirických pokusů jsou tu v indukci spojeny novými koncepcemi *stálého elektrického proudu*, *napětí*, *kovového vodiče* a *elektrolytu*.[17] Pro Whewella hraje největší roli nalezení odpovídající koncepce, a to taky vyjadřuje jeho základní formule induktivní logiky, byť v postupu indukce rozlišuje tři kroky: *výběr ideje*, *vytvoření koncepce* a *určení veličin*.[18] Idea je určitá základní koncepce, jednotlivé vědy vycházejí z různých základních idejí – například nauce o elektřině je přiřazena jako základní idea *polarita* [viz Whewell 1840, Volume II, str. 281]. Ve třetím kroku – určení veličin – by potom přišla ke slovu Voltova řada kovů, tedy zkoumání týkající se velikosti napětí vznikajícího mezi různými dvojicemi kovových vodičů.

Jak už bylo řečeno, závěr jedné indukce se stává faktem v následující indukci. Pro Keplera bylo to, že Mars se kolem Slunce pohybuje po elipse, teorií, kterou objevil dlouhým zkoumáním a zkoušením. Pro Newtona to byl potom fakt, který použil pro odvození zákona gravitace.[19] Toto uspořádání umožňuje sestavit genealogickou tabulku postupu indukcí od méně obecných k obecnějším. Whewell sestavil takovéto induktivní tabulky pro astronomii a optiku. Jako ilustraci nyní uvedu část schématu induktivní tabulky astronomie (oproti předchozímu příkladu nyní je třeba jednotlivé indukce číst ve sloupcích), kterou ponechávám v původním anglickém znění s překladem uvedeným v závorce [viz. Whewell 1840, příloha]:

THE EARTH appears to be immoveable.	**THE STARS keep their relative places in the vault of the sky, and, with the SUN**	**THE MOON'S bright part is of the shape of a ball enlightened by the**	**THE MOON'S ECLIPSES occur when she is full.**

[16] „The inductive act of thought by which several Facts are colligated into one Proposition, may be expressed by saying: The several Facts are exactly expressed as one Fact, if, and only if, we adopt the conceptions and the Assertion of the Proposition.“ [Whewell 1840, Volume I, str. XL]

[17] Volta používal pro kovový vodič označení “vodič I. typu“ a pro elektrolyt “vodič II. typu“. [viz Lenard 1943, str. 116]

[18] „The Process of Induction may be resolved into three steps: the Selection of the Idea, the Construction of the Conception and the determination of the Magnitudes.“ [Whewell 1840, Volume I, str. XLIII]

[19] „Is it a Fact or a Theory that the planet Mars revolves in an ellipse abaut the Sun? To Kepler, employed in endeavouring to combine a separate observations by the conception of an Ellipse, it is a Theory; to Newton, engaged in inferring the law of force from a knowledge of the ellipticall motion, it is a Fact.“ [Whewell 1840, Volume II, str. 259]

(Země se jeví jako nehybná.)	**and MOON, rise, move and set.** (Hvězdy udržují stejnou relativní polohu na nebesích, a společně se Sluncem a Měsícem, vycházejí, pohybují se a zapadají.)	**Sun.** (Zářící část Měsíce má tvar koule osvětlené Sluncem.)	(Zatmění Měsíce nastávají, když je v úplňku.)
	Chald. ***The Sphere of the Heavens appears to make a Diurnal Revolution.***[20] (Nebeská sféra se otáčí v denním cyklu.)	**Greeks The Moon receives her light *from the Sun.*** (Měsíc dostává své světlo ze Slunce.)	**Greeks The Moon's Eclipses are caused by the *Earth's Shadow.*** (Měsíční zatmění jsou způsobena stínem Země.)
The forms and dist. of known parts of the earth are such as fit a convex surface. (Vzdálenosti různých míst na Zemi odpovídají umístění na vypouklé ploše.)	**The visible Pole of the Heavens rises or drops as we travel N. or S.** (Nebeský pól stoupá nebo klesá když cestujeme na sever nebo na jih.)		**The boundary of the Earth's Shadow is always circular.** (Okraj zemského stínu je vždy kruhový.)

Aristotle The Earth is a *Globe*, abaut which the sphere of the Heavens performs a *Diurnal Revolution*.
(Země je koule, kolem které se otáčí nebeská sféra v denním cyklu.)

Důležitou složkou indukce je také její verifikace, protože samotná úspěšná koligace faktů nepředstavuje oprávnění považovat závěr dané indukce za pravdivý. Induktivní tabulky jsou vyjádřením postupu indukce od mnohých faktů k jednoduché teorii, ovšem, čteny v opačném směru, stávají se také prostředkem k posouzení, zda daná indukce je verifikována fakty, které jsou u ní uvedeny v závorce.[21] Whewell také zavádí pojem <u>*konsilience*</u> indukce (*consilience* = *shoda*), to když indukce navržená na nějaké třídě faktů se shoduje s indukcí navrženou na základě podstatně rozdílné skupiny faktů[22] (například přitažlivá síla mezi planetami a pozemská gravitace působící třeba pád jablka). Konsilience je důležitým kritériem, její výskyt podporuje platnost přijaté indukce.

1.6 Mill contra Whewell

Koncepce indukce Milla a Whewella pocházejí ze stejné doby (Whewell vydal svou knihu *Philosophy of inductive sciences* v roce 1840, Mill potom *System of Logic* v roce 1843) a oba autoři na sebe několikrát ve svých knihách a pozdějších vydáních vzájemně reagovali. Oba rozumí indukcí soud, který vede k obecným tvrzením, ovšem pro každého z nich to znamená něco jiného. Mill, jako empirik, vidí v indukci zobecnění z několika pozorovaných případů na celou třídu objektů určitého druhu. Whewell, pod vlivem Kantovým, zase považuje za nejdůležitější v aktu indukce podřazení a uspořádání faktů skrze nějakou mentální (apriorní) ideu nebo koncepci. Z tohoto rozdílu pak pramení i podstatnější rozdíl v celkovém pojetí jejich systémů induktivní logiky.

Induktivní logika byla od Baconova *Nového Organonu* logikou přírodní vědy, nebo alespoň logikou vědecké metody (ostatně té vědě se říkalo induktivní). Přitom je třeba ale rozlišit, zdali jde o metodu vědeckého objevu, nebo o metodu zdůvodnění či ověření. A to je

[20] Kurzívou jsou v indukovaných závěrech označeny přijaté koncepce.

[21] „The Tables … display the order of discovery. But by reading them in an inverted manner, …, they answer another purpose; - they exhibit the process of verification of discoveries once made.“ [Whewell 1840, Volume II, str. 244 - 245]

[22] „The Consilience of Induction takes place when an Induction, obtained from one class of facts, coincides with an induction obtained from another different class. This consilience is a test of the truth of the theory in which it occurs.“ [Whewell 1840, Volume I, str. XXXIX]

právě náš případ. Whewell na hojných příkladech z historie vědy demonstruje, jak vědci postupují pomocí návrhů různých pokusných hypotéz a jejich prověřování a zamítání, až je objevena správná koncepce. Oproti tomu Mill formuluje své čtyři metody experimentálního výzkumu jako metody, které zpřesňují a ospravedlňují provedenou indukci. Ilustrativním příkladem budiž Whewellova výtka Millovi, že žádný objev nebyl nikdy učiněn pomocí jeho čtyř metod. Mill na ní odpovídá, že pokud by tomu tak bylo, pak by to znamenalo, že nebyl nikdy žádný objev učiněn skrze pozorování a experiment, protože pokud by byl, musel by být převeditelný na některou z těchto metod.[23] Zatímco Whewell zde mluví o myšlenkových procesech, kterými se vědec dobírá ke svému objevu, Mill mluví o procesech, které používá pro jeho zpřesnění a odůvodnění pro ostatní.

[23] „… Dr. Whewell says, or seems to say, that none were ever made by the Four Methods of Induction … Dr. Whewell's argument, if good at all, is good against all inferences from experience. In saying that none were ever made by observation and experiment; for assuredly if any were, it was by processes reducible to one or other of those methods." [Mill 1884, str. 283]

2. PRAVDĚPODOBNOST

Koncept pravděpodobnosti určený pro zacházení s jevy, u kterých není jisté, že nastanou, se v matematice objevuje relativně pozdě, až v polovině 17. století. Za počátek bývá považována výměna dopisů mezi Pascalem a Fermatem týkajících se problémů spojených se sázením v hazardních hrách, která začala roku 1654.

Koncept pravděpodobnosti se setkal s velkým úspěchem díky své široké aplikovatelnosti. Hlouběji se jím zabývali například Huychens, de Moivre, Bernoulli, Bayes, Laplace a další. Aplikace na různé problémy ve statistice, fyzice, logice i dalších vědách si vyžádaly různé definice pojmu pravděpodobnosti. Za klasickou je považována definice Laplaceho, která za předpokladu, že možných výsledků v dané situaci je konečně mnoho, navzájem se vylučují a lze je všechny považovat za stejně možné, stanoví pravděpodobnost, že nastane jev A jako podíl počtu možných výsledků, kdy jev A nastává, ku počtu všech možných výsledků. Sám Laplace ovšem používal ve svém díle i jiné definice podle povahy řešeného problému.

Z dalších definic ještě zmíním definici geometrickou, která stanoví pravděpodobnost jako poměr dvou ploch (délek, objemů …), kde první představuje výsledky, kdy nastane žádoucí jev, a druhá představuje všechny možné výsledky. A definici statistickou, která ztotožňuje pravděpodobnost daného jevu s relativní četností jeho výskytu v dostatečně dlouhé (ideálně nekonečné) řadě opakování.

Axiomatickou definici pravděpodobnosti podal v roce 1933 Kolmogorov. Popsal ji v pěti axiomech (E je množina s prvky ξ, η, ζ ..., které nazýváme elementárními událostmi a ϑ je část potence E):

I. ϑ je množinové těleso – tj. je uzavřená na sjednocení, průnik a rozdíl svých prvků.

II. ϑ obsahuje jako svůj prvek množinu E.

III. Každé množině A z ϑ je přiřazeno jedno nezáporné reálné číslo P(A). Toto číslo nazýváme pravděpodobností události A.

IV. P(E) = 1.

V. Když A a B jsou disjunktní, platí P(A + B) = P(A) + P(B).

[viz Kolmogorov 1973, str. 2][24]

Pojem pravděpodobnosti, jak jej užíváme v běžném životě, má vícero podstatně rozdílných významů. Některé z nich se snaží zachytit různá pojetí pravděpodobnosti (výše již byly zmíněny některé definice). Pro nás budou v následujícím textu zásadní dvě interpretace pravděpodobnosti - frekvenční a logická.

<u>Frekvenční interpretace</u> pojednává pravděpodobnost jako limitní hodnotu relativní četnosti výskytu daného jevu v (myšlenkově prodloužené) nekonečné řadě pokusů.[25] Tyto pokusy navíc mají být na sobě vzájemně nezávislé, výsledky minulých pokusů nesmí ovlivňovat následující pokus, jako například v ruletě není možné určit z předchozích výsledků, které číslo padne při dalším roztočení. Takovéto pojetí se samozřejmě týká jen určité skupiny jevů, konkrétně hromadných nebo opakujících se jevů. Nemá tu například smysl hovořit o pravděpodobnosti dožití nějakého konkrétního člověka, tento člověk je prvkem mnoha různých skupin podle různých znaků – věku, pohlaví, povolání, …, které mají různou pravděpodobnost dožití. Pokud bychom zvolili jako důležité všechny znaky, pak nám zůstane jen daný člověk, u kterého ovšem nemáme jak určit onu relativní četnost. [viz. von Mises, str 260 - 261]. Mezi hlavní proponenty tohoto pojetí pravděpodobnosti patří Richard von Mises a Hans Reichenbach.

[24] Dnes bývají většinou uváděny jen poslední tři axiomy a předpoklad, že ϑ je σ-algebra.

[25] „Als Ausgangspunkt einer exakten Theorie der Wiederholungsvorgänge und Massenerscheinungen läßt sich ein Wahrscheinlichkeitsbegriff wählen, der definiert wird als Grenzwert der relativen Häufigkeit des Ereignisses in einer Versuchsreihe, die unendlich lang ausgedehnt gedacht wird.“ [von Mises 1990, str. 260].

Logická interpretace pojímá pravděpodobnost jako relaci mezi dvěma třídami propozic E a H, která vyjadřuje racionální stupeň důvěry v propozice H na základě předpokládané pravdivosti propozic E. Pravděpodobnost zde vždy vystupuje ve formě podmíněné pravděpodobnosti (viz. níže), tvrzení není pravděpodobné o sobě, ale pouze vzhledem k faktům, která známe nebo jsou nám předložena. Pravděpodobnost v tomto pojetí je pravděpodobností platnosti argumentu, který nevyplývá zcela z premis, ale je jimi do určité míry podpořen. Hlavními protagonisty tohoto pojetí jsou John Maynard Keynes a Rudolf Carnap.

Z raných výsledků teorie pravděpodobnosti jsou pro naše téma významné:

Podmíněná pravděpodobnost, která je dána vzorcem[26]: $\mathbf{Pr\ (A \mid B) = Pr\ (A \cap B)\ //\ Pr\ (B)}$, čili pravděpodobnost, že nastane jev A, za předpokladu, že nastal jev B, je dána pravděpodobností souběhu obou jevů (žádoucí případy) lomenou pravděpodobností samotného jevu B (podle předpokladu jsou toto všechny případy, protože jev B nastává).

A také z ní odvozený Bayesův teorém: $\mathbf{Pr\ (A \mid B) = Pr\ (A) * Pr\ (B \mid A)\ //\ Pr\ (B)}$, který spojuje podmíněnou pravděpodobnost A za předpokladu B s inverzní podmíněnou pravděpodobností B za předpokladu A. Tedy nakolik je pravděpodobná hypotéza na základě nějakých naměřených dat, je závislé na tom, nakolik je pravděpodobné, že tato data nastanou, pokud daná hypotéza platí. Tento vzorec má zásadní význam pro bayesiánské pojetí pravděpodobnosti, které už ovšem překračuje rozsah této práce.

Zajímavé je Laplaceho pravidlo následníka, které udává, že nastal-li daný jev doposavad v P případech z N, pak pravděpodobnost, s jakou máme očekávat, že nastane i v příštím možném případě, je rovna: $\mathbf{Pr(X_{N+1} \mid X_1 + .. + X_N = P) = P + 1\ //\ N + 2}$, kde $X_1, ..., X_N$ nabývají hodnot 1 nebo 0 podle výsledků učiněných pokusů. Toto pravidlo se přímo dotýká pravděpodobnosti induktivní inference z minulého na budoucí. Laplace pomocí něho například vyčíslil pravděpodobnost očekávání, že Slunce zítra opět vyjde.

Do prací a systémů logiků se pravděpodobnost dostává pozvolna. Náznak konceptu logické pravděpodobnosti věty nalezneme v díle Bernarda Bolzana. Ovšem pravděpodobnost s indukcí důsledněji spojí až Keynes ve svém *Treatise on Probability* z roku 1921.

2.1 Bernard Bolzano (1781 - 1848)

Základními objekty, kterým se Bolzano věnuje ve svém *Vědosloví* jsou představy a věty (v moderní logice bychom použili výrazů *termy* a *formule*). Kromě normálních vět, jako například: „Gaius je smrtelný“, se ovšem zabývá i větami, kde jednu nebo více představ učiníme proměnnými, tedy například ve výše zmíněné větě budeme místo představy “Gaius“ dosazovat jiné představy, například “Sokrates“, “žirafa“, “žebřiňák“…, stejně tak bychom mohli dosazovat jiné představy za představu “smrtelný“. Samozřejmě je na místě omezit množinu představ, které je možno za proměnnou představu dosazovat, například na představy, které po dosazení produkují předmětné věty (tj. smysluplné věty, které “o něčem“ vypovídají). Na základě tohoto konceptu pak Bolzano definuje následujícím způsobem pojem platnosti věty: „Budiž mi proto dovoleno označit zvláštním jménem pojem vztahu, v němž se nachází množina pravdivých vět, které se dají z nějaké dané věty utvořit tak, že jisté představy považované v ní za proměnné, nahrazujeme podle určitého pravidla jinými představami, k množině všech vět, které tak vzniknou.“ [Bolzano 1981, str. 192]. Věty, které jsou pravdivé při dosazení libovolné představy (s přijatým omezením), tj. ty, u kterých je onen poměr z definice roven jedné, pak označuje jako plně platné. Dnes bychom takovouto větu vyjádřili pomocí univerzálního kvantifikátoru.

Stejný koncept potom Bolzano použije i v 161. paragrafu, když mluví o pravděpodobnosti

[26] Ve vzorcích se složitějšími zlomky používám pro označení hlavní zlomkové čáry zdvojené lomítko “ // “.

věty. Pravděpodobnost (nebo, jak ji také nazývá, poměrnou platnost) věty chápe vždy jen jako vztah mezi větami, mezi určitými předpoklady a danou větou. Tedy jde vždy o pravděpodobnost podmíněnou a jedná se o zobecnění pojmu vyplývání (respektive jeho převedení z kvalitativního pojmu na pojem měřitelný).

Pokud máme jako předpoklady věty A, B, C (a v nich určité proměnné představy i, j) a větu M (s týmiž proměnnými představami), pak uvážíme-li všechny případy dosazení za proměnné představy i, j, které učiní pravdivými věty A, B, C (řekněme, že to je v *n* případech) a všechny případy dosazení za proměnné představy i, j, které učiní pravdivými jak předpoklady A, B, C, tak i větu M (to se stane řekněme v *m* případech), potom se větě M dostává z předpokladů A, B, C pravděpodobnosti m / n. Přirozeně $m \leq n$, takže dostaneme číslo z intervalu [0,1], přičemž hodnoty jedna nabývá tento výraz právě tehdy, když věta M vyplývá[27] z předpokladů A, B, C.

Bolzano pak rovnou přechází i k usuzování z pravděpodobnosti, když píše: „Neboť považujeme-li věty A, B, C, D,… za pravdivé, pak nás poučuje právě poznaný poměr, v němž se nachází množina případů, kdy se stávají pravdivými věty A, B, C, D,…, k množině oněch případů, kdy se kromě nich stává pravdivou ještě věta M, zda máme považovat za pravdivou také větu M, nebo nikoliv. Činí-li totiž druhá množina více než polovinu první, pak můžeme pouze kvůli pravdivosti vět A, B, C, D,… považovat za pravdivou i větu M; a není-li tomu tak, nikoliv.“ [Bolzano 1981, str. 241 - 242].

Protože ovšem, pokud existuje alespoň jedna představa, která činí pravdivými jak předpoklady A, B, C, tak větu M, jsou obě množiny nekonečné (místo dané splňující představy můžeme dosadit nekonečně mnoho představ, které jsou s ní rovnomocné – tedy různé popisy, kterým ovšem odpovídá jedno a to samé individuum – to je nevýhoda Bolzanova systému, kde se, řečeno dnešní terminologií, do proměnných dosazují termy namísto individuí), je potřeba nalézt nějakou pomocnou metodu k vyjádření poměru oněch dvou množin. Tato metoda spočívá v konstrukci jistého počtu pomocných vět „*k*, *k‘*, *k“*,…, které mají za daných předpokladů A, B, C, D,… tentýž stupeň pravděpodobnosti a jsou nadto tak uzpůsobeny, že každý soubor představ, který na místě proměnných i, j,… všechny věty A, B, C, D,… činí pravdivými, učiní pravdivou také jednu, ale vždy jen jednu z vět *k*, *k‘*, *k“*,…“ [Bolzano 1981, str. 245]. Věty *k*, *k‘*, *k“*,… lze považovat všechny za stejně pravděpodobné, a jelikož jich je jen konečný počet, můžeme s jejich pomocí vyjádřit hledaný poměr a vyčíslit pravděpodobnost, kterou větě M dávají věty A, B, C, D,…

Pravděpodobnost zabírá v rozsáhlém celku Bolzanova Vědosloví jen několik paragrafů, přesto jeho pojetí v některých aspektech předznamenává pozdější logickou interpretaci pravděpodobnosti, zejména tím, že pravděpodobnost je pojednána jako vztah mezi větami a jako taková je také vždy podmíněná.

2.2 John Maynard Keynes (1883 - 1946)

Keynes přichází s novou interpretací pravděpodobnosti, která z ní udělá jedno z odvětví logiky tím, že ji interpretuje jako logickou relaci. Logika se zabývá argumenty, které jsou jisté a nezvratné, zatímco věda se potýká s argumenty, které nejsou úplné a ač jsou racionální, vyžadují také jistý stupeň důvěry. Pravděpodobnost chápaná jako logická relace mezi množinami propozic má rozšířit zájem logiky i na argumenty, které nejsou jisté (závěry nevyplývají bezezbytku z premis). Výrazy jako *jistý* nebo *pravděpodobný* popisují různé stupně racionálního odůvodnění určité propozice, kterého se jí dostává z aktuálního nebo hypotetického stavu našich znalostí. Jakkoliv je propozice jednou provždy buď pravdivá nebo nepravdivá, naše vědění je proměnlivé. Proto nemá vůbec smyslu hovořit o pravděpodobnosti

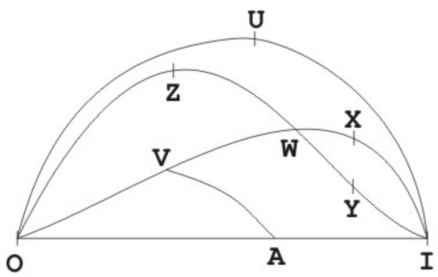
[27] V českém překladu Bolzanova Vědosloví je použit termín “odvození“. Bolzano nepracuje s formálními systémy, aby bylo třeba rozlišovat mezi syntaxí a sémantikou, přesto mi přijde z dnešního pohledu vhodnější hovořit zde o vyplývání.

dané propozice o sobě, nýbrž na základě různých úrovní znalostí je dané propozici připisován různý stupeň racionálního odůvodnění.[28] Jako logická relace je ovšem pravděpodobnost objektivní, jakmile je určena úroveň znalostí, pak to, zda je za dané úrovně znalostí ta která propozice pravděpodobná, nebo ne, je naprosto nezávislé na tom, co si já nebo kdokoliv jiný myslí.[29]

Oproti matematickému pojetí u pravděpodobnosti jako logické relace Keynes nepředpokládá, že by byla vždy měřitelná, v tom smyslu, že by bylo možné pro každé dvě množiny propozic $\boldsymbol{a},\boldsymbol{h}$ určit číslo z intervalu [0,1], které by vyjadřovalo pravděpodobnost $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{h})$[30]. Dokonce ani dvě různé pravděpodobnosti $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{h}_1)$, $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{b}|\boldsymbol{h}_2)$ nemusí být mezi sebou srovnatelné ve smyslu že by jedna byla větší než druhá.

Pravděpodobnosti se vždy nacházejí někde na lince mezi *nemožností* (0) a *jistotou* (1). Těchto linek ovšem může být více (jak je znázorněno na obrázku) , přičemž pouze ty pravděpodobnosti jsou porovnatelné, které leží na jedné lince. Na obrázku například je V méně pravděpodobné než W, X, Y a A, ale není vůbec srovnatelné se Z a U. Relace pravděpodobnosti je uspořádáním, ale není lineárním uspořádáním.

Obrázek: znázornění pravděpodobností
[viz. Keynes 1963, str. 39]



Srovnávání pravděpodobností je možné, pokud jde o pravděpodobnosti některého z následujících typů:

(i) Pokud jsou pravděpodobnosti typu $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{ab}|\boldsymbol{h})$ a $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{h})$, pak, pokud není $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{b}|\boldsymbol{ah}) = 1$, tedy pokud $\boldsymbol{b}$ není důsledkem $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{h}$, můžeme uzavřít, že $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{ab}|\boldsymbol{h}) < \mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{h})$. Složený znak má vždy menší pravděpodobnost než jednotlivé znaky, ze kterých se skládá.

(ii) Pokud máme pravděpodobnosti $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{hh}_1)$ a $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{h})$, kde $\boldsymbol{h}_1$ obsahuje pouze jednu novou relevantní informaci, pak $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{hh}_1) > \mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{h})$, pokud $\boldsymbol{h}_1$ je pro hypotézu $\boldsymbol{a}$ příznivá, a naopak, pokud $\boldsymbol{h}_1$ je pro hypotézu $\boldsymbol{a}$ nepříznivá. Pokud by potom bylo $\boldsymbol{h}_2$, které by také podporovalo pravdivost propozice $\boldsymbol{a}$, můžeme z tranzitivity uspořádání uzavřít, že platí $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{hh}_1\boldsymbol{h}_2) > \mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{h})$, v opačném případě, když by $\boldsymbol{h}_2$ odporovalo $\boldsymbol{a}$, se musíme zdržet soudu o vztahu $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{hh}_1\boldsymbol{h}_2)$ a $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{h})$. [viz. Keynes 1963, str. 65 - 66]

2.2.1 Induktivní úsudky

Dále potom Keynes podává obsáhlou analýzu usuzování z analogie a indukce, jako *induktivní* argument označuje argument, který závisí na některé z těchto metod (nebo na obou)[31]. Hume se ptá: „Je to teprve po dlouhé řadě navzájem souhlasných zkušeností, kdy dosáhneme pevné a spolehlivé jistoty ohledně určitého děje. Kde je nyní takový rozumový postup, který z jednoho případu vyvozuje o tolik jiný závěr než ze stovky případů, které se nijak neliší od onoho jediného?“ [Hume 1996, str. 63 - 64]. Keynes odpovídá, že podstatné je

[28] „The terms *certain* and *probable* describe the various degrees of rational belief about a proposition which different amounts of knowledge authorise us to entertain. All propositions are true or false, but the knowledge we have of them depends on our circumstances; and while it is often convenient to speak of propositions as certain or probable, this expresses strictly a relationship in which they stand to a *corpus* of knowledge, actual or hypothetical, and not a characteristic of the propositions in themselves.“ [Keynes 1963, str. 3 - 4].

[29] „A proposition is not probable because we think it so. When once the facts are given which determine our knowledge, what is probable or improbable in these circumstances has been fixed objectively, and is independent of our opinion.“ [Keynes 1963, str. 4].

[30] Keynes používá pro označení pravděpodobosti propozice ***a*** při stavu vědění ***h*** zápis ***a/h***, já se ovšem přidržím zápisu $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{h})$.

[31] „It will be usefull to call arguments *inductive* which depend in any way on the methods of Analogy and Pure Induction.“ [Keynes 1963, str. 218].

to, že ony případy nejsou všechny stejné, naopak, naší snahou je aby ony případy byly co nejrozmanitější, s výjimkou těch znaků, které považujeme za podstatné (způsobujících pozorovaný jev).[32] Rozumový postup spočívá potom, podobně jako u Bacona, v tom, že vyloučíme jako příčiny zkoumaného děje ty jevy, které se v našich pozorováních neopakují (nejsou svázány se zkoumaným dějem) a přijmeme jako příčiny zbývající jevy, které se vždy vyskytují společně s výskytem zkoumaného děje.

Induktivní argument začíná určitým počtem případů, které jsou v určitých aspektech A, B podobné a v jiných aspektech C jsou rozdílné. Pokud potom vybereme určité aspekty A, ve kterých se pozorované instance shodují, a tvrdíme, že jsou určitým způsobem asociovány s jinými aspekty B tak, že kdykoliv i u zatím nepozorovaných případů jsou pozorovány znaky A, musí být pozorovány i znaky B, učiníme induktivní soud. Potom čím obsáhlejší budou znaky A, které má jev mít, abychom mu predikovali B, čím větší bude variabilita charakteristik C do indukce nevstupujících a čím méně komplexní budou znaky B, tím větší pravděpodobnost bude mít naše generalizace.[33]

Generalizaci chápe Keynes jako tvrzení, že určitá třída propozic je celá pravdivá, tj. je pravdivá každá propozice, kterou obsahuje.[34] Ve formálním zápisu je generalizace vyjádřena jako spojení dvou propozičních funkcí pomocí třetí funkce: $\boldsymbol{g(\Phi, f)}$, kde $\boldsymbol{\Phi}$ je podmínka a $\boldsymbol{f}$ je generalizovaná vlastnost. Například pokud tvrdím, že: "Všechny labutě jsou bílé", pak říkám, že pro všechna x, která "*jsou labutěmi*" – $\boldsymbol{\Phi}(x)$, platí propozice, že "*x je bílé*" - $\boldsymbol{f}(x)$.

Srovnání pravděpodobnosti dvou generalizací opět nemusí být obecně možné. Pokud ovšem máme Φ_1, Φ_2 takové, že za předpokladu $\boldsymbol{h}$ není splnění $\boldsymbol{\Phi}_2$ odvoditelné ze splnění $\boldsymbol{\Phi}_1$, tj. $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi_1, \Phi_2) \mid \boldsymbol{h}) \neq 1$, a podobně pro f_1, f_2 platí $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(f_1, f_2) \mid \boldsymbol{h}) \neq 1$, potom dostaneme následující nerovnosti mezi pravděpodobnostmi:

$$\mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi_1, f) \mid \boldsymbol{h}) = \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi_1\, \Phi_2, f)\ \&\ \boldsymbol{g}(\Phi_1 \sim\Phi_2, f) \mid \boldsymbol{h}) \leq \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi_1\, \Phi_2, f) \mid \boldsymbol{h})$$

(obsáhlejší předpoklady zvyšují pravděpodobnost generalizace, $\sim\Phi_2$ značí *non*-Φ_2)

$$\mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi, f_1 f_2) \mid \boldsymbol{h}) = \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi f_1, f_2) \mid \boldsymbol{h}) * \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi, f_1) \mid \boldsymbol{h}) \leq \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi, f_1) \mid \boldsymbol{h})$$

(méně obsáhlé závěry zvyšují pravděpodobnost generalizace)

A tedy celkem: $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi_1, f_1 f_2) \mid \boldsymbol{h}) \leq \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi_1, f_1) \mid \boldsymbol{h}) \leq \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g}(\Phi_1\, \Phi_2, f_1) \mid \boldsymbol{h})$.

2.2.2 Analogie

Analogie je úsudek, který z toho, že se jisté objekty v určitém ohledu shodují, činí závěr, že se shodují i v jiném ohledu. Pokud jsou některé objekty analogické vzhledem k určité vlastnosti, tj. shodují se v této vlastnosti, znamená to, že všechny splňují určitou propoziční funkci. Z toho je vidět, že právě definovaná generalizace je úsudkem z analogie, kdy o věcech, které jsou analogické v ohledu $\boldsymbol{\Phi}(x)$, tvrdíme, že jsou analogické i v ohledu $\boldsymbol{f}(x)$.[35] Pro dané objekty $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, …, $\boldsymbol{a}_n$ nazývá Keynes ***pozitivní analogií*** třídu propozičních funkcí $\boldsymbol{\Phi}$,

[32] „…an increase in the *number* of experiments is *only* valuable in so far as, by increasing, or possibly increasing, the variety found amongst the non-essential characteristics of the instances, …" [Keynes 1963, str. 219].

[33] „In an inductive argument, therefore, we start with a number of instances similar in some respects AB, dissimilar in others C. We pick out one ore more respects A in which the instances are similar, and argue that some of the other respects B in which they are also similar are likely to be associated with the characteristics A in other unexamined cases. The more comprehensive the essential characteristics A, the greater the variety amongst the non-essential characteristics C, and the less comprehensive the characteristic B which we seek to associate with A, the stronger is the likelihood or probability of the generalisation we seek to establish." [Keynes 1963, str. 219 - 220].

[34] „We mean by a *generalisation* a statement that all of certain definable class of propositions are true." [Keynes 1963, str. 222].

[35] „If some one thing is true abaut both of two objects, if, that is to say, they both satisfy the same propositional function, then to this extent is an *analogy* between them. Every generalisation $g(\Phi, f)$, therefore, asserts that one analogy is always accompanied by another, namely, that between all objects having the analogy Φ there is also the analogy f." [Keynes 1963, str. 223].

které jsou splněny pro všechny dané objekty - budu ji značit $\mathbf{A}a_1..a_n$ ($\boldsymbol{\Phi}$), a ***negativní analogií*** potom takovou třídu, že propoziční funkce do ní patřící jsou splněny pro některé z daných objektů a pro některé jiné zase splněny nejsou – tu budu značit $\tilde{\mathbf{A}}a_1..a_n$ ($\boldsymbol{\Phi}$). Propoziční funkce, která byla pozitivní analogií se může stát negativní analogií, pokud rozšíříme třídu objektů, o kterých vypovídáme, a některá z nových instancí nebude splněna.

Mluvíme-li o úsudku z analogie, je dobré stanovit jeho limit (ideální případ, takový, jako představuje úplná indukce pro indukci) v podobě ***perfektní analogie***. Řekneme, že úsudek z analogie $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{f})$ je *perfektní analogie*, pokud (1) jsou známé všechny instance, o všech víme, zda jsou splněné (mají určitou vlastnost) či nikoliv; (2) všechny případy, které splňují podmínku (propozice) $\boldsymbol{\Phi}$ splňují také propozice $\boldsymbol{f}$; (3) neexistuje propoziční funkce, která by byla splněna ve všech instancích, kdy je splněno $\boldsymbol{\Phi}$ (byla by prvkem *pozitivní analogie*), a přesto by nebyla prvkem $\boldsymbol{\Phi}$ ani $\boldsymbol{f}$ [viz. Keynes 1963, str. 225 - 226]. *Perfektní analogie* je tedy jakýmsi měřítkem pravděpodobnosti úsudku z analogie, čím více se jí blížíme, tím spíše můžeme úsudek považovat za správný nebo oprávněný.

Obecný výraz pro pravděpodobnost úsudku z analogie stanovuje Keynes následovně:

$$\mathbf{Pr}(\, \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{f}) \mid \mathbf{A}a_1..a_n\, (\boldsymbol{\Phi}\ \boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{f})\ \ \tilde{\mathbf{A}}a_1..a_n\, (\boldsymbol{\Phi}')\ \prod\{\, \mathbf{A}a_r..a_s\, (\boldsymbol{\Psi}_k)\}).$$

Relevantní znalosti, na kterých stojí argument z analogie, představují: ***pozitivní analogie*** $\mathbf{A}a_1..a_n$ ($\boldsymbol{\Phi}\ \boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{f}$), kde $\boldsymbol{\Phi}_1$ představuje vlastnosti nepodstatné z hlediska prováděné generalizace (je to přesně taková vlastnost, jejíž absence je požadována v bodě 3 o perfektní analogii) – to, že se takovéto nepodstatné vlastnosti vyskytují v pozitivní analogii, svědčí o nízké variabilitě zkoumaných instancí a ubírá na síle danému argumentu; ***negativní analogie*** $\tilde{\mathbf{A}}a_1..a_n$ ($\boldsymbol{\Phi}'$), ve které by se v ideálním případě měly ocitnout všechny vlastnosti (propoziční funkce), které nejsou podstatné z hlediska prováděné generalizace (nepatří do $\boldsymbol{\Phi}$ nebo $\boldsymbol{f}$), tedy váha argumentu vzrůstá s narůstající negativní evidencí, což je jádro Keynesovy odpovědi Humovi (viz výše, oddíl 2.2.1); ***subanalogie*** $\prod\{\, \mathbf{A}a_r..a_s\, (\boldsymbol{\Psi}_k)\}$, které pramení z neúplné znalosti instancí, jsou pravdivé v některých instancích $a_r...a_s$, r, s $\in$ [1,N] a v ostatních případech nám chybí údaje – značí podobné nebezpečí jako $\boldsymbol{\Phi}_1$ v pozitivních analogiích a měly by být eliminovány přidáním dalších instancí nebo rozšířením našich znalostí o již zkoumaných instancích.

2.2.3 Prostá indukce

Oproti analogii úsudek z ***prosté indukce*** ("Pure Induction") spočívá v pouhém hromadění potvrzujících instancí, podobně jako v analogii ale toto hromadění má za cíl zvýšení "negativní analogie", tj. nárůst variability instancí v těch charakteristikách, které nejsou podstatné z hlediska prováděné indukce. Toto je jediný důvod, proč je pro nás hodnotné pozorování a uvádění nových instancí.[36]

Položme si nyní otázku, za jakých podmínek nová instance zvyšuje pravděpodobnost generalizace provedené *prostou indukcí*. Označme $\boldsymbol{p}_N = \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{hx}_1..\boldsymbol{x}_n)$ pravděpodobnost generalizace $\boldsymbol{g}$ za předpokladu $\boldsymbol{n}$ pozorovaných instancí (a apriorní znalosti $\boldsymbol{h}$). Vyjádříme si relativní nárůst pravděpodobnosti při pozorování nové instance:

$\boldsymbol{p}_n / \boldsymbol{p}_{n-1} = \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{hx}_1..\boldsymbol{x}_n) \,//\, \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{hx}_1..\boldsymbol{x}_{n-1})$, po úpravě[37] dostaneme $= \mathbf{1} \,//\, \mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{hx}_1..\boldsymbol{x}_{n-1})$, kde výraz ve jmenovateli značí pravděpodobnost předpovědi nové (n-té) instance z předešlých instancí – označíme ji $\boldsymbol{y}_n$. Tento zlomek nabývá hodnoty větší než 1, a tedy pravděpodobnost

[36] „Every new instance may diminish the unessencial resemblances between the instances and by introducing a new difference increase the Negative Analogy. For this reason, and for this reason only, new instances are valuable." [Keynes 1963, str. 233]

[37] Čitatele i jmenovatele vynásobíme výrazem $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{hx}_1..\boldsymbol{x}_{n-1})$.

Upravíme čitatele podle vzorce pro podmíněnou pravděpodobnost: $\mathbf{Pr}(A \mid BH) * \mathbf{Pr}(B \mid H) = \mathbf{Pr}(AB \mid H)$.

Ještě jednou pak použijeme tento vzorec, tentokrát ve tvaru: $\mathbf{Pr}(A \mid BH) = \mathbf{Pr}(AB \mid H) \,//\, \mathbf{Pr}(B \mid H)$.

Ve výsledku je čitatel $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{ghx}_1..\boldsymbol{x}_{n-1})$ roven 1, protože $\boldsymbol{x}_n$ je odvoditelné z $\boldsymbol{g}$.

generalizace po zavedení nové instance vzrůstá právě tehdy, když platí $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{h}\boldsymbol{x}_1..\boldsymbol{x}_{n-1}) \neq \mathbf{1}$, tedy když nová instance není odvoditelná z předchozích instancí.

Nyní víme, kdy přidání nové instance zvyšuje pravděpodobnost naší generalizace, ještě je ale potřeba zjistit, za jakých předpokladů pravděpodobnost generalizace roste k jistotě (=1). Z odvozeného vzorce $\boldsymbol{p}_n / \boldsymbol{p}_{n-1} = \mathbf{1} / \boldsymbol{y}_n$ vyjádříme $\boldsymbol{p}_n = (\mathbf{1} / \boldsymbol{y}_n) * \boldsymbol{p}_{n-1}$, dále pak obdobným dosazením za $\boldsymbol{p}_{n-1}, \boldsymbol{p}_{n-2}\ldots$ dostaneme $\boldsymbol{p}_n = (\mathbf{1} / \boldsymbol{y}_n) * (\mathbf{1} / \boldsymbol{y}_{n-1}) * \ldots * (\mathbf{1} / \boldsymbol{y}_1) * \boldsymbol{p}_0$, kde $\boldsymbol{p}_0$ je _apriorní pravděpodobnost generalizace g_: $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{h})$.

Nyní tedy máme: $\boldsymbol{p}_n = \boldsymbol{p}_0 // \boldsymbol{y}_n \boldsymbol{y}_{n-1}\ldots\boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{p}_0 // \mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{h})$. Pravděpodobnost ve jmenovateli vyjádříme jako součet pravděpodobností s rozšířením závěrů o $\boldsymbol{g}$, resp. ***non-g*** (značíme $\sim\boldsymbol{g}$), potom: $\boldsymbol{p}_n = \boldsymbol{p}_0 // \{ \mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_n\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{h}) + \mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_n{\sim}\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{h}) \}$. Po úpravě[38] dostaneme následující rovnost: $\boldsymbol{p}_n = \boldsymbol{p}_0 // \{ \boldsymbol{p}_0 + \mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_n \mid {\sim}\boldsymbol{g}\ \boldsymbol{h}) * (\mathbf{1} - \boldsymbol{p}_0) \}$, kde $(\mathbf{1} - \boldsymbol{p}_0) = \mathbf{Pr}({\sim}\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{h})$ je *apriorní pravděpodobnost neplatnosti generalizace g*. Přitom pravděpodobnost $\boldsymbol{p}_n$ se blíží k **1**, právě když $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_n \mid {\sim}\boldsymbol{g}\ \boldsymbol{h}) // \boldsymbol{p}_0$ se blíží k **0**, tedy když apriorní pravděpodobnost tolika (n) odpovídajících instancí za předpokladu neplatnosti generalizace se stává malou v porovnání s apriorní pravděpodobností oné generalizace.[39]

Postačujícími podmínkami toho, aby pravděpodobnost generalizace s narůstajícím počtem potvrzených instancí rostla k jistotě, jsou: $\boldsymbol{p}_0 = \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{h}) > \boldsymbol{\eta}$; $\forall$n $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_{n-1} {\sim}\boldsymbol{g}\ \boldsymbol{h}) < \mathbf{1\text{-}\varepsilon}$, kde $\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\eta}$ jsou *finitní pravděpodobnosti* (viz. níže). Jestliže platí uvedené podmínky, potom:

$\mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_n \mid {\sim}\boldsymbol{g}\ \boldsymbol{h}) = \mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_{n-1} {\sim}\boldsymbol{g}\ \boldsymbol{h}) * \mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_{n-1} \mid {\sim}\boldsymbol{g}\ \boldsymbol{h}) < (\mathbf{1\text{-}\varepsilon}) * (\mathbf{1\text{-}\varepsilon})^{n-1} = (\mathbf{1\text{-}\varepsilon})^n$, tedy celý výraz $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_n \mid {\sim}\boldsymbol{g}\ \boldsymbol{h}) // \boldsymbol{p}_0 < (\mathbf{1\text{-}\varepsilon})^n // \boldsymbol{\eta}$, kterýžto výraz se s rostoucím $\boldsymbol{n}$ blíží k 0, což nám bylo dokázati.

Protože v Keynesově systému nemusí mít každá pravděpodobnost přiřazenu nějakou numerickou hodnotu, zavádí Keynes pojem ***finitní pravděpodobnosti***, který je možné aplikovat jak na numerické, tak i na nenumerické pravděpodobnosti. Jako *finitní* označujeme pravděpodobnost, která je větší než nějaká numerická pravděpodobnost vyjádřitelná konečným číslem. To znamená, že finitní je numerická pravděpodobnost, pokud je její závěr vyjádřitelný jako část z konečného počtu vyčerpávajících možností, na které je aplikovatelný *princip indiference*[40]; a nenumerická pravděpodobnost, pokud je srovnatelná s nějakou numerickou finitní pravděpodobností a z tohoto srovnání vychází jako větší.

Celkem shrnuto, má osobní zkušenost říká, že Slunce zatím v cca 10 000 případech každý den vyšlo. A já se nyní dívám na západ Slunce a přemýšlím o tom, zda je rozumné moje očekávání, že Slunce zase zítra ráno vyjde, stejně tak pozítří, atd. řekněme po dalších 100 let, na základě mojí dosavadní zkušenosti. Keynes k tomu říká, že pokud je apriorní pravděpodobnost mojí generalizace finitní a stejně tak i pravděpodobnost, že zítra *nevyjde* Slunce (*non*-$\boldsymbol{x}_n$) za předpokladu mojí dosavadní zkušenosti a negace mojí generalizace (byť obě mohou být libovolně malé) - potom s pozorováním zítřejšího východu Slunce a podobnými pozorováními v další dny (která nejsou odvoditelná z předešlých pozorování) narůstá pravděpodobnost této mojí generalizace směrem k jistotě. Tím narůstá hlavně stupeň racionality přijetí dané generalizace, protože ačkoliv pravděpodobnost dané generalizace narůstá k jistotě, z povahy daného úsudku ji nemůže dosáhnout (přinejmenším nikoliv dříve, než přestane být informativní). Induktivní úsudky, ke kterým patří i *prostá indukce*, nám

[38] $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_n\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{h}) = \mathbf{Pr}(\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{h}) = \boldsymbol{p}_0$ protože $\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_n$ jsou odvoditelné z $\boldsymbol{g}$.
$\mathbf{Pr}(\boldsymbol{x}_1.. \boldsymbol{x}_n {\sim}\boldsymbol{g} \mid \boldsymbol{h})$ upravíme dle vzorce pro podmíněnou pravděpodobnost: $\mathbf{Pr}(AB \mid H) = \mathbf{Pr}(A \mid BH) * \mathbf{Pr}(B \mid H)$.

[39] „… if the *à priori* probability of so many instances, assuming the falsehood of the generalisation, is small compared with the generalisation's *à priori* probability.“ [Keynes 1963, str. 237].

[40] Princip indiference říká, že všechny možné případy lze považovat za stejně pravděpodobné, pokud relevantní evidence svědčící pro jeden případ je stejná jako relevantní evidence svědčící pro libovolný jiný případ [viz. Keynes, str. 55 - 56]. Možnost použití principu indiference je nutnou podmínkou k tomu, aby byly pravděpodobnosti numericky měřitelné – „It has always been agreed that a numerical measure can actually be obtained in those cases only in which a reduction to a set of exclusive and exhaustive *equiprobable* alternatives is practicable.“ [Keynes 1963, str. 65].

říkají, že je rozumné učinit určitý závěr na základě určité evidence, ovšem netvrdí o tomto závěru, že je pravdivý.[41]

2.2.4 *Povaha přírodních zákonů*

Induktivní úsudky Keynes rozděluje na dva výše popsané typy – úsudky z analogie a prostou indukci. U obou typů zvyšujeme jejich hodnověrnost (pravděpodobnost závěrů) tím, že zvyšujeme variabilitu v (z hlediska generalizace) nepodstatných vlastnostech pozorovaných instancí. Zatímco v úsudku z analogie hledáme určité vlastnosti v již zkoumaných instancích nebo hledáme nové instance s ohledem na to, jaké informace o nich chceme (a můžeme) získat, tak v úsudku z prosté analogie se pouze spoléháme na to, že dostatečný počet opakování nám do souboru pozorování přinese i ty případy, které potřebujeme – takové, které zvyšují negativní evidenci. Jakkoliv je zřejmé, že postup z analogie je mnohem sofistikovanější a dříve povede k cíli, v některých případech je nutné užít tuto nejméně uspokojivou metodu, na které jsme závislí hlavně v počátečních zkoumáních, kdy o zkoumaném objektu nemůžeme nic předpokládat.[42]

To, zda mohou být úsudky z analogie a indukce úspěšně aplikovány, závisí do jisté míry na povaze našeho světa. Často bývá indukce spojována s *principem uniformity přírody*.Ve skutečnosti nám ale, podle Keynese, tento princip pouze říká, že úsudek z perfektní analogie je platný, když je aplikován na objekty, které se liší pouze v časoprostorových souřadnicích. To, co věda ve vztahu k indukci přijímá (a musí přijmout), je *atomický charakter přírodních zákonů*, což lze nejsnáze vyjádřit větou, že: souběžné působení více příčin je předvídatelné jako součet účinků jednotlivých příčin. Každá příčina má svůj nezávislý efekt, který se nemění v různých situacích, byť celkový efekt je proměnlivý podle toho, jaké další příčiny s ní spolupůsobí. Naopak, kdyby charakter světa nebyl atomický, kdyby každá konfigurace světa podléhala jedinečnému zákonu, nebo kdyby malý rozdíl mezi tělesy (např. ve tvaru nebo velikosti) vedl k tomu, že by se chovalo každé podle rozdílných zákonů, pak by byla predikce nemožná a indukce neúčelná, jakkoliv by svět mohl zůstat uniformní.[43]

Atomický charakter přírodních zákonů je pak v blízké relaci ke konečnosti systému, kterou Keynes předpokládá při své analýze indukce a analogie (finitní pravděpodobnosti).

[41] „Induction tell us that, on the basis of certain evidence, a certain conclusion is reasonable, *not* that it is true.“ [Keynes 1963, str. 245]

[42] „In an advanced science it is a last resort, - the least satisfactory of the methods. But sometimes it must be our first resort, the method upon which we must depend in the dawn of knowledge and in fundamental inquiries where we must presuppose nothing.“ [Keynes 1963, str. 241]

[43] „If every configuration of the Universe were subject to a separate and independent law, or if very small differences between bodies – in their shape or size, for instance, - led to their obeying quite different laws, prediction would be impossible and the inductive method useless. Yet nature might still be uniform, causation sovereign, and laws timeless and absolute.“ [Keynes 1963, str. 249]

3. VÍDEŇSKÝ KROUŽEK

Jako Vídeňský kroužek je označována skupina filosofů a filosofujících vědců v období mezi dvěma světovými válkami (která se takto nazvala ve svém programovém prohlášení Wissenschaftliche Weltauffassung – Der Wiener Kreis) hlásících se k programu logického positivismu a působících ve Vídni, kde se scházeli každý druhý čtvrtek na neformálním semináři na universitě (v místnostech matematického semináře v Boltzmanngasse) pod vedením Moritze Schlicka, který byl považován za neoficiální hlavu tohoto uskupení.

V delším časovém horizontu můžeme vysledovat určitou linii "rakouské" filosofie představující hlavní historický kořen filosofie Vídeňského kroužku spojenou se jmény Bernarda Bolzana, Franze Brentana a Ernsta Macha. Karl Menger hovoří o tom, že velcí filosofové pocházející z Rakouského impéria neprovozovali německý typ metafyziky, nýbrž byli orientováni spíše vědecky.[44] Bezprostředním inspiračním zdrojem ovšem byl zejména positivismus Ernsta Macha, který působil ve Vídni v letech 1895 - 1901 jako vedoucí katedry filosofie induktivních věd, která byla pro něj ustavena na Vídeňské universitě a kterou později vedl také Moritz Schlick. Další hlavní stimuly představovaly francouzský konvencionalismus Pierra Duhema a Henri Poincarého a zejména převratné objevy ve vědě (hlavně ve fyzice, matematice a logice) na počátku 20. století.

3.1 Hlavní témata

Základním východiskem členů Vídeňského kroužku bylo vědecké pojetí světa vyznačující se zejména empirismem a aplikací nových postupů moderní logiky. Charakteristickými tématy byly zejména kritika metafyziky, teorie a logika vědy a diskuse základů různých věd (zejména matematiky a fyziky). Tato témata uvedeme v souvislosti s třemi základními pilíři našeho poznávání – analytickým poznáním (logika a matematika), zkušenostním poznáním (empirická věda) a objasňující činností (filosofie).

<u>Logika a matematika</u> – Velký význam má pro logické positivisty moderní logika ustavená v pracích Boola, Frega, Russella a dalších. Doposud největší nesnází jakéhokoliv positivismu (u Macha, stejně jako u Milla a Comta) bylo vysvětlení matematiky jako empirické vědy, tj. jako vědy o naší zkušenosti. Ale poučky matematiky nezávisí na naší zkušenosti a nedají se jí potvrdit ani vyvrátit. Klíčovou prací zde byly *Principia Mathematica*, ve kterých Russell a Whitehead ukazují, že všechna matematika je odvoditelná z logiky. To umožňuje rozeznat matematické věty jako tautologické, stejně jako věty logiky. Věty matematiky jsou analytické, protože bezezbytku vyplývají z axiomů nebo definic daných pojmů. Nepojednávají o světě, nýbrž jsou to pravidla pro syntaktické zacházení s určitými definovanými symboly. Samy o sobě nemají tyto symboly žádný obsah, ten jim musí být teprve přiřazen nějakou empirickou vědou, která se rozhodne je použít pro vytvoření vět o svých předmětech. Tyto vytvořené věty ovšem zcela náleží oné empirické vědě a s matematikou už nemají nic společného. Euklidovská a neeuklidovské geometrie stojí vedle sebe jako samostatné bezesporné systémy; otázka, který z těchto systémů je nejvhodnější pro popis našeho světa, nepatří do matematiky, ale do fyziky.

<u>Empirická věda</u> – V *Logické výstavbě světa*[45] navrhuje Carnap takzvaný konstituční systém, který požaduje, aby vědecké pojmy byly skrze své definice převeditelné na základní pojmy, které jsou odvozeny z našich elementárních prožitků na základě relace podobnosti. Tento systém se stal základem pro Neurathovu koncepci jednotné vědy

[44] „The dominant historical element is of course the fact that Austrians never contributed to the German type of metaphysic that culminated ind Fichte, Scheling and Hegel. The great thinkers born in the Austrian empire, Bolzano and Mach, used to philosophize along scientific lines." [Menger 1994, str. 18].

[45] Logische Aufbau der Welt, 1. vydání 1928

(*Einheitswissenschaft*). Tradičně byly považovány jednotlivé vědy za podstatně rozdílné (obzvláště takzvané vědy přírodní a sociální), lišící se ve svých předmětech, přístupu i metodách zkoumání. Z Carnapovy analýzy vědy ovšem vyplývá, že všechna tvzení vědy jsou pouze jednoho typu – jsou vyjádřitelná v *objektovém jazyce* pojednávajícím o fyzických předmětech nebo o smyslových vjemech (Carnap rozpracoval dva různé základní jazyky – fyzikalistický a fenomenologický). Proto tedy musí být možné zavést jednotný základní jazyk pro všechny vědy, na který budou převeditelné speciální jazyky jednotlivých věd, jejichž vlastní pojmy se stanou jen ekonomickými zkratkami pro potřeby daného oboru. Na takovémto základním jazyku je pak založena principiální jednota vědy.[46]

Později, když se ukázalo, že teoretické pojmy není možno převést na základní empiricky pozorovatelné pojmy, Carnap svůj požadavek trochu uvolnil a požadoval, aby byly teoretické pojmy redukovatelné na empirické v tom smyslu, že věty o teoretických pojmech mají mít empiricky testovatelné důsledky.

Filosofie a metafyzika – Analytické poznání matematiky a logiky a zkušenostní poznání empirické vědy jsou jediné způsoby poznání, které jsou nám přístupné. Podle logických positivistů neexistuje nic takového, co Kant nazývá syntetickým poznáním a priori. Metafyzika (nárokující si pro sebe tuto oblast poznání) byla empiriky vždy pokládána za nepravdivou nebo neplodnou, ovšem podle členů Vídeňského kroužku věty metafyziky vůbec postrádají smysl, jsou nesmyslné. Na základě věty Wittgensteinova *Tractatu*: „Rozumět větě znamená vědět, co je zkrátka tak, když je pravdivá.“ [Wittgenstein 2007, str.28] bylo stanoveno kritérium smyslu, které stanoví jako smysluplné ty věty, u kterých víme, jakým způsobem by je bylo možné verifikovat. Věty, o kterých ani principiálně nevíme, jakým způsobem by bylo možné dokázat jejich pravdivost, nelze než označit jako básnické výplody, které sice mohou mít svoji (např. uměleckou) hodnotu, ale pro teoretické poznávání našeho světa jsou bezcenné.

Mimo kritiky metafyziky ovšem logický positivismus klade před filosofii i positivní úkol. Filosofie není systémem tvrzení (tedy není vědou), nýbrž je činností, která má za cíl odhalovat smysl vět a význam základních pojmů empirické vědy. Filosofie má věty vysvětlovat – ukazovat, co vlastně říkají; zatímco věda má dokazovat jejich pravdivost.[47] Schlick k tomu podává i historické vysvětlení. Ve starověku byl všechen čistý výzkum součástí filosofie, jelikož jeho hlavní úlohou bylo vysvětlení základních pojmů. Postupně se z ní oddělovaly jednotlivé vědy, jejichž základní pojmy byly natolik jasné, že mohly být dále rozpracovávány a mohla být zkoumána pravdivost vět o nich vypovídajících. Stále ovšem některé vědy, např. estetika a etika, zůstávají součástí filosofie, jelikož se jim stále nedostává dostatečně jasných pojmů, aby mohly být rozpracovány jako empirické vědy. Čas od času navíc vznikne v některé vědě potřeba nového ujasnění jejích základních pojmů (například ve fyzice při zavedení Einsteinovy teorie relativity). [viz. Schlick 1930/31, str. 9]

3.2 Členové kroužku a jeho okolí

Vídeňský kroužek nebyl jediným intelektuálním kroužkem ve Vídni. Karl Menger popisuje, že ve dvacátých letech 20. století byl nebývale vysoký počet lidí z různých oblastí práva, obchodu a financí, stejně jako z řad lékařů, inženýrů a novinářů, kteří projevovali

[46] „If we accept, however, Carnap’s analysis of science, it follows that all statements of science are of only one type, that is, they are statements that can be expressed in the ‘thing language‘. Hence, it must be possible to introduce a unified language for all the sciences and to create a systém of ‘unified science‘, in which the ‘special sciences‘ are merely products of the division of labor. The terminology of the special sciences is practical for restricted purposes, but no philosophic implication about unbridgeable gaps can be drawn from the differences in terminology.“ [Frank 1949, str. 37]

[47] „… sie ist nämlich diejenige Tätigkeit, durch welche der Sinn der Aussagen festgestellt oder aufgedeckt wird. Durch die Philosophie werden Sätze geklärt, durch die Wissenschaften verifiziert. Bei diesen handelt es sich um die Wahrheit von Aussagen, bei jener aber darum, was die Aussagen eigentlich meinen.“ [Schlick 1930/31, str. 8]

zvláštní zájem o práci učenců.[48] Po Vídni existovalo mnoho intelektuálních a kavárenských kroužků různého zaměření. Byly tu různé psychoanalytické kroužky, socialistické i akademické diskusní kroužky. Z akademických kroužků patřily mezi významné zejména: kroužek právní školy kolem Hanse Kelsena (F. Weyr, F. Kaufmann), seminář Ludwiga von Mises (F. v. Hayek, O. Morgenstern, A. Schütz, F. Kaufmann), Bühlerův kroužek na Psychologickém institutu (P. Lazarsfeld, M. Jahoda, E. Brunswik, R. Carnap), kroužek Richarda von Mises v Café Central (P. Frank, H. Hahn, O. Neurath, H. Löwy, E. Helly, K. Popper), historicko-filosoficky orientovaný kroužek Heinricha Gomperze (E. Zilsel, V. Kraft, K. Popper, H. Hahn, R. Carnap, O. Neurath) a samozřejmě ten kolem M. Schlicka, který posléze jako jediný byl ve světě známý jako Vídeňský kroužek. Karl Menger dále ve své knize napsal, že ve Vídni na počátku dvacátých let se vše zdálo ukazovat na to, že jeviště je připraveno pro systematickou diskusi na vyšší úrovni. Toto místo zaujal Vídeňský kroužek.[49]

Množina členů Vídeňského kroužku je přirozeně neostrá, přesto ji lze docela dobře popsat. Vídeňský kroužek sdružoval tři generace – do té nejstarší (s rokem narození kolem 1880) patřili členové předválečného proto-kroužku (matematik Hans Hahn, národohospodář a sociolog Otto Neurath, fyzik Philipp Frank, statistik Richard von Mises), filosof Victor Kraft a filosof zabývající se zejména teorií poznání, který mimo jiné podal filosofickou interpretaci teorie relativity, Moritz Schlick. Schlick se stal nejen oficiální, jako vedoucí prestižní katedry filosofie induktivních věd, ale i přirozenou autoritou a hlavou kroužku, který se kolem něho vytvořil. Přirozenou autoritou si získal hlavně díky charakteristickým rysům své osobnosti – stálé vlídnosti, toleranci a umírněnosti – a inklinaci k přesnému myšlení a vyjadřování, které bylo podpořeno jeho fyzikálním vzděláním (jak jej viděl R. Carnap[50]). Schlickově povaze odpovídala i diskusní atmosféra v kroužku, kterou Carnap popsal jako otevřenou, nedogmatickou a kooperativní - jako společné usilování o jasnost a pochopení.[51]

Prostřední generaci (rok narození kolem 1890) tvořili logik a filosof R. Carnap, jenž studoval mimo jiné i novou logiku u G. Frega v Jeně, filosof a Schlickův asistent F. Waismann, geometr Kurt Reidemeister, který seznámil členy Kroužku s Wittgensteinovým *Tractatem*, filosof a sociolog E. Zilsel, žák Heinricha Gomperze, a teoretik práva F. Kaufmann, který se sám cítil být spíše sympatizantem Kroužku, byl ovšem také významným zprostředkovatelem mezi Schlickovým kroužkem a kroužky Hanse Kelsena a Ludwiga von Mises.

Nejmladší generaci (narozenou po roce 1900) představovali studenti, a to téměř výhradně studenti M. Schlicka a H. Hahna (ostatně to byli jediní členové Kroužku, kteří zastávali profesorskou pozici na Vídeňské universitě, nepočítáme-li K. Reidemestra, který poměrně záhy Vídeň opustil), tedy filosofové a matematici. Mezi těmito studenty je třeba zvláště uvést Schlickova asistenta Herberta Feigla a matematika Karla Mengera, který obdržel roku 1927 profesuru na katedře geometrie a vedl *matematické kolokvium*. Dále se ze Schlickových

[48] „Less widely known is another feature of the cultural life of Vienna, which was a heritage of the politically defunct liberalism and was cultivated by the Social Democrats – the unusually large proportion of professional and business people interested in intellectual achievement. Many members of the legal, financial and business world; publishers and journalist, physicians and engineers took intense interest in the work of scholars of various kinds.“ [Menger 1994, str. 9]

[49] „In the intellectual atmosphere of Vienna in the early 1920's, everything seemed to point to one fact: that the stage was set for more systematic discussion on a higher level. Schlick's Circle filled a definite need.“ [Menger 1994, str. 35]

[50] „The congenial atmosphere in the Circle meetings was due above all to Schlick's personality, his unfailing kindness, tolerance and modesty. Both by his personal inclination toward clarity and by his training in physics, he was thoroughly imbued with the scientific way of thinking.“ [Carnap 1963 - IA, str. 21]

[51] „Characteristic for the Circle was the open and undogmatic attitude taken in the discussions. Everyone was willing constantly to subject his views to a re-examination by other or by himself. The common spirit was one of co-operation rather than competition. The common purpose was to work together in the struggle for clarification and insight.“ [Carnap 1963 - IA, str. 21]

studentů zasedání Kroužku více či méně účastnili: B. Juhos, R. Rand, J. Schächter, M. Natkin, H. Nieder a E. Nagel, z Hahnových studentů matematiky potom K. Gödel, G. Bergmann, T. Radakovic a O. Taussky-Todd.

Mnoho členů Vídeňského kroužku se ovšem účastnilo i sezení jiných kroužků, obzvláště intensivní byl kontakt s filosofickým kroužkem, který se scházel v bytě H. Gomperze. Těchto sezení se často účastnil i Karl Popper, jehož názory a zpracovávaná témata se blížily názorům a tématům projednávaným v rámci Kroužku (vezmeme-li v potaz, že názory na určité téma se často velmi různily i uvnitř Kroužku samotného), často vedl diskuse s různými členy Kroužku (zejména Carnapem, Feiglem, R. von Misesem, Kraftem), ačkoliv čtvrtečních Schlickových seminářů se neúčastnil. Přesto jeho spřízněnost s Kroužkem byla taková, že jeho dílu není možné porozumět bez reference k Vídeňskému kroužku a naopak.[52]

Další spojení vedlo například k psychologickému kroužku Karla Bühlera, jehož členy byli i Paul Lazarsfeld a Marie Jahoda, kteří se zasloužili o zavedení novopozitivistické metodologie do sociologického empirického výzkumu, například ve slavném výzkumu nezaměstnanosti v Marienthalu.

Ačkoliv diskuse ve Vídeňském kroužku se nesly v čistě apolitickém duchu, existovaly v Kroužku poměrně značné rozdíly v politickém přesvědčení jeho členů, které se pohybovalo na celé škále od liberální pravice (Schlick, Kraft) k socialistické levici (Hahn, Carnap, Zilsel a nejvíce Neurath), což se projevilo i v činnosti členů kroužku v různých více či méně politických společnostech. Hahn, Neurath a Zilsel se angažovali v hnutí pro školskou reformu, Hahn byl členem Svazu socialistických vysokoškolských učitelů. Neurath a Zilsel zase patřili do kroužku Otto Bauera – vůdce sociální demokracie v Rakousku a svého času ministra zahraničních věcí. Mimoto Neurath v roce 1925 založil (a až do své emigracev roce 1934 vedl) *Společensko-hospodářské muzeum*[53] ve Vídni, které mělo sloužit jako příklad moderního naučného muzea ukazujícího a vysvětlujícího socioekonomické vztahy a souvislosti, pro které vyvinul metodu obrazové statistiky a piktogramy, které se užívají dodnes.

Vídeňskému kroužku názorově velmi blízká diskusní skupina vznikla také v Berlíně okolo Hanse Reichenbacha, vrstevníka a blízkého přítele Carnapa. Od roku 1927 působila tato skupina pod hlavičkou Společnosti pro empirickou filosofii[54]. Hlavními členy skupiny byli vedle Reichenbacha, Richard von Mises, Walter Dubislaw, Carl Gustav Hempel, Kurt Grelling a další. Obě skupiny spolupracovaly například na společném pořádání vědeckých kongresů. Reichenbach a Carnap společně od roku 1930 vydávali časopis Erkenntnis.

3.3 Stručná historie

Historie Vídeňského kroužku se většinou počítá od povolání Moritze Schlicka na Vídeňskou universitu v roce 1922, ovšem již před první světovou válku, v letech 1907 – 1911, se scházeli někteří významní členové budoucího Vídeňského kroužku – Hans Hahn, Otto Neurath, Philipp Frank a Richard von Mises – mezi jinými "katolickými filosofy" a "romantickými mystiky" v diskusním kroužku v jedné z vídeňských kaváren. K probíraným tématům patřil Machův empirismus ve spojení se symbolickou logikou a francouzským konvencionalismem (Duhem, Poincaré), ale také myšlenky Brentana, Meinonga, Husserla apod. [viz. Stadler 1997, str. 168]. Toto diskusní uskupení bývá také označováno jako "proto-kroužek" nebo "Urkreis".

[52] „Popper never belonged to the Vienna Circle, never took part in its meetings, and yet cannot be thought of as outside it. Already in my 1950 article dealing with the Vienna Circle I found it necessary to refer to him repeatedly. On the other hand, Popper's work cannot be genetically understood without reference to the Vienna Circle. As Popper stands in a close, inextricable relationship with the developement of the Vienna Circle, so the Circle was also of essential significance for his own developement." [Kraft 1974, str. 186]

[53] Gesellschafts- und Wirtschaftsmuseum in Wien

[54] Gesellschaft für Empirische Philosophie

Další vývoj byl přerušen vypuknutím první světové války. V roce 1921 se do Vídně vrací po svém působení na universitě v Czernowitz (dnes na Ukrajině), zranění ve válce a působení na universitě v Bonnu matematik Hans Hahn (podle P. Franka “skutečný zakladatel Vídeňského kroužku“), jenž se záhy angažuje v povolání Moritze Schlicka na uprázdněné místo vedoucího katedry filosofie induktivních věd. Schlickovy přednášky byly hojně navštěvované, kromě nich pořádal i volné interdisciplinární diskuse a v letech 1923/24 a 1924/25 seminář o Wittgensteinově *Tractatu*, kde bylo toto dílo “větu po větě“ čteno a diskutováno. Tento seminář bývá považován za počátek Vídeňského kroužku (v jeho uzavřené fázi), podíleli se na něm (kromě Schlicka): Hans Hahn, Otto Neurath, Felix Kaufmann, Friedrich Waismann, Herbert Feigl, Rudolf Carnap (v druhém roce) a matematik Kurt Reidemeister, který na přání Schlicka a Hahna knihu nastudoval a pronesl o ní úvodní referát. V zimním semestru 1924/25 navíc Hans Hahn pořádal seminář o Russellově a Whiteheadově díle *Principia Mathematica*.

V roce 1925 přijel na pozvání Moritze Schlicka do Vídně Rudolf Carnap a od následujícího roku zde působil jako soukromý docent. S sebou také přivezl rukopis své knihy *Logische Aufbau der Welt*, která byla vedle *Tractatu* také hojně diskutována na sezeních Kroužku. Příchodem Carnapa dostala filosofie Kroužku svou “klasickou“ podobu [viz. Frank 1949, str. 33], Carnap se stal vůdčím mozkem Kroužku.

Schlick také usiloval o bližší kontakt s Wittgensteinem, jeho přáním bylo, aby se Wittgenstein zúčastnil diskusí Kroužku. Po písemném kontaktu navštívil v roce 1926 Schlick Wittgensteina v Otterthalu. Wittgenstein odmítal zúčastnit se diskusí Kroužku, ovšem následujícího roku, když pobýval ve Vídni, se uskutečnilo několik setkání mezi ním a Schlickem doprovázeným Waismannem, Feiglem a Carnapem. Později si Wittgenstein přál hovořit jen se Schlickem a Waismannem. Waismann vedl zápisy o rozmluvách s Wittgensteinem a měl v úmyslu napsat popularizační knihu o Wittgensteinově filosofii, její rukopis koloval mezi členy Kroužku.

Podrobná diskuse *Tractatu* jistě přispěla k určité konsolidaci hledisek uvnitř skupiny. Byť uvnitř Kroužku vždy panovala poměrně značná diference v názorech, jednota byla dána společným cílem – reformou filosofie.[55]

Kolem roku 1927 pak byla posílena matematická skupina v Kroužku účastí Karla Mengera (po návratu z Holandska, kde se habilitoval u Brouwera), Theodora Radakovice a Kurta Gödela. Karl Menger se stal profesorem geometrie (po K. Reidemestrovi, jenž v roce 1925 přijal profesuru v Královci) a vedle účasti na sezeních Vídeňského kroužku vedl od roku 1928 i vlastní Matematické kolokvium, v němž se střídaly referáty účastníků (studentů) o jejich práci, diskuse nevyřešených problémů a přednášky zahraničních hostů. Každoročně pak byly publikovány *Výsledky matematického kolokvia*.[56] Stěžejním přínosem kolokvia pak byla v roce 1930 návštěva a přednášky Alfreda Tarského ve Vídni. Díky této návštěvě se členové Kroužku dozvěděli o působení polské logické školy (Lvovsko-Varšavské školy), konkrétně například o Łukasiewiczově troj- a vícehodnotové logice, bezzávorkové notaci. V diskusi pak byla probírána možnost exaktního metajazyka (sémantiky). Největší vliv měla návštěva Tarského na Carnapa a Gödela.

[55] „Trotz aller Diskrepanzen zwischen Topoi rationaler Rekonstruktion (Carnap) und einer Philosophie der idealen, später der normalen Sprache (Wittgenstein) besaß die Gruppe – Feigl zufolge – um 1926 doch ein gemeinsames identitätsstiftendes Selbstverständnis, nämlich das einer reformerischen Bewegung in der Philosophie.“ [Stadler 1997, str. 233].

[56] Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums

V listopadu 1928 byl založen *Spolek Ernsta Macha* (Verein Ernst Mach), jehož představeným se stal M. Schlick a který měl sloužit popularizaci idejí Vídeňského Kroužku. Zároveň se uvažovalo o zveřejnění programové proklamace Kroužku a vydávání vlastního časopisu. Hned záhy ale mohly být tyto aktivity vážně ohroženy. Na začátku roku 1929 dostal Schlick lákavou nabídku působení na universitě v Bonnu. Byl již rozhodnutý tuto nabídku přijmout, ale nakonec vyslyšel prosby svých kolegů a setrval ve Vídni.

Společně s berlínskou *Společností pro empirickou filosofii* vedenou Hansem Reichenbachem uspořádal *Spolek Ernsta Macha* ve dnech 15. - 17. září 1929 *Konferenci o teorii poznání v exaktních vědách*[57], která se konala v Praze souběžně se zasedáním *Německé fyzikální společnosti* a *Jednoty německých matematiků*.[58] Konferenci předsedal Philipp Frank, který v Praze působil již od roku 1912 jako nástupce Einsteina na Německé universitě. Konference měla dvě hlavní témata: Pravděpodobnost a kauzalita; Základy matematiky a logiky. Podstatná byla ovšem také prezentace Vídeňského kroužku, která začala přečtením programového manifestu *Vědecké pojetí světa – Vídeňský kroužek* (Wissenschaftliche Weltauffassung – Der Wiener Kreis), sepsaného Neurathem, Hahnem a Carnapem, v němž se poprvé Schlickův kroužek představuje jako jednotné filosofické hnutí – jednotné z hlediska společného zásadního anti-metafyzického postoje, vědeckého přístupu a kolektivní diskuse, nikoliv z hlediska určitých dogmatických tezí [viz. Carnap – Hahn – Neurath 1999, str. 21].

Manifest uvádí Vídeňské hnutí do širšího světového, historického a filosofického kontextu. <u>Světový kontext</u> tvoří zejména působení Russella a Whiteheada v Anglii a Reichenbachovy společnosti v Berlíně. <u>Historický kontext</u> je spjatý s vídeňským liberalismem (Th. Gomperz), tradicí lidového vzdělávání (Ludo Hartmanem), působením E. Macha a L. Boltzmanna na katedře filosofie induktivních věd, filosofií F. Brentana (jemuž je tu připisována zásluha na podnícení zájmu o obnovu logiky) i s racionálními teoriemi v oblasti národního hospodářství (Josef Popper – Lynkeus, Carl Menger st.). Konečně ve <u>filosofické oblasti</u> se hlásí k: *pozitivismu a empirismu* v tradici osvícenství, Huma, Milla, Comta a Macha; filosofii a *metodologii empirických věd* v dílech Poincarého, Duhema, Macha, Boltzmanna a Einsteina; a konečně k oblasti *nového rozvoje logiky* a jejích aplikací, jak se o ni zasloužili Leibniz, Peano, Frege, Russell a Wittgenstein. ***Vědecké pojetí světa*** je zde určeno požadavkem *empirismu* (jediné možné poznání je zkušenostní poznání) a *metodou logické analýzy* zkoumající smysl (empirické krytí) používaných pojmů; cílem mu pak má býti jednotná věda. Nakonec jsou zmíněny hlavní problémové okruhy a dosavadní vývoj a očekávání s nimi spojená. Jsou to: základy aritmetiky (logicismus, intuicionismus, formalismus); základy fyziky (problematika hypotéz, kauzality a povahy zákonů, pravděpodobnosti, testovatelnosti); základy geometrie (vztah matematické a fyzikální geometrie); základy biologie a psychologie; základy sociálních věd. [viz. Carnap – Hahn – Neurath 1999, str. 14 - 37]

Publikací manifestu vstupuje Vídeňský kroužek do otevřené fáze, pro kterou je typická široká publikační činnost, stejně jako pořádání kongresů a navazování mezinárodních kontaktů. Vstup do tohoto nového období popisuje nádherně Frank jako dobu, kdy účastníci diskusí Schlickova kroužku začali pociťovat, že z jejich kooperace povstal nový druh filosofie. A jako každý otec rád ukazuje fotky svého dítěte, chtěli se i oni pochlubit se svým "myšlenkovým dítětem".[59]

Dalším logickým krokem bylo získání publikačního média. Od roku 1929 Schlick a Frank vydávali knižní řadu *Spisy k vědeckému pojetí světa*,[60] ve které vyšly například Carnapova

[57] Tagung für Erkenntnislehre der exakten Wissenschaften

[58] Deutschen Physikalistischen Gesellschaft a Deutschen Mathematikervereinigung

[59] „In 1929, we had the feeling that from the cooperation that was centered in Vienna a definite new type of philosophy had emerged. As every father likes to show photographs of his baby, we were looking for means of communication. We wanted to present our brain child to the world at large, to find out his reaction, and to receive new stimulation." [Frank 1949, str. 38].

[60] Schriften zur Wissenschaftlichen Weltauffassung

Logická syntax jazyka (1934) a Popperova *Logika vědeckého zkoumání*[61] (1935). Od roku 1930 pak Carnap a Reichenbach převzali časopis Annalen der Philosophie a vydávají jej pod novým názvem *Erkenntnis* (Poznání). V něm vychází příspěvky z konferencí, recenze knih i samostatné články autorů blízkých *vědeckému pojetí světa*. První číslo začíná Schlickovým článkem *Obrat ve filosofii*[62].

Roku 1930 se také konala druhá konference v Královci, které předsedal v tomto městě působící Kurt Reidemeister. Na této konferenci také Kurt Gödel poprvé uveřejnil svůj slavný objev neúplnosti aritmetiky. Následujícího roku pak Carnap přijímá místo profesora filosofie přírodních věd na Německé universitě v Praze a Herbert Feigl emigruje do USA, kde výrazně napomáhá šíření povědomí o Vídeňském kroužku, což se stane důležitým v období vzestupu nacismu v Německu a Rakousku před druhou světovou válkou, kdy zde většina členů Kroužku nalezne útočiště.

Publikační činnost Kroužku a pořádání vědeckých konferencí vedou k navazování úzkých kontaktů s názorově blízkými školami a jednotlivci, jako byla Reichenbachova *Společnost pro empiricku filosofii* v Berlíně (H. Reichenbach, C. G. Hempel, W. Dubislaw, K. Grelling, R. von Mises), *Lvovsko-varšavská škola* v Polsku (A. Tarski, K. Adjukiewicz, J. Łukasiewicz), A. Ayer, B. Russell a F. Ramsey v Anglii, E. Kaila ve Finsku. Ve Spojených státech mezi sympatizanty Kroužku patřili W. Quine a Ch. Morris, kteří také podnikli cestu do Evropy mimo jiné za účelem navázání kontaktu s členy kroužku, zejména Carnapem. Naopak také Schlick několikrát pobýval a přednášel v USA, stejně jako někteří další členové (Carnap, Menger, …).

V tomto období se dostává do popředí Neurathova idea *jednotné vědy* (Einheitswissenschaft), podle níž nemají být jednotlivé vědy pojednávány zcela nezávisle na ostatních, nýbrž je důležité, aby byly zřejmé vztahy mezi pojmy různých věd – jako model je brána encyklopedie se svými více či méně vzájemně propojenými hesly. Jednotná věda má být založená na společném jazyku, který by měl být vytvořen na základně jazyka fyziky zachycujícího materiální uspořádání světa v časoprostorových souřadnicích. Diskuse se vede i o povaze takzvaných protokolárních vět, což jsou věty, které stojí na úplném počátku našeho poznávání, pojednávají o bezprostředních počitcích pozorovatele a jsou bezprostředně verifikovatelné. Neurath, Carnap a Ch. Morris vydávají knižní řadu *Einheitswissenschaft,* později přejmenovanou na *Foundations of the Unity of Science*. V roce 1962 například vyšla v této řadě kniha T. Kuhna *Struktura vědeckých revolucí*.

V únoru 1934 propukla v Rakousku krátká občanská válka, po které přebírá moc v zemi vůdce vlastenecké fronty E. Dollfus. Po převratu následují restrikce týkající se všeho, co bylo spojeno s předchozí vládou sociální demokracie. Neurath emigruje do Nizozemí, *Spolek Ernsta Macha* je zrušen i přes Schlickovy protestní dopisy, v nichž se snaží obhájit spolek jako čistě akademickou organizaci. V témže roce nečekaně umírá Hans Hahn.

V pohnuté době opět pořádá Vídeňský kroužek *Kongresy pro jednotnou vědu*, vzhledem k "rozdrobenosti" Kroužku, kdy ve Vídni v podstatě z hlavních členů zůstává už jen Schlick, Menger a Waismann, lze říci, že jsou i důležitým místem vzájemného setkávání samotných členů kroužku. V roce 1934 se koná "Předkonference" v Praze, 1935 první kongres v Paříži, 1936 druhý kongres v Kodani věnovaný zejména problémům kvantové mechaniky a zákonu kausality, 1937 třetí kongres opět v Paříži, 1938 čtvrtý kongres v Cambridge v Anglii, 1939 pátý kongres v Camridge v USA (na Harvardské universitě) a v roce 1941 šestý kongres v Chicagu. Již z postupného přesouvání míst kongresů je patrný směr, kterým se v těchto letech ubíraly cesty členů Kroužku.

Atmosféra těchto let ve Vídni – a ve střední Evropě vůbec – už více nepřála vědeckému pojetí světa. Symbolickým koncem Vídeňského kroužku je zavraždění M. Schlicka 22.června

[61] Logische Syntax der Sprache a Logik der Forschung
[62] Wende der Philosophie

1936 v budově university jeho bývalým studentem trpícím paranoickou představou, že mu Schlick soustavně ničí jeho kariéru.

Další dějiny Kroužku pak už jsou jen seznamem emigrací. V roce 1936 emigrují Carnap a Menger do USA, 1937 odchází Waismann do Anglie, 1938 Frank do USA, 1939 se dostává do USA i Gödel dobrodružnou cestou přes SSSR a Japonsko, 1940 utíká Neurath před německými vojsky z Nizozemí do Anglie.

Vídeňský kroužek se rozpadl, ovšem ne tak *vědecké pojetí světa*. Kontakty získané během otevřené fáze umožnily většině členů kroužku úspěšné pokračování kariéry na předních školách v zahraničí a rozvíjení myšlenek, které začaly klíčit na sezeních Schlickova kroužku, vykrystalizovaly na mezinárodních kongresech a daly vzniknout tomu, co dnes nazýváme analytickou filosofií. Neurath, Carnap a Morris pokračují v organizaci hnutí *jednotné vědy* a vydávání knižní řady Encyclopedia of United Science. Carnap společně s Ch. Morrisem organizovali na Chicagské universitě diskusní skupinu, která se scházela nepravidelně o sobotách a nazývala se "Chicago Circle" (jejich sezení se účastnil často i K. Menger, jenž působil nedaleko). Frank působil na Harvardu, Gödel v Princetonu, Waismann v Cambridge a Oxfordu … Jen Vídeň už zůstala mimo toto dění. Po válce zůstali Viktor Kraft a Béla Juhos jedinými zastánci positivismu na Vídeňské universitě.

4. PRAVDĚPODOBNOST A INDUKCE VE VÍDEŇSKÉM KROUŽKU

Pravděpodobnost byla ukázkovým příkladem konceptu, který potřeboval důkladnou diskusi vlastních základů. Aplikace konceptu pravděpodobnosti v matematice sice přinesla určité slibné výsledky, ale jednalo se spíše o užití v jednotlivých případech, chyběl tu obecnější základ na němž by se dala vystavět teorie pravděpodobnosti. Samotný pojem byl velmi nejasný, také kvůli tomu, že v běžném jazyce bylo toto slovo užíváno v několika rozdílných významech, které byly vzájemně jen těžko slučitelné. To vedlo k různým interpretacím pravděpodobnosti (některé z nich jsme zmínili v kapitole o pravděpodobnosti). Tak začínala diskuse pravděpodobnosti ve Vídeňském kroužku u samotných základů – u logické analýzy toho, co a o čem vlastně vypovídají pravděpodobnostní věty (věty říkající, že pravděpodobnost určitého jevu je tolik a tolik).

S formulováním pravděpodobnostních zákonů ve fyzice, zejména v kvantové mechanice, je pak pravděpodobnost diskutována z hlediska teorie poznání. Vyvstávají zde otázky povahy našeho poznání, vztahu mezi pravděpodobností a kauzalitou, odůvodnění pravděpodobnostního usuzování a indukce apod. Tato témata jsou spojena s frekvenčním pojetím pravděpodobosti a byla rozpracovávána nejvýrazněji v berlínské Společnosti pro empirickou filosofii Hansem Reichenbachem a Richardem von Mises.

Důležitou roli ve filosofii Vídeňského kroužku měl pojem verifikace. Provedená verifikace znamenala pravdivost dané věty, možnost verifikace znamenala smysluplnost věty a oddělovala smysluplné věty vědy od nesmyslných vět metafyziky. Ovšem brzy se ukázalo, že empirické věty našeho jazyka nemohou být nikdy úplně verifikovány. Jedná-li se o všeobecné věty s obecným kvantifikátorem (přírodní zákony), je zřejmé, že úplná verifikace by vyžadovala prověřit nekonečně mnoho instancí (včetně těch, které teprve nastanou v daleké budoucnosti). Ovšem jak Carnap ukazuje v článku *Testovatelnost a smysl* [63], ani jednoduché věty nejsou nikdy úplně verifikovatelné. „Vezměme si jako příklad tuto větu: 'Na tomto stole je arch bílého papíru'. Abychom mohli zjistit, zda tato věc je papír, můžeme vykonat řadu jednoduchých pozorování a pak, zůstanou-li ještě nějaké pochybnosti, můžeme provést několik fyzikálních a chemických pokusů. V tomto případě stejně jako v případě zákona se pokoušíme zkoumat věty, které odvozujeme z uvažované věty. Tyto odvozené věty jsou předpovědi o budoucích pozorováních. Počet takových pozorování, které můžeme odvodit z dané věty, je nekonečný[64]; proto větu nelze nikdy úplně verifikovat.“ [Carnap 1968, str. 32] Přitom v případě takovéto věty jistě stačí několik málo pozorování, abychom nabyli z praktického hlediska dostatečné jistoty o tom, že na stole leží skutečně bílý arch papíru, ovšem principiálně tato věta nemůže být nikdy úplně potvrzena, její přijetí je vždy také z části konvenčním rozhodnutím. U empirických vět, tj. vět, které se týkají stavu věcí ve světě, tedy nemůžeme tvrdit jejich pravdivost, nýbrž pouze určitý stupeň potvrzení, který narůstá s počtem úspěšně verifikovaných důsledků dané věty. Tato cesta pak přivedla Carnapa ke konceptu stupně potvrzení a teorii pravděpodobnosti založené na logické interpretaci pojmu pravděpodobnosti.

Startovními body na počátku diskusí o pravděpodobnosti ve Vídeňském kroužku a Berlínské společnosti pro empirickou filosofii byly zmínky o pravděpodobnosti ve Wittgensteinově *Tractatu* a rozpracování frekvenční (statistické) interpretace pravděpodobnosti Richardem von Mises, jehož kniha *Pravděpodobnost, statistika a*

[63] Testability and Meaning, otištěno 1936

[64] Carnap opustil požadavek převeditelnosti teoretických pojmů na smyslově potvrditelné pojmy skrze definice, postačuje, když jsou dány redukční věty, které teoretickým pojmům přiřazují empiricky ověřitelné důsledky.

pravdivost[65] vyšla v roce 1928 v knižní řadě Vídeňského kroužku Schriften zur wissenschaftlichen Weltauffassung. Těmito dvěma pojetími se budu zabývat v následujících dvou podkapitolách.

4.1 Wittgenstein o pravděpodobnosti

Wittgenstein ve svém *Tractatu* věnuje pravděpodobnosti jednu z vedlejších vět (5.1) a větu (5.15) s několika komentáři. Věta 5.1 určuje pouze, že základem pro pojem pravděpodobnosti jsou pravdivostní funkce vět.[66] Pravdivost složené věty je odvoditelná z pravdivosti jednotlivých elementárních vět, ze kterých sestává. Její pravdivost lze tedy zobrazit jako funkci hodnot těchto elementárních vět v závislosti na způsobu spojení vět. Například mám-li větu *R*, která se skládá ze dvou elementárních vět *p*, *q*, které jsou spojeny logickou konjunkcí – tj. *R* je *p* & *q*, pak *pravdivostní funkce věty R*, označme ji $\mathbf{PrF}_R(p,q)$, nabývá pro kombinace hodnot *p*,*q* z oboru {0 "nepravda", 1 "pravda"} následujících hodnot:

$\mathbf{PrF}_R(1,1) = \mathbf{1}$; $\mathbf{PrF}_R(1,0) = \mathbf{0}$; $\mathbf{PrF}_R(0,1) = \mathbf{0}$; $\mathbf{PrF}_R(0,0) = \mathbf{0}$; což po vzoru Wittgensteina budeme zkráceně zapisovat jako $\mathbf{PrF}_R(p,q) = [1,0,0,0]$. Podobně pro větu *S*: $p \vee q$ dostaneme pravdivostní funkci $\mathbf{PrF}_S(p,q) = [1,1,1,0]$.

Věta 5.15 potom říká: „Je-li $\mathbf{P}_R$ počet důvodů pravdivosti věty *R* a $\mathbf{P}_{RS}$ počet těch důvodů pravdivosti věty *S*, jež jsou zároveň důvody pravdivosti věty *R*, pak poměr P_{RS} / P_R nazýváme mírou *pravděpodobnosti*, jakou věta *R* dává větě *S*."[67] [Wittgenstein 2007, str. 48]

Počet důvodů pravdivosti věty *R* je počet hodnot "pravda" (1) v jeho pravdivostní funkci. Počet důvodů pravdivosti věty *S*, které jsou zároveň i důvody pravdivosti věty *R*, dostaneme jako počet hodnot "pravda" v pravdivostní funkci věty *S*, pokud započítáme jen ty sloupce, ve kterých nabývá pravdivostní funkce věty *R* hodnotu "pravda" (ve výpočtech níže jsou tyto sloupce zvýrazněny tučným písmem).

Zkusme tedy nyní vypočítat pravděpodobnost, jakou dává věta *R*: *p* & *q* větě *S*: $p \vee q$. Pokud si pravdivostní funkce vět *R* a *S* (vypočteny výše) napíšeme pod sebe, je výpočet jednoduchý:

$\mathbf{PrF}_R(p,q) = [\mathbf{1},0,0,0]$ tedy $\mathbf{P}_R = 1$
$\mathbf{PrF}_S(p,q) = [\mathbf{1},1,1,0]$ tedy $\mathbf{P}_{RS} = 1$
z čehož dostaneme, že $\mathbf{P}_{RS} / \mathbf{P}_R = 1$, což je správně, neboť věta *S* vyplývá z věty *R*.
Ještě vypočteme, jakou pravděpodobnost dává v opačném směru věta S větě R:
$\mathbf{PrF}_S(p,q) = [\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{1},0]$ tedy $\mathbf{P}_S = 3$
$\mathbf{PrF}_R(p,q) = [\mathbf{1},\mathbf{0},\mathbf{0},0]$ tedy $\mathbf{P}_{SR} = 1$
a tedy $\mathbf{P}_{SR} / \mathbf{P}_S = 1/3$.

Wittgensteinovu pravděpodobnost můžeme označit jako podmíněnou pravděpodobnost na základě předpokladu stejné pravděpodobnosti jednotlivých možných stavů světa daných jako kombinace pravdivosti a nepravdivosti elementárních vět. Tento předpoklad má své opodstatnění v tom, že se jedná o pravděpodobnost, kterou si předávají věty pouze na základě své logické struktury, nikoliv na základě faktického obsahu. Pokud uvažujeme o tom, jakou pravděpodobnost dá implikaci splnění jejího antecendentu – tj. *A*: *p*, *B*: $p \rightarrow q$ – dostaneme, že je to vždy 1/2, bez ohledu na to, zda jde o větu "Jestliže se z komína kouří, pak v kamnech hoří oheň" nebo "Jestliže se z komína kouří, pak na louce létají bělásci" či dokonce "Jestliže se z komína kouří, pak v kamnech nehoří oheň", protože důležité jsou jen logické vztahy mezi větami, nikoliv vztahy fyzikální, biologické apod. mezi předměty o kterých věty vypovídají.

Pokud věta *B* logicky vyplývá z věty *A*, je pravděpodobnost, kterou dává věta *A* větě *B*, rovna jedné. To je dané tím, že tato pravděpodobnost je definována pomocí pravdivostních

[65] Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit
[66] „Pravdivostní funkce lze uspořádat do řad. To je základ nauky o pravděpodobnosti." [Wittgenstein 2007, str. 45]
[67] V citaci jsem upravil zápis názvů vět, indexů a poměru, aby odpovídaly notaci užívané výše v této práci.

funkcí. Dvě na sobě nezávislé věty si dávají navzájem pravděpodobnost 1/2. Wittgensteinova pravděpodobnost je tedy zobecněním vyplývání ve výrokové logice, s tím, že pokud bychom chtěli zjistit, jakou pravděpodobnost dává nějaké větě sporná věta *p&~p*, dostaneme nedefinovaný výraz 0/0.

Wittgenstein ovšem nezůstává zcela u logické pravděpodobnosti. Ve větě 5.154 uvádí příklad, jak rozumět větě o pravděpodobnosti. Mluví zde o pokusu se stejným počtem černých a bílých kuliček v urně a uvádí: „Řeknu-li potom: Je stejně pravděpodobné, že vytáhnu černou kuličku, jako že vytáhnu bílou, pak jde o toto: Žádná z mi známých okolností (včetně hypoteticky předpokládaných přírodních zákonů) nedává výskytu jedné události větší pravděpodobnost než výskytu druhé.“ [Wittgenstein 2007, str. 49] Pokusem, kdy vytahuji kuličky a vracím je zpět do urny, potom ověřuji, jestli nějaká z mně neznámých okolností (třeba ta, že povrch černých kuliček je kluzký a v polovině případů člověku vyklouznou z prstů dřív, než je vytáhe z urny) nedává větší šanci vytažení kuličky jedné z barev oproti druhé (pokud by se relativní četnosti vytažení kuličky určité barvy s rostoucím počtem tahů nepřibližovali k jedné polovině).

Pravděpodobnost není vlastností věty – událost, která je popisována větou, buď nastane, nebo nenastane; věta je buď pravdivá, nebo nepravdivá. Pravděpodobnost užíváme, když nějaký fakt tak úplně neznáme, abychom o něm nabyli jistoty, ale přesto o něm něco víme, co se týká jeho formy. Pravděpodobnostní věta je zobecněním, vypovídá o této formě.

4.2 Richard von Mises – statistická pravděpodobnost

Pojem pravděpodobnosti se vyskytuje v běžném jazyce i ve filosofii v různých významech. V matematice nebyl zmatek o mnoho menší, pravděpodobnost se užívala spíše k vyřešení různých problémů (jako byl ten, který stál u jejího vzniku), ovšem její systematická teorie dlouho chyběla. Většinou se vycházelo z klasické definice, která se odvolává na pojem stejné možnosti jednotlivých výsledků. Této definici ovšem von Mises vytýká, že *stejně možné* je to samé, co *stejně pravděpodobné*, a že tedy takováto definice je kruhová. Navíc takováto definice není aplikovatelná na důležité případy týkající se zejména oblasti pojišťovnictví, jako je například výpočet pravděpodobnosti dožití na základě úmrtnostních statistik. A nakonec vede tato definice k paradoxům: Mám-li džbánek, ve kterém je smíchána voda a víno, přičemž vím, že poměr vody ku vínu je nejméně 1:1 a nejvíce 2:1. Jelikož nic dalšího už nevím, usoudím na základě stejné možnosti, že pravděpodobnost, že poměr vody ku vínu je někde mezi 1:1 a 3:2, je rovna 0,5 a je stejná jako ta, že poměr vody ku vínu je mezi 3:2 a 2:1. Mohu se ale na věc podívat i opačně: vím, že poměr vína ku vodě ve džbánku je někde mezi 1:2 a 1:1. A jelikož nic dalšího nevím, usoudím na základě stejné možnosti, že pravděpodobnost, že poměr vína ku vodě bude mezi 1:2 a 3:4, je shodná jako pravděpodobnost, že poměr vína ku vodě bude mezi 3:4 a 1:1, a obě jsou rovny 0,5. Ovšem poměr vína ku vodě 3:4 je totéž, co poměr vody ku vínu 4:3. Tedy pravděpodobnost, že poměr vody ku vínu bude mezi 4:3 a 2:1, bude rovna 0,5. To je ovšem paradoxní vzhledem k tomu, že jsme na počátku určili poměr vody ku vínu, ve kterém je pravděpodobnost rovna 0,5 jako ležící mezi 3:2 a 2:1. Striktně vzato by z toho vyplývalo, že pravděpodobnost, že poměr vody k vínu bude mezi 4:3 a 3:2, je nulová. Tento paradox je jednou z verzí tzv. Bertrandova paradoxu. [viz von Mises 1928, str.75] To všechno vedlo von Misese k tomu, aby rozpracoval teorii pravděpodobosti založenou na pojetí pravděpodobnosti jako relativní četnosti.

Von Mises podává statistickou definici pravděpodobnosti pomocí následujících znaků:

1) soubor (*Kollektiv*) – Základní vlastností jevů, u kterých mluvíme o pravděpodobnosti, je to, že se jedná o opakované děje nebo o hromadné jevy. O pravděpodobnosti je možné mluvit jen u nějakého souboru, ne však u jednotlivých událostí. Pro potřeby matematizace pojmu pravděpodobnosti je dokonce vyžadována potenciálně nekonečná řada prvků daného souboru.

Pojem souboru je pro pravděpodobnost velmi důležitý, pravděpodobnost je vždy pravděpodobností v rámci nějakého souboru, není nic jako pravděpodobnost o sobě.

2) *limita relativní četnosti* – Aby mělo smysl připisovat jevu nějakou pravděpodobnost na základě četnosti jeho výskytu v daném souboru, musí existovat limita relativní četnosti daného jevu v daném souboru, ke které s rostoucím počtem vyšetřených případů relativní četnosti konvergují.

3) náhodnost řady (*regellosigkeit*) – Pravděpodobnost vyjadřuje naši nevědomost týkající se výskytu nějakého jevu v souboru. Pokud bychom znali nějaké pravidlo, podle kterého se řídí vyvstávání daného jevu v souboru (například, že daný jev nastává právě v každém desátém případě), přinášelo by toto pravidlo o jevu podstatnější informaci než jeho relativní četnost. Proto je požadováno, aby rozložení případů výskytu daného jevu uvnitř souboru bylo náhodné. To je vyjádřeno tím způsobem, že pokud vezmeme jenom část oné nekonečné řady (přirozeně také nekonečnou), třeba každý sudý případ, potom obdržíme jako limitu relativní četnosti daného jevu stejnou hodnotu jako u celého souboru. Von Mises nazývá tento požadavek v analogii k hazardním hrám také pravidlem "vyloučeného hracího systému" (*ausgeschlossene Spielsystem*). Při sázení v ruletě poskytuje pravděpodobnost nejlepší vodítko, pokud čísla padají náhodně, pokud by hráč objevil systém, který by na základě předchozích tahů předpovídal následující tažené číslo, ztratila by pro něj informace o pravděpodobnosti jakýkoliv užitek, protože by se mu vždy vyplatilo sázet podle předpovědi onoho systému.

Pokud jsou splněny tyto požadavky, dá se pravděpodobnost výskytu daného jevu v daném souboru vyčíslit jako limita relativní četnosti jeho výskytu v nekonečné řadě pozorování případů z daného souboru. [viz. von Mises 1928, str. 29 a předešlé]

V rámci nějakého souboru můžeme mluvit o *rozdělení četností*, které je soupisem pravděpodobností jednotlivých jevů v daném souboru. Součet těchto četností je roven jedné. Například házíme-li "regulérní" kostkou a zapisujeme výsledky 1, 2, …, 6 odpovídající počtu ok, která padnou na kostce, dostaneme (samozřejmě po nekonečném počtu hodů) následující rozdělení pravděpodobnosti pro zkoumané jevy (počty ok padnuvší na kostce):

Rzd{1, 2, 3, 4, 5, 6} = [1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6].

Úlohou počtu pravděpodobnosti je stanovit pravidla, podle kterých lze z daných rozdělení četností v rámci nějakého souboru nebo souborů (označme tato rozdělení $\mathbf{Rzd}_1\{..\}$, $\mathbf{Rzd}_2\{..\}$) odvodit rozdělení četností souboru z nich odvozeného (**Rzd**'{..}).[68] Podle von Misese k tomu postačí čtyři jednoduché operace, jejichž skládáním a opakováním můžeme odvodit rozdělení četností pro libovolný z problémů počtu pravděpodobnosti (stejně, jako v algebře vystačíme s operacemi +, -, *, /). Jsou to:

<u>výběr</u> (*Auswahl*) – Vytvoříme nový soubor z části známého souboru (např. vezmeme každý druhý případ). Z náhodnosti řady dostaneme, že rodělení nově vytvořeného souboru je rovno rozdělení původního souboru – $\mathbf{Rzd}'\{a_1, \ldots, a_n\} = \mathbf{Rzd}_1\{a_1, \ldots, a_n\}$.

<u>kategorizace</u> (*Mischung*) – Vytvoříme nový soubor z jednoho výchozího souboru tak, že sloučíme některé jevy do společného znaku (např. ze souboru zobrazujícího výsledky hodu kostkou 1, 2, …, 6 vytvoříme soubor zobrazující jevy "padlo sudé číslo" a "padlo liché číslo"). Pravděpodobnost vytvořených kategorií je rovna součtu pravděpodobností znaků do nich patřících. Symbolicky vyjádřeno pomocí této operace dostaneme z daného souboru s rozdělením $\mathbf{Rzd}_1\{a_1, \ldots, a_n, a_{n+1}, \ldots, a_{n+m}\} = [x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}, \ldots, x_{n+m}]$ nový soubor s rozdělením $\mathbf{Rzd}'\{a_1 \cup \ldots \cup a_n, a_{n+1} \cup \ldots \cup a_{n+m}\} = [x_1 + \ldots + x_n, x_{n+1} + \ldots + x_{n+m}]$.

[68] „Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist es, aus den gegebenen vorausgesetzten Verteilungen innerhalb der Ausgangskollektivs die Verteilung innerhalb der ableiteten Kollektivs zu berechnen." [von Mises 1928, str 36]

vydělení (*Teilung*) – Vytváří podmíněnou pravděpodobnost. Z jednoho souboru vytvoří nový soubor, jenž je podsouborem tohoto prvního souboru a obsahuje pouze všechny výskyty určitých znaků (např. když chceme určit pravděpodobnost, že padlo číslo 2, pokud víme, že padlo sudé číslo, vytvoříme podsoubor, který bude obsahovat pouze ty případy, kdy padlo nějaké sudé číslo). Nové rozložení četností se týká pouze jevů, jejichž výskyty byly vzaty do nového souboru a pravděpodobnosti v novém souboru dostaneme vydělením pravděpodobností ze základního souboru součtem pravděpodobností vybraných znaků. Z výchozího souboru s rozdělením $\mathbf{Rzd}_1\{a_1, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots, a_{n+m}\} = [x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+m}]$ dostaneme aplikací procedury vydělení nový soubor s následujícím rozdělením:
$\mathbf{Rzd}'\{a_1, \dots, a_n\} = [x_1 \,//\, (x_1 + \dots + x_n), \dots, x_n \,//\, (x_1 + \dots + x_n)]$.

spojení (*Verbindung*) – Na základě dvou souborů, které popisují pravděpodobnosti dvou nezávislých skupin jevů[69] (každý jedné z nich), vytvoříme odvozený soubor, který popisuje pravděpodobnosti kombinací těchto jevů (např. první soubor popisuje hody jednou "modrou" kostkou a druhý hody druhou "červenou" kostkou, výsledný soubor popisuje možné výsledky hodů těmito dvěma kostkami). Ze souborů s rozděleními $\mathbf{Rzd}_1\{a_1, \dots, a_n\} = [x_1, \dots, x_n]$ a $\mathbf{Rzd}_2\{b_1, \dots, b_m\} = [y_1, \dots, y_m]$ operací spojení dostaneme nový soubor s tímto rozdělením:
$\mathbf{Rzd}'\{a_1 \cap b_1, \dots, a_1 \cap b_m, a_2 \cap b_1, \dots, a_n \cap b_1, \dots, a_n \cap b_m\} = [x_1 * y_1, \dots, x_1 * y_m, x_2 * y_1, \dots, x_n * y_1, \dots, x_n * y_m]$.

Důsledné používání souboru jako základu pro možnost určení pravděpodobnosti chránilo von Misesovu teorii před vznikem paradoxů, které vyvstávaly z klasické definice pravděpodobnosti, jako například výše zmíněný Bertrandův paradox. Ve von Misesově systému nelze vytvořit soubor, který by odpovídal zadání tohoto paradoxu. Von Mises dále stanovil i axiomy pro svou teorii pravděpodobnosti a odvodil v ní do té doby v pravděpodobnosti dosažené výsledky, jako například Bayesův teorém nebo zákony velkých čísel. Jeho pojetí ovšem vzbudilo značnou kritiku (zejména požadavek náhodnosti řady), jež bude zmíněna v následujících kapitolách. Nakonec se v matematice prosadila Kolmogorovova axiomatizace (viz kapitola 2).

4.3 Diskuse o pravděpodobnosti na konferenci v Praze 1929

4.3.1 Waismann: Logická analýza pojmu pravděpodobnosti

Na první konferenci o teoii poznání v Praze v roce 1929, kde se poprvé otevřeně prezentoval Vídeňský kroužek, byl věnován velký prostor diskusi základů pravděpodobnosti. Friedrich Waismann zde přednesl referát o logické analýze pojmu pravděpodobnosti[70], ve kterém kritizuje von Misesovo pojetí pravděpodobnosti a navrhuje pojetí vlastní (z části pod vlivem Wittgensteina).

Kritika von Misesova pojetí spočívá na dvou hlavních bodech. Nejdříve kritizuje tuto teorii, že nepodává vysvětlení, jak dospíváme k hodnotám pravděpodobnosti (například proč očekáváme, že u "spravedlivé" kostky bude "šestka" padat zhruba v jedné šestině případů, a pokud se tak nestane, tvrdíme, že kostka je "cinknutá", a nikoliv, že naše očekávání bylo mylné), nýbrž má za cíl jen výpočet odvozených rozdělení četností z již daných rozdělení.

Druhým bodem kritiky pak je pojem náhodnosti nekonečné řady. Série pozorování jsou vždy konečné. Von Misesova teorie pravděpodobnosti si je představuje, jako by byly nekonečné, aby s nimi mohla nakládat jako s matematickými řadami, tj. mluvit o jejich konvergenci, určovat limitu apod. Ovšem matematické řady mají předpis, podle kterého jsou vytvářeny. Na tento předpis, nikoliv na jednotlivé členy řady, se odvoláváme, když mluvíme o konvergenci této řady. Von Mises ovšem u svých souborů výslovně požaduje, aby neexistoval

[69] Jako nezávislé bere von Mises takové skupiny, u kterých platí, že když vyberu z jedné skupiny jen takové výsledky, kdy výsledek ve druhé skupině nabyl určité hodnoty, dostanu opět stejné rozložení četností – tedy jde o zvláští aplikaci pravidla o náhodnosti řady.

[70] Logische Analyse des Wahrscheinlichkeitsbegriffs

žádný takový vytvářecí předpis. Podle Waismanna není myslitelná nekonečná řada, jejíž členy nepodléhají žádnému předpisu a která konverguje k nějaké hodnotě. Tím, že je nekonečná, nemůže být empirickou řadou, a tím, že nemá vytvářecí předpis, nemůže být matematickou řadou.[71]

Idealizace vedoucí k nekonečným řadám má zajistit počtu pravděpodobnosti jednoduchost a přehlednost. Ale na příkladě idealizací v geometrii Waismann ukazuje, že jde o špatné pochopení smyslu idealizace. Pokud se například v geometrii zabýváme měřením vztahu obvodu a průměru kružnice, stanovíme hodnotu π. Ovšem není to tak, že by π bylo limitou našich měření. V případě, že výsledky našich měření povedou k jiné hodnotě, zpochybníme naše měřící prostředky nebo to, že zkoumaný objekt je kružnice, ale neřekneme, že daná geometrie dávající hodnotu π je špatná. Hodnota π je měřítko, pomocí něhož poměřujeme kvalitu našeho měření. Věty geometrie představují pravidla, jakousi syntax pojmů, jejichž porovnáním s našimi měřeními zjišťujeme, zda dané těleso je např. kružnice apod. To je podstata idealizace, že popisujeme naše pozorování pomocí pojmů, které mají svou "syntax". Ve von Misesově teorii pravděpodobnosti jde ovšem o to, že naše měření v myšlenkách zpřesňujeme, ovšem bez jakékoliv teoretické opory.[72] Proto série empirických výsledků není matematická řada a relativní četnost není limita.

Vlastní Waismannovo pojetí pravděpodobnosti je založeno na pojetí Wittgensteinově a Keynesově – tedy na pravděpodobnosti jako logickém vztahu mezi větami. Základním pojmem je pro Waismanna pojem herního prostoru (*Spielraum*), který se blíží intuitivní představě pravdivostních podmínek věty. Vychází z toho, že naše výpovědi nepopisují přesně jednu skutečnost, ale jsou více nebo méně nepřesné (to se blíží Wittgensteinově představě, že pravděpodobnostní věty jsou zobecněním), nechávají jistou volnost. Například když říkám "Můj přítel je nyní v Paříži", pak tím určuji určitou geografickou oblast. Pokud se někde uvnitř této oblasti momentálně někdo z mých přátel nachází, bude tato věta pravdivá. *Herní prostor* věty určuje mantinely pro skutečnost: pokud skutečnost leží mezi těmito mantinely, pak je věta pravdivá, pokud ne, pak je věta nepravdivá.[73] Pokud jedna věta vyplývá z druhé, pak *herní prostor* první věty je částí *herního prostoru* druhé věty. Pro *velikost herního prostoru* věty je možné zavést *metriku* **HP**, která má splňovat následující požadavky:

1) $\mathbf{HP}(p)$ je nezáporné reálné číslo;
2) $\mathbf{HP}(\bot) = \mathbf{0}$, kde $\bot$ je prázdná výpověď (kontradikce);
3) $\mathbf{HP}(p \vee q) = \mathbf{HP}(p) + \mathbf{HP}(q)$, pokud p, q jsou neslučitelné výpovědi;

v ostatních ohledech je volba metriky libovolná.[74] [viz Waismann 1930/31, str. 236] Samotná pravděpodobnost je potom definována jako podmíněná pravděpodobnost, kterou dává znalost p výpovědi q za využití *metriky herního prostoru*: $\mathbf{Pr}(q \mid p) = \mathbf{HP}(p\&q) \,//\, \mathbf{HP}(p)$. Z výše uvedené vlastnosti herního prostoru dostaneme, že $\mathbf{Pr}(q \mid p) = 1$, pokud q vyplývá z p. Waismannovo pojetí pravděpodobnosti se velmi blíží pojetí Keynesovu, použití různých metrik například znamená, že nemusí mít smysl srovnávat spolu dvě různé pravděpodobnosti.

O pravděpodobnosti mluvíme vždy jen v důsledku neúplnosti našeho vědění – pokud něco víme o podmínkách, za kterých daný jev nastává, ale nevíme toho dost, aby byla naše

[71] „In der Tat, wer von einer konvergenten Folge von Zahlen fordert, daß sie regellos gebaut ist – und darauf kommt es ja dabei an –, der fordert eben unmögliches; weder die mathematische Folge, noch die empirische Serie kann diese Ansprüche erfüllen." [Waismann 1930/31, str 232]

[72] „Idealisieren bedeutet nicht: die tatsächliche Messungen in Gedanken ins Unbegrenzte verfeinern, sondern Idealisieren bedeutet: die Beobachtungen mit Begriffen von vorgegebener Syntax beschreiben. Man kommt nicht zum Ideal, man geht von ihm aus." [Waismann 1930/31, str 234]

[73] „Eine Aussage legt nie einfach Tatsachen fest, sondern Spielräume, Bereiche von Tatsachen. So lange sich die wirklichen Sachverhalte innerhalb des Spielraums bewegen, der durch den Satz begrenzt ist, so lange ist der Satz wahr; sobald sie ihn überschreiten, wird es falsch." [Waismann 1930/31, str 235]

[74] Waismanovy požadavky na metriku herního prostoru se blíží axiomům pravděpodobnosti zavedeným později Kolmogorovem (viz kapitola 2).

výpověď jistá. Pravděpodobnost nám říká, že je naplněna určitá část předpokladů pro vznik daného jevu.[75] Při zavedení pravděpodobnosti se setkáváme se dvěma případy:

1) Pokud neznáme mechanismus, který se váže k pravděpodobnosti vyvstávání jednotlivých jevů, jsme odkázáni pouze na statistická pozorování. Výsledky z této statistiky tvoří výpověď vyjadřující stav našich znalostí (*p*), které určují pravděpodobnost výskytu sledovaného jevu jako jeho relativní četnost z pozorovaných případů. Například z porodních statistik víme, že chlapci tvoří 52% narozených dětí. Pokud $\boldsymbol{p_1, p_2, \ldots, p_n}$ jsou jednotlivé záznamy o pohlaví novorozence v matrice a $\boldsymbol{q}$ je výpověď o narození chlapce, dostaneme vztah: $\mathbf{Pr}(q \mid p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0{,}52$. Nic více ovšem z této znalosti nezískáme.

2) Pokud známe mechanismus, můžeme se pokusit sestavit metriku, která by nám umožnila určit herní prostor jednotlivých jevů a vypočítat z něj vyplývající pravděpodobnosti. Toto činíme apriori, nikoliv na základě statistických pozorování, a také netvrdíme, že vypočítané pravděpodobnosti budou odpovídat limitě relativních četností. Stanovíme ideální matematický popis, např. ideální kostku. Posléze můžeme sledovat, nakolik nějaká reálná hrací kostka odpovídá tomuto popisu. Náš soud se pak ovšem týká oné kostky; v případě, že jsou četnosti hozených čísel nějakým způsobem vychýlené, řekneme, že zde vznikla nějaká odchylka například v konstrukci kostky nebo ve způsobu házení. Popis chování ideální kostky zůstane nezměněn.

4.3.2 Feigl: Pravděpodobnost a zkušenost

Herbert Feigl potom ve svém příspěvku o pravděpodobnosti a zkušenosti[76] upozorňuje na dvě roviny problému – teoretickou a praktickou. V teoretické rovině je třeba přijmout Waismannovy námitky proti převádění konečných sérií pozorování na nekonečné matematické řady bez vytvářecího předpisu. V praktické rovině ovšem vidíme, že statistických úsudků se ve fyzice úspěšně užívá. To je dáno jistými vlastnostmi našeho světa, které Feigl označuje jako vlastnosti jednoduchosti (*Einfachheitseigenschaften*), díky kterým je možné stanovit zákonitosti přírodních dějů (oddělit pravidelné od náhodného) již po provedení relativně malého počtu pozorování, tedy že svět je přístupný k tomu, aby byl poznáván omezenými lidskými prostředky.[77] Z matematického hlediska po konečně mnoha pozorováních (členech) může daná matematická řada konvergovat k libovolné hodnotě, ovšem v praxi vycházíme z toho, že předpokládáme, že svět je tak uspořádán, že málo pravděpodobné případy průběhu oné řady (například, že v prvním milionu pozorování konverguje k jisté hodnotě a až dále od miliontého prvého pozorování začne konvergovat k zásadně odlišné "skutečné" hodnotě) v něm nenastávají. Jedná se tu o praktické rozhodnutí, nikoliv o logicky odůvodněný soud.[78]

Argumentem ve prospěch toho, že náš svět je takto uspořádaný, je přítomnost vyšších forem života a rozvoj inteligence, která by byla neúčelná ve světě, kde by nebylo možné induktivně zobecňovat.

4.3.3 Reichenbach: Kauzalita a pravděpodobnost

Zásadně odlišné pojetí pravděpodobnosti potom představuje Hans Reichenbach

[75] „Die Wahrscheinlichkeit fängt erst dort an, wo wir zwar etwas über die Bedingungen wissen, unter welchen ein Ereignis eintritt, wo aber dieses Wissen nicht ausreicht, bestimmte Aussagen zu machen. Die Angabe der Wahrscheinlichkeit bedeutet: ein bestimmter Teil der Voraussetzungen, unter welchen das Ereignis eintritt, ist erfüllt.“ [Waismann 1930/31, str 237]

[76] Wahrscheinlichkeit und Erfahrung

[77] „Die wichtigste dieser Einfachheitseigenschaften besteht darin, daß sich Gesetzmäsiges vom Zufälligen nach einem Verhältnismäsig nicht allzu großen Aufwand an Beobachtungen scheiden läßt. Diese Eigenschaft, …, ist eine der wesentlichsten Bedingungen dafür, daß die Menschen mit ihren begrenzten Fähigkeiten doch eine so weitreichende induktive Naturerkenntnis erringen können.“ [Feigl 1930/31, str. 257]

[78] „Es handelt sich hier wie bei jeder Induktion nicht um ein begründbares Schlußverfahren, sondern um ein praktisches Tun, um einen Entschluß.“ [Feigl 1930/31, str. 258]

v příspěvku nazvaném kauzalita a pravděpodobnost.[79] Jeho motivaci představuje zejména tzv. krize kauzality ve fyzice, kde se vedle standardních kauzálních zákonů začaly objevovat zákony, které byly statistické povahy, jako například kinetická teorie plynů (*Gastheorie*) a zejména kvantová teorie. S tím samozřejmě vyvstávaly otázky, jaký je vztah mezi těmito typy přírodních zákonů, zda jsou všechny zákony kauzální a pravděpodobnostní zákony jsou zaváděny jen z technických důvodů v oblastech, kde by bylo jinak nutné počítat s příliš velkým počtem elementárních procesů ; nebo zda jsou všechny zákony pravděpodobnostní povahy a jenom skrze působení mnoha elementárních procesů mají na makroskopické úrovni zdánlivě kauzální charakter.

Reichenbach se zabývá otázkou, co vypovídají věty o pravděpodobnosti, a říká, že každou větu o pravděpodobnosti lze přeformulovat do podoby neurčité předpovědi, tj. předpovědi o limitě relativní četnosti[80] (východiskem mu tedy je von Misesova frekvenční interpretace pravděpodobnosti). Například věta, že na kostce padne jednička s pravděpodobností 1/6, je predikcí o tom, že budeme-li dostatečně dlouho házet danou kostkou, relativní četnost hodů, ve kterých se kostka zastaví s jedničkou na vrchu, bude blízká jedné šestině. Jedné šestiny ovšem dosahuje tato relativní četnost až v limitě po nekonečném počtu pokusů. V důsledku toho jsou ovšem pravděpodobnostní věty v klasické logice nerozhodnutelné – nelze je potvrdit ani vyvrátit – což znamená, že nesplňují kritérium smyslu, a tedy by měly být označeny za nesmyslné. Pokud totiž provedeme například 6000 hodů jednou kostkou a padne nám jednička v 990 pokusech, anebo kdyby nám padla jen v 10 hodech, z pohledu limity nekonečné řady jsou oba výsledky stejně nevýznamné, ani jeden z nich ji nepotvrzuje ani nevyvrací, protože za nimi ještě následuje nekonečně mnoho hodů, které teprve rozhodnou o tom, v jaké hodnotě (pokud vůbec) bude mít daná řada limitu.

V praxi ale rozhodně nepovažujeme tyto dva výsledky za stejné, zatímco první výsledek pro nás znamená dobré potvrzení předpovědi, druhý považujeme v podstatě za její vyvrácení. Toto naše rozhodnutí se zakládá na induktivním principu a pracuje s pouhou pravděpodobností výpovědí (namísto pravdivosti). Reichenbach tu mluví o induktivní rozhodnutelnosti. Aby tedy bylo možné mluvit smysluplně o pravděpodobnostních větách, je třeba vzdát se dvouhodnotové logiky a nahradit ji logikou pravděpodobnostní.[81]

4.4 Reichenbach: Wahrscheinlichkeitslehre (1935)

4.4.1 Pravděpodobnostní implikace (axiomy)

Ve Wahrscheinlichkeitslehre (“učení o pravděpodobnosti“) rozvíjí Reichenbach svou představu, že pro výpovědi v přírodních vědách (a potažmo i v ostatních oblastech) je dvouhodnotová logika nedostatečná a je třeba závést pravděpodobnostní logiku, jejíž hodnoty se pohybují v rozmezí mezi pravdou (1) a nepravdou (0). Pravděpodobnostní větu je možné vyjádřit jako předpověď týkající se relativních četností. Pro její vyjádření zavádí Reichenbach operátor **pravděpodobnostní implikace** (budeme jej značit $\Rightarrow_{\mathbf{p}}$), který spojuje s určitou pravděpodobností **p** počáteční stav (akci) s určitým výsledkem. Pravděpodobnostní věta je v obecnosti vyjádřena následující formulí: $\forall i\ [(x_i \in A) \Rightarrow_{\mathbf{p}} (y_i \in B)]$, kterou čteme: “Pokud nastane podmínka A (provedu akci A – ‘hodím kostkou‘), potom s pravděpodobností **p** nastane jev B (dostanu výsledek B – ‘padne jednička‘).“ A, B představují třídy jevů

[79] Kausalität und Wahrscheinlichkeit

[80] „Jede Wahrscheinlichkeitsaussage läßt sich umformen in eine unbestimmte Prophezeiung, die einer Häufigkeit gilt.“ [Reichenbach 1930/31, str. 172]

[81] „Das ist in aller Schärfe die logische Situation der Wahrscheinlichkeitsaussage. Diesen Aussagen müssen als unentscheidbar bezeichnet werden, wenn man versucht, sie in die strenge Logik einzuordnen. Aber die Situation verschibt sich völlig, wenn man die Möglichkeit einer besonderen Wahrscheinlichkeitslogik zugibt, in der es induktive Entscheidbarkeit gibt, und in der Aussagen nur wahrscheinlich zu sein brauchen.“ [Reichenbach 1930/31, str 169 - 170]

(například: A = třída hodů určitou kostkou, B = třída, kdy výsledkem hodu určitou kostkou je jednička) indexy i zde značí jednotlivé konkrétní případy (např. x_i jednotlivé hody určitou kostkou, y_i výsledky těchto jednotlivých hodů).

Dále rozvádí Reichenbach formální teorii, ve které je pravděpodobnostní implikace určena následujícími axiomy (použijeme zjednodušený zápis pravděpodobnostní formule vynecháním indexů i, ve tvaru $A \Rightarrow_{\mathbf{p}} B$): [viz Reichenbach 1935, str. 65, 69, 73]

I. $(\mathbf{p} \neq \mathbf{q}) \rightarrow [((A \Rightarrow_{\mathbf{p}} B) \;\&\; (A \Rightarrow_{\mathbf{q}} B)) \rightarrow {\sim}A]$

II. $(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \Rightarrow_{\mathbf{p}} B) \;\&\; (\mathbf{p} = 1)]$

III. $(A \Rightarrow_{\mathbf{p}} B) \rightarrow (\mathbf{p} \geq 0)$

IV. $[\, (A \Rightarrow_{\mathbf{p}} B) \;\&\; (A \Rightarrow_{\mathbf{q}} C) \;\&\; ((A\&B) \rightarrow {\sim}C) \,] \rightarrow [\, (A \Rightarrow_{\mathbf{r}} B \vee C) \;\&\; (\mathbf{r} = \mathbf{p} + \mathbf{q}) \,]$

V. $[\, (A \Rightarrow_{\mathbf{p}} B) \;\&\; (A\&B \Rightarrow_{\mathbf{u}} C) \,] \rightarrow [\, (A \Rightarrow_{\mathbf{w}} B\&C) \;\&\; (\mathbf{w} = \mathbf{p} * \mathbf{u}) \,]$

Axiom **(I)** udává, že hodnota pravděpodobnosti je pro daný pár A, B jednoznačná. Axiomy **(II)** a **(III)** udávají meze pro pravěpodobnostní hodnoty – pravděpodobnost má být nezáporná a pokud v logickém smyslu B vyplývá z A, musí pravděpodobnostní implikace dávat hodnotu pravděpodobnosti = 1 (opačně to ovšem platit nemusí). Axiom **(IV)** vyjadřuje teorém sčítání pravděpodobností pro pravděpodobnostní implikaci, přičemž podmínka $((A\&B) \rightarrow {\sim}C)$ zajišťuje, že jevy B a C mají za podmínky A prázdný průnik. Konečně axiom **(V)** je přepisem vzorce pro podmíněnou pravděpodobnost: $Pr(B|C) = Pr(B\&C) \,//\, Pr(B)$.

Dále Reichenbach ukazuje, že interpretace pravděpodobnosti jako limity relativní četnosti splňuje tyto axiomy. Z těchto axiomů pak vybuduje celou teorii pravděpodobnosti.

Nejvíce kritizovaným místem ve von Misesově systému byl požadavek náhodnosti řad – souborů, ze kterých byly odvozovány limity relativní četnosti. Reichenbach uvažuje obecněji o uspořádání řad. Uvažuje o závislosti následujícího členu na předešlém členu řady, což symbolicky vyjadřuje $\forall i\, [(x_{i+1} \in A) \;\&\; (y_i \in B) \Rightarrow_{\mathbf{p}} (y_{i+1} \in B)]$, zkráceně $(A^1\&B) \Rightarrow_{\mathbf{p}} B^1$, kde horní index vyjadřuje posun v rámci členů řady. Nakonec přidává ke svému systému dva nové axiomy: [viz Reichenbach 1935, str. 130]

VI. $[\, \forall i\, (x_i \in A) \;\&\; (\exists\infty\, B) \,] \rightarrow [(A^{\alpha}\&C \Rightarrow_{\mathbf{p}} B^{\beta}) \leftrightarrow (A\&C \Rightarrow_{\mathbf{p}} B^{\beta})]$

VII. $[\, \forall i\, (x_i \in A) \;\&\; (\exists\infty\, B^{\beta}, C^{\gamma}, \ldots, D^{\delta-\eta}) \,] \rightarrow$

$\rightarrow [(A\& C^{\gamma}\&..\&D^{\delta} \Rightarrow_{\mathbf{p}} B^{\beta}) \leftrightarrow (A\& C^{\gamma-\eta}\&..\&D^{\delta-\eta} \Rightarrow_{\mathbf{p}} B^{\beta-\eta})]$

V předpokladech vidíme, že má platit $\forall i\, (x_i \in A)$, toto je jen zjednodušení, které omezí řadu jen na řadu výsledků, pro které je splněna výchozí podmínka – odstraní pro nás nezajímavé případy, kdy nenastalo A, a tudíž nemělo smysl sledovat, zdali nastane B. Dalším předpokladem pak je $(\exists\infty\, B)$, což je zkratka zápisu $(\forall m)\, (\exists n) \sim [\, \sum_{i \in [1,n]} \{y_i \in B\} < m]$, který říká, že počet pozorování positivního výsledku v nekonečných řadách není omezen žádným konečným číslem. Axiom **(VI)** pouze rozepisuje důsledek předpokladu, že $\forall i\, (x_i \in A)$, co se týče příslušnosti do A, není mezi prvky řady žádný rozdíl. Axiom **(VII)** říká, že pokud je pravděpodobnost $(y_i \in B)$ ovlivněna některými vlastnostmi předchozích členů řady, např. tím, že $(z_{i-5} \in C)$ a $(w_{i-6} \in D)$, pak i jakýkoliv jiný člen řady je ovlivněn stejný způsobem odpovídajícími vlastnostmi odpovídajících členů řady (závislost se posouvá, např. v našem případě závisí pravděpodobnost daného případu na vlastnostech případů v pořadí o pět a šest kroků dříve).

4.4.2 Pravděpodobnosti vyšších stupňů

Pro Reichenbachovo pojetí indukce jsou pak důležité **pravděpodobnosti vyšších stupňů**, které vznikají díky tomu, že samo naše vědění o nějaké pravděpodobnosti je pouze pravděpodobné – je založeno na nějakém jejím odhadu z nějakého konečného počtu pokusů. Pravděpodobnost prvního stupně je limitou relativních četností na základě jedné řady: $y_1 \in B$, $y_2 \in B$, $y_3 \notin B$, … Pravděpodobnost druhého stupně je vyjádřena pravděpodobnostní implikací, ve které v jednom ze členů figuruje další pravděpodobnostní implikace, jako například v následujícím výrazu je pravděpodobnost **p** vyjádřená pravděpodobnostní implikací $\Rightarrow_{\mathbf{p}}$ pravděpodobností druhého stupně: $(\forall k)\ [(w_k \in A) \Rightarrow_{\mathbf{p}} (\forall i)\ (\ (x_{ki} \in B) \Rightarrow_{\mathbf{q}} (y_{ki} \in C)\ )]$. V této pravděpodobnosti odhadujeme na základě série řad pravděpodobnost, s jakou tyto jednotlivé řady nabudou určitou danou pravděpodobnost. Tuto situaci přibližuje následující obrázek.

$y_{11} \in C, y_{12} \in C, y_{13} \notin C, \ldots, y_{1i} \notin C, \ldots$ $\qquad \forall i\ [(x_{1i} \in B) \Rightarrow_{\mathbf{q}_1} (y_{1i} \in C)]$
$y_{21} \notin C, y_{22} \notin C, y_{23} \in C, \ldots, y_{2i} \notin C, \ldots$ $\qquad \forall i\ [(x_{2i} \in B) \Rightarrow_{\mathbf{q}_2} (y_{2i} \in C)]$
$\ldots\ , \ldots\ , \ldots\ , \ldots, \ldots\ , \ldots$ $\qquad \ldots$
$y_{k1} \in C, y_{k2} \notin C, y_{k3} \notin C, \ldots, y_{ki} \in C, \ldots$ $\qquad \forall i\ [(x_{ki} \in B) \Rightarrow_{\mathbf{q}_k} (y_{ki} \in C)]$
$\ldots\ , \ldots\ , \ldots\ , \ldots, \ldots\ , \ldots$ $\qquad \ldots$

$$(\forall k)\ [(w_k \in A) \Rightarrow_{\mathbf{p}} (\forall i)\ (\ (x_{ki} \in B) \Rightarrow_{\mathbf{q}} (y_{ki} \in C)\ )]$$

Pravděpodobnosti prvního stupně dostaneme jako limitu relativní četnosti z nekonečné řady. Ale vzhledem k našim omezeným prostředkům nemůžeme nikdy provést nekonečnou řadu pozorování. Proto je důležitá pravděpodobnost druhého stupně, která říká, s jakou pravděpodobností jsme správně určili pravděpodobnost prvního stupně. Obdobným postupem lze mluvit o pravděpodobnostech třetího a dalších vyšších stupňů. Reichenbach to přirovnává k situaci při sázení na dostizích. Představme si, že dostaneme od dvou lidí informaci, že v následujícím dostihu vyhraje s 80% pravděpodobností určitý kůň. Ovšem jeden z informátorů je znalcem, který sleduje dostihy pečlivě již dlouhá léta, druhý je náhodný kolemjdoucí, který se o dostihy nikdy nezajímal. Pravděpodobnost prvního stupně je v obou případech stejná, ovšem jistě se bude výrazně lišit pravděpodobnost druhého stupně vyjadřující důvěryhodnost, kterou těmto informacím připíšeme. Určení pravděpodobností prvního stupně dostává význam teprve v okamžiku, kdy se odpovídající pravděpodobnosti vyšších stupňů blíží k jedné.[82]

4.4.3 Pravděpodobnostní logika

V předchozí podkapitole (o diskusi pravděpodobnosti na konferenci v Praze 1929) jsme viděli, že v otázce smyslu výroků o pravděpodobnosti zastává Reichenbach názor, že dvouhodnotová pravdivostní logika je pro tento účel nedostatečná, že je třeba ji rozšířit na **pravděpodobnostní logiku** nabývající hodnot na celém intervalu od nuly do jedné. Ve Wahrscheinlichkeitslehre takovouto logiku buduje.

Stejně jako nemá smysl udávat pravděpodobnost (ve frekvenční interpretaci) jednotlivého případu, nemá ani smysl zavádět pravděpodobnostní hodnotu pro výroky o jednotlivých událostech – konkrétní událost buď nastane ,nebo nenastane, věta o ní je pravdivá, nebo nepravdivá. Pravděpodobnostní věty nepojednávají o jednotlivých událostech, ale vztahují se ke třídám událostí. Pravděpodobnostní implikaci $\forall i\ [(x_i \in A) \Rightarrow_{\mathbf{p}} (y_i \in B)]$ můžeme přepsat za pomoci větných funkcí $\forall i\ [\ \boldsymbol{\chi}(x_i) \Rightarrow_{\mathbf{p}} \boldsymbol{\varphi}(y_i)\ ]$ a místo pravděpodobnostní implikace dosadit pravděpodobnost $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i) \mid \boldsymbol{\varphi}(y_i)) = \mathbf{p}$. Tím dostaneme pravděpodobnost jako vztah dvou větných funkcí a jedné párové řady (řady párových instancí $\{x_i , y_i\}$). Předpokládáme-li dále, že platí[83] $\forall i\ \boldsymbol{\chi}(x_i)$, pak dostaneme pravděpodobnost jako vztah větné funkce a jednoduché řady: $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\varphi}(y_i)) = \mathbf{p}$. O řadě $(\boldsymbol{\varphi}(y_i))$ budeme dále mluvit jako o **větné řadě** (*Satzfolge*).

[82] „Aber da niemals die ganze unendliche Folge, sondern nur ein endlicher erster Abschnitt von ihr gegeben sein kann, wird man auch hier niemals mit Sicherheit eine Angabe über den limes ihrer Häufigkeit machen können, und infolgedessen werden auch alle Fälle der Wahrscheinlichkeitsbestimmung aposteriori erst streng in der Stufentheorie der Wahrscheinlichkeit zu erledigen sein. Danach fallen also *alle* Wahrscheinlichkeitsaussagen in die Stufentheorie ; und in der Tat muß die Theorie der Wahrscheinlichkeiten erster Stufe, die wir bisher entwickelt haben, als eine Näherungsform angesehen werden, welche man anwenden kann, wenn die Wahrscheinlichkeiten höherer Stufe nahezu = 1 sind.“ [Reichenbach 1935, str. 306]

[83] Pokud by to neplatilo, můžeme párovou řadu $\{x_i , y_i\}$ upravit tak, že vyloučíme všechny dvojice, pro které nenabývá větná funkce $\boldsymbol{\chi}(x_i)$ pravdivostní hodnotu “pravda“, a přečíslujeme indexy.

Jednotlivým událostem připisujeme pravdivost nebo nepravdivost v rámci dvouhodnotové logiky, např. $\mathbf{Pdi}(\boldsymbol{\varphi}(y_1)) = \mathbf{1}$ nebo $\mathbf{Pdi}(\boldsymbol{\varphi}(y_2)) = \mathbf{0}$. *Větným řadám* ovšem připisujeme pouze pravděpodobnost: $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\varphi}(y_i)) = \mathbf{p}$, čímž dostáváme zajímavou analogii. Větné řady zaujímají v pravděpodobnostní logice podobné postavení jako výroky v klasické logice.[84] Reichenbach ukazuje analogii ke geometrii Riemannova prostoru, kde v malém měřítku platí euklidovská geometrie. Stejně tak v logice "v malém" (o událostech) mluvíme o pravdivosti, "ve velkém" (o třídách událostí) ovšem jen o pravděpodobnosti.[85]

Pro libovolné dvě *větné řady*, jejichž prvky jsou k sobě jedno-jednoznačně přiřazeny, můžeme v pravděpodobnostní logice zavést logické spojky. Uděláme to tak, že vytvoříme novou *větnou řadu*, která pro prvek s indexem *i* dává pravdivostní hodnotu odpovídající pravdivostní hodnotě původních *větných řad* pro *i*-tý prvek spojených pomocí dané logické spojky. Například pro konjukci vytvoříme novou *větnou řadu*, jež bude nabývat pravdivostní hodnotu "1" právě v těch indexech *i*, ve kterých nabývají obě původní *větné řady* pravdivostní hodnotu "1". Tento postup nás vede k definici: $(\boldsymbol{\chi}(x_i))\ \&\ (\boldsymbol{\varphi}(y_i)) =_{df} (\boldsymbol{\chi}(x_i)\ \&\ \boldsymbol{\varphi}(y_i))$ a obdobným definicím pro ostatní spojky.

Hodnotu pravděpodobnosti nové složené větné řady můžeme získat jako limitu relativní četnosti, nebo ji můžeme vypočítat z hodnot pravděpodobnosti spojovaných větných řad, jako v klasické logice určujeme pravdivost složeného výroku z pravdivosti skládaných výroků. Oproti pravdivostním tabulkám klasické logiky je tu ovšem malý rozdíl v tom, že k určení nové hodnoty nedostačují hodnoty pravděpodobnosti dvou spojovaných *větných řad*, nýbrž je potřeba udat ještě třetí hodnotu – pravděpodobnost některé *větné řady* vytvořené z těchto dvou větných řad pomocí nějaké dvouargumentové logické spojky (například hodnotu pravděpodobnostní implikace, kterou budeme k tomuto účelu dále užívat). Tato hodnota je nutná k tomu, abychom zjistili, jaké je vzájemné uspořádání pravdivostních hodnot pro jednotlivé instance *i* mezi těmito dvěma *větnými řadami*, které není určeno hodnotami pravděpodobnosti jednotlivých řad. Například mám-li řadu $\{\mathbf{Pdi}(\boldsymbol{\chi}(x_i)), \mathbf{Pdi}(\boldsymbol{\varphi}(y_i))\}$: <1,0>, <1,0>,<0,1>,<1,0>,<0,1>, <0,1> …, dostanu $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i)) = \mathbf{Pr}(\boldsymbol{\varphi}(y_i)) = 0{,}5$ a pravděpodobnost $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i)\ \&\ \boldsymbol{\varphi}(y_i)) = 0$. Vezmu-li naproti tomu řadu $\{\mathbf{Pdi}(\boldsymbol{\chi}(x_i)), \mathbf{Pdi}(\boldsymbol{\psi}(w_i))\}$: <1,1>,<1,1>,<0,0>, <1,1>,<0,0>,<0,0> …, dostanu opět $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i)) = \mathbf{Pr}(\boldsymbol{\psi}(w_i)) = 0{,}5$, ale $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i)\ \&\ \boldsymbol{\psi}(w_i)) = 0{,}5$. Samotné hodnoty pravděpodobnosti obou původních *větných řad* nám tedy nedostačují k určení pravděpodobnosti *složené větné řady*. Známe-li ovšem hodnotu pravděpodobnostní implikace mezi původními řadami, snadno si uvědomíme, že pravděpodobnost první řady a pravděpodobnost daná pravděpodobnostní implikací mezi oběma řadami jednoznačně určuje procento případů, ve kterých platí pro určité ***i*** jak $\boldsymbol{\chi}(x_i)$ tak $\boldsymbol{\varphi}(y_i)$. Užití znalosti o hodnotě jiné dvouargumentové spojky by také vedlo k cíli, byť by vzorec vypadal přirozeně trochu jinak.

Vzorce pro výpočet hodnoty pravděpodobnosti *složených větných řad* uvádí následující tabulka, dále v ní nalezneme vypočítané hodnoty pravděpodoboti pro mezní případy, kdy **p, q** nabývají hodnot pravděpodobnosti 0 nebo 1. Je snadno ověřitelné, že tyto hodnoty odpovídají hodnotám daných pravdivostních funkcí v klasické dvouhodnotové logice. [viz Reichenbach 1935, str. 381]

TABULKY hodnot pro složené větné řady v pravděpodobnostní logice

$\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i))$	$\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\varphi}(y_i))$	$\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i) \Rightarrow_{\mathbf{u}} \boldsymbol{\varphi}(y_i))$	$\mathbf{Pr}(\sim\boldsymbol{\chi}(x_i))$	$\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i) \vee \boldsymbol{\varphi}(y_i))$	$\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i)\ \&\ \boldsymbol{\varphi}(y_i))$

[84] „Die Satzfolge nimmt deshalb in der Wahrscheinlichkeitslogik eine analoge Stellung ein wie die Aussage in der klassischen Logik ; sie stellt das gesuchte allgemeinere logische Gebilde dar, welches zwischen Satzfunktionen und Aussagen in der Mitte steht." [Reichenbach 1935, str. 376]

[85] „Denn wie die euklidische Geometrie für Riemannsche Räume im kleinem gilt, ohne daß sie damit auch die Struktur im großen festlegen müßte, so gilt der Alternativ-Charakter für die 'Logik im kleinen', während für die 'Logik im großen' die stetige Skala gilt." [Reichenbach 1935, str. 377]

p	q	u	$1 - p$	$p + q - pu$	pu
1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0
0	1	?*	1	1	0
0	0	?	1	0	0

Pr($\chi(x_i)$**)**	**Pr(**$\varphi(y_i)$**)**	**Pr(**$\chi(x_i) \Rightarrow_u \varphi(y_i)$**)**	**Pr(**$\chi(x_i) \rightarrow \varphi(y_i)$**)**	**Pr(**$\chi(x_i) \leftrightarrow \varphi(y_i)$**)**	**Pr(**$\varphi(y_i) \Rightarrow \chi(x_i)$**)**
p	q	u	$1 - p + pu$	$1 - p - q + 2pu$	pu / q
1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	?
0	1	?	1	0	0
0	0	?	1	1	?

* Otazník značí, že daná hodnota není definována.

Hodnoty pravděpodobnosti lze přiřadit i *konečným větným řadám*, kdy místo limity relativní četnosti dosadíme rovnou relativní četnost v konečné řadě; pro *n-členné větné řady* vznikne *n*+1 *hodnotová pravděpodobnostní logika* s hodnotami 0, 1/n, 2/n, …, 1. Hodnoty pravděpodobnosti pro *složené větné řady* tu dostaneme určením relativní četnosti v dané *složené větné řadě*, kterou vytvoříme postupem uvedeným výše. Klasická dvouhodnotová logika nyní bude hraničním případem pro *jednočlennou větnou řadu*.

4.4.4 Optimální sázka

Přestože jsme řekli, že pojem pravděpodobnosti nemá smysl, pokud je aplikován na jednotlivé události, existuje jedna třída výpovědí o jednotlivých událostech, ve které je jeho použití účelné. Jedná se o výpovědi o jednotlivých událostech v budoucnosti (předpovědi), které v běžném životě provádíme doslova na každém kroku – obchodník musí před sezónou rozhodnout, kolik zboží nakoupí, lékař jaký lék předepíše pacientovi s určitými příznaky apod. Reichenbach zavádí pro takovéto případy **koncept sázky** (*Setzung*)[86]. O výroku o jednotlivé události v budoucnosti nemůžeme říci, zda je pravdivý nebo nepravdivý, pravděpodobný nebo nepravděpodobný; pro jeho posouzení (*Beurteilung*) můžeme ovšem použít pravděpodobnost určité *větné řady*. *Větné řady* jsou potenciálně nekonečné a probíhají od minulosti do budoucnosti, přičemž my z nich známe jen nějaký konečný počet počátečních členů. Můžeme tedy vzít nějakou větnou řadu, ve které bude posuzovaný případ vystupovat jako její člen. Takováto *větná řada* pro nás bude představovat základní statistiku, na jejímž základě se rozhodneme, zda máme očekávat, že se daný výrok o budoucnosti vyplní, nebo že se nevyplní. Zásada nám velí *posoudit* pravděpodobnosti variant, které přicházejí v úvahu, a *vsadit* na výskyt té události, která bude za známých okolností nejpravděpodobnější. To představuje podle Reichenbacha ***optimální sázku***, jelikož takovýto přístup v dlouhodobém pohledu vede k největšímu počtu správných předpovědí.[87] Sázka tedy není libovolná, ale řídí se principem maximalizace správnosti předpovědi na základě příslušné pravděpodobnosti.[88]

[86] „Wir meinen das Wort ‘setzen‘ hier in demselben Sinne, in dem es bei Glücksspielen gebraucht wird, etwa beim Pferderennen, wenn man auf dem Pferd setzt. Man will mit einer solchen Setzung nicht sagen, es ist wahr, daß das Pferd gewinnt, sondern man wählt diese Setzung, weil sie die günstigste ist.“ [Reichenbach 1935, str. 389]

[87] Na podobném konceptu staví i teorie her J. von Neumanna a O. Morgensterna (1944), kde se ovšem navíc předpokládá, že různé výsledky mají pro daného člověka různou hodnotu. Například i když by si člověk vypočetl, že pravděpodobnost, že jej zasáhne blesk, když bude běhat v bouři po horském hřebeni, je třeba 10%, a tedy v 90% by se mu nic nemělo stát - pravděpodobně po hřebeni v bouři běhat nebude.

[88] „Die Setzung, obgleich weder wahr, noch falsch, noch wahrscheinlich, ist deshalb trotzdem keineswegs willkürlich. Ihre Berechtigung wird nach dem Prinzip der höchsten Trefferzahl durch eine zugehörige Wahrscheinlichkeit entschieden.“ [Reichenbach 1935, str. 391]

Například když lékař vyšetří pacienta, zjistí určité příznaky (například: dlouhodobý kašel, horečku, malátnost a další). Lékař ví, že tyto příznaky jsou s určitou (relativně vysokou – řekněme 0,4) pravděpodobností projevem onemocnění tuberkulózou a podobně s určitými (o něco nižšími) pravděpodobnostmi projevy jiných nemocí. Toto vědění se váže k řadám případů, kdy byly pozorovány dané příznaky a následně bylo nebo nebylo zjištěno u pacienta onemocnění tuberkulózou (respektive jinou nemocí). Čili v základu našeho *posouzení* tohoto jednotlivého případu stojí *větná řada* odvozená z pravděpodobnostní implikace:

„U pacienta x_i byly pozorovány dané příznaky. $\Rightarrow_p$ Pacient x_i trpí tuberkulózou.“[89]

Toto poznání lze dále zpřesňovat tak, že nalezneme další okolnosti, kterými lze rozšířit soubor podmínek v předpokladech pravděpodobnostní implikace. Tímto postupem přiblížíme podmínky řady, která tvoří základ našeho posouzení, k podmínkám, které jsou nám známé o predikovaném případě, čímž můžeme docílit přesnější předpovědi. Snažíme se takovýmto postupem dojít k co nejužší třídě jevů (co nejširšímu souboru omezujících podmínek), pro kterou jsme ještě schopni udat požadovanou pravděpodobnost.[90]

V našem příkladu lékař dále pošle, po vyslovení první diagnózy (*sázky*), pacienta na rentgenové vyšetření, které potvrdí určitý nález. Tím poněkud pozměníme zkoumanou větnou řadu, a to tak, že v ní vyškrtáme všechny případy, které neodpovídají přidanému výsledku RTG vyšetření – to budou zejména případy, kdy uvedené příznaky byly projevem jiné nemoci – tím pádem bude pravděpodobnost upravené větné řady větší, než byla před přidáním výsledku RTG vyšetření – třeba 0,9. Je možné, že na základě upravené větné řady budeme moci dokonce klasifikovat daný případ nejenom jako tuberkulózu, ale třeba jako težkou tuberkulózu. Upravená větná řada bude vycházet z pravděpodobnostní implikace:

„U pacienta x_i byly pozorovány dané příznaky. **&** RTG nález. $\Rightarrow_q$ Pacient x_i trpí tuberkulózou.“

Přirozeně je také možný opak, totiž že RTG vyšetření nepřinese nález podporující lékařovu sázku, že jde o tuberkulózu. Pravděpodobnost upravené větné řady se potom v případě tuberkulózy patrně sníží a adekvátně tomu vzroste u ostatních možných nemocí, čímž se možná stane pravděpodobnější nějaká jiná nemoc a lékař upraví svou diagnózu (*sázku*).

Pro jednotlivé případy (ve výrocích o budoucnosti) jsme zavedli pojem *optimální sázky*, která se zakládá na *posouzení* určité pravděpodobnosti prvního stupně. Na základě toho také mluvíme o *optimální sázce prvního stupně*. Můžeme definovat i optimální sázky vyšších stupňů. Třeba *optimální sázka druhého stupně* je sázka, která se týká *výroku o větné řadě* jako celku, který je také nerozhodnutelný, protože taková řada je nekonečná. K *posouzení* zde využíváme pravděpodoboosti druhého stupně (viz výše oddíl o pravděpodobnosti vyšších stupňů).

Pravděpodobnostní výrok jsme definovali jako *výrok* o relativní četnosti nějaké větné řady, tedy jako *výrok* by měl mít nějakou pravdivostní hodnotu. Tato hodnota je ovšem stejně neurčitá jako pravdivostní hodnota výroku o budoucnosti, jelikož se týká limity četností v nekonečné *větné řadě*. Za pomoci pojmu *sázky druhého stupně* ovšem můžeme označit pravděpodobnostní výrok o nekonečné řadě jako tvrzení, které nepředstavuje *výrok* ani *větnou*

[89] Aby mohl pokládat pravděpodobnost za *vlastnost větné řady*, zamlčuje Reichenbach předpoklady z antecedentu dané pravděpodobnostní implikace (s tím, že předpokládá, že jsou splněny, viz výše v oddílu o pravděpodobnostní logice), takže daná větná řada pak vychází jen z jedné větné funkce: „Pacient x_i trpí tuberkulózou.“ Tato větná funkce ovšem určuje více různých řad, podle toho, jaké byly ony zamlčené předpoklady. Zamlčením předpokladů udělal Reichenbach z podmíněné pravděpodobnosti navenek pravděpodobnost apriorní a její podmíněnost je nadále dána jen výběrem prvků v řadě. Stejná *větná funkce* tedy vytváří různé *větné řady* podle toho, z jakých podmínek jí přiřadíme členy.

[90] „Wir verfahren dann so, daβ wir die engste Klasse berücksichtigen, für die wir noch eine Wahrscheinlichkeit angeben können. Auf diese Weise versuchen wir, den individuellen Fall zu erfassen, indem wir ihn als Grenzfall immer enger werdender Klassen ansehen.“

řadu, nýbrž *optimální sázku*.[91]

4.4.5 Aproximativní sázka

K tomu, abychom mohli provést *optimální sázku*, potřebujeme nějaký základ v podobě pravděpodobnosti *větné řady*, jejímž členem je daný případ. V příkladu s tuberkulózou jsme celou dobu předpokládali, že lékař zná pravděpodobnosti různých větných řad vztažených k větné funkci „Pacient x_i trpí tuberkulózou." Takováto informace nám ovšem většinou chybí, k jejímu ustavení použijeme jiný druh sázky, který nazývá Reichenbach ***aproximativní sázkou***. Naším úkolem tu je z konečné části řady určit pravděpodobnost, tj. limitu relativních četností v rámci celé řady – jedná se tu tedy o *induktivní soud*.

Základem aproximativní sázky je to, že její přijetí je vždy jen podmíněné (Reichenbach používá obrat 'in Frage stehende Setzung'). Jestliže má řada relativních četností $\boldsymbol{h}^i$ pro i jdoucí k nekonečnu nějakou limitu, potom musí pro libovolně malé $\boldsymbol{\delta}$ existovat konečné n takové, že $\forall i\ [(i > n) \rightarrow (\ \boldsymbol{h}^n - \boldsymbol{\delta} \leq \boldsymbol{h}^i \leq \boldsymbol{h}^n + \boldsymbol{\delta}\ )]$. Pokud tedy vezmeme $\boldsymbol{h}^k$ relativní četnost sledovaného jevu v posledním známém členu řady a stanovíme tolerovanou odchylku $\boldsymbol{\delta}$, pak můžeme podmíněně přijmout sázku, že $\boldsymbol{h}^k$ je limitou četností celé nekonečné řady. Pokud dále narazíme na člen, ve kterém relativní četnost vykročí z určeného intervalu $(\boldsymbol{h}^k - \boldsymbol{\delta},\ \boldsymbol{h}^k + \boldsymbol{\delta})$, upravíme svoji sázku podle této nové relativní četnosti. Ospravedlnění tohoto postupu spočívá v tom, že pokud daná řada četností konverguje k nějaké limitě, dříve nebo později, ale rozhodně po konečném počtu členů, se hodnota této limity objeví v naší sázce. Na druhou stranu je ovšem třeba říci, že si nikdy nebudeme moci být jisti tím, že hodnota v naší sázce je už ona limita, nebo že daná řada četností vůbec limitu má. Naše sázka zůstane vždy jenom sázkou.

Na základě tohoto ospravedlnění formuluje Reichenbach ***induktivní pravidlo***: Máme-li počáteční úsek (n-členů) nějaké řady a zkoumaný jev v něm nastává s relativní četností $\boldsymbol{h}^n$ a z pravděpodobností druhého stupně není nic známo o nějaké určité hodnotě $\mathbf{p}$ limity této řady, potom sázíme, že při dalším prodloužení řady se hodnota limity $\mathbf{p}$ bude blížit nějaké hodnotě uvnitř intervalu $\boldsymbol{h}^n \pm \boldsymbol{\delta}$.[92]

V *induktivním pravidle* je řeč o pravděpodobnostech druhého stupně. Vedle metody *korekce aproximativní sázky* na základě prodlužování řady popisuje Reichenbach ještě <u>metodu korekce založenou na pravděpodobnostech druhého stupně</u>. Ta předpokládá, že máme větší počet řad, ty můžeme získat tak, že z hlavní řady vezmeme také samostatně její části určené předešlými prvky v řadě (např. vezmeme řadu, do které patří všechny prvky s indexy i z původní řady takové, že pro ně platí, že prvek s indexem i-1, tedy jejich předchůdce, měl zkoumanou vlastnost; stejně pak uděláme další řady pro k-té předchůdce prvku, které mají nebo nemají danou vlastnost), pokud naše řada splňuje axiom (VII), měly by všechny tyto řady mít stejnou limitu (pokud nějakou mají). U každé takto vytvořené řady pak určíme její relativní četnost $\boldsymbol{h}^n$ a provedeme aproximativní sázku, že tato relativní četnost i nadále v dané řadě zůstane v rozmezí $(\boldsymbol{h}^n - \boldsymbol{\delta},\ \boldsymbol{h}^n + \boldsymbol{\delta})$. Konstrukci několika takovýchto řad ukazuje následující obrázek (značka A znamená, že zkoumaný jev nastal, čili $x_i \in A$; $\bar{A}$ že nenastal, čili $x_i \notin A$):

hlavní řada: AĀĀĀAAĀAAĀAAAĀAAĀAĀAAAĀAAAAĀĀA ... $\mathbf{h}^{\mathbf{n}}{}_1 = 0{,}63$

[91] „… eine Wahrscheinlichkeitsaussage ist, wie wir ausführten, eine Aussage über den Wahrscheinlichkitswert einer Satzfolge. Danach wäre die Wahrscheinlichkeitsaussage selbst eine *Aussage*, also ein Gebilde von Wahrheitswert und nicht ein Gebilde von Wahrscheinlichkeitswert. Der Begriff der Setzung erlaubt uns dies zu berichtigen. Die Wahrscheinlichkeitsaussage ist, als individuelle Behauptung, zvar keine Satzfolge; aber sie ist auch keine Aussage, sondern eine *Setzung*." [Reichenbach 1935, str. 392]

[92] „*Induktionsregel. Wenn ein Abschnitt von n Gliedern einer Folge x_i vorliegt und für P die Häufigkeit h^n besteht, und wenn ferner über die Wahrscheinlichkeit zweiter Stufe für das Eintreten eines bestimmten limes p nichts bekannt ist, so setzen wir, daß die Häufigkeit h^i (i > n) bei weiterer Verlängerung der Folge einem limes p innerhalb $h^n \pm \boldsymbol{\delta}$ zustrebt*." [Reichenbach 1935, str. 397]

podřada (x_{i-1})=A: _Ā AĀ AĀ AAĀ AĀ Ā AAĀ AAAA ... $\mathbf{h^n}_2$= 0,61
podřada (x_{i-1})=Ā: _ ĀĀA A A A A A A ĀA ... $\mathbf{h^n}_3$= 0,73
podřada (x_{i-2})=A: __Ā ĀA ĀA AĀA ĀA A AĀA AAAĀ ... $\mathbf{h^n}_4$= 0,61
podřada (x_{i-2})=Ā: __ ĀAA A A A Ā A A A ... $\mathbf{h^n}_5$= 0,80

Nyní můžeme interval (0,1) rozdělit na ***m*** intervalů o délce 2**δ** a pro každý interval spočítat relativní četnosti, jako podíl řad s relativní četností spadající do daného intervalu, a provést aproximativní sázku, kterou určíme pravděpodobnosti druhého stupně, tedy pravděpodobnosti, že se limita relativních četností řady nachází v daném intervalu (z obrázku výše například pravděpodobnost, že řada konverguje k hodnotě 0,6 ± 0,05 je rovna 3/5 ± **ε**). Pravděpodobnosti druhého stupně pak můžeme použít ke korekci naší aproximativní sázky o limitě dané řady (čili pravděpodobnosti prvního stupně). V tomto případě použijeme optimální sázku, tj. vybereme interval s nejvyšší pravděpodobností.

Koncept sázky stojí v základu aplikace pravděpodobnostního kalkulu na konkrétní problémy. Jak bylo rozvedeno výše, Reichenbach rozlišuje dva typy sázky – optimální a aproximativní. Oba tyto typy sázky získávají opodstatnění až na základě opakovaného užití. Optimální sázka nám zaručuje při vícenásobném použití nejvyšší dosažitelný počet správných klasifikací, zatímco aproximativní sázka nám říká, že jejím opakovaným použitím nakonec dojdeme ke správnému určení požadované hodnoty, pokud taková hodnota existuje.

Při procesu aplikace počtu pravděpodobnosti stojí na začátku aproximativní sázka, s jejíž pomocí určujeme primární pravděpodobnosti. Dále pak můžeme použít prostředků pravděpodobnostního kalkulu, který ovšem slouží pouze k tautologickému přeformulování dané výpovědi a nic jí neubírá z jejího postavení *sázky*. Reichenbach také ustanovuje tři schémata pro usuzování na úrovni *sázek* blízká klasickému *modu ponens* v klasické logice. První schéma se týká sázek prvního stupně (tedy týkajících se jednotlivých událostí):

MP I: $\boldsymbol{\chi}(x_0)$; $\forall i\, (\boldsymbol{\chi}(x_i) \Rightarrow_{\mathbf{p}} \boldsymbol{\varphi}(y_i))$ & ($\mathbf{p}$ >0,5) $\therefore \boldsymbol{\varphi}(y_0)$.

Pokud je *optimální sázka*, že platí předpověď $\boldsymbol{\chi}(x_0)$, a víme (například za pomoci aproximativní sázky), že $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i) \mid \boldsymbol{\varphi}(y_i))$ je větší než jedna polovina, potom můžeme přijmout sázku, že $\boldsymbol{\varphi}(y_0)$. Toto schéma se podobá klasickému modu ponens, jen nesmíme zapomínat, že všechna tvrzení v něm mají charakter pouhých sázek.[93]

Další schémata se váží k větným řadám (přičemž MP II je speciálním případem MP III):

MP II: $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i)) = 1$; $\forall i\, (\boldsymbol{\chi}(x_i) \Rightarrow_{\mathbf{u}} \boldsymbol{\varphi}(y_i))$ $\therefore \mathbf{Pr}(\boldsymbol{\varphi}(y_i)) = \mathbf{u}$

MP III: $\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\chi}(x_i)) = \mathbf{p}$; $\forall i\, (\boldsymbol{\chi}(x_i) \Rightarrow_{\mathbf{u}} \boldsymbol{\varphi}(y_i))$; $\forall i\, (\sim\boldsymbol{\chi}(x_i) \Rightarrow_{\mathbf{w}} \boldsymbol{\varphi}(y_i))$ $\therefore \mathbf{Pr}(\boldsymbol{\varphi}(y_i)) = \mathbf{p}{*}\mathbf{u} + (1-\mathbf{p}){*}\mathbf{w}$

Tato pravidla pojednávají o přenosu pravděpodobnosti mezi sázkami.

4.4.6 Ospravedlnění indukce

Systém našeho vědění si lze představit jako síť různých pravděpodobností, či spíše sázek týkajících se pravděpodobností, které samy jsou pouze předmětem pravděpodobností vyššího stupně, a tak dále, bez konce. Pokrok vědění pak spočívá v opravování a zpřesňování těchto pravděpodobností. Směrem k vyšším úrovním pravděpodobnosti se hodnota více blíží k jedné. (Pravděpodobnost správného odhadu pravděpodobnosti by měla být vyšší než samotná odhadnutá pravděpodobnost.) Jelikož pro člověka není možné obsáhnout celý systém, musí nakonec arbitrárně určit, že od určitého stupně výše bude všechny pravděpodobnosti

[93] „Es ist dem modus ponens der klassischen Logik ähnlich insofern, als hier von einem Einzelfall auf einen Einzelfall gesschlossen wird; dagegen unterscheidet es sich dadurch, daß der conclusio kein Wahrheitswert erteilt wird, auch nicht ein Wahrscheinlichkeitswert. Die conclusio wird eben nur gesetzt." [Reichenbach 1935, str. 393]

považovat za rovny jedné. (Stejně jako předpokládáme v běžném životě, že informace, které získáváme pomocí smyslů odpovídají skutečnému stavu věcí.) Tím ovšem v posledku celý náš systém vědění visí tak říkajíc ve vzduchu.[94]

Na samém konci knihy pojednává Reichenbach to, na čem celý systém stojí – ***odůvodnění induktivního pravidla*** (jak bylo definováno v oddíle 4.4.5). Oproti původnímu Humeovu problému je Reichenbachovo pravidlo v mnohých ohledech slabší. Zatímco Hume se zabýval kauzálním vztahem a požadoval, aby předpověď platila pro všechny případy, které budou v budoucnosti pozorovány, Reichenbach se zabývá pravděpodobnostním vztahem a vyžaduje jen to, aby celá řada případů konvergovala k určité limitě; pro konkrétní jednotlivé případy žádnou podmínku nevyžaduje. Zatímco v klasickém pojetí jde o to ukázat induktivní princip jako pravdivý, v pojetí založeném na pravděpodobnostní logice stačí ukázat, že induktivní pravidlo vede k aproximativnímu poznání, že se skrze jeho opakované použití stále více blížíme správnému výsledku.[95] Reichenbach to přirovnává k letu zaoceánského letadla, které na letišti nabere přímý kurs k cílovému městu, cestou je ale jeho dráha ovlivňována větry v atmosféře, takže musí několikrát upravovat kurz, než doletí na cílové letiště. Ovšem před letem není možné předpovědět, jakým směrem a jakou silou budou vát větry na trase letadla. Kdybychom měli nějaké orákulum, mohlo by nám říci, že když letadlo poletí tou a tou rychlostí pod tím a tím kurzem, dostane se do cílového města nejkratší cestou. Ale jelikož takovéto orákulum nemáme, je postupná úprava kurzu letadla optimálním řešením. Stejně tak induktivní pravidlo nedává možná nejlepší aproximativní postup, ale je to jediné, které máme k dispozici.

Induktivní pravidlo by nám ovšem bylo k nepotřebě, kdyby zkoumané řady nekonvergovaly k nějaké limitě nebo kdyby začaly konvergovat až od nějakého velmi vzdáleného členu řady, ke kterému v našem konečném zkoumání nemůžeme prakticky nikdy dojít. V takovémto případě by ovšem bylo jakékoliv poznání (nejenom poznání za pomoci induktivního pravidla) nemožné. Reichenbach zde tedy problém úplně otočí: místo aby dokazoval, že náš svět je uspořádán tak, že umožňuje používání induktivního pravidla, říká, že dokud nevíme nic o tom, že by svět nebyl poznatelný (řady pozorování by nekonvergovaly), je induktivní pravidlo tím nejlepším, co můžeme přijmout, protože pokud je svět poznatelný a předpovídatelný, tak právě ono vede k jeho poznání a správným predikcím, a je to jediné pravidlo, o kterém toto víme.[96] Tímto považuje Reichenbach přijetí induktivního pravidla za ospravedlněné z hlediska našeho konání (pokud je cíl dosažitelný, dovede nás k cíli), ovšem toto ospravedlnění může být jen takto podmíněné, naše víra v jeho platnost a platnost z něj odvozených předpovědí sama o sobě ospravedlnitelná není. Tato víra je ovšem jen osobní potřebou každého člověka, principiálně (byť asi ne psychologicky) je ale nedůležitá z hlediska jeho jednání, ve kterém přijímá stejné *sázky*.[97]

---

[94] „Wie wir ausgeführt haben, können wir zu jeder Setzung nach dem Verfahren der Korrektion eine Beurteilung finden; in dem mehrwertigen System bedeutet dies den Schritt von einer Stufe zur nächst höheren. Da wir aber stets auf einer endlichen Stufe abschneiden müssen, die dann den Charakter der Setzung annimmt, stehen sämtliche früheren Stufen gewissermaßen in der Luft." [Reichenbach 1935, str. 403]

[95] „Denn während die trditionelle Fassung die Frage mit sich bringt, ob das Induktionsprinzip *wahr* ist, kennt die wahrscheinlichkeitslogische Fassung nur die Frage, ob die Induktionsregel auf die Approximativverfahren führt, d.h. ob sie zu Setzungen führt, die bei schrittweiser Wiederholung dem richtigen Ergebnis immer näher kommen." [Reichenbach 1935, str. 412]

[96] „Die Induktionsregel ist die günstigste Setzung, weil sie die einzige Setzung ist, von der wir wissen : wenn es überhaupt möglich ist, Zukunftsaussagen zu machen, so werden wir sie durch diese Setzung finden." [Reichenbach 1935, str. 418]

[97] „Wir haben diesen Glauben an die Induktionsregel nicht nötig, das ist unser Ergebnis – und darum können wir ihn weglassen. Solcher Glaube ist persönlicher Zutat ; wer ihn hat, mag ihn behalten – für sein Handeln ist es prinzipiell belanglos, ob er an den Erfolg seiner Setzungen glaubt, denn in beiden Fällen folgen ihn mit Notwendigkeit die gleichen Setzungen." [Reichenbach 1935, str. 419]

4.5 Popper: Logik der Forschung (1935)

Ve stejném roce jako Reichenbachovo *Wahrscheinlichkeitslehre* vychází i Popperova kniha Logik der Forschung ("logika výzkumu", v českém překladu jako Logika vědeckého zkoumání), jejímž hlavním cílem byl výklad teorie poznání a metodologie vědy založený na deduktivní metodě, s čímž byla spojená kritika induktivismu a s ním souvisejících názorů zastávaných členy Vídeňského kroužku (mimo jiné i Reichenbachova pojetí induktivní logiky).

4.5.1 Falsifikace a falsifikovatelnost

V základech novověké vědý stál (již od dob Bacona) mýtus, že věda dosahuje absolutně jistého poznání skrze induktivní metodu. Mnoho na tom nezměnil ani Hume, který poukázal na logickou nezdůvodnitelnost indukce (viz podkapitola 1.3). Jistota vědeckého poznání byla vážně zpochybněna až na počátku dvacátého století Einsteinovou teorií relativity, tedy vyvrácením Newtonovy teorie, a potom také objevy kvantové teorie. Popperovým cílem je nabourat i druhou část mýtu, že věda postupuje vpřed za pomoci induktivní metody, tj. hromaděním pozorování a jejich zobecňováním. Tato představa podle něj vzniká jako důsledek směšování psychologických otázek (týkajících se postupu vedoucího k objevu, který je z logického pohledu lhostejný) a logických otázek (testovatelnosti teorie). Ve skutečnosti věda postupuje vpřed formulováním odvážných teorií, které jsou poté testovány a zavrhovány za pomoci experimentů. Ideje posouvají vědu po cestě vpřed, zatímco pozorování a experimenty nás chrání před tím, abychom se vydali špatnou cestou.

Teorie, čili tzv. přírodní zákony, Popper ztotožňuje s univerálními tvrzeními, tedy s tvrzeními tvaru $\forall x\ (\varphi(x))$. Podstatné pro Popperovo pojetí je, že takováto tvrzení mohou být ekvivalentně vyjádřena jako negace existenčního tvrzení, tj. mohou být vyjádřena ve tvaru $\sim(\exists x)\ (\varphi(x))$. Takováto formulace umožňuje Popperovi pojmout přírodní zákony jako svého druhu zákazy. „Netvrdí, že něco existuje, nebo že něco je tak a tak; popírají to. Trvají na neexistenci určitých věcí nebo stavů věcí, jakoby zakazují nebo prohibují tyto věci nebo stavy věcí: vyřazují je." [Popper 1997, str. 53] Tímto způsobem je například zákon zachování energie vyjádřen formulkou: „Neexistuje perpetuum mobile".

Teorie je **falsifikovatelná**, pokud z ní můžeme odvodit empiricky testovatelné tvrzení, jehož pravdivost je neslučitelná s pravdivostí dané teorie, a tedy jeho přijetí tuto teorii vyvrací. Možnost vyjádření našich teorií ve formě takovýchto zákazů vede k tomu, že naše teorie jsou *falsifikovatelné*, tj. mohou být vyvráceny tím, že se prokáže existence oné věci nebo stavu věcí, které zakazují. *Falsifikovatelnost* je znakem empirického obsahu teorie, analytické tautologie ani metafyzické spekulace nejsou falsifikovatelné, platí vždy, při jakékoliv evidenci, a nemají proto žádný empirický obsah.

Aby mohl falsifikovatelnost blíže definovat, zavádí Popper termín ***základní tvrzení***. Jsou to tzv. singulární existenciální tvrzení, tedy existenciální tvrzení obsahující nějaká individuální jména (což ovšem mohou třeba i časoprostorové souřadnice; jelikož musí být vztaženy k nějakému pojmenovanému počátku – „greenwichský poledník", „rok Kristova narození"). Příkladem takového tvrzení je třeba „V časoprostorové oblasti *k* existuje černá labuť". K tomuto formálnímu požadavku pro *základní tvrzení* je připojen ještě materiální požadavek, aby dané tvrzení bylo intersubjektivně testovatelné pozorováním.

Teorii potom označíme za *falsifikovatelnou*, pokud dělí třídu základních tvrzení do dvou neprázdných podtříd – na podtřídu základních tvrzení, která jsou s touto teorií neslučitelná (která zakazuje) a podtřídu základních tvrzení, jejichž pravdivost tato teorie připouští. Podtřídu základních tvrzení, která jsou s danou teorií neslučitelná, budeme nazývat ***potenciálními falsifikátory*** dané teorie. [viz. Popper 1997, str. 72]

Empirickou (tj. *falsifikovatelnou*) teorii potom označíme jako **falsifikovanou**, pokud objevíme reprodukovatelný jev, který tuo teorii vyvrací. Tedy pokud intersubjektivním pozorováním potvrdíme empirickou hypotézu, která obsahuje některé potenciální falsifikátory zmíněné teorie. Teorii je tedy možné falsifikovat jen potvrzením jiné teorie (hypotézy), byť zde připouštíme, že může jít o teorii velmi nízké úrovně obecnosti. Například tvrzení „Viděl jsem černou labuť tehdy a tehdy tam a tam." nefalsifikuje teorii „Všechny labutě jsou bílé". Může ale vést k formulaci hypotézy, jejíž potvrzení bude skutečně znamenat falsifikaci této teorie. Zmíněná teorie „Všechny labutě jsou bílé" je *falsifikována* třeba potvzením intersubjektivně testovatelné hypotézy „Na jezeře Claremont v Austrálii žijí černé labutě".

4.5.2 Stupeň falsifikovatelnosti

Falsifikovatelné teorie mohou být (a ve vědecké praxi jsou) testovány. V těchto testech se pokoušíme odhalit ve světě skutečnosti, které odpovídají *potenciálním falsifikátorům* dané teorie. Pokud navzdory naší snaze takové skutečnosti nenalezneme, považujeme tuto teorii za dočasně potrzenou, Popper zde zavádí termín koroborována (který více objasníme v samostatném oddíle níže). Tím ovšem testování nekončí a tento status teorie je vždy jen dočasný, dokud se neobjeví falsifikující evidence.

Představme si nyní třídu *základních tvrzení* jako kruh. Každá *falsifikovatelná teorie* dělí tento kruh na dvě kruhové výseče, v jedné se nacházejí *potenciální falsifikátory* teorie, ve druhé základní tvrzení, která daná teorie připouští. Zaměříme se nyní na výseč obsahující *potenciální falsifikátory* dané teorie. Pro různé teorie dostaneme různě velké výseče, které se budou nacházet v různých částech kruhu a budou různě široké.

Přitom ovšem čím je výseč potenciálních falsifikátorů dané teorii širší, tj. čím více *základních tvrzení* patří do podtřídy *potenciálních falsifikátorů* teorie, tím více možností *falsifikace* nám teorie nabízí. Říkáme, že tím vyšší je stupeň falsifikovatelnosti dané teorie.

Ovšem současně také platí, že čím širší je výseč patřící *potenciálním falsifikátorům* dané teorie, tím více toho říká daná teorie o světě – vylučuje více možností, které by mohli nastat, tedy klade větší omezení pro jevy vyskytjící se v našem světě, podává přesnější (méně neurčitý) obraz světa – tedy tím vyšší je také empirický obsah teorie.

Vědeckým ideálem je podávat stále přesnější a obsažnější popis světa, tedy produkovat teorie s vyšším *empirickým obsahem* a vyšším *stupněm falsifikovatelnosti* (jak bylo ukázáno v předcházejích dvou odstavcích, obojí jde "ruku v ruce").

Nyní je na místě otázka, zda lze stupeň falsifikovatelnosti teorie (a potažmo tedy i stupeň empirického obsahu) nějakým způsobem měřit. Obecná Popperova odpověď je záporná, pouze v určitých specifických případech lze říci, že *stupeň falsifikovatelnosti* jedné teorie je vyšší než *stupeň falsifikovatelnosti* druhé teorie.

Prvním takovým případem je situace, kdy *třídy potenciálních falsifikátorů* dvou teorií k sobě stojí v inklusi, tedy když *třída potenciálních falsifikátorů* jedné teorie (x) v sobě obsahuje *třídu potenciálních falsifikátorů* druhé teorie (y). Pokud označíme **Fsb**(x) stupeň falsifikovatelnosti teorie x, platí v tomto případě nerovnost: **Fsb**(x) < **Fsb**(y). Příkladem, kdy jsou třídy potenciálních falsifikátorů daných teorií ve vztahu inkluse jsou případy, kdy se dvě teorie liší ve stupni universálnosti (např. teorie „Všechna nebeská tělesa obíhají po kruhových drahách" a „Všechny planety obíhají po kruhových drahách") nebo ve stupni přesnosti (např. teorie „Oběžné dráhy planet mají tvar kružnice" a „Oběžné dráhy planet mají tvar elipsy").

Druhý případ tvoří situace, kdy dané teorie mají rozdílnou dimenzi. V tomto případě Popper postup porovnání i to, co vlastně označujeme dimení teorie, jen zběžně načrtnul. Pokud máme teorii dánu ve formě matematické formule nebo nějaké geometrické reprezentace, můžeme jako dimensi chápat počet parametrů, které je možné volně vybírat. V tomto směru dimenze klade jisté požadavky na základní tvrzení, která patří do *třídy potenciálních falsifikátorů* dané teorie: jakékoliv základní tvrzení, jehož stupeň složenosti není vyšší než dimenze teorie, nemůže patřit mezi *potenciální falsifikátory* dané teorie. Ideu tohoto tvrzení objasníme na příkladě. Mějme teorii „Planety obíhají po kruhových drahách".

Dimenze této teorie je rovna 3, protože kružnice je určena třemi body. Máme-li potom základní tvrzení o pozorování určité planety v určitém bodě, potenciálním falsifikátorem této teorie může být jedině tvrzení sestávající z konjunkce minimálně čtyř takovýchto základních tvrzeních, protože máme-li dány pouze tři nebo méně bodů, vždy existuje kružnice, která je obsahuje (tedy pokud dané tři body neleží na přímce). Ovšem třeba teorie „Planety obíhají po kruhových drahách kolem Slunce, které leží ve středu planetami opisovaných kružnich“ má dimenzi rovnu 1, protože udání jednoho bodu v tomto případě určuje poloměr kružnice. Pro *stupně falsifikovatelnosti* potom platí: pokud dimenze teorie x je větší než dimenze teorie y, potom **Fsb**(x) < **Fsb**(y), tedy nižší dimenze teorie znamená větší falsifikovatelnost.

Možnost kolize připsání různých nerovností mezi stupni falsifikovatelnosti dvou teorií těmito dvěma metodami (pokud jsou v daném případě obě proveditelné) Popper vylučuje; pokud mají dvě teorie různé dimenze, pak *třída potenciálních falsifikátorů* teorie s nižší dimenzí nemůže být v inklusi částí *třídy potenciálních falsifikátorů* teorie s vyšší dimenzí. Nastat může jen případ, kdy za rovnosti dimenzí dvou teorií umožňuje inkluse *tříd potenciálních falsifikátorů* daných teorií tvrdit určitou nerovnost mezi stupni falsifikovatelnosti daných teorií, potom upřednostníme tuto nerovnost před rovností získanou srovnáním dimenzí teorií.

Pro každou empirickou teorii x platí: **Fsb**(⊥) > **Fsb**(x) > 0, kde **Fsb**(⊥) je *stupeň falsifikovatelnosti* sporné teorie. Jelikož každé *základní tvrzení* je *potenciálním falsifikátorem* sporné teorie, je *třída potenciálních falsifikátorů* sporné teorie v inklusi větší než *třída potenciálních falsifikátorů* libovolné teorie, která není sporná. První nerovnost tedy představuje požadavek bezespornosti teorie, druhá nerovnost pak představuje požadavek falsifikovatelnosti (každá empirická teorie musí mít neprázdnou třídu potenciálních falisifikátorů). Jinak *stupně falsifikovatelnosti* dvou teorií <u>nemusí</u> být navzájem srovnatelné, pouze určité teorie vytvářejí řetězce, jejichž jednotlivé členy jsou mezi sebou vzájemně porovnatelné na základě některé z výše uvedených metod. Vzniká tak struktura obdobná té, která je zobrazena na obrázku u Keynesova pojetí pravděpodobnosti (viz podkapitola 2.2).

4.5.3 Kritika pravděpodobnostní logiky

S rozvinutím teorie pravděpodobnosti se objevují snahy mluvit o pravděpodobnosti hypotéz v tom smyslu, že když nemůžeme naše teorie verifikovat (protože to jsou universální tvrzení), můžeme jim alespoň připsat určitou pravděpodobnost. Popperova kritika pravděpodobnostní logiky vychází z přesvědčení, že hypotézám nelze připisovat pravděpodobnost v matematickém smyslu. Pokusy o to připsat hypotézám pravděpodobnost vycházejí ze „směšování psychologických a logických otázek. Naše subjektivní pocity mají zajisté různé intenzity, a stupeň důvěry, s nímž očekáváme naplnění nějaké predikce a další koroboraci hypotézy, má sklon záviset vedle mnoha jiných věcí na způsobu, jímž tato hypotéza až dosud obstála v testech – na její minulé koroboraci.“ [Popper 1997, str. 273 - 274] Otázky týkající se našich očekávání ovšem náleží do psychologie, nikoliv do logiky nebo epistemologie.

Hlavní pozornost věnuje Popper Reichenbachově pravděpodobnostní logice. Reichenbach pojímá pravděpodobnost události ve smyslu limity relativní četnosti v nekonečných řadách pozorování. Pravděpodobnost hypotézy (tvrzení) sestrojíme podobným způsobem, když místo výskytu nebo nevýskytu dané události vezmeme jako základní prvek řady pravdivost nebo nepravdivost tvrzení, že nastala daná událost. Pokud ovšem takto definujeme pravděpodobnost hypotéz, dostaneme například pro hypotézu „Při hodu mincí padne vždy ‘orel‘“ zřejmě pravděpodobnost 0,5 , ačkoliv jako tvrzení falsifikované první hodem, při kterém padne ‘panna‘, by měla mít podle Poppera pravděpodobnost (ve smyslu koroborovanosti, viz oddíl 4.5.4) rovnu nule.

Dlužno dodat, že Reichenbachovi tato situace nepřipadá paradoxní, jak uvádí v článku, který je reakcí na Popperovu kritiku.[98] Pravděpodobnostní logika z *Wahrscheinlichkeitslehre* odpovídá klasické dvouhodnotové logice jen v případech, kdy se limita relativních četností řady rovná 1 nebo 0. Pravděpodobnost hypotézy prostě jen popisuje, jakou máme očekávat úspěšnost našich predikcí, pokud se budeme řídit danou hypotézou. Z praktického hlediska nám tedy říká, že pokud nemáme k dispozici lepší teorii (s vyšší pravděpodobností), tak použitím dané teorie budou naše predikce úspěšné přibližně v polovině případů. To je ovšem nedostačující z Popperova teoretického hlediska.

Dále Popper podává obecný argument proti připisování pravděpodobnosti hypotézám. Vychází z předpokladu, že máme nějaké "ocenění", pomocí něhož můžeme ohodnotit nějakou teorii jako pravděpodobnou. K tomu předpokládá, že tvzení daného ocenění „Teorie x je pravděpodobná" je syntetickým tvrzením, které se zakládá na znalosti o našem světě, stejně jako je syntetickým tvrzením výrok „Teorie x je pravdivá". Stejně jako zkoumaná teorie je ovšem i tvrzení ocenění dané teorie „Teorie x je pravděpodobná" neverifikovatelné, protože nemůžeme vědět, jak dopadne teorie v testech, které dosud nebyly provedeny. Nyní máme jen dvě možnosti, jak toto tvrzení zdůvodnit: a) řekneme, že je pouze pravděpodobné, čímž ovšem vyvstane potřeba dalšího ocenění pro toto ocenění, atd. – tato cesta končí v nekonečném regresu; b) řekneme, že je pravdivé, pak ale bude apriorním syntetickým tvrzením, protože nebylo verifikováno – tato cesta končí apriorismem. Obě cesty jsou ovšem z pohledu empirismu nepřijatelné.

4.5.4 Koncept koroborace

Podle Poppera „je celý problém pravděpodobnosti hypotéz pochopen mylně. Místo toho, aby se diskutovala 'pravděpodobnost' hypotézy, měli bychom se snažit zjistit, v jakých testech, v jakých zkouškách obstála; to jest, měli bychom se snažit zjistit, nakolik byla s to vystavením se testům prokázat svou odolnost k přežití." [Popper 1997, str. 269] O toto se snaží zavedením nového typu ocenění teorie, který nazve koroborací.

Koncept *koroborace* je ovšem analytický (stejně jako logická pravděpodobnost v systémech Keynese a Carnapa), vypovídá něco o vztahu logické slučitelnosti nebo neslučitelnosti určitého tvrzení (hypotézy) a systému přijatých základních tvrzení. Z tohoto důvodu na něj není možné vztáhnout argument z konce předešlého oddílu, ve kterém se pojednává o syntetických konceptech ocenění.

Stupeň koroborace nějaké teorie nemá ani tak záviset na počtu potvrzených instancí (jak tomu bývá v induktivní logice založené na pravděpodobnosti), jako spíše na přísnosti testů, jimiž daná teorie prošla. Tak Popper uvádí, že vezmeme-li hypotézu x = „Všechny vrány jsou černé" a hypotézu y = „Náboj elektronu má hodnotu stanovenou Millikanem", máme k dispozici jistě větší počet potvrzených instancí teorie x než potvrzených instancí teorie y. Přesto asi označíme teorii y za lépe *koroborovanou*. [viz Popper 1997, str. 289] Přísnost proveditelných testů odpovídá velikosti *třídy potenciálních falsifikátorů* dané teorie, tedy jejímu *stupni falsifikovatelnosti*.[99] *Stupeň koroborace* se tedy úzce váže ke *stupni falsifikovatelnosti*. Stejně jako u *stupně falsifikovatelnosti* ani pro *stupeň koroborace* nemůžeme určit postup, jak jej vypočítat, můžeme mluvit pouze hrubě v termínech kladných nebo záporných *stupňů koroborace*, kdy kladný stupeň znamená, že se teorie prozatím osvědčila v provedených testech, a záporný stupeň znamená, že byla falsifikována. I to ovšem

[98] „Popper hält es für eine unsinnige Konsequenz, daß danach einer Hypothese die Wahrscheinlichkeit 1/2 zukommt, wenn jedes zweite Glied der Satzfolge ihr widerspricht. Ich kann hierin aber nichts Unsinniges erblicken. Betrachten wir eine Würfelfolge und die Hypothese 'beim Werfen des Würfels wird die Seite 6 auftreffen'. Dieser Hypothese kommt in bezug auf die Würfelfolge die Wahrscheinlichkeit 1/6 zu. Entsprechend kann man auch fragen nach der Wahrscheinlichkeit für die Hypothese 'die Wahrscheinlichkeit für das Auftreffen der Seite 6 ist 1/6'. Die Wahrscheinlichkeit dieser Hypothese hat natürlich einen ganz anderen Wert;" [Reichenbach 1935 – LdF, str. 274]

[99] Popper označuje stupeň falsifikovatelnosti také termínem stupeň testovatelnosti.

stačí, abychom mohli formulovat některá pravidla týkající se *stupně koroborace*, například pravidlo, že nemůžeme připsat kladný *stupeň koroborace* hypotéze, která *falsifikována* intersubjektivně testovatelným experimentem založeným na falsifikující hypotéze. [viz Popper 1997, str. 290] Takovouto falsifikaci pokládáme za konečnou. *Stupeň koroborace* teorie se v průběhu času může změnit z kladného na záporný (úspěšnou *falsifikací*), ovšem nemůže se změnit v opačném směru.

Zajímavý je také vztah *koroborace* k logické pravděpodobnosti (jak je pojednána například u Keynese nebo Waismanna). Logická pravděpodobnost tvrzení je tím větší, čím menší je *třída potenciálních falsifikátorů* daného tvrzení, tedy čím nižší je jeho stupeň falsifikovatelnosti. Jelikož u nefalsifikované teorie je vyšší *stupeň koroborace* spojen s vyšším *stupněm falsifikovatelnosti*, znamená to, že „stupeň koroborace teorie, která skutečně prošla přísnými testy, jakoby nepřímo úměrný její logické pravděpodobnosti.“ [Popper 1997, str. 292]

Toto vidí Popper jako hlavní rozdíl oproti induktivní logice, kde pravděpodobnost teorie vzrůstá přímo úměrně s její logickou pravděpodobností. Říká, že induktivní logika se snaží činit vědecké hypotézy tak pravděpodobné, jak to jen jde, což ovšem „neznamená nic jiného, než že *obsah* teorie musí sahat *jak jen možno málo* za to, co je ustaveno empiricky.“ [Popper 1997, str. 295] Svoji teorii kooborace Popper později dále rozvinul do podoby kvantitativního konceptu *stupně koroborace*. Tímto konceptem se budu zabývat později v oddílu 4.7.2.

4.6 Carnap: Logical Foundations of Probability

Carnapův přístup k pravděpodobnosti je zásadně odlišný od přístupu Reichenbacha, jehož pojetí pravděpodobnosti je založeno na potřebách fyziky. Ve shodě s Popperem již od poloviny třicátých let rozlišoval Carnap dva druhy pravděpodobnosti – jednu používanou ve fyzice (a dalších vědách) vycházející matematického kalkulu pravděpodobosti (spojenou s frekvenčním pojetím); a druhou tzv. pravděpodobnost hypotéz, vypovídající o stupni potvrzení nějaké teorie, o které nelze jednoduše předpokládat, že by měla splňovat pravděpodobnostní kalkul.[100] Další inspirací bylo Carnapovi Waismannovo rozpracování Wittgensteinova pojetí logické pravděpodobnosti a také koncepce Keynesova. Nakonec Carnap spojil pravděpodobnost hypotéz s logickou pravděpodobností.

4.6.1 Explikace

Carnap formuluje **teorii explikace**, která se zabývá vztahem pojmů běžného (předvědeckého) jazyka a vědeckých pojmů. Explikace je procedura, skrze níž převádíme neostrý pojem běžného jazyka (*explicandum*) na nový přesný vědecký pojem (*explicatum*). Přitom požadujeme: 1) aby *explicatum* bylo v podstatných rysech podobně *explicandu*; 2) aby *explicatum* bylo explicitně vyjádřeno a uvedeno do vztahu k ostatním pojmům, např. pomocí definice; 3) aby bylo nové *explicatum* plodné, tj. aby umožňovalo formulaci co nejvíce obecných výpovědí; a nakonec 4) aby bylo při splnění předchozích požadavků co možná jednoduché.

Jako příklad vědecké explikace pojmu běžného jazyka můžeme vzít pojem “ryba“, který je

[100] „Carnap und ich waren damals zu so etwas wie einer Übereinkunft über ein gemeinsames Forschungsprogramm zur Wahrscheinlichkeit auf der Grundlage meiner *Logik der Forschung* gekommen. Wir kamen überein, zwischen zwei Arten der Wahrscheinlichkeit scharf zu unterscheiden: einerseits der Wahrscheinlichkeit, wie sie in den probabilistischen Hypothesen der Physik, insbesondere der Quantentheorie gebraucht wird, die den mathematischen ‘Kalkül der Wahrscheinlichkeiten‘ befriedigt, und andererseits der sogenannten Wahrscheinlichkeit der Hypothesen, oder ihrem Grad an Bestätigung (englisch: *confirmation*) oder (wie ich es heute lieber nenne) ihrem Grad an Bewährung (corroboration). Wir kamen außerdem überein, ohne starke Argument *nicht* anzunehmen, daß der Grad der Bestätigung oder Bawährung einer Hypothese den Kalkül der Wahrscheinlichkeiten erfülle, sondern diese Frage im Hinblick auf meine Argumente in der *Logik* als offen zu betrachten – ja sogar als das zentrale Problem.“ [Popper 1990, str. 14 - 15]

v běžném jazyce používán zhruba ve významu “živočich žijící (trvale) ve vodě“. Vědecké *explicatum* pojmu ryba je dáno definicí jako “obratlovec s chladnou krví dýchající žábrami“ a neodpovídá přesně původnímu významu pojmu ryba v běžné řeči, nezahrnuje například velryby nebo medůzy, ovšem je mu dostatečně podobné. Změna rozsahu pojmu s sebou ovšem přinesla možnost svázání daného pojmu s jinými vědeckými pojmy (např. s pojmem obratlovce) a možnost formulování většího počtu a více informativních obecných zákonů, jelikož živočichové sdružení pod vědeckým pojmem ryba jsou si navzájem více podobní v různých ohledech, nejen v tom, že žijí ve vodě, jak je tomu u předvědeckého pojmu.

Podle Carnapa jsou problémy v pravděpodobnosti spojeny s tím, že tento pojem v běžném jazyce vyjadřuje více *explicand*, kterým nelze přiřadit jediné *explicatum*. Jedním *explicandem* je pravděpodobnost jako racinální víra v pravdivost nějaké výpovědi na základě známých faktů. V tomto významu používáme slovo pravděpodobnost například, když říkáme: „Vzhledem k tomu, že studoval biologii a zkoumal život šelem v Africe, pravděpodobně ví, jaká je úspěšnost geparda při lovu.“ To, že o někom víme, že se zabýval výzkumem v určité oblasti, činí pravděpodobným to, že by mohl znát určitou informaci z daného oboru. Takovéto *explicandum* Carnap nazývá <u>pravděpodobnost-1</u>. *Explicatem* pojmu pravděpodobnost-1 je vědecký pojem *stupeň potvrzení*.

Druhým *explicandem* pak je pojetí pravděpodobnosti jako četnosti výskytu jevu. V tomto významu užíváme pojem pravděpodobnosti například ve větě: „Pravděpodobnost úspěchu geparda při lovu je asi 1/10.“ Tato věta vypovídá o tom, že jsme pozorovali geparda při lovu kořisti a zjistili jsme, že pokud vyrazil za kořistí, pouze v jedné desetině případů se mu podařilo kořist skutečně skolit. Toto explicandum nazývá Carnap <u>pravděpodobnost-2</u>. *Explicatem* pojmu pravděpodobnost-2 je pojem *relativní četnosti*.

Pravděpodobnost-2 a její *explicatum* používáme v empirických vědách k vyjádření statistických zákonitostí. Pravděpodobnost-1 a její *explicatum* používáme v induktivní logice, k vyjádření *stupně potvrzení* nějaké teorie na základě známé evidence.

Explicata (tj. nové pojmy) mohou být tří druhů – <u>klasifikační, komparativní a kvantitativní.</u>

Klasifikační pojem pouze vypovídá o objektech (v případě pravděpodobnosti o dvojicích vět), zda danou vlastnost mají či nemají – např. „Hypotéza *h* je <u>dobře potvrzena</u> evidencí *e*“. ***Komparativní pojem*** udává srovnání dvou výpovědí daného pojmu – např. „Hypotéza h_1 je za evidence e_1 <u>více potvrzena</u>, než hypotéza h_2 za evidence e_2“. Největší informaci nám ovšem přináší ***kvantitativní pojem***, který umožňuje přiřadit k danému pojmu určitou velikost pomocí nějaké metriky. V tomto případě budeme říkat, že: „<u>Stupeň potvrzení</u> (*degree of confirmation*) hypotézy *h* za evidence *e* <u>je roven *x*</u>“. Tuto větu budeme zapisovat symbolicky: $\mathbf{C}(h,e) = x$.[101]

Základním úkolem Carnapovy knihy Logical Foundations of Probability (“logické základy pravděpodobnosti“) je najít kvantitativní explicatum pro pojem pravděpodobnosti-1 – tedy stupeň potvrzení. Tato kniha vychází až poměrně dosti dlouho po rozpadu Vídeňského kroužku, nicméně, jak bylo nastíněno na počátku této podkapitoly, původní inspirace, která Carnapa přivedla k tomuto problému, spadá do období diskusí ve Vídeňském kroužku.

4.6.2 Induktivní logika

Deduktivní logika je zejména teorií logického vyplývání (*L-implication*). <u>**Induktivní logika**</u> má být, podle Carnapa, <u>logickou teorií pojmu stupně potvrzení</u>, jenž je zobecněním pojmu logického vyplývání z deduktivní logiky. Jedná se tu o čistě logický vztah mezi dvěma větami, který je nezávislý na tom, zda jsou obě věty pravdivé či nikoliv.

[101] $\mathbf{C}(h,e)$ vyjadřuje stupeň potvrzení jako explicatum logické pravděpodobnosti (pravděpodobnosti-1) a odpovídá matematickým požadavkům na pravděpodobnost, mohli bychom ho v souladu se značením v této práci označovat $\mathbf{Pr}(h \mid e)$, z historických důvodů se však přidržím Carnapova značení.

Pokud nějaká věta ***h*** vyplývá z jiné věty ***e***, potom ve všech představitelných stavech světa[102], kde platí *e*, musí platit i ***h***. Pokud z ***e*** vyplývá ~***h***, pak naopak v žádném představitelném popisu světa, kde platí *e*, nemůže platit ***h***. To jsou výpovědi deduktivní logiky. O případu, kdy z ***e*** nevyplývá ani ***h*** ani ~***h***, tedy když v některých představitelných popisech světa platí současně ***e*** a ***h***, zatímco v jiných platí ***e*** a ~***h***, neříká deduktivní logika nic. Pojem stupně potvrzení rozšiřuje výpovědi logiky (tentokráte ovšem induktivní) i na tyto případy, kdy stupeň potvrzení vypovídá o určitém poměru mezi třídami představitelných popisů světa. Ve speciálních případech, když z ***e*** vyplývá ***h***, resp. ~***h***, nabývá stupeň potvrzení **C**(*h*,*e*) hodnoty 1, resp. 0. Přitom představitelné popisy světa jsou čistě logického charakteru, nemají nic společného s tím, jaký je svět ve skutečnosti (tedy až na to, že odpovídá jednomu z popisů světa). Stupeň potvzení tedy udává míru, v jaké je nějaká hypotéza ***h*** potvrzena evidencí ***e*** na základě logických důvodů; ostatní důvody, které mohou ovlivnit naše úvahy o potvrzení dané hypotézy (psychologické, pragmatické), nechává stranou, neboť nepatří do logiky.

Podobnost mezi induktivní a deduktivní logikou Carnap přehledně shrnuje v následující tabulce [viz. Carnap 1950, str. 200 - 201]:

DEDUKTIVNÍ LOGIKA	**INDUKTIVNÍ LOGIKA**
premisa *e*: Všichni lidé jsou smrtelní & Sokrates je člověk.	**evidence *e*:** Chicago má 3 000 000 obyvatel & Z obyvatel Chicaga mají 2 000 000 černé vlasy & Rudolf je obyvatel Chicaga.
závěr *h*: Sokrates je smrtelný.	**hypotéza *h*:** Rudolf má černé vlasy.
D1 – příklad základního tvrzení v deduktivní logice: '***h*** logicky vyplývá z ***e***.'	**I1** – příklad základního tvrzení v induktivní logice: '**C**(***h*** ,***e***) = 2/3.'
D2 – Tvrzení z D1 vznikne logickou analýzou významu vět ***h***,***e***, pokud je dána definice logického vyplývání.	**I2** – Tvrzení z I1 vznikne logickou analýzou významu vět ***h***,***e***, pokud je dána definice 'stupně potvrzení' **C**.
D3 – Tvrzení z D1 je kompletní věta, nepředpokládá žádný další odkaz na deduktivní pravidla – předpokládá jen definici logického vyplývání.	**I3** – Tvrzení z I1 je kompletní věta, nepředpokládá žádný další odkaz na induktivní pravidla – předpokládá jen definici 'stupně potvrzení' **C**.
D4 – To, zda přijímáme premisu ***e*** jako pravdivou, je pro tvrzení z D1 irelevantní.	**I4** – To, zda přijímáme evidenci ***e*** jako pravdivou, je pro tvrzení z I1 irelevantní.
D5 – 'Jestliže ***e*** je pravdivé, potom ***h*** je pravdivé.'	**I5** – V induktivní logice není podobné pravidlo.

Další dvě podobnosti se týkají aplikace uvedené věty v systému našeho vědění. Bod 6 se týká teoretické aplikace a bod 7 praktické aplikace.

D6 – Pokud osoba X v daný čas zná ***e*** (přijímá je jako pravdivé), potom X zná (přinejmenším implicitně) i ***h***.	**I6** – Pokud osoba X zná v daném čase pouze ***e*** a nic jiného, potom ***h*** je v daném čase pro osobu X potvrzeno v míře 2/3. Potvrzení je zde míněno v pragmatickém smyslu.
D7 – Pokud osoba X v daný čas zná ***e*** (přijímá je jako pravdivé), potom rozhodnutí přijmout ***h*** je pro X v daném čase racionálně ospravedlnitelné.	**I7** – Pokud osoba X v daný čas zná ***e*** a nic jiného, potom rozhodnutí osoby přijmout stupeň jistoty 2/3 je pro ***h*** v daném čase racionálně ospravedlnitelné.

[102] Tento termín nechť je zatím chápán intuitivně. Pojem stupně potvrzení je vázán k pojmu popisu světa, tento pojem bude podrobně vysvětlen v následujícím oddíle.

Povšimněme si ještě, že díky relativizaci pravděpodobnost vzhledem k dané evidenci (pravděpodobnost není vlastností věty, ale vztahem mezi větami) Carnap, na rozdíl od Reichenbacha, nepotřebuje rozšiřovat klasickou dvouhodnotovou logiku (věta buď je pravdivá nebo není pravdivá). Stejně tak zde nevnikají žádné pravděpodobnosti druhého a vyššího stupně. Tvrzení '$\mathbf{C}(h,e) = 2/3$' je větou metajazyka, nepatří mezi věty objektového jazyka, proto nemůže být samo argumentem v jiném tvrzení o stupni potvrzení. Tvrzení '$\mathbf{C}(\mathbf{C}(h,e) = 2/3\ ,\ e) = 2/3$' není v induktivní logice povoleno, je gramaticky chybné.

4.6.3 Popisy světa

Pokud máme jazyk s určitou množinou individuálních konstant ***Ind*** a množinou predikátů ***Pred***, označíme jako atomickou sentenci v daném jazyce takovou sentenci, která sestává pouze z jednoho predikátu z množiny *Pred*, jenž má na místě argumentů individuální konstanty z množiny *Ind*. Jako základní pár potom označuje dvojici, do které patří atomická sentence a její negace.

Mějme například jazyk **LG**, ve kterém máme $Ind_{LG} = \{a, b\}$ a $Pred_{LG} = \{P, R\}$, kde P je unární a R binární predikát. Potom atomickými sentencemi v tomto jazyce jsou právě tyto sentence: P(a), P(b), R(a,a), R(a,b), R(b,a) a R(b,b). Základní páry potom představují například tyto dvojice: [P(a), ~P(a)], [R(a,b), ~R(a,b)] apod.

Popis světa[103] (*state-description*), budeme jej označovat Ξ, definujeme jako konjunkci, která obsahuje z každého základního páru v daném jazyce právě jednu sentenci, a kromě toho už nic jiného. Tedy pro každou atomickou sentenci platí, že v této konjukci vystupuje buď ona sama, anebo její negace (nikdy ovšem obě současně). Ve výše definovaném jazyce LG je *popisem světa* například tato sentence: P(a) & ~P(b) & ~R(a,a) & ~R(a,b) & R(b,a) & R(b,b).

Každá formule v konečném jazyce (tj. pokud množiny *Ind* a *Pred* jsou konečné) je ekvivalentně vyjádřitelná jako disjunkce *popisů světa*, ve kterých platí (protože těchto *popisů světa* je jen konečně mnoho). Nyní ještě definujeme pojem **rozsah sentence** (*range*). Jako rozsah pojmu se označuje třída individuí, která pod daný pojem spadají (mají vlastnost, kterou vyjadřuje daný pojem), *rozsahem sentence* v určitém jazyce L budeme rozumět třídu všech *popisů světa* daného jazyka L, ve kterých platí daná sentence. *Rozsah sentence j* v jazyce L budeme značit ${}_{L}\mathfrak{R}_{j}$. Potom symbolicky zapsáno: ${}_{L}\mathfrak{R}_{j} =_{df} \{\Xi_{L}$, sentence j platí ve $\Xi_{L}\}$.

Popisy světa a pojem rozsahu sentence pro nás dále budou základním prostředkem pro vyjádření logického obsahu věty a potom i pro určení hodnoty stupně potvrzení. Předtím ale ještě musíme zmínit několik omezení, které klade toto pojetí na používaný jazyk.

Prvním omezením je požadavek logické nezávislosti, jenž vyžaduje, aby individuální konstanty označovaly rozdílná navzájem oddělitelná individua (pokud by totiž a, b označovaly stejné individuum, byl by popis světa, který by obsahoval P(a) & ~P(b) sporný); a dále aby predikáty byly vzájemně logicky nezávislé, to znamená, aby pro každou skupinu predikátů byly logicky (nikoliv nutně empiricky) možné všechny kombinace nastávání a nenastávání. Tímto je například vyloučeno, že by v našem jazyku byly predikáty P = "být mužem" a Q = "být mládencem", protože kombinace ~P(a) & Q(a) je logicky sporná (každý mládenec je z definice současně také mužem).

Druhým omezením je požadavek kompletnosti. Ten vyžaduje, aby se od sebe jednotlivá individua lišila jen v konečném počtu ohledů a aby systém predikátů byl dostatečně komplexní, aby mohl vyjádřit všechny kvalitativní znaky prvků universa, o kterém vypovídáme. Tento požadavek je důležitý vzhledem k tomu, že charakteristiky jazyka (jako třeba počet predikátů) vstupují do výpočtu stupně potvrzení, jak je vidět například na vzorci pro výpočet hodnoty $\mathbf{C}^*(h,e)$ pro singulární predikci na konci oddílu 4.6.7.

[103] V dnešní terminologii se více používá termín 'možný svět', který je ekvivalentní s pojmem 'popisu světa'.

4.6.4 *Určení hodnoty stupně potvrzení*

Dříve než započne s hledáním postupu, jak **určit hodnotu stupně potvrzení C(*h*,*e*)**, formuluje Carnap několik požadavků, které by měla splňovat:

1) Když e_1, e_2 jsou logicky ekvivalentní (jedna vyplývá z druhé a naopak), potom platí: **C**(h,e_1) = **C**(h,e_2).

2) Když h_1, h_2 jsou logicky ekvivalentní, potom **C**(h_1,e) = **C**(h_2,e).

3) Princip násobení: **C**(h&j, e) = **C**(h, e) * **C**(j, e&h).

4) Princip sčítání: Když platí ($\mathfrak{R}_j \cap \mathfrak{R}_e \cap \mathfrak{R}_h$) = $\emptyset$, tedy v případě kdy (e&h&j) je logicky neplatná sentence, potom **C**($h \vee j$, e) = **C**(h, e) + **C**(j, e).

Oprávněnost prvních dvou požadavků je zřejmá – logický obsah dvou logicky ekvivalentních vět je shodný, pokud má tedy **C** vypovídat jen o logickém vztahu, musí v takovýchto případech přiřazovat shodné hodnoty. Požadavky 3) a 4) jsou základní teorémy teorie pravděpodobnosti. Zde Popper vyčítá Carnapovi, že přijímá pro stupeň potvrzení matematický koncept pravděpodobnosti, který se podle něj nedá vztáhnout na pravděpodobnost hypotéz (více viz oddíl 4.7.1).

V dalších krocích Carnap redukuje složitost problému určení hodoty stupně potvrzení, nejprve tím, že omezí své zkoumání na <u>konečné jazyky</u>. Dále zavádí pojem <u>nulového potvrzení</u> (*null confirmation*) $\mathbf{C}_0(j) =_{df} \mathbf{C}(j,T)$, kde T je tautologie. Tento pojem vyjadřuje jakousi základní apriorní pravděpodobnost věty *j* bez toho, že by bylo známo cokoliv o empirických danostech panujících ve světě, kde má tato věta platit. Pokud ovšem známe hodnotu *nulového potvrzení* pro zkoumanou hypotézu *h* a dostupnou evidenci *e*, můžeme určit stupeň potvrzení **C**(h,e) užitím matematického vzorce podmíněné pravděpodobnosti (viz kapitola Pravděpodobnost), čímž dostaneme (za předpokladu, že evidence ***e*** není kontradiktorická, tedy $\mathbf{C}_0(e) \neq 0$) tento vzorec: $\mathbf{C}(h,e) = \mathbf{C}_0(h\&e) \,//\, \mathbf{C}_0(e)$. Tímto jsme zjednodušili problém nalezení hodnoty *stupně potvrzení* hypotézy ***h*** při dané evidenci ***e*** (což v obecnosti znamená určit tuto hodnotu pro každou dvojici sentencí daného jazyka) na problém určení hodnoty *nulového potvrzení* pro každou sentenci samostatně.

Protože v konečném jazyce lze každou sentenci (pokud není kontradiktorická) vyjádřit jako disjunkci *popisů světa*, ve kterých tato sentence platí (v konečném jazyce je takovýchto stavů světa jen konečně mnoho), můžeme od sentencí přejít k popisům světa. Definujeme nyní: $\mathbf{C}_0(j) = 0$, pokud ***j*** je kontradiktorická sentence; jinak $\mathbf{C}_0(j) = \sum \mathbf{C}_0(\Xi)$; $\Xi \in \mathfrak{R}_j$ [104], tedy hodnota *nulového potvrzení* sentence ***j*** je suma hodnot *nulového potvrzení* pro *popisy světa* z *rozsahu sentence **j*** (tj. takové popisy světa, ve kterých sentence ***j*** platí).

Takovéto nahrazení sentence jazyka pomocí *popisů světa* lze odvodit s pomocí čtyř výše uvedených požadavků pro **C**(h,e). Bereme-li z definice $\mathbf{C}_0(j) =_{df} \mathbf{C}(j,T)$ a podle požadavku 2) dosadíme za ***j*** disjunkci *popisů světa* (označím ji $\Xi_1 \vee \Xi_2 \vee \ldots \vee \Xi_N$), ve kterých ***j*** platí (která je logicky ekvivalentní s ***j***), dostaneme $\mathbf{C}(j, T) = \mathbf{C}(\Xi_1 \vee \Xi_2 \vee \ldots \vee \Xi_N, T)$. Konjunkce libovolných dvou popisů světa je kontradiktorická, proto můžeme nyní použít požadavek 4). Jeho opakovaným použitím dostaneme $\mathbf{C}(\Xi_1 \vee \Xi_2 \vee \ldots \vee \Xi_N, T) = \mathbf{C}(\Xi_1, T) + \mathbf{C}(\Xi_2, T) + \ldots + \mathbf{C}(\Xi_N, T)$, což už je ovšem z definice totéž co $\mathbf{C}_0(\Xi_1) + \mathbf{C}_0(\Xi_2) + \ldots + \mathbf{C}_0(\Xi_N)$, což bylo dokázati.

4.6.5 *Regulární funkce*

Funkci $\mathbf{C}_0$, která přiřazuje jednotlivým *popisům světa* hodnoty *nulového potvrzení*, nazývá Carnap <u>regulární</u>, pokud splňuje tyto dvě podmínky:

1) pro každý *popis světa* Ξ, $\mathbf{C}_0(\Xi) > 0$,

2) $\sum_K \mathbf{C}_0(\Xi_K) = 1$, tedy součet hodnot $\mathbf{C}_0$ všech *popisů světa* je roven 1, tj. $\mathbf{C}_0(T) = 1$.

<u>**Regulární funkce**</u> $\mathbf{C}_0$ jsou prvním přiblížením toho, jak by měla podle Carnapových představ vypadat induktivní logika. Problém určení hodnoty *stupně potvrzení* **C**(h,e) hypotézy

[104] V zápisech, kde nehrozí nedorozumění, vynechávám odkazy k jazyku L.

h za předpokladu evidence *e* (jako kvantitativního *explicata* pojmu pravděpodobnosti-1) Carnap redukuje na problém stanovení měřící funkce $\mathbf{C}_0$, která přiřadí adekvátní hodnotu pravděpodobnosti každému možnému světu daného jazyka. Z tohoto základu už je možné vypočítat hledanou hodnotu **C**(*h*,*e*) pro libovolné sentence *h*, *e* daného jazyka.

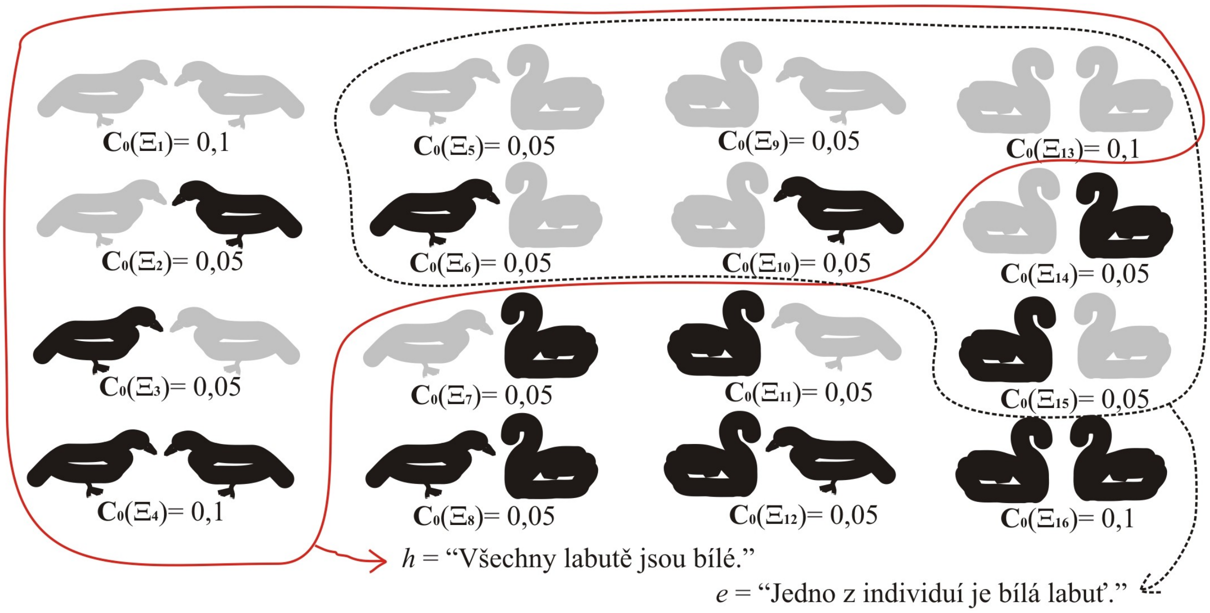
Nyní můžeme ještě trochu rozvinout analogii mezi induktivní a deduktivní logikou, jež byla načrtnuta výše. Chceme-li srovnávat induktivní a deduktivní logiku, můžeme vyjít z představy, že obě pojednávají o vztazích mezi *rozsahy sentencí* (které jsme výše definovali jako třídy popisů světa, ve kterých platí daná sentence). *Rozsahy sentencí* jsou nezávislé na empirických faktech, protože jsou založeny na konceptu *popisů světa* (popisy světa vypovídají o tom, jak může vzhledem k danému jazyku vypadat svět; našemu světu sice odpovídá jeden z popisů světa, ovšem my nevíme který, proto uvažujeme všechny popisy světa). Deduktivní logika pojednává o inkluzi mezi *rozsahy sentencí* – jedna sentence logicky vyplývá z druhé, pokud *rozsah* první je součástí *rosahu* druhé, tedy $\mathfrak{R}_1 \subseteq \mathfrak{R}_2$. Induktivní logika ovšem pojednává zejména o případech, kdy *rozsahy daných sentencí* nestojí v inkluzi, nýbrž se jen z části překrývají. To je důvod, proč induktivní logika potřebuje funkci míry $\mathbf{C}_0$.[105] Carnap to přirovnává k situaci v zeměpisné geometrii: k tomu, abychom mohli určit, že celá plocha České Republiky leží v Evropě, nepotřebujeme žádnou metriku; ovšem ke zjištění, že dvě třetiny území České Republiky se nacházejí jižně od 50. rovnoběžky, již nějakou metriku pro měření plochy potřebujeme.

Nyní ukážeme na názorném příkladě, jak Carnapova induktivní logika funguje. Mějme jednoduchý jazyk **LA** se dvěma individui a dvěma unárními predikáty, tedy: Ind_{LA}= {a, b}, $Pred_{LA}$= {Labuť, Bílý}. Predikát 'Labuť' budeme připisovat těm individuím, která tvarově odpovídají individuím z posledního (pravého) sloupce obrázku níže; predikát 'Bílý' budeme připisovat těm individuím, která barvou odpovídají individuím zobrazeným na prvním řádku daného obrázku. Jiné predikáty v jazyce nemáme, tudíž třeba to, že všechny ne-labutě vypadají jako havrani, je třeba brát prostě jako náhodu; na daném místě by mohlo vystupovat cokoliv, co nemá tvar, který jsme připsali labuti.

Každý obrázek dvou individuí otočených k sobě představuje jeden z popisů světa našeho jazyka, tedy celkem má náš jazyk 16 popisů světa. Řekněme, že individuum vlevo je individuum **a**, zatímco to vpravo je individuum **b**. Například popis světa pod číslem 6 (číslujeme po sloupcích, viz index u Ξ) bychom vyjádřili následující sentencí našeho jazyka **LA**: ~Labuť(a) & Labuť(b) & ~Bílý(a) & Bílý(b). U každého popisu světa pak máme zapsánu hodnotu *nulového potvrzení*, tedy funkce $\mathbf{C}_0$. Snadno ověříme, že naše $\mathbf{C}_0$ splňuje požadavky kladené na regulární funkci – každému popisu světa je přiřazena funkcí $\mathbf{C}_0$ nenulová hodnota a součet hodnot $\mathbf{C}_0$ všech šestnácti popisů světa je roven 1.

Nyní formulujeme hypotézu ***h***, že „Všechny labutě jsou bílé", kterou v našem jazyce **LA** zapíšeme: $h = \forall$x [Labuť(x) $\rightarrow$ Bílý(x)], a ptáme se, jaký je *stupeň potvrzení* této hypotézy, když je nám známa evidence ***e*** říkající, že „Jedno z individuí je bílá labuť", tedy v jazyce **LA**: $e = \exists$x [Labuť(x) & Bílý(x)]. Naším cílem nyní bude určit hodnotu **C**(*h*,*e*).

[105] „Thus both deductive and inductive logic concern relations between the ranges of sentences. The range of a sentence is independent of any facts, dependent merely upon the meaning of the sentence as determined by the semantical rules of the language systém in question. If these rules are given, then both the relations studied in deductive logic and those studied in inductive logic can be established; no knowledge of facts (that is, extralinguistic, contingent facts) is required. This characterizes both theories as branches of logic. Deductive logic deals with the relation of total inclusion between ranges. Inductive logic deals with the relation of partial inclusion between ranges, so to speak, partial L-implication. Therefore, inductive logic (here always meant as quantitative inductive logic) requires the introduction of a new concept, a numerical, additive measure function for the ranges." [Carnap 1967, str. 297]



Určíme *rozsahy* $_{LA}\mathfrak{R}_h = \{\Xi_1, \Xi_2, \Xi_3, \Xi_4, \Xi_5, \Xi_6, \Xi_9, \Xi_{10}, \Xi_{13}\}$, $_{LA}\mathfrak{R}_e = \{\Xi_5, \Xi_6, \Xi_9, \Xi_{10}, \Xi_{13}, \Xi_{14}, \Xi_{15}\}$ (viz obrázek výše). A z nich potom $_{LA}\mathfrak{R}_{h\&e} = {}_{LA}\mathfrak{R}_h \cap {}_{LA}\mathfrak{R}_e = \{\Xi_5, \Xi_6, \Xi_9, \Xi_{10}, \Xi_{13}\}$.

Protože $\mathbf{C}_0(j)$, *nulové potvrzení* sentence *j*, bylo definováno jako součet hodnot *nulových potvrzení* všech *popisů světa*, kde sentence *j* platí (tj. *popisů světa* z *rozsahu sentence j*), dostaneme: $\mathbf{C}_0(e) = \mathbf{C}_0(\Xi_5) + \mathbf{C}_0(\Xi_6) + \mathbf{C}_0(\Xi_9) + \mathbf{C}_0(\Xi_{10}) + \mathbf{C}_0(\Xi_{13}) + \mathbf{C}_0(\Xi_{14}) + \mathbf{C}_0(\Xi_{15}) = 0{,}4$ a $\mathbf{C}_0(h\&e) = \mathbf{C}_0(\Xi_5) + \mathbf{C}_0(\Xi_6) + \mathbf{C}_0(\Xi_9) + \mathbf{C}_0(\Xi_{10}) + \mathbf{C}_0(\Xi_{13}) = 0{,}3$ (viz obrázek výše).

Dále pak víme, že $\mathbf{C}(h,e) = \mathbf{C}_0(h\&e)$ // $\mathbf{C}_0(e)$; to bylo jedno z prvních zjednodušení, které jsme učinili v oddíle o určení hodnoty stupně potvrzení. Tento vztah už nám ovšem umožní určit hodnotu stupně potvrzení $\mathbf{C}(h,e) = 0{,}3 / 0{,}4 = 0{,}75$.

Tak jsme v našem příkladu prošli opačným směrem (od nejjednodušších hodnot *nulového potvrzení* pro *popisy světa* po určení hodnoty *stupně potvrzení* hypotézy ***h*** za evidence ***e***) celý řetězec zjednodušení, která jsme předtím učinili v oddíle o určení hodnoty stupně potvrzení. Ukázali jsme, že hodnota $\mathbf{C}(h,e)$ závisí jen na hodnotách funkce $\mathbf{C}_0$ - na počátečním přiřazení hodnot *nulového potvrzení* jednotlivým *popisům světa* daného jazyka. Funkce $\mathbf{C}_0$ ovšem není požadavkem regulárnosti určena jednoznačně, vlastně je to ten nejmenší požadavek, co na ní můžeme klást, má-li vycházet z matematického konceptu pravděpodobnosti. Různé funkce $\mathbf{C}_0$ potom dávají i různé hodnoty pro stupeň potvrzení $\mathbf{C}(h,e)$. Carnap proto dále hledá další požadavky, které by mu umožnily zúžit počet možných funkcí $\mathbf{C}_0$, které lze použít jako adekvátní pro užití při výpočtu *stupně potvrzení* jakožto *explicata* pojmu pravděpodobnosti-ı.

4.6.6 Symetrické funkce

Další podmínka, kterou by měla splňovat hledaná funkce $\mathbf{C}_0$, vychází z následující úvahy. Mějme dvě individua **a**, **b**, o kterých víme, že mají vlastnost vyjádřenou predikátem P, tedy máme evidenci e = P(a) & P(b), a stanovíme hypotézu h_1 = P(c), že individuum **c** má také vlastnost P, a hypotézu h_2 = P(d), že i individuum **d** má vlastnost P. Pokud jediný požadavek, který klademe na funkci $\mathbf{C}_0$, je to, že je *regulární*, pak pro některé z funkcí $\mathbf{C}_0$ nebudou hodnoty $\mathbf{C}(h_1,e)$ a $\mathbf{C}(h_2,e)$ shodné, jak bychom nejspíš očekávali. Z logického hlediska není mezi individui **c**, **d** žádný rozdíl a v evidenci *e* také nevystupuje žádné z nich, proto bychom funkce, které dávají v takovýchto případech různé hodnoty *stupně potvrzení*, neměli přijmout jako *explicata* pravděpodobnosti-ı (logické pravděpodobnosti).[106]

[106] „However, we shall expect that if *X* ascribes a certain value to $C(h_1,e)$, no matter which value this may be, he will ascribe the same value to $C(h_2,e)$. We should find it entirely implausible if he were to ascribe different values here; that is to say, we should not regard such a function C as an adequate explicatum. The reason is that

Dříve než se dostaneme k formulaci požadavku pro $\mathbf{C_0}$ funkce, který by vyloučil takovéto neadekvátní funkce, zavedeme pojem **popisu struktury světa** (*structure-description*). Podíváme-li se na *popisy světa* daného jazyka, zjistíme, že některé jsou vzájemně isomorfní, tj. že se liší jen pojmenováním individuí.[107] Například, když se podíváme na popisy světa jazyka **LA** zobrazené na předchozí straně a vezmeme si popisy světa Ξ_6 a Ξ_{10} :

Ξ_6 = ~Labuť(a) & Labuť(b) & ~Bílý(a) & Bílý(b), tedy **a** je ne-bílá ne-labuť a **b** je bílá labuť,

Ξ_{10} = Labuť(a) & ~Labuť(b) & Bílý(a) & ~Bílý(b), tedy **a** je bílá labuť a **b** je ne-bílá ne-labuť,

vidíme, že zaměníme-li vzájemně individua **a**, **b**, přejdeme od jednoho z těchto světů k druhému. Budeme říkat, že tyto *popisy světa* mají stejnou strukturu (shodují se v počtu výskytů jednotlivých kombinací predikátů – v našem příkladu v počtech "bílých labutí", "bílých ne-labutí", "ne-bílých labutí" a "ne-bílých ne-labutí"). **Popis struktury světa STR**[Ξ] vzhledem k určitému *popisu světa* Ξ je třída všech *popisů světa* Ξ_I, které můžeme z daného *popisu světa* získat pouhým přejmenováním individuí. Řečeno matematickým jazykem, jedná se o faktorovou třídu *popisů světa* založenou na relaci isomorfismu. Symbolicky to zapíšeme následovně: **STR**[Ξ] = {Ξ_I; Ξ_I je isomorfní s Ξ}. Carnap vyjadřuje popis struktury světa také jako disjunkci $\Xi_1 \vee \Xi_2 \vee \Xi_3 \vee .. \vee \Xi_K$, kde Ξ_1, Ξ_2, Ξ_3, .. , Ξ_K jsou prvky **STR**[Ξ_I]. Takovouto formuli budeme značit $\xi[\Xi_I]$, tento zápis použijeme později při určení hodnot funkce $\mathbf{C_0}$*.

Nyní je jistě již zřejmý náš další požadavek na $\mathbf{C_0}$ funkce. Pokud jsou dva *popisy světa* isomorfní, tj. patří do stejného *popisu struktury světa*, měly by hodnoty, které jim přiřadí funkce $\mathbf{C_0}$, být shodné. Definujeme tedy **symetrickou funkci** $\mathbf{C_0}$ jako funkci na *popisech světa* daného jazyka, která je *regulární* (viz výše) a pro kterou navíc platí následující podmínka: $(\forall I)(\forall J)\ [\ (\ \Xi_I \in \mathbf{STR}[\Xi_J]\ ) \rightarrow (\ \mathbf{C_0}(\Xi_I) = \mathbf{C_0}(\Xi_J)\ )]$.

Snadno ověříme, že funkce $\mathbf{C_0}$ pro *popisy světa* jazyka **LA** použitá v příkladu výše (viz obrázek) je *symetrická*. Již výše jsme ověřili, že je regulární. Dále zde je deset různých *popisů struktury světa*:

STR[Ξ_1] = {Ξ_1}; **STR**[Ξ_2]= **STR**[Ξ_3] = {Ξ_2, Ξ_3};
STR[Ξ_4] = {Ξ_4}; **STR**[Ξ_5] = **STR**[Ξ_9] = {Ξ_5, Ξ_9};
STR[Ξ_6] = **STR**[Ξ_{10}] = {Ξ_6, Ξ_{10}}; **STR**[Ξ_7] = **STR**[Ξ_{11}] = {Ξ_7, Ξ_{11}};
STR[Ξ_8] = **STR**[Ξ_{12}] = {Ξ_8, Ξ_{12}}; **STR**[Ξ_{13}] = {Ξ_{13}};
STR[Ξ_{14}] = **STR**[Ξ_{15}] = {Ξ_{14}, Ξ_{15}}; **STR**[Ξ_{16}] = {Ξ_{16}}.

Podíváme-li se na hodnoty funkce $\mathbf{C_0}$ pro jednotlivé popisy světa, vidíme, že hodnotu 0,1 přiřazuje jen těm popisům světa, které samy představují *popis struktury světa*. Ostatní *popisy světa* mají přiřazenu hodnotu 0,05, z čehož je jasné, že daná funkce $\mathbf{C_0}$ přiřazuje všem *popisům světa* uvnitř nějakého *popisu struktury světa* stejné hodnoty, čímž je dokázáno, že je symetrická.

*4.6.7 Funkce C**

Doposud jsme postupovali tak, že jsme formulovali požadavky, které musí splňovat funkce $\mathbf{C_0}$, aby z jejích hodnot vypočítaný *stupeň potvrzení* $\mathbf{C}(h,e)$ mohl být přijat jako adekvátní

the logical relation between *e* and h_1 is just the same as that between *e* and h_2. Although the individuals *c* and *d* may, of course, be very different in their empirical properties, their logical status can not be different. The evidence *e* does not say anything abaut either *c* or *d*; therefore , if *e* is all the relevant evidence available to *X*, he has no rational reasons to expect h_1 more than h_2 or vice versa." [Carnap 1967, str.484 - 485] V citaci byly upraveny indexy u hypotéz: h_1, h_2 namísto *h*, *h*', aby odpovídali příkladu v textu této práce.

[107] Dvě struktury jsou isomorfní právě tehdy když existuje prostá funkce mezi těmito strukturami, která přiřazuje prvkům jedné struktury prvky druhé struktury tak, že všechny predikáty, které platili o daném prvku v první struktuře platí také o jeho obrazu ve struktuře druhé.

explicatum pojmu pravděpodobnosti-1 (logické pravděpodobnosti). Nyní Carnap přistupuje k přezkoumání různých systémů pravděpodobnosti splňujících doposavad stanovená kritéria a odhalení jednoho optimálního. To mělo být obsahem druhého dílu *Logical Foundations of Probability*, jehož část vyšla v roce 1952 pod názvem *The Continuum of Inductive Methods*. V *Logical Foundations of Probability* Carnap jen krátce nastiňuje **zvolenou funkci** $\mathbf{C_0}$*, která vede k určení hodnoty *stupně potvrzení* **C***(*h*,*e*)

Pokud označíme **N**(**STR**$_L$) počet popisů struktury světa v jazyce **L** a dále **N**(**STR** [Ξ_i]) počet *popisů světa* patřících do *popisu struktury světa* určeného *popisem světa* Ξ_i, můžeme zapsat vzorec pro výpočet hodnoty funkce $\mathbf{C_0}$* takto: $\mathbf{C_0}$*(Ξ_i) = 1 // **N**(**STR**$_L$) * **N**(**STR** [Ξ_i]). Postup určení hodnoty funkce $\mathbf{C_0}$* je založen na dvou principech:

1) každý ***popis struktury světa*** pro daný jazyk pokládáme za stejně pravděpodobný,

2) uvnitř daného *popisu struktury světa* bereme každý ***popis světa*** jako stejně pravděpodobný.

Ukažme si nyní opět určení hodnot funkce $\mathbf{C_0}$* na příkladu jazyka **LA** (jazyk z příkladu s labutěmi). V tomto jazyce máme deset popisů struktury, jak jsme ukázali výše, tedy každému *popisu struktury světa* $\xi[\Xi]$ připadne podle principu 1) hodnota $\mathbf{C_0}$*($\xi[\Xi]$) = 0,1. Používáme zde zápis *popisu struktury světa* jako sentence, totiž jako disjunkce *popisů světa*, které do ní spadají (tento zápis jsme zavedli u definice *popisu struktury světa*). Nyní můžeme provést první krok, který vede k určení hodnot pro *popisy struktury světa*:

$\mathbf{C_0}$*($\xi[\Xi_1]$) = $\mathbf{C_0}$*(Ξ_1) = 0,1

$\mathbf{C_0}$*($\xi[\Xi_2]$) = $\mathbf{C_0}$*($\xi[\Xi_3]$) = $\mathbf{C_0}$*($\Xi_2 \vee \Xi_3$) = 0,1

$\mathbf{C_0}$*($\xi[\Xi_4]$) = $\mathbf{C_0}$*(Ξ_4) = 0,1

$\mathbf{C_0}$*($\xi[\Xi_5]$) = $\mathbf{C_0}$*($\xi[\Xi_9]$) = $\mathbf{C_0}$*($\Xi_5 \vee \Xi_9$) = 0,1

$\mathbf{C_0}$*($\xi[\Xi_6]$) = $\mathbf{C_0}$*($\xi[\Xi_{10}]$) = $\mathbf{C_0}$*($\Xi_6 \vee \Xi_{10}$) = 0,1

a tak dále.

Druhý krok potom vede k určení hodnot funkce $\mathbf{C_0}$* pro jednotlivé *popisy světa*:

$\mathbf{C_0}$*(Ξ_1) = 0,1

$\mathbf{C_0}$*($\Xi_2 \vee \Xi_3$) = 0,1 tedy $\mathbf{C_0}$*(Ξ_2) = 0,05 a $\mathbf{C_0}$*(Ξ_3) = 0,05

$\mathbf{C_0}$*(Ξ_4) = 0,1

$\mathbf{C_0}$*($\Xi_5 \vee \Xi_9$) = 0,1 tedy $\mathbf{C_0}$*(Ξ_5) = 0,05 a $\mathbf{C_0}$*(Ξ_9) = 0,05

$\mathbf{C_0}$*($\Xi_6 \vee \Xi_{10}$) = 0,1 tedy $\mathbf{C_0}$*(Ξ_6) = 0,05 a $\mathbf{C_0}$*(Ξ_{10}) = 0,05

a tak dále.

Nyní by mělo být zřejmé, že fuknce $\mathbf{C_0}$, jejíž hodnoty byly použity v příkladu s labutěmi, je právě funkce $\mathbf{C_0}$* pro jazyk **LA**.

Jistě je na místě otázka, proč nestačí vzít jednodušší funkci $\mathbf{C_0}$†, kde jako stejně pravděpodobné bereme již jednotlivé popisy světa. Například v jazyce **LA** by platilo:

$\mathbf{C_0}$†(Ξ_1) = $\mathbf{C_0}$†(Ξ_2) = $\mathbf{C_0}$†(Ξ_3) = … = $\mathbf{C_0}$†(Ξ_{16}) = 1/16.

Takováto funkce odpovídá například pravděpodobnosti, jak ji chápe Wittgenstein v *Tractatu*. Carnap ovšem konstruuje příklad, který má ukázat neadekvátnost tohoto pojetí. Vezměme jazyk **LB**: *Ind* = {a_1, a_2, a_3, …, a_{100}, a_{101}}, *Pred* = {P}. Předpokládejme, že je nám známa evidence *e* = P(a_1) & P(a_2) & P(a_3) & …& P(a_{99}) & P(a_{100}) a ptáme se, jaký je *stupeň potvrzení* hypotézy *h* = P(a_{101}) za dané evidence ***e***. Je pouze jeden *popis světa*, ve kterém platí *e*&*h*, tedy $_{LB}\mathfrak{R}_{e\&h}$ = {$\Xi_{e\&h}$}. Pokud **N**(Ξ_{LB}) je počet *popisů světa* jazyka **LB**, pak máme $\mathbf{C_0}$†($\Xi_{e\&h}$) = 1 / **N**(Ξ_{LB}). A jsou dva popisy světa, kde platí evidence ***e***, které se liší jen tím, že v jednom platí současně s ní i hypotéza ***h***, zatímco v druhém ~***h***, tedy $_{LB}\mathfrak{R}_{e}$ = {$\Xi_{e\&h}$, $\Xi_{e\&\sim h}$ } a $\mathbf{C_0}$†(*e*) = $\mathbf{C_0}$†($\Xi_{e\&h}$) + $\mathbf{C_0}$†($\Xi_{e\&\sim h}$) = 2 / **N**(Ξ_{LB}). Z toho potom dostaneme, že stupeň potvrzení **C**†(*h*,*e*) = 1/2. Hodnota stupně pravděpodobnosti při této volbě funkce $\mathbf{C_0}$ nezávisí na počtu pozorovaných případů, ať vezmeme jako naši evidenci výše uvedené ***e***, nebo místo ní vezmeme evidenci e_1 = P(a_1), či libovolnou jinou evidenci e_n = P(a_1) & P(a_2) & … & P(a_n), dostaneme vždy **C**†(h,e_n) = **C**†(h,e_1) = **C**†(h,e) = 1/2. To je důvod, proč Carnap chápe tuto funkci jako neadekvátní.

A jakou hodnotu *stupně potvrzení* dává v tomto případě funkce $\mathbf{C_0}$*? Vezměme tedy opět výše definovaný jazyk **LB**, evidenci ***e*** a hypotézu ***h***. Výpočet provedeme obecně pro různý počet pozorovaných případů, tedy pro evidenci $\boldsymbol{e}_n$, ***n*** budiž počet positivních instancí v naší evidenci. V případě ***e*** je tedy ***n*** = 100. Dále označme **N**(Ind_L) počet individuí jazyka **L**, v našem případě **N**(Ind_{LB}) = 101. Pro jednoduchost budeme pojednávat případy, kdy v naší evidenci se vyskytují všechna individua, až na jedno (to, o kterém predikujeme, které tedy vystupuje v hypotéze ***h***), jako positivní instance predikátu P. Tedy předpokládáme,že platí **N**(Ind_L) = ***n*** + 1. Jelikož uvažujeme jazyk s jediným unárním predikátem, platí následující rovnost: **N**($\mathbf{STR}_L$) = **N**(Ind_L) + 1 = ***n***+2; každý *popis struktury světa* odpovídá právě jednomu počtu individuí, kterým náleží predikát P, včetně nulového počtu. Existuje opět jen jeden popis světa v jazyce **L**, kde platí $e_n\&h$; označme jej $\Xi_{e\&h}$. Tento *popis světa* patří do *popisu struktury světa*, kam patří všechny *popisy světa*, kde všem individuím náleží predikát P. Takovýto popis světa je ovšem jen jeden, takže dostaneme:

$\mathbf{C_0}$*($e_n\&h$) = $\mathbf{C_0}$*($\Xi_{e\&h}$) = 1 // **N**($\mathbf{STR}_L$) = 1 // (***n*** + 2).

Opět jsou také dva popisy světa, kde platí $\boldsymbol{e}_n$ a které se liší jen tím, že v jednom platí ***h***, zatímco v druhém platí **~*h***. Nyní tedy určíme hodnotu $\mathbf{C_0}$*($\Xi_{e\&\sim h}$). *Popis světa* $\Xi_{e\&\sim h}$ patří do *popisu struktury světa*, kam patří všechny popisy světa, ve kterých právě jednomu individuu nenáleží predikát P, jinak všem náleží. Do tohoto *popisu struktury světa* ovšem patří právě ***n***+1 *popisů světa*, protože máme v jazyce ***n***+1 individuí, které mohou nenáležet predikátu P. Podle vzorce pro určení hodnoty funkce $\mathbf{C_0}$* dostaneme:

$\mathbf{C_0}$*($\Xi_{e\&\sim h}$) = 1 // **N**($\mathbf{STR}_L$) * **N**(**STR** [$\Xi_{e\&\sim h}$]) = 1 // (***n*** + 2) * (***n*** + 1).

Nyní můžeme určit $\mathbf{C_0}$*(e_n) = $\mathbf{C_0}$*($\Xi_{e\&h}$) + $\mathbf{C_0}$*($\Xi_{e\&\sim h}$) = (***n*** + 1) + 1 // (***n*** + 2) * (***n*** + 1). *Stupeň potvrzení* hypotézy ***h*** z evidence $\boldsymbol{e}_n$ je dán vztahem **C***(h, e_n) = $\mathbf{C_0}$*($e_n\&h$) // $\mathbf{C_0}$*(e_n). Po dosazení a úpravě zlomku dostaneme **C***(h, e_n) = (***n*** +1) // (***n*** + 2), což odpovídá Laplaceho pravidlu následníka (viz kapitola 2). Vidíme tedy, že v případě funkce **C*** hodnota *stupně potvrzení* **C***(h,e) roste s rostoucím počtem positivních instancí v evidenci ***e***. V našem případě jazyka **LB** by byla hodnota **C***(h,e) = 101 / 102.

V obecném případě singulární predikce uvádí Carnap, že **C***(h,e) by mělo dávat hodnotu podle následujícího vzorce: (s_1 + κ_1) // (s + κ) , kde $\mathbf{s_1}$ je počet pozorovaných potvzujících instancí, **s** je počet všech pozorovaných instancí, hodnot predikátů, které vyhovují, $\boldsymbol{\kappa}$ je počet všech různých formulí, které mohou vzniknout jako konjunkce predikátů v lexikografickém uspořádání tak, že pro každý predikát daného jazyka je v dané formuli buď daný predikát nebo jeho negace – neformálně můžeme říci, že se jedná o *popis světa* omezený jen na predikáty (jsou-li všechny predikáty unární a π je počet predikátů našeho jazyka platí $\kappa = 2^{\pi}$), $\boldsymbol{\kappa_1}$ je potom "logická šířka podmínky" – počet všech formulí výše uvedeného typu, které splňují podmínku požadovanou hypotézou ***h***.

Výraz s_1 / s představuje empirickou složku a výraz κ_1 / κ logickou složku ve výpočtu hodnoty **C***(h,e). Hodnota **C***(h,e) se vždy nachází mezi těmito dvěma složkami, když začínáme naše pozorování převažuje logická složka, s postupným nárůstem prozkoumaných případů ovšem roste vliv složky empirické (hodnota **C***(h,e) se blíží relativní četnosti).

4.6.8 Význam induktivní logiky

Použití logické pravděpodobnosti s sebou ale přináší i výsledky, které se nám intuitivně zdají být paradoxní. Například pravděpodobnost universálních zákonů je při nekonečném nebo hodně velkém počtu individuí v jazyce rovna vždy nule, bez ohledu na to, kolik potvrzujících instancí obsahuje naše evidence, která je vždy jen konečná. Carnap se snaží ukázat, že ve skutečnosti nevztahujeme naše induktivní úsudky k takto dalekým horizontům. Když se zeptáme nějakého inženýra stavícího most, proč zvolil právě takovou konstrukci, odkáže nás na určité fyzikální zákony a řekne, že jsou osvědčené a dobře potvrzené. Co tím ovšem myslí? Podle Carnapa tím nechce říci, že by se vsadil, že se v následujících miliardách miliard, nebo v nekonečném počtu, případů nevyskytne ani jeden protipříklad, ani jedna instance odporující těmto zákonům. Říká, že by byl ochoten se vsadit, že tento most nebude oním protipříkladem, nebo že žádný most, který postaví během svého života, nebude protipříkladem zmiňovaného zákona.[108] Hypotézou s vysokým stupněm potvrzení není samotný universální zákon, ale předpověď týkající se několika budoucích případů. Carnap (podobně jako Reichenbach) využívá koncept sázky k vysvětlení významu, jaký máme přisuzovat stupni potvzení, je to koeficient (nejvyšší poměr velikosti sázky k velikosti možné výhry) za kterého je rozumné vsadit na pravdivost daného tvrzení.

V závěru své knihy potom Carnap diskutuje význam induktivní logiky, která má být racionální rekonstrukcí našeho induktivního usuzování. Jako příklad zde uvádí Euklidovy axiomy v geometrii, které jsou podobnou racionální rekonstrukcí našich představ o prostorových vztazích, jež pramení z našich zkušeností a intuice. Ovšem racionální rekonstrukce není popisem našich představ (které jsou často dosti neurčité nebo nepřesné, někdy i z části vnitřně rozporné), nýbrž je jejich domyšlením, zpřesněním, systematizací a uvedením ve vzájemný soulad. Ani induktivní logika není popisem našeho běžného induktivního usuzování se všemi jeho vadami, nepřesnostmi a rozpory, nýbrž je jeho racionální rekonstrukcí, kritickým domyšlením, která má za cíl dovést nás k přesnějším, systematičtějším a konzistentnějším výsledkům než naše běžné způsoby induktivního uvažování (tedy uvažování založeného na tom, že na budoucí usuzujeme na základě naší zkušenosti s minulým), jež rozvíjí.[109]

4.7 Popper – kvantitativní stupeň koroborace

Po téměř dvaceti letech od vydání *Logik der Forschung* vychází Popperovi v časopise *The British Journal of the Philosophy of Science* článek[110] nazvaný *Degree of Confirmation*[111] ("stupeň potvrzení") obsahující jednak kritiku Carnapovy koncepce z *Logical Foundations of Probability* (stejně jako jiných koncepcí, které spojují potvrzení hypotéz s matematickým

[108] „Suppose we ask an engineer who is building a bridge why he has chosen the particular design. He will refer to certain physical laws and tell us that he regards them as 'very reliable', 'well founded', 'amply confirmed by numerous experiences'. What do these phrases mean? … When he says that the law is very reliable, he does not mean to say that he is willing to bet that among the billion of billions, or an infinite number, of instances to which the law applies there is not one counterinstance, but merely that this bridge will not be a counterinstance, or that among all bridges which he will construct during his lifetime there will be no counterinstance. … Therefore, what is vaguly called the reliability of a law is measured not by the degree of confirmation of the law itself but by that of one ore several instances." [Carnap 1967, str. 571 - 572]

[109] „However, it is meant not merely as an uncritical representation of customary ways of thinking with all their defects and inconsistencies, but rather as a rational , critically corrected reconstruction. It is intended to lead to results which are more systematized, more consistent, and in certain points more correct than customary ways of thinking. One method of inductive thinking is regarded as more correct or more reasonable than another one if it is in better accord with the basic principle of inductive reasoning, which says that expectations for the future should be guided by the experiences of the past. More specifically: what has been observed more frequently should, under otherwise equal conditions, be regarded as more probable for the future." [Carnap 1967, str. 576]

[110] Tento článek (společně s dalšími dvěma články k tomuto tématu z let 1957 a 1958) potom Popper zařadil mezi nové dodatky v dalších vydáních Logik der Foschung, jsou obsaženy i v českém překladu z roku 1997.

[111] V používání termínů jako stupeň potvrzení, stupeň koroborace apod. může panovat trochu zmatek. Popper zavedl pro koroboraci ve své knize Logik der Forschung německý výraz *Grad der Bewährung* ("stupeň osvědčení"), později Carnap zavedl anglický překlad *degree of confirmation* ("stupeň potvrzení"), který nějaký čas používal i Popper. Poté, co Carnap ztotožnil v Logical Foundations of Probability degree of confirmation s logickou pravděpodobností, přestal Popper tento termín užívat, a začat mluvit o degree of corroboration ("stupeň koroborace"). V této práci používám pro Popperův koncept výhradně termín stupeň koroborace.

počtem pravděpodobnosti) a dále pak rozvinutí konceptu koroborace z *Logik der Forschung* vedoucí k určení vzorce pro výpočet *stupně koroborace*.

4.7.1 Koroborace není pravděpodobnost

Nejprve uvádí Popper protipříklad, proč to, co nazývá *stupněm koroborace*, nemůže odpovídat pravděpodobnosti hypotézy, nebo jinými slovy, proč *stupně koroborace* nemohou podléhat matematickému kalkulu pravděpodobnosti (jak tomu je například u Carnapova *stupně potvrzení*, viz oddíl 4.6.4).

Dvě tvrzení $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ jsou vůči sobě v jednom z následujících vztahů:

1) tvrzení $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ jsou <u>nezávislá</u>, pokud platí $\mathbf{Pr}(x\&y) = \mathbf{Pr}(x) * \mathbf{Pr}(y)$, dosadíme-li danou hodnotu do vzorce pro podmíněnou pravděpodobnost (viz kapitola 2), dostaneme $\mathbf{Pr}(x \mid y) =$ $= \mathbf{Pr}(x) * \mathbf{Pr}(y) // \mathbf{Pr}(y) = \mathbf{Pr}(x)$, tedy skutečně hodnota pravděpodobnosti $\boldsymbol{x}$ nezávisí na $\boldsymbol{y}$;

2) tvrzení $\boldsymbol{y}$ <u>podporuje</u> tvrzení $\boldsymbol{x}$ v případě, kdy platí: $\mathbf{Pr}(x\&y) > \mathbf{Pr}(x) * \mathbf{Pr}(y)$;

3)) tvrzení $\boldsymbol{y}$ <u>oslabuje</u> tvrzení $\boldsymbol{x}$ v případě, kdy platí: $\mathbf{Pr}(x\&y) < \mathbf{Pr}(x) * \mathbf{Pr}(y)$.

Tento protipříklad je založen na tom, že máme tvrzení $\boldsymbol{x}_1$, $\boldsymbol{x}_2$, $\boldsymbol{y}$ taková, že $\boldsymbol{x}_1$ ani $\boldsymbol{x}_2$ **není podpořeno** $\boldsymbol{y}$, ale přitom konjunkce $x_1\&x_2$ **je podpořena** $\boldsymbol{y}$. Příkladem tvrzení, která splňují tyto požadavky jsou například: x_1 = „Individuum **a** je modré nebo zelené“, x_2 = „Individuum **a** je modré nebo červené“, y = „Individuum **a** je modré nebo žluté“. Předpokládáme-li, že je možné individuu připsat čtyři různé barvy (modrou, zelenou, červenou, žlutou), dostaneme tyto pravděpodobnosti $\mathbf{Pr}(x_1) = \mathbf{Pr}(x_2) = \mathbf{Pr}(y) = 1/2$, jsou pravdivé pro dvě barvy ze čtyř. Dále potom $\mathbf{Pr}(x_1\&y) = \mathbf{Pr}(x_2\&y) = \mathbf{Pr}(x_1\&x_2\&y) = 1/4$, protože jsou pravdivé jen pro jednu barvu ze čtyř. Nyní je zřejmé, že mezi uvedenými tvrzeními platí požadované podmínky:

$\boldsymbol{x}_1$ není podpořeno $\boldsymbol{y}$, protože $\mathbf{Pr}(x_1\&y) = \mathbf{Pr}(x_1) * \mathbf{Pr}(y) = 1/4$;

$\boldsymbol{x}_2$ není podpořeno $\boldsymbol{y}$, protože $\mathbf{Pr}(x_2\&y) = \mathbf{Pr}(x_2) * \mathbf{Pr}(y) = 1/4$;

$x_1\&x_2$ je podpořena $\boldsymbol{y}$, protože $\mathbf{Pr}(x_1\&x_2\&y) = 1/4$ což je větší jak $\mathbf{Pr}(x_1) * \mathbf{Pr}(x_2) * \mathbf{Pr}(y) = 1/8$.

Na základě těchto podmínek očekáváme, že mezi stupni koroborace budou platit následující vztahy: $\mathbf{Cor}(x_1,y) < \mathbf{Cor}(x_1\&x_2,y) > \mathbf{Cor}(x_2,y)$.[112] Pokud bychom ovšem ztotožnili koroboraci s podmíněnou pravděpodobností, dostali bychom spor, neboť v pravděpodobnosti obecně platí obrácené nerovnosti: $\mathbf{Pr}(x_1 \mid y) \geq \mathbf{Pr}(x_1\&x_2 \mid y) \leq \mathbf{Pr}(x_2 \mid y)$.

Tento příklad tedy ukazuje, že Carnapův stupeň potvrzení $\mathbf{C}(h,e)$ nemůže být tím, co Popper označuje jako koroboraci. Popperův článek vyvolal diskusi na stránkách *The British Journal of the Philosophy of Science*, které se v opozici k Popperovi účastnil Yehoshua Bar-Hillel a v omezené míře Carnap. Bar-Hillel se v odpovědi Popperovi snaží dokázat, že celý problém je jen otázkou pojmového zmatení a uvádí tabulku s “překladem“ pojmů, které oba autoři užívají. Podle tohoto slovníku odpovídá Popperově absolutní logické pravděpodobnosti Carnapovo iniciální potvrzení $\mathbf{C}_0$(h); Popperově relativní logické pravděpodobnosti Carnapův stupeň potvrzení $\mathbf{C}(h,e)$; a Popperově stupni potvrzení (koroborace) Carnapova míra relevance.[113] [viz Bar-Hillel 1956, str. 155] Také Carnap pojímá Popperovu kritiku jako pojmové nedorozumění, jak ukazuje Carnapova odpověď[114] Popperovi ve svazku The Library of Living Philosophers, který je věnován Carnapovi .

[112] Stupeň koroborace $\mathbf{Cor}(x,y)$ bude definován v následujícím oddíle, nyní je zde použit pouze v intuitivním smyslu, ve kterém teorie, která je podpořena danou evidencí je více koroborována než teorie, které danou stávající evidencí podpořeny nejsou.

[113] Carnap udává v Logical Foundations of Probability míru relevance tvrzení $\boldsymbol{i}$ vůči hypotéze $\boldsymbol{h}$ při evidenci $\boldsymbol{e}$ tímto výrazem: $\mathbf{Rel}\ (\boldsymbol{i}, \boldsymbol{h}, \boldsymbol{e}) = \mathbf{C}_0(\boldsymbol{e}\&\boldsymbol{i}\&\boldsymbol{h})*\mathbf{C}_0(\boldsymbol{e}) - \mathbf{C}_0(\boldsymbol{e}\&\boldsymbol{h})*\mathbf{C}_0(\boldsymbol{e}\&\boldsymbol{i})$. [viz. Carnap 1967, str. 362]

[114] The common schema of all these arguments of Popper’s is as follows: Carnap asserts that degree of confirmation has a certain property ; Popper has shown, that degree of confirmation does not have this property ; therefore Carnap’s assertion is wrong. Both premises are true, but the conclusion is false, due to the fact that Popper and I use the term ‘degree of confirmation‘ with two entirely different meanings.“ [Carnap 1963 (-Rep), str. 995 - 996]

4.7.2 Kvantitativní pojetí koroborace

Oproti výsledkům z *Logik der Forschung*, kde stupně koroborace nebyly obecně mezi sebou srovnatelné, rozvíjí Popper nyní numerický koncept *stupně koroborace* dané teorie *x* při dané evidenci *y*, který budeme značit (jako v oddíle výše) **Cor**(x, y). Přitom zůstává zachováno, co bylo řečeno výše, jedná se o analytické kritérium určující vztah mezi danou teorií ***x*** a danou evidencí ***y***, vztah určující, v jaké míře daná evidnence podporuje přijetí dané teorie.

Stupeň koroborace má být ukazatelem, kterou hypotézu máme přijmout, byť jen na zkoušku. Z příkladu výše je zřejmé, že podmíněná logická pravděpodobnostnení vhodným *explicatem* pro Popperovu koroborovatelnost. „*Věda neusiluje primárně o vysoké pravděpodobnosti. Jejím cílem je vysoký informační obsah, který je dobře podpořen zkušeností. Ale nějaká hypotéza může být velmi pravděpodobná jen proto, že nám neříká nic nebo velmi málo*.“ [Popper 1997, str. 467] Popper proto zakládá určení stupeň koroborovatelnosti na neaditivní *míře explanatorní síly* teorie ***x*** vzhledem k evidenci ***y*:**

$\mathbf{Ex}(x, y) = [\mathbf{Pr}(y,x) - \mathbf{Pr}(y)] \mathbin{//} [\mathbf{Pr}(y,x) + \mathbf{Pr}(y)]$.

Hodnota **Ex**(x, y) je kladná pokud teorie *x* činí evidenci *y* pravděpodobnější, než nakolik je tato evidence pravděpodobná sama o sobě, a záporná v opačném případě; absolutní hodnota pak roste s tím, jak vzrůstá rozdíl obou hodnot. Tato míra sama však ještě není dostatečně uspokojivá. Výslednou **definici stupně koroborace** předkládá Popper v této podobě:

Nechť *x* je konsistentní a $\mathbf{Pr}(y) \neq 0$ pak: $\mathbf{Cor}(x, y) =_{\mathrm{df}} \mathbf{Ex}(x, y)*(1+ \mathbf{Pr}(x)*\mathbf{Pr}(x, y))$.

Popper udává některé základní vlastnosti takto definovaného *stupně koroborace*, které zároveň považuje za desiderata pojmu koroborace vůbec (podmíněná pravděpodobnost přitom splňuje jen desiderata VII a VIII). Přitom ovšem přiznává, že existují i desiderata koroborace, která nelze vyjádřit žádným formalismem (např. ideu upřímného a vynalézavého pokusu).

(I) $(\mathbf{Cor}(x, y) > 0) \leftrightarrow (\mathbf{Pr}(x\&y) > \mathbf{Pr}(x) * \mathbf{Pr}(y))$

$(\mathbf{Cor}(x, y) = 0) \leftrightarrow (\mathbf{Pr}(x\&y) = \mathbf{Pr}(x) * \mathbf{Pr}(y))$

$(\mathbf{Cor}(x, y) < 0) \leftrightarrow (\mathbf{Pr}(x\&y) < \mathbf{Pr}(x) * \mathbf{Pr}(y))$

Podmínka $\mathbf{Pr}(x\&y) = \mathbf{Pr}(x) * \mathbf{Pr}(y)$ znamená nezávislost ***x***, ***y***. *Stupeň koroborace* teorie ***x*** při evidenci ***y*** je 0, pokud jsou ***x*** a ***y*** nezávislé; větší než 0, jsou-li spolu positivně spjaty (***y*** podporuje ***x***); a menší než 0, když jsou spolu negativně spjaty (***y*** oslabuje ***x***).

(II) $-1 = \mathbf{Cor}(\sim y, y) \leq \mathbf{Cor}(x, y) \leq \mathbf{Cor}(x, x) \leq 1$

Tento výraz určuje, že *stupeň koroborace* teorie ***x*** při evidenci ***y*** může nabývat hodnot v intervalu od -1 (falsifikace) k hodnotě *stupně koroborace* ***x***, při evidenci ***x***, jenž může být nejvýše roven 1. Hodnota **Cor**(x, x) značí <u>koroborovatelnost</u> ***x***, tj. maximální *stupeň koroborace*, kterého může teorie ***x*** dosáhnout. Tato hodnota je blíže specifikována v následující podmínce.

(III) $0 \leq \mathbf{Cor}(x, x) = \mathbf{Cor}(x) = \mathbf{Pr}(\sim x) \leq 1$

Koroborovatelnost teorie ***x*** je ztotožněna s jejím informačním obsahem, tedy s její logickou nepravděpodobností (tj. s logickou pravděpodobností její negace). Tautologie tedy nikdy nemůže dosáhnout většího *stupně koroborace* než 0, jelikož její logická pravděpodobnost je 1 (platí ve všech *popisech světa*, viz oddíl 4.6.3). Naopak universální zákony, jejichž logická pravděpodobnost je rovna 0, mohou být naší zkušeností (evidencí) koroborovány do velmi vysokého stupně, až blízko k hodnotě 1.

(IV) Jestliže ***x*** logicky vyplývá z ***y***, pak: $\mathbf{Cor}(x, y) = \mathbf{Cor}(x, x) = \mathbf{Cor}(x)$.

(V) Jestliže ~***x*** logicky vyplývá z ***y***, pak: $\mathbf{Cor}(x, y) = \mathbf{Cor}(\sim y, y) = -1$.

Ve speciálním případě, kdy teorie ***x*** vyplývá evidence ***y***, tedy když je teorie verifikována zkušeností (což ovšem u většiny teorií není možné), nabývá *stupeň koroborace* maximální hodnoty (viz bod II). Naopak v případě, kdy je teorie ***x*** falsifikována evidencí ***y***, *stupeň koroborace* dosahuje absolutního minima v hodnotě -1.

(VI) Jestliže teorie ***x*** má vysoký obsah, tedy nízkou logickou pravděpodobnost $\mathbf{Pr}(x)$, hodnota $\mathbf{Cor}(x, y)$ se blíží $\mathbf{Ex}(x, y)$. Potom pro jakoukoliv danou evidenci ***y***, pokud ***y*** podporuje ***x***, pak hodnota *stupně koroborace* roste společně se schopností teorie ***x*** vysvětlit ***y*** (co nejvíce obsahu ***y***), tedy s tím jak vzrůstá rozdíl mezi $\mathbf{Pr}(y,x)$ a $\mathbf{Pr}(y)$ ve výrazu pro $\mathbf{Ex}(x, y)$ - *explanatorní sílu **x*** vzhledem k ***y***.

(VII) Jestliže $\mathbf{Cor}(x) = \mathbf{Cor}(y)$, pak: $\mathbf{Pr}(x, u) >_{[=,<]} \mathbf{Pr}(y, w) \rightarrow \mathbf{Cor}(x, u) >_{[=,<]} \mathbf{Cor}(y, w)$.
Jestliže dvě teorie mají stejný *informační obsah*, potom relace mezi podmíněnými pravděpodobnosti určuje relaci mezi *stupni koroborovatelnosti*.

(VIII) Jestliže ***y*** (y_1, y_2) logicky vyplývá z ***x*** (x_1, x_2), pak : a) $\mathbf{Cor}(x, y) \geq 0$
b) $\mathbf{Cor}(y_1) > \mathbf{Cor}(y_2) \rightarrow \mathbf{Cor}(x, y_1) > \mathbf{Cor}(x, y_2)$
c) $\mathbf{Pr}(x_1) > \mathbf{Pr}(x_2) \rightarrow \mathbf{Cor}(x_1, y) > \mathbf{Cor}(x_2, y)$.
Pokud získaná evidence ***y*** plyne z předložené teorie ***x***, pak: a) bude *stupeň koroborace* mít kladnou hodnotu (***y*** podporuje ***x***); b) pro danou teorii ***x*** *stupeň koroborace* této teorie při evidenci ***y*** roste s vyšším *informačním obsahem* ***y***; c) pro danou evidenci ***y*** *stupeň koroborace* teorie ***x*** při této evidenci roste s vyšší logickou pravděpodobností ***x***.

(IX) Jestliže ***y*** (y_1, y_2) logicky vyplývá z $\sim\boldsymbol{x}$ $(\sim x_1, \sim x_2)$, pak : a) $\mathbf{Cor}(x, y) \leq 0$
b) $\mathbf{Pr}(y_1) > \mathbf{Pr}(y_2) \rightarrow \mathbf{Cor}(x, y_1) > \mathbf{Cor}(x, y_2)$
c) $\mathbf{Pr}(x_1) > \mathbf{Pr}(x_2) \rightarrow \mathbf{Cor}(x_1, y) > \mathbf{Cor}(x_2, y)$.
Pokud získaná evidence ***y*** plyne z negace předložené teorie ***x***, pak: a) bude *stupeň koroborace* mít zápornou hodnotu (***y*** oslabuje ***x***); b) pro danou teorii ***x*** *stupeň koroborace* této teorie při evidenci ***y*** roste s vyšší logickou pravděpodobností ***y***; c) pro danou evidenci ***y*** *stupeň koroborace* teorie ***x*** při této evidenci roste s vyšší logickou pravděpodobností ***x***.

Nyní je na místě otázka, zda Popper sám nevytvořil pomocí kvantitativního *stupně koroborace* vlastní systém induktivní logiky. Popper poukazuje na rozdíl v cílech: zatímco induktivisté se podle jeho mínění snaží „*ustavit tak pevně jak jen možno přežívající teorii*, která, jak se domnívají, musí být tou *pravdivou*“ [Popper 1997, str. 491] to, co bychom měli dělat podle Poppera, „je *držet se nyní nejnepravděpodobnější z přežívajících teorií*, nebo přesněji té, která může být nejpřísněji testována. Zkusmo tuto teorii ‘*přijímáme*‘ – avšak jen v tom smyslu, že ji vybíráme jako tu, která si zaslouží další kritiku a nejpřísnější testy, které dokážeme navrhnout.“ [Popper 1997, str 491]

5. ZÁVĚR

Indukce je od počátku úzce spjata s empirismem, je metodou získávání empirického poznání. Jako metoda nám indukce přináší nové poznání, ovšem jako logický úsudek ji nemůžeme ospravedlnit. Proto bylo vždy cílem empiricky orientovaných filosofů nějakým způsobem indukci ospravedlnit, stanovit metody, jejichž dodržování mělo dodat odvozeným induktivním zákonům vysokou důvěryhodnost. Toto je cíl Baconovy metody eliminační indukce, stejně jako Millových čtyř metod. Z tohoto pramene vychází teorie a metodologie vědy.

Teorie pravděpodobnosti vstupuje do věty relativně pozdě, navíc "s cejchem" prvního problému, na kterém byl ustavena, jenž pochází z prostředí hazardních her. Dlouhou dobu pak zůstává rozpracována spíše jen v podobě řešení různých praktických problémů, bez pevných teoretických základů.

Pravděpodobnost a indukce jsou pojmy, které se nám na první pohled zdají být si v lecčem podobné. Oba mají své "silnější bratříčky", indukce v pojmu dedukce, pravděpodobnost v pojmu jistoty nebo pravdivosti. Dedukce zachovává pravdivost a je jistá, indukce bývá nanejvýš pravděpodobná. Tato myšlenková zkratka dostatečně ozřejmuje, že do konceptu pravděpodobnosti byly vkládány velké naděje, že mohl pomoci k ospravedlnění indukce.

Ke spojení indukce a pravděpodobnosti došlo zejména ve Vídeňském kroužku a berlínské skupině kolem Hanse Reichenbacha, kde byly široce diskutovány a rozpracovány základy pravděpodobnosti i různé její interpretace. V Berlíně působil zejména Richard von Mises, který rozpracoval frekvenční pojetí pravděpodobnosti. Hans Reichenbach potom vypracoval v rámci frekvenčního pojetí systém pravděpodobnostní induktivní logiky. Ve Vídeňském kroužku převažovala pod vlivem Wittgensteina a Waismanna logická interpretace pravděpodobnosti. Po druhé světové válce vypracoval Rudolf Carnap systém induktivní logiky založený na logickém pojetí pravděpodbnosti.

Oba systémy byly kritizovány Karlem Popperem, který se stavěl proti indukci a spojování potvrzenosti hypotéz s matematickým kalkulem pravděpodbnosti. Namísto toho rozpracoval vlastní teorii koroborace.

Srovnáme-li systémy induktivní logiky Carnapa a Reichenbacha s Popperovým konceptem koroborace, všimneme si, že základní rozdíl spočívá v jejich zaměření. Cílem Reichenbacha a Carnapa je podat ucelenou teorii induktivního usuzování, tj. usuzování směřujícího od doposud získané zkušenosti o světě k předpovědím o blízké budoucnosti založených na "prodloužení" řady našich minulých zkušeností. Induktivní usuzování se zde netýká jen vědy, ale i běžného života a praktického jednání. Dalo by se říci, že naopak problematika praktického racionálního rozhodování na základě zkušenosti je hlavní oblastí aplikace těchto systémů induktivní logiky, jak o tom svědčí i *koncept sázky* jako výkladový princip, který více odpovídá prostředí každodenního jednání, než prostředí vědeckých teorií. Když Carnap dává příklad týkající se universálního přírodního zákona, není to vědec, kdo by o něm soudil, nakolik je potvrzen, nýbrž je to inženýr využívající vztahy odhalené tímto zákonem při stavbě mostu (viz oddíl 4.6.8). Nejde tu o "intelektuální krásu": Carnapovi nevadí, že obecné zákony mají stupeň potvrzení roven nule; Reichenbachovi zase, že hypotéza falsifikovaná každým druhým pokusem má pravděpodbnost jedna polovina (viz oddíl 4.5.3). Jde o to, nakolik je daný zákon spolehlivý, nakolik se osvědčí v predikcích týkajících se nejbližší budoucnosti. Proto je zde na místě využití konceptu pravděpodobnosti, který Carnap a Reichenbach ve svých dílech sáhodlouze rozpracovávají, první v její logické interpretaci, druhý v interpretaci frekvenční.

Oproti tomu Popperův koncept koroborace se vztahuje spíše jen na specifickou oblast testování vědeckých teorií – teorii vědy a vědeckou metodologii. Základem je zde intelektuální dobrodružství - hra vědce s přírodou při pokusech o odhalení skrytých základních principů světa. Pojem informačního obsahu teorie říká, jak "vysokou hru" se s přírodou odvážíme hrát – „Odvážné ideje, nezdůvodněné anticipace a spekulativní myšlení jsou našimi jedinými prostředky k interpretaci přírody: naše jediné organon, náš jediný nástroj k jejímu uchopení. A my je musíme dát v sázku, abychom vyhráli cenu. Ti z nás, kteří nejsou ochotni vystavit své ideje nebezpečí vyvrácení se na vědecké hře nepodílí." [Popper 1997, str 304]

Nezbývá, než konstatovat, že přístupy Reichenbacha a Carnapa na jedné straně a Poppera na druhé straně se liší nejen ve svých východiscích, ale zejména v oblasti své aplikace. Systémy induktivní logiky založené na konceptu pravděpodobnosti bychom zařadili mezi teorie racionálního rozhodování na základě zkušenosti, zatímco Popperova koroborace patří do normativní teorie a metodologie vědy.

Co se týká současného stavu, patří obě všechny tyto systémy dnes již jen do historie. V teoriích racionálního rozhodnování na základě zkušenosti dnes převládají přístupy založené na Bayesovské pravděpodobnosti (viz. kapitola 2), případně různé koncepce umělé inteligence (např. neuronové sítě). V teorii vědy potom převládlo nové paradigma vytvořené v pracích Kuhna a Feyerabenda, jež rezignuje na normativní aspekty vědecké metody a soustředí se na popis toho, jak vědci "skutečně" pracují – rozvíjí historii a sociologii vědy.

SOUPIS POUŽITÉ LITERATURY

- ARISTOTELES: *Organon III, První analytiky*; Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1961.
- ARISTOTELES: *Organon IV, Druhé analytiky*; Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1962.
- BACON, Francis: *Nové organon*; Svoboda, Praha 1990.
- BAR-HILLEL, Yehoshua: Comments on 'Degree of Confirmation' by Professor K.R. Popper; **in**: The British Journal for the Philosophy of Science, Volume V (May 1954 to February 1955) Thomas Nelsonand Sons Ltd Edinburgh 9, 1955, s. 155-157.
- BOLZANO, Bernard: *Vědosloví (Výbor)*; Academia, Praha 1981.
- CARNAP, Rudolf: Intellectual Autobiography; **in** *The Philosophy of Rudolf Carnap, The Library of Living Philosophers (Volume XI)*, SCHILPP, Paul Arthur (ed.), Cambridge University Press, London 1963 (-IA) s. 3–84.
- CARNAP, Rudolf: Replies and systematic expositions; **in** *The Philosophy of Rudolf Carnap, The Library of Living Philosophers (Volume XI)*, SCHILPP, Paul Arthur (ed.), Cambridge University Press, London 1963 (-Rep) s. 859-1013.
- CARNAP, Rudolf: *Logical Foundations of Probability*; The University of Chicago Press, Chicago 1967.
- CARNAP, Rudolf: *Problémy jazyka vědy*; Nakladatelství Svoboda, Praha 1968.
- CARNAP, Rudolf – HAHN, Hans – NEURATH, Otto: Vědecké pojetí světa – Vídeňský kroužek; **in**: *Analytická filosofie, první čítanka*, FIALA, Jiří (ed.), Západočeská univerzita, Fakulta humanitních studií, Plzeň 1999, s.14-37, ISBN 80-7082-611-8.
- FEIGL, Herbert: Wahrscheinlichkeit und Erfahrung; **in**: *Erkenntnis*, Band 1, Felix Meiner Verlag, Leipzig 1930/31, s. 249-259.
- FRANK, Philipp: *Modern science and its philosophy*; Harvard university press, Cambridge (USA) 1949.
- HUME, David: *Zkoumání o lidském rozumu*; Svoboda, Praha 1996, ISBN 80-205-0521-0.
- KEYNES, John Maynard: *A Treatise on Probability*; Macmillan & Co LTD, London 1963.
- KOLMOGOROV, Andrej Nikolajevič: *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*; Springer – Verlag, Berlin – Heidelberg – New York 1973, ISBN 3-540-06110-X.
- KRAFT, Victor: *Der Wiener Kreis, Der Ursprung des Neopositivismus*; Springer - Verlag, Wien – New York 1968.
- KRAFT, Victor: Popper and the Vienna Circle ; **in** *The Philosophy of Karl Popper, The Library of Living Philosophers (Volume XIV)*, SCHILPP, Paul Arthur (ed.), Open Court Publishing, La Salle, Illinois 1974, s. 185-201.
- LENARD, Philipp: *Velcí přírodozpytci, Dějiny přírodovědného bádání v životopisech*; Orbis, Praha 1943.
- MENGER, Karl: *Reminiscences of the Vienna Circle and the Mathematical Colloquium*; Kluiwer Academic Publishers, Dordrecht – Boston – London 1994, ISBN 0-7923-2711-X.
- MILL, John Stuart: *System of Logic Rationative and Inductive*; Longmans, Green and co., London 1884.

- von MISES, Richard: *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit*; Julius Springer, Wien 1928.
- von MISES, Richard: Kleines Lehrbuch des Positivismus; Suhrkamp, Frankfurt am Main 1990, ISBN 3-518-28471-1.
- OESER, Erhart: *Popper, Wiener Kreis und die Folgen*; Fakultas, Wien 2003, ISBN 3-85114-803-7.
- POPPER, Karl R.: *Ein Welt der Propensitäten*; J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), Tübingen 1990.
- POPPER, Karl R.: *Logika vědeckého zkoumání*; OIKOYMENH, Praha 1997. ISBN 80-86005-45-3
- SCHLICK, Moritz: Die Wende der Philosophie; **in**: *Erkenntnis*, Band 1, Felix Meiner Verlag, Leipzig 1930/31, s. 4-11.
- STADLER, Friedrich: *Studien zum Wiener Kreis , Ursprung, Entwicklung und Wirkung des Logischen Empirismus im Kontext*; Suhrkamp Verlag, Frankfurt am Main 1997, ISBN 3-518-58207-0.
- REICHENBACH, Hans: Kausalität und Wahrscheinlichkeit; **in**: *Erkenntnis*, Band 1, Felix Meiner Verlag, Leipzig 1930/31, s. 158-188.
- REICHENBACH, Hans: *Wahrscheinlichkeitslehre*; A. V. SIJTHOFF'S UITGEVERSMAATSCHAPPIJ N.V., Leiden 1935.
- REICHENBACH, Hans: Über Induktion und Wahrscheinlichkeit, Bemerkungen zu Karl Poppers „Logik der Forschung"; **in**: *Erkenntnis*, Band 5, Felix Meiner Verlag, Leipzig 1935 (-LdF), s. 267-284.
- VALENTA, Lubomír: *Problémy analytické filozofie, Historický úvod*; Nakladatelství Olomouc, Olomouc 2003, ISBN 80-7182-150-0.
- WAISMANN, Friedrich: Logische Analyse der Wahrscheinlichkeitsbegriffs; **in**: *Erkenntnis*, Band 1, Felix Meiner Verlag, Leipzig 1930/31, s. 228-248.
- WITTGENSTEIN, *Ludwig: Tractatus logico-philosophicus*; OIKOYMENH, Praha 2007, ISBN 978-80-7298-284-4.
- WHEWELL, William: *The philosophy of the inductive sciences, founded upon their history*; John W. Parker, West Strand, London 1840.