

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Ľudmila Kodyšová

### **Vazba mezi NAO a teplotou vzduchu v ČR pomocí míry vzájemné informace**

Katedra meteorologie a ochrany životního prostředí

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Jiří Mikšovský Ph.D.,

Studijní program: Fyzika, Obecná Fyzika

2008

Chcela by som na tomto mieste poďakovať najmä vedúcemu práce Mgr. Jiřímu Mikšovskému Ph.D. za cenné rady a pripomienky ako aj za usmerňovanie pri písaní, Mgr. Stanislavovi Rackovi za cenné rady a zdroje informácií a v neposlednom rade i Mariánovi Babincovi za pomoc pri spracovávaní údajov.

Prehlasujem, že som svoju bakalársku prácu napísala samostatne a výhradne s použitím citovaných prameňov. Súhlasím so zapožičiavaním práce a jej zverejňovaním.

## **Obsah:**

<b>1. Úvod</b> .....	5
<b>2. Severoatlantická Oscilácia – NAO</b> .....	6
2.1 História výskumu NAO.....	7
2.2 Časová štruktúra.....	8
2.3 Priestorová štruktúra.....	9
2.4 Mechanizmy NAO.....	14
2.5 Vplyvy NAO.....	16
<b>3. Metóda miery vzájomnej informácie</b> .....	18
3.1 Definícia vzájomnej informácie.....	18
3.2 Naivný algoritmus.....	20
3.3 Odhad vzájomnej informácie.....	21
3.4 Test štatistickej významnosti vzájomnej informácie.....	22
3.5 Zdroj odhadu hustoty.....	23
3.6 Korelačná analýza.....	24
<b>4. Výsledky a analýza</b> .....	26
4.1 Výsledky a diskusia.....	32
<b>5. Záver</b> .....	33
<b>Referencie a použitá literatúra</b> .....	35
<b>Príloha 1</b> .....	37
<b>Príloha 2</b> .....	45

Názov práce: Vazba medzi NAO a teplotou vzduchu v ČR pomocí míry vzájemné informace

Autor: Ludmila Kodyšová

Katedra: Katedra meteorologie a ochrany životního prostředí

Vedúci bakalárskej práce: Mgr. Jiří Mikšovský Ph.D.

e-mail vedúceho: [Jiri.Miksovsky@mff.cuni.cz](mailto:Jiri.Miksovsky@mff.cuni.cz)

Abstrakt: V predloženej práci študujeme väzbu medzi severoatlantickou osciláciou (NAO) a mesačnými priemerami teplôt v Českej republike. Venujeme sa nielen teoretickému profilu a charakteristike NAO ale aj nelineárnej štatistike – miere vzájomnej informácie, ktorú používame v analýze vybraných dát. Motivácia práce je hlavne ukázať výrazný vplyv tohoto fenoménu na klímu a počasie (v tejto práci na teploty) u nás ako aj rozobrať a porovnať dva štatistické prístupy. Vzhľadom na to, že NAO má výrazný vplyv okrem počasia i na život človeka, je prínosné ukázať jeho vlastnosti a preskúmať, aké sú jeho oblasti vplyvu a akou intenzitou vplývajú na podnebie a priebeh počasia severnej pologule.

Kľúčové slová: Severoatlantická oscilácia, miera vzájomnej informácie, nelineárna štatistika, teploty

Title: Relation between NAO and air temperature in the Czech Republic through average mutual information

Author: Ludmila Kodysova

Department: Department of Meteorology and Environment Protection

Supervisor: Mgr. Jiri Miksovsky Ph.D.

Supervisor's e-mail: [Jiri.Miksovsky@mff.cuni.cz](mailto:Jiri.Miksovsky@mff.cuni.cz)

Abstract: In the present work we study relation between North Atlantic oscillation (NAO) and mean monthly temperature in the Czech Republic. We employ a non-linear statistic – measure of mutual information, which we use in analyses of selected data and not only to inquire theoretic profile and characteristics of NAO. The motivation is mainly to show pronounced influence of this phenomenon on climate and weather (in this work on temperature) in our country and to analyze and compare two statistical approaches. With respect to the fact that NAO has a strong influence on not just weather, but on human life too, it is useful to show its features, how intensive its influence is on climate and weather of the Northern Hemisphere and which sectors does NAO affect.

Keywords: North Atlantic Oscillation, mutual information, non-linear statistics, temperatures

## 1. Úvod

V tejto práci sa budem venovať štúdiu NAO – Severoatlantickej oscilácie a jej vzťahu k priemerným ročným teplotám v Českej republike za obdobie od roku 1961 – 1990. Porovnam dva štatistické prístupy k problematike a urobím analýzu väzby NAO a teplôt.

NAO ako najprominentnejší fenomén klimatologickej variability vplýva na klímu Európy a Severnej Ameriky. Ovplyvňuje ročný, dekadový i viacročný chod počasia nielen v teplotách, ale i v zrážkach, pokrývke snehu a ľadovej pokrývke Arktídy a Grónska ako i polárnej oblasti nad Škandináviou a severom Ruska. Budem sa venovať najmä vplyvu NAO na teploty konkrétne v Českej republike vo vybranom časovom období. Ukážem, že teploty a NAO budú významne korelované, teda bude medzi nimi výrazná väzba. V druhej kapitole sa najprv budem venovať samotnému NAO. Podrobnejšie rozvediem históriu výskumu tohto javu, časovú a priestorovú štruktúru, jeho mechanizmy a vplyvy NAO na podnebie a vývoj počasia.

V tretej kapitole sa budem venovať štatistickej metóde, ktorú som si zvolila na spracovanie väzby – vzájomnej informácie ako nelineárnej metóde. Stručne popíšem jednotlivé algoritmy a prístupy k tejto metóde.

V štvrtej kapitole práce bude nasledovať samotné spracovanie dát a ukázanie závislostí a väzby medzi NAO a teplotami. V niekoľkých grafoch a tabuľkách porovnam dve štatistické metódy a to lineárnu a nelineárnu. Súčasne u nelineárnej i spôsob akým som si ju zadefinovala vo vstupnom programe.

Na záver uvediem možné dopady a vyhliadky NAO, ako i iné druhy klimatologických fenoménov, ktoré výrazne vplývajú na podnebie a priebeh počasia Zeme, ako i na život človeka – ekológiu a ekonómiu.

## 2. Severoatlantická oscilácia – NAO

Podnebie ako i chod počasia ovplyvňujú viaceré vzory alebo módové skoky, ktoré sú získané analýzou tlakových polí a ich premenlivostí [1]. Severoatlantická oscilácia je najvýraznejší a opakujúci sa vzor na severnej pologuli a ako jediná je pozorovateľná behom celého roka [1]. Udáva klimatologickú variabilitu od východného pobrežia USA a Kanady až k Sibíru a od Arktídy až k subtropickému Atlantiku [2]. Je tvorená barometrickým striedaním (osciláciou) dvoch najvýraznejších tlakových polí, akými je Azorská tlaková výš v subtropickom regióne a Islandská tlaková níz v subpolárnom regióne [1, 2]. Prejavuje sa najmä v zimnom období (December – Marec), kedy je výraznejšia klimatologická dynamika atmosféry [2]. Táto oscilácia z jednej fáze do druhej vedie k veľkým zmenám v priemernej rýchlosti a smere prúdenia nad Atlantikom, tepelného a zrážkového transportu medzi Atlantikom a priľahlými kontinentami, sile a množstva búrok ako aj ich dráh a sprievodného počasia. Vplýva teda i na hospodárske výnosy, energetické prísuny, rybolov a má vplyv na ekológiu a ekonomiu severnej časti Zeme. Je tiež považovaná za najstarší klimatologický vzor. Najrannejšie popisy pochádzajú od škandinávskych námorníkov niekoľko storočí predtým, než sa NAO skutočne definovalo [1, 2]. Existujú na tento fenomén rôzne definície. Ako ďalšiu uvediem definíciu spojenú s pojmom telespojenie z originálu slova „teleconnection“ [2]. V dôsledku atmosférických planetárnych vln dochádza k tomu, že niektoré regióny môžu byť chladnejšie a suchšie než priemer a zároveň o mnoho kilometrov ďalej prevládajú teplejšie a vlhšie podmienky než normálne. Takéto paralelné zmeny klímy sa nazývajú telespojenia „teleconnections“ v meteorologickej literatúre [2]. A práve najvýraznejšie fenomény spĺňajúce túto charakteristiku sú NAO a PNA modely (Pacificko – severoamerické modely). Podrobnejšie PNA rozvediem v priestorovej štruktúre NAO, v 2.1 až 2.5 podkapitolách.

## 2.1 História výskumu NAO

Ako prvý sa NAOm detailne začal zaoberať v rokoch 1908 – 1932 Sir Gilbert T. Walker, ktorý definoval NAO. Ešte pred ním sa mnoho storočí skôr zaujímali o klimatologické zmeny škandinávski moreplavci. V roku 1767, v knihe „History of Greenland“ opisuje D. Crantz zimnú bipolaritu dvoch oblastí. Zachovali sa zápisy z pozorovaní a výsledky meraní od Saabye z rokov 1770 – 1778. V roku 1890 Hann ilustruje 42 ročné pozorovania priemerných mesačných teplôt z Jacobshawnu na západnom pobreží Grónska a Viedni v Rakúsku [3].

G. T. Walker našiel tri režimy z tlakových dát, ktoré ovládajú svetové počasie. Definoval ich v roku 1924, vo svojom článku [1]. Boli to Severoatlantická oscilácia, severná pacifická oscilácia a južná oscilácia [1]. V roku 1932 Walker spolu s Blissom našli kvantitatívnu mieru pre NAO a to jeho NAO index. Prvý NAO index bol počítaný z teplotných a tlakových údajov z Európy a Severnej Ameriky s pomocou komplikovanej štatistickej iteračnej metódy [1].

V roku 1964 Bjerknes zhodnotil vzajomné ovplyvňovanie atmosféry a oceánu s ohľadom na Severoatlantickú klimatologickú premenlivosť. Spomenul i to, že tepelná výmena v atmosférických a morských povrchových teplotách (SST) musí hrať významnú rolu v určovaní NAO [1]. Lorenz (1967) ako jeden z vedúcich meteorológov popísal interakcie dynamiky atmosférického obehu a tlakových centier nad zemou [1].

V roku 1978 Van Loon a Rogers našli významné korelácie, založené na Bjerknesovom výskume, medzi atmosférickým obehom a morskou povrchovou teplotou [1].

V roku 1987 Barnston a Livezey ukázali, že NAO je jediný cirkulačný vzor na severnej pologuli, ktorý sa vyskytuje v každom mesiaci v roku, i keď je veľmi slabý v letnom čase [1].

V roku 1995 Hurrell publikoval prácu, kde spájal NAO s teplotnou a tlakovou premenlivosťou nad Európou od každoročných k dekadovým časovým škálam. Definoval nový jednoduchší index NAO, ktorý je najviac používaný v klimatologickom výskume. Na jeho štúdie nadviazal v roku 2005 Chelliah a Bell [1]. V roku 1997 Halpert a Bell skúmali jednotlivé obdobia v roku a ich NAO fázy.

V súčasnosti sa venujú klimatológovia najmä otázke globálneho otepľovania a vplyvu NAO na koncentráciu skleníkových plynov v atmosfére [1, 2]. Taktiež sa v poslednom období robí viac výskumov za účelom vysvetliť nízku frekvenciu alebo krátkodobú atmosférickú premenlivosť nad atlanticko - európskou oblasťou [1, 2].

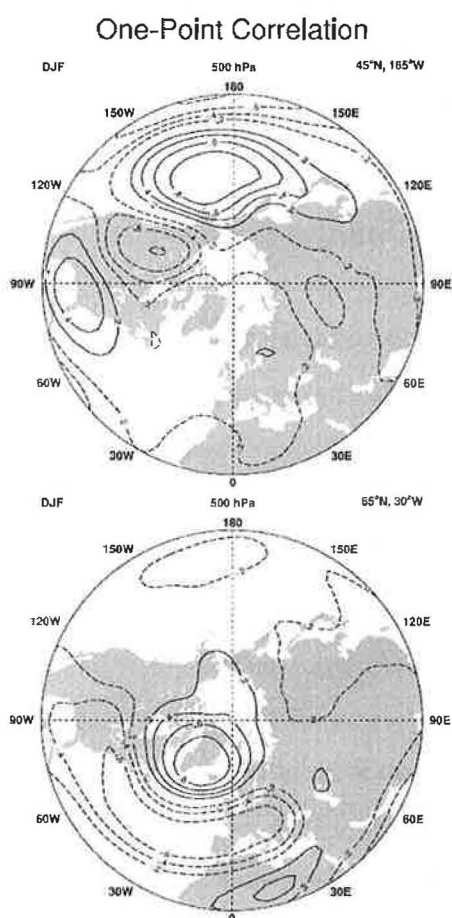
## 2.2 Časová štruktúra NAO

Ako si neskôr povieme, nie je žiadny spôsob ako presne definovať priestorovú štruktúru NAO [2]. Preto nie je žiadny všeobecne prijatý ukazovateľ, ktorý by popisoval časový vývoj tohto fenoménu [2]. Walker a Bliss (1932) skonštruovali prvý NAO index pomocou lineárnej kombinácie povrchového tlaku a teplôt meraných z meteorologických staníc (staničný NAO index) na oboch stranách Atlantickej oblasti [2]. Charakterizujú zmeny v sile pásmového priemerného povrchového západného prúdenia stredných šírok, odrážajú preto veľkou mierou zmeny v NAO [2]. Index definovaný Hurrellom (1995) bol počítaný ako rozdiel normalizovaného tlaku k „normálnemu“ tlaku (definovaný cez priemerný tlak morskej hladiny už niekoľko rokov), ktorý dáva tak odchýlku aktuálneho tlaku od štandardného tlaku, Islandu (Stykkisholmur) od normalizovaného tlaku Portugalska (Lisabon). Pozitívny NAO index dostávame, keď je nižší než štandardný tlak nad Islandom, vyšší než štandardný tlak nad Portugalskom, alebo sa obe odchýlky vyskytujú súčasne. No a u záporného NAO indexu je to naopak [1, 2, 3]. Tento index má tú výhodu, že môže byť počítaný spätne do 19. storočia, pretože údaje o počasi staršie než 100 rokov sú dostupné z dvoch meteorologických staníc pomocou ktorých sa vybudujú časové série NAO indexov [1]. Nevýhoda staničných NAO indexov je že sú fixované do priestoru [2]. Staničné tlaky sú tiež ovplyvňované maloplošnými a prechodnými meteorologickými úkazmi nesúvisiacimi s NAO, teda obsahujú šum. [2]. Hurrell a van Loon (1997) ukázali, že signál – šumový pomer bežne užívaných zimných staničných indexov je blízko 2,5, ktorý sa behom leta blíži k identite [2]. Podľa meraní od Hurrella (1995) je niekoľko pozorovaní NAO, ktoré sú riadené časovými radami, že NAO má druh „pamäti“, čo ukáže každoročná premenlivosť. To znamená, že NAO ostáva často viac než jeden rok v rovnakej fázi predtým, než sa zmení na opačnú fázu [1]. Okrem toho sa zmeny fázy od kladnej

k zápornej vyskytujú na dlhších časových škálach, ktoré nazývame medzidekadová premenlivosť [1].

### 2.3 Priestorová štruktúra NAO

Jedna z ďalších možných definícií NAO je cez pojmovu jednoduché jednobodové korelačné mapy, ktoré identifikujú NAO ako oblasti maximálnej zápornej korelácie nad Severným Atlantikom [2].



*Obrázok 1:* Jednobodové korelačné mapy z 500 hPa geopotenciálnej výšky pre zimné obdobie severnej pologule (december – február) v období 1958 – 2001.

Vo vrchnej časti obrázku: Referenčný bod 45°N, 165°W, zodpovedá primárnemu centru akcie PNA vzoru.

V dolnej časti obrázku: NAO založené na referenčnom bode 65°N, 30°W.

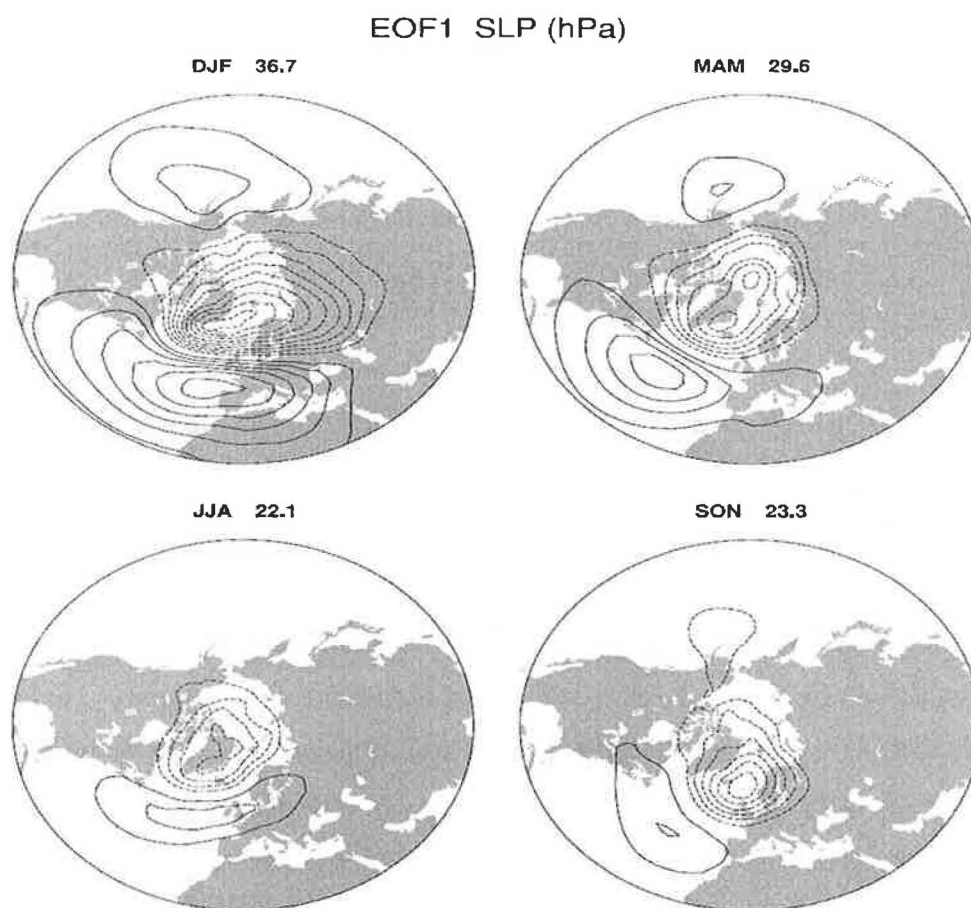
Záporné korelačné koeficienty nie sú zaznačené, vrstevnicové navýšenie je 0,2, nulová vrstevnica bola odstránená [2].

Ďalšia technika charakterizovania NAO je EOF ("Empirical Orthogonal Functions") - analýza hlavných komponent. NAO je identifikované z vlastných vektorov kríženej kovariančnej matice (korelačnej matice), vypočítanej od doby striedania sieťových bodových hodnôt zo SLP („Sea level pressure“ – tlak morskej hladiny) alebo inej klimatologickej premennej [2]. Vlastný

vektor je priestorovo i časovo ortogonálny k druhým. Je to lineárne priblíženie, ktorého predpokladom je, že vybrané atmosférické cirkulačné stavy vystupujú v pároch, a teda odchýlky od nesúhlasnej polarity majú rovnakú priestorovú štruktúru [2]. Príklad je uvedený na obrázku 2.

Chyby tejto metódy sú najmä v matematickom chápaní vlastných vektorov a ich ortogonalita a maximalizácii zmeny, ktoré sú ňou obmedzené. Tieto vektory

predstavujú formálne matematické konštrukcie, ale v skutočnosti predstavujú fyzikálno – dynamické režimy klimatologického systému [2]. Tiež sa ťažko odhalia vzory, ktoré sú na seba lineárne navrstvené, ale nie sú ortogonálne. I preto neodrážajú tieto vektory miestne chovanie dát.



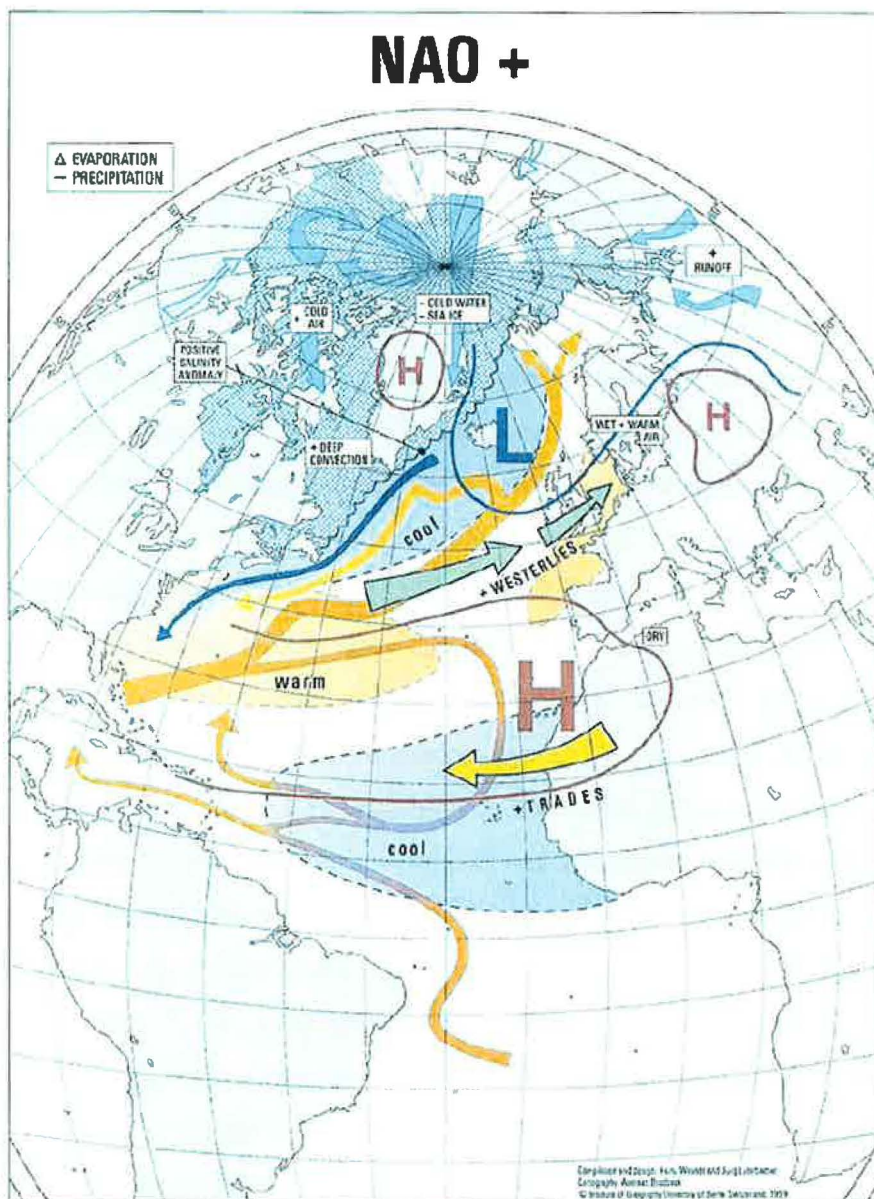
*L*  
**Obrázok 2:** Vedúca empirická ortogonálna funkcia (EOF 1) sezónnych priemerných odchýlok tlaku morskej hladiny v Severoatlantickom sektore (20°-70°N, 90°-40°W). Vzory sú vyobrazené v rámci amplitúdy (hPa), získané regresiou odchýlky tlaku morskej hladiny na časových radách vedúcich hlavných komponent. Vrstevnice navýšenie je 0,5 hPa, nulová vrstevnica bola odstránená. Dáta sú z obdobia 1899 – 2001. Vedúce vlastné vektory z kríženej kovariančnej matice sú vypočítané zo sezónnych (trojmesačný priemer) SLPových odchýliek [2].

Ďalšou metódou je zhluková analýza ako predstaviteľ nelineárneho spôsobu definovania priestorovej štruktúry NAO. V nej sa pátra po opakujúcich sa vzoroch určitej amplitúdy a označenia. V algoritmoch zhlukovej analýzy je počasie ako klimatologický režim identifikované ako vrchol pravdepodobnostnej funkcie hustoty

klimatologického fázového priestoru [2]. Táto metóda sa vyvíja najmä v posledných desaťročiach.

NAO fenomén má dve základné fázy a to pozitívnu a negatívnu. Avšak je to len zjednodušený model NAO stavov, pretože naznačuje, že tieto dve fázy sú statické a dvojpólové [1].

NAO+



### Obrázok 3: Schématická NAO+ fáza

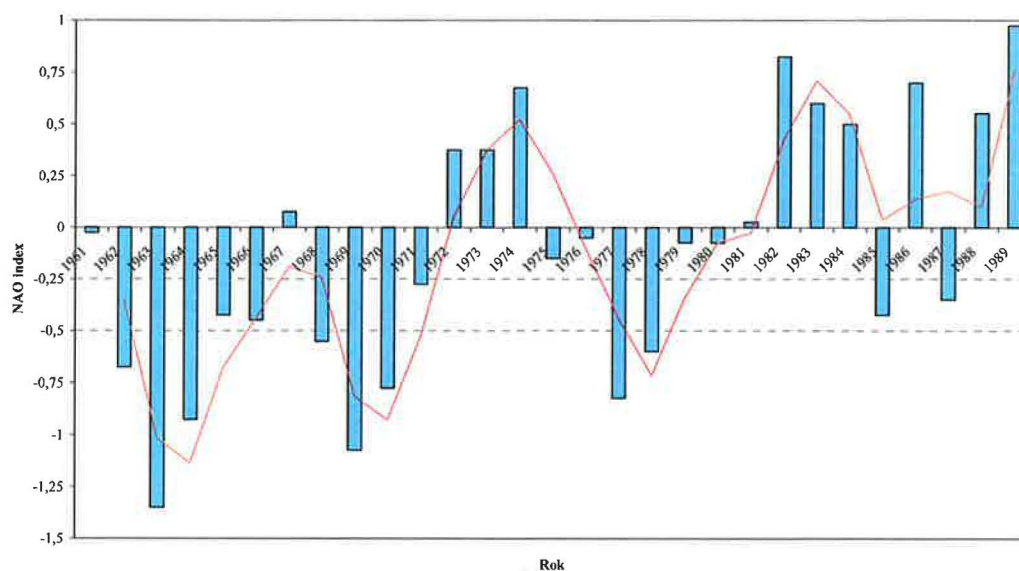
Islandská tlaková níz a Azorská tlaková výš sú dobre ustálené (veľké L a H), ďalšie menšie centrá vyššieho tlaku vzduchu sú tiež zakreslené (H). Keďže vzduch vždy prúdi od vyššieho k nižšiemu tlaku vzduchu, veľký rozdiel tlaku medzi Azorskou výšou a Islandskou nížou spôsobuje silnejšie než normálne západné vetry (modrozelená šípka) smerom k severnej Európe. Azorská výš dáva vzostup silnejším než normálnym východným vetrom (žltá šípka) od severnej Afriky smerom k Atlantiku. Morské povrchové teplotné odchýlky rovnako ako morský ľad sú označené farebnými oblasťami (oranžová: teplá, modrozelená: chladná; svetlomodrá: morské ľadové rozšírenie). Oceánsky obeh tiež hrá dôležitú rolu pre NAO (oranžová šípka pre teplý vodný prúd; modrá šípka pre studený vodný prúd; svetlomodré šípky pre spodný ľadový obeh). Riečne odtokové odchýlky sú vynútené vyššími alebo nižšími zrážkami kvôli NAO (modré šípky cez zem v polárnej oblasti). Charakteristické klimatologické podmienky alebo dôležité procesy z kolobehu vôd v prírode sú značené bielymi pravouholníkmi [1].

V pozitívnej NAO fázi je dobre rozvinutá tlaková níz i výš v oblasti Islandu a Azor. Keďže vzduch prúdi vždy od vyššieho k nižšiemu tlaku, tlakový gradient spôsobuje silnejší než normálny západný vietor z východného Atlantiku smerom k európskemu kontinentu (Obrázok 3) [1, 2]. Atlantický vzduch je vlhký a mierny a v zime s NAO+ fázou sú zrážky a teploty v severnej Európe vyššie než normálne. Južná Európa má sklon byť suchá a chladnejšia kvôli rozšíreniu Azorskej výše [1, 2]. Dobre zakotvená Islandská níz vedie k silným severným vetrom cez Grónsko a severovýchodnú Kanadu. Preto sa znížia kontinentálne a morské povrchové teploty cez severozápadný Atlantik [1]. Severná Kanada je ako južná Európa suchšia a chladnejšia behom NAO+ zimy. Na druhej strane sa Islandská tlaková níz rozšíri nad severný Sibír, kde spôsobuje teplejšie a vlhšie počasie v porovnaní s normálnymi Sibírskymi podmienkami [1, 2, 3]. Ak ostáva NAO niekoľko zím v pozitívnej fázi, morská ľadová hranica sa rozšíri južne u pobrežia Kanady, ale ľadová sibírska hranica leží severnejšie než obyčajne. Morské ľadové rozšírenie ovplyvní slanosť, tá postupne ovplyvní oceánsky obeh na dlhšie časové škály (dekády) [1, 2]. Behom pozitívnej fázy NAO je slanosť u pobrežia Kanady vyššia než normálna kvôli zväčšenému ľadovému rozšíreniu (Obrázok 3). Hustejšia a chladná voda klesne dole rýchlejšie než v NAO- fázi. Dixon a Delworth (2000) navrhujú, že zväčšená hlboká vodná formácia spomaľuje tepelný obeh, ktorý bol predpovedaný globálnym klimatickým otepľovaním [1, 2]. V Grafe 1 sú to roky 1974, 1982, 1989.



vetrom cez východný Atlantik. V starších časových merítkach to bol prípad roku 1881, 1918. V Graf 1 si povšimneme rok 1963, kedy táto situácia nastala. Obrátené tlakové gradienty viedli k extrémne drsným zimám, kedy vo Švajčiarsku zamrzlo niekoľko veľkých jazier na povrchu [1, 2].

GRAF 1: NAO (december-marec 1961-1989): NOAA CPC



## 2.4 Mechanizmy NAO

NAO je v prvom rade a hlavne režim premenlivosti vnútorne v atmosfére, ale je i dôkaz, že externé faktory ako sopečné aerosoly, antropogénne vplyvy na atmosférické zloženie a zmeny slnečnej aktivity môžu ovplyvňovať jeho fázu a amplitúdu [1, 2]. Taktiež bolo vyskúmané, že vzájomné ovplyvňovanie medzi atmosférou a podložným povrchom alebo medzi troposférou a stratosférou môže poskytnúť nízkofrekvenčnú komponentu k NAO premenlivosti, a to takú, že obmedzená predpoveď je celkom hodnoverná [1, 4]. Avšak tieto vplyvy sa obvykle neprejavujú v dlhšej časovej rade (dekáda) [2]. Odpovede, ktoré určujú aké konkrétne mechanizmy ovplyvňujú povahu NAO, dáva modelovanie atmosféry a jej procesov. Typ vstupných dát je najčastejšie súbor sérií povrchových teplôt časovej série približne 100 rokov. Potom je simulovaná NAO premenlivosť porovnávaná s pozorovanou premenlivosťou a percento, koľko premenlivosti je vysvetlené

modelom, môže potom napovedať o význame vstupných údajov pre NAO kolísanie a taktiež vysvetľovať šum [1].

#### **2.4.1 Atmosférické procesy**

Veľmi významný dôkaz poskytnú atmosférické hlavné cirkulačné modely (AGCMs) o tom, že základná konštrukcia NAO vyvstáva z vnútorných, nelineárnych dynamík atmosféry [1, 2]. Do týchto modelov vstupujú dáta typu slnečná aktivita, morská povrchová teplota, morský ľad a snehová pokrývka, čo sú tiež modelové hraničné podmienky ako je uvedené v [1]. Ako klimatologické premenné neobsahujú žiadny signál NAO [2]. NAO je teda spôsobené skutočným zosilnením atmosféry, jeho morsko – zemského rozdelenia a nelineárnej dynamiky minimálne v krátkych časových merítkach 10 dní [1, 2]. Ale to ešte nevysvetľuje medzidekadové a každoročné trendy NAO, ktoré boli ukázané NAO indexovou radou [1, 2]. Jedna z teórií je, že nižšia stratosféra ovplyvňuje troposféru a spôsobuje tak prúdové anomálie a tým aj NAO variabilitu [3]. V nižšej stratosfére, vedúci vzor geopotenciálnej výškovej premenlivosti sa vyznačuje omnoho viac prstencovou (pásmovo súmernou) štruktúrou než v troposfére. Vo fázi, keď sú výše cez polárnu oblasť nižšie než normálne, stratosférické západné vetry, ktoré obkľúčia pól, sú zvýšené a polárne vírenie je silné a anomálne chladné. Súčasne na povrchu má NAO sklon byť v pozitívnej fázi [1, 4].

#### **2.4.2 Oceánske vplyvy**

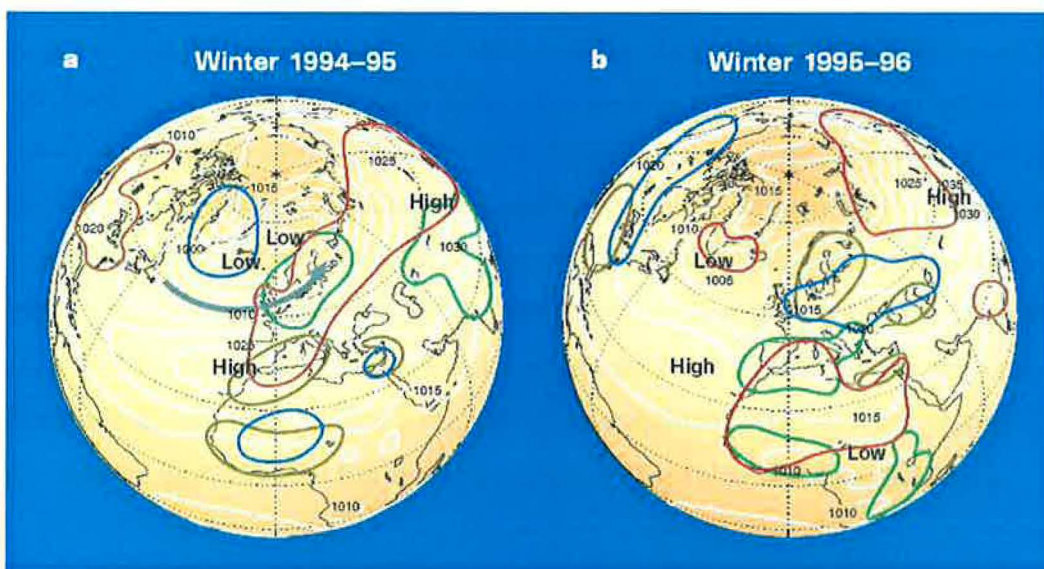
Interakcia medzi oceánom a atmosférou by naopak zase mohla byť dôležitá na porozumenie detailov pozorovanej amplitúdy NAO a jeho dlhší časový vývoj [1, 2]. Je možné nielen, že oceán ovplyvňuje NAO variabilitu, ale taktiež opačný prístup [1]. Hurrell (2003) skonštatoval, že Atlantik tiež reaguje na NAO, pretože zmeny v povrchových veterných vzoroch skrz NAO majú vplyv na tepelný pohyb a horizontálny obeh. Toto by vysvetlilo medzidekadové morské povrchové teplotné odchýlky, ktoré boli pozorované v posledných 100 rokoch a korešpondovali s kolísaním tlaku NAO [1, 2]. Subtropické vírenie sa ohrialo pod 1000 m

a subpolárne vírenie sa ochladilo, čo je zhodné s prevážne pozitívnou NAO fázou [1, 2].

I opačne je všetko pravdepodobné a to: Morské povrchové kolísanie teploty mohli zosilniť nekľudné tepelné toky v oceánskom povrchu, ktoré mali priamy účinok na atmosférickú hraničnú vrstvu [1, 2]. Rodwell a kol. (1999) ukázali, že asi 50% z amplitúdy dlhodobej premenlivosti zimného NAO indexu je vysvetlených skrze AGCM, ktorý je vytvorený datami morských povrchových teplôt [1, 2]. Tiež ľadová pokrývka v Labradorskom a Grónskom mori rovnako ako cez Arktídu je dobre korelovaná s NAO variabilitou [2].

## 2.5 Vplyvy NAO

NAO tlakové rozdelenie je príčinou silnejších alebo slabších západných vetrov, závislých na sile tlakových odchýliek, vyjadrené NAO indexom [1]. Transport vlhkosti a mierneho – vlažného vzduchu pomocou západných vetrov z južného Atlantiku smerom k Európe spôsobuje zmeny v teplote, zrážkach, búrkach (intenzite a priebehu) nad Európou [1, 2].



Obrázok 5: a) NAO+ fáza, b) NAO- fáza. Biele obrysy zobrazujú sezónne priemerné tlakové pole pri hladine mora; modré a červené oblasti sú chladnejšie a teplejšie než v normále; zelené a hnedé oblasti sú vyššie a nižšie zrážky než normálne. Silnejšie západné vetry behom NAO+ fáze sú označené v časti a) šedou šípkou [1].

NAO má nepriamo vplyv i na Európsku biosféru ako to ukázal *Menzel a kol. (2005)* cez analýzu rastlinnej fenologickej skupiny dát, že progres obdobia (zmena z jari k letu) je vysoko závislý na NAO stave: V rokoch s pozitívnym NAO indexom bol progres od západnej k východnej Európe zreteľne výrazný, zatiaľ čo v rokoch so záporným indexom bol progres závislý na viacerých faktoroch okrem NAO a bol skôr od severu k juhu Európy [1]. George a kol. (2004) analyzoval priame a nepriame efekty NAO poveternostných podmienok na štyroch jazerách v Británii z dát nameraných v období 1961 – 1997. Pozoruhodné zmeny zaznamenal u dvoch menších jazier, kde mohli byť zmeny priamo korelované k NAO variabilite [1]. V rokoch s pozitívnym NAO indexom boli zimné podmienky v Británii extrémne mierne a vlhké. A teda bola behom tohto obdobia zvýšená biosférická aktivita. Zistili to vyšším dusičným prispôbením v okolí povodí jazier a teda redukovaným prívodom dusičnanov vo vode cez vylučovacie procesy. A keďže v zime bol väčší počet zrážok, bolo zvýšené vymývanie chlorofylu v jazerách vedúce k redukovanému rastu fytoplanktónu na jar [1].

Beniston (1997) porovnával snehové záznamy zo švajčiarskych Álp k fázi NAO. Švajčiarsko je závislé na poriadnej snehovej nádielke i z dôvodu turistického ruchu, ktorý tvorí významný podiel v ekonomickom výnose pre krajinu ako aj pre energetickú výrobu, keďže vo Švajčiarsku tvoria veľkú časť elektrární práve vodné elektrárne [1]. Teplé zimy majú sklon byť suchšie a sneh sa topí rýchlejšie. Vo vysokých polohách Švajčiarska sú mierne zimy spôsobené často trvalými vysokými tlakovými situáciami, prislúchajúce s pozitívnym NAO indexom [1]. A pozitívna fáza NAO vždy vedie k preriedeniu snehovej pokrývky v alpských regiónoch, ako príklad nám môže slúžiť zima 2006/2007. Vtedy NAO index vypočítaný Hurrellom sa rovnal hodnote +2,80, čo je vysoký pozitívny NAO index. Behom tejto zimy, Európa zakúšala teplú, vlhkú a veternú zimu s teplotami viac než dva stupne nad priemerom. Opačne južná Európa bola suchá a menej veterná než normálne [1].

### 3. Metóda miery vzájomnej informácie

V tejto stati sa budeme venovať jednej z najrozšírenejších nelineárnych štatistických metód a to vzájomnej informácii. Má široké využitie a to nielen v meteorológii, ale i v genetike, lekárstve, biológii a nových technológiách [5].

Vzájomná informácia je založená na dvoch prístupoch, akými zadefinujeme entropiu.

#### 3.1 Definícia vzájomnej informácie

V roku 1948 sa Shannon venoval rozsiahlemu štatistickému výskumu diskretných systémov. Zdefinoval Shannonovu entropiu a jej vlastnosti a skúmal aplikácie tejto metódy napr. na génové dáta. Podrobný postup je uvedený v [6].

Uvažujeme systém  $A$  s  $M_A$  možnými stavmi. To je, meranie uskutočnené na  $A$  sa bude nachádzať v jednom zo stavov  $a_1, \dots, a_{M_A}$ , každé s pravdepodobnosťou  $p(a_i)$ . Priemerné množstvo informácie obsiahnutej meraním, ktoré charakterizuje jednotlivá hodnota  $a_i$  je dané entropiou  $H(A)$  systému [6]

$$H(A) = -\sum_{i=1}^{M_A} p(a_i) \log p(a_i) . \quad (1)$$

Vlastnosti tejto entropie  $H(A)$  boli zhrnuté do štyroch bodov:

- ak predpokladáme, že výstupy z merania sú úplne určené hodnotou  $a_i$ , to je, pravdepodobnosť  $p(a_i)$  je jedna, potom všetky pravdepodobnosti  $p(a_i)$  s  $i \neq 1$  sú nula. V tomto prípade bude  $H(A) = 0$  [6].
- Pre rovnako pravdepodobné udalosti je entropia  $H(A)$  maximálna [6].

$$p(a_i) = \frac{1}{M_A} \forall i \Rightarrow H(A) = \log M_A \quad (2)$$

- Shannonova entropia sa nezmení, pokiaľ pridáme do súboru nemožné udalosti [6].
- Logaritmus v rovnici (1) vždy predstavuje prirodzený logaritmus. Ak je použitý logaritmus o základe  $M_A$ , entropia je normalizovaná [6].

$$0 \leq H(A) \leq 1 \quad (3)$$

Definujeme spoločnú entropiu  $H(A,B)$  dvoch diskretných systémov  $A$  a  $B$  analogicky:

$$H(A,B) \equiv - \sum_{i=1}^{M_A} \sum_{j=1}^{M_B} p(a_i, b_j) \log p(a_i, b_j). \quad (4)$$

$P(a_i, b_j)$  označuje spoločnú pravdepodobnosť, že  $A$  je v stave  $a_i$  a  $B$  je v stave  $b_j$ . Počet možných stavov  $M_A$  a  $M_B$  môže byť rozličný. Ak sú systémy  $A$  a  $B$  štatisticky nezávislé, spoločné pravdepodobnostné činitele a spoločná entropia sa stáva [6]:

$$H(A,B) = H(A) + H(B). \quad (5)$$

Všeobecne, vyjadríme spoločnú entropiu pomocou podmienenej entropie  $H(A|B)$  [6]:

$$H(A,B) = H(A|B) + H(B). \quad (6)$$

$H(A|B)$  definujeme ako [6]:

$$H(A|B) \equiv - \sum_{i=1}^{M_A} \sum_{j=1}^{M_B} p(a_i, b_j) \log p(a_i|b_j). \quad (7)$$

Platí relácia pre ľubovoľné dva systémy  $A, B$ :

$$H(A|B) \leq H(A). \quad (8)$$

Dostaneme reláciu

$$H(A,B) \leq H(A) + H(B). \quad (9)$$

Dosadíme do rovnice (5). Vzájomná informácia  $I(A,B)$  medzi systémami  $A$  a  $B$  je definovaná ako [5, 6, 7, 8]:

$$I(A, B) \equiv H(A) + H(B) - H(A,B) \geq 0. \quad (10)$$

Kullback (1959) zvolil odlišný prístup k definovaniu vzájomnej informácie. Kullbackova entropia  $K(p|p^0)$  medzi dvoma pravdepodobnostnými distribúciami  $\{p\}$  a  $\{p^0\}$  je [6]:

$$K(p|p^0) \equiv \sum p_i \log \frac{p_i}{p_i^0}. \quad (11)$$

Kullbackova entropia popisuje množstvo informácie, ktoré sa premiestni z pôvodnej pravdepodobnostnej distribúcie  $\{p^0\}$  na konečnú distribúciu  $\{p\}$ . Preto táto entropia popisuje mieru vzdialenosti medzi týmito dvoma pravdepodobnostnými rozdeleniami [6].

Kullbackova entropia nie je symetrická. Opäť je vždy väčšia než nula a vymizne, ak sú rozdelenia identické. Tiež toto rozdelenie  $\{p^0\}$  je dané hypotézou štatistickej nezávislosti medzi dvoma systémami  $A$  a  $B$ . Potom  $p^0(a_i, b_j)$  je súčin dielčích distribúcií [6]:

$$p^0(a_i, b_j) = p(a_i) p(b_j). \quad (12)$$

Kullbackova entropia  $K(p|p^0)$  je daná:

$$K(p|p^0) = \sum_{i,j} p(a_i, b_j) \log \frac{p(a_i, b_j)}{p(a_i)p(b_j)}, \quad (13)$$

kde  $K(p|p^0)$  je miera "vzdialenosti" od našej hypotézy, že systémy sú štatisticky nezávislé. Taktiež po dosadení dostávame vzájomnú informáciu  $I(A, B)$ .  $I(A, B)$  je všeobecnejšia na rozdiel od častejšie užívaných mier, ako Pearsonova korelácia alebo euklidovská vzdialenosť, ktorá určí kvantitatívne len lineárne závislosti. A žiadna vzájomná informácia znamená že dve premenné sú nezávislé, zatiaľčo toto pre Pearsonovu koreláciu neplatí. Takže vzájomnú informáciu môžeme interpretovať ako zovšeobecnenú mieru vzájomnej korelácie, ale citlivú na všetky funkčné vzťahy, nielen na tie lineárne. Nie je to vzdialenosť v matematickom slova zmysle. Avšak, definícia [6]:

$$D(A, B) = H - I(A, B) \quad (14)$$

splní dôležité axiómy. Pre nás bude vzájomná informácia dôležitá všeobecná miera podobnosti a bude vyšetřovať nielen lineárne väzby, ale aj iné zložitejšie funkčné vzťahy [6].

### 3.2 Naivný algoritmus

V rozbore (kapitola 4) som použila algoritmus na výpočet miery vzájomnej informácie, a práve o ňom bude táto sekcia. Uvažujme súbor  $N$  súbežných meraní dvoch spojitých premenných  $x$  a  $y$ .

$$\text{Merania: } (x_i, y_i), \quad i = 1, \dots, N$$

Je to najviac rozšírený a používaný algoritmus založený na histogramovej technike. Máme daný počiatok  $o$  a šírku  $h$ , segmenty histogramu pre premennú  $x$  sú definované pomocou intervalov  $[o+mh, o+(m+1)h]$  a  $m = 1, \dots, M$ . Dáta sú rozdelené do  $M$  diskretných stĺpcov  $a_i$  a  $k_i$  označuje počet meraní ležiacich vo vnútri

stĺpca  $a_i$ . Pravdepodobnosti  $p(a_i)$  sú aproximované relatívnymi početnosťami výskytu [6]:

$$p(a_i) \rightarrow \frac{k_i}{N} \quad (15)$$

Vzájomná informácia  $I(X,Y)$  medzi dvoma súbormi dát  $X$  a  $Y$  je daná [6]:

$$I(X,Y) = \log N + \frac{1}{N} \sum_{i,j} k_{ij} \log \frac{k_{ij}}{k_i k_j}, \quad (16)$$

kde  $k_{ij}$  označuje počet meraní, kde  $a$  leží v  $a_i$  a  $y$  v  $b_j$ .

### 3.3 Odhad vzájomnej informácie

Odhad entropie z konečných súborov môže obsahovať systematické chyby [6], pričom

$$\langle H^{observed} \rangle \approx H - \frac{M-1}{2N}, \quad (17)$$

kde  $H^{observed}$  označuje odhadovanú entropiu použitú pre konečný súbor  $N$  dát k odhadnutiu  $M$  diskretných stavov. Ukazuje to, že systematická chyba nie je závislá na rozdelení pravdepodobnosti v analyzovanom súbore. Keďže vzájomná informácia podľa rovnice (10) je samou entropiou, môžeme použiť vyjadrenie pre odhad systematickej chyby  $I(X,Y)$  [9]

$$\langle I^{observed} \rangle \approx I(X,Y)^{true} + \Delta I(X,Y), \quad (18)$$

kde

$$\Delta I(X,Y) = \frac{M_{xy} - M_x - M_y + 1}{2N}, \quad (19)$$

kde  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$  značia počet diskretných stavov (segmenty v histograme) s nenulovou pravdepodobnosťou. Priblíženie (19) používame za predpokladu, že veľkosť datového súboru je oveľa väčšia než počet segmentov histogramu. Je potreba túto podmienku vždy overiť [6].

### Fraser – Swinney algoritmus

Fraser a Swinney (1986) vynašli sofistikovaný algoritmus pre odhad vzájomnej informácie. Keďže tento algoritmus je tiež uspôsobený adaptívnemu rozdeleniu a je často používaný v bioinformatických analýzach [5, 6], popíšeme zopár jeho myšlienok. Miesto výberu pevného počtu intervalov, skonštruovali hierarchiu úsekov  $P_m$ , ktoré rekurzívne delili  $(x,y)$  – rovinu na stále menšie a menšie intervaly (segmenty histogramu). Dôležité pozorovanie je, že oblasti v  $(x,y)$  – rovine, kde sú dáta rovnomerne rozložené prispievajú ďalej k odhadovanej vzájomnej informácii pod zjemnené rozdelenie a nie je dôvod v ďalšie rozdeľovanie tejto oblasti. Preto rozdelenie v oblastiach  $(x,y)$  – roviny dát je dosť husté a stáva sa jemnejším. Menej obsadené alebo prázdne oblasti sú pokryté s väčšími „boxami“. Avšak ako ukázal Paluš (1993), tento algoritmus, i keď matematicky veľmi dobrý, nevedie k výraznejšiemu zlepšeniu v odhade vzájomnej informácie uspôsobenej na jednoduché adaptívne rozdelenie [6].

### 3.4 Test štatistickej významnosti vzájomnej informácie

Je veľmi dôležité si ujasniť, ako budeme jednotlivé výsledky interpretovať. Preto si zavedieme nulovú hypotézu a test, ktorým otestujeme naše výsledky. Najprirodzenejšia nulová hypotéza sa nám naskytá, že sú datové súbory  $X$  a  $Y$  štatisticky nezávislé. Ak vzájomná informácia nie je v súlade s nulovou hypotézou, môžeme nulovú hypotézu zamietnuť a tvrdiť, že korelácia je významná. Nulovú hypotézu nezamietame absolútne, ale vždy vzhľadom na určitú hladinu významnosti. Zvolíme si testovací súbor  $\{X^\delta, Y^\delta\}$ , v súlade s nulovou hypotézou. Máme vypočítanú hodnotu vzájomnej informácie a odhadovanú nášho testovacieho súboru, potom stačí dopočítať odhadované smerodajné odchýlky. Významnosť  $S$  je potom daná [6, 9]:

$$S \equiv \frac{I(X,Y)^{data} - \langle I(X,Y)^{surr} \rangle}{\sigma_{surr}} \quad (20)$$

Tento prístup predpokladá znalosť distribúcie rozdelenia vzájomnej informácie. (Např.  $|S| \geq 2,6$  môže byť považovaná za významnú na hladine významnosti 99%

Gaussovho rozdelenia). Všeobecnejší prístup je, že si určíme pravdepodobnosť  $\alpha$  nepravdivého zamietnutia. Potom, pre jednostranný test,  $M^s = \frac{1}{\alpha} - 1$  je počet realizácií nových súborov, vyhovujúcich testovanej nulovej hypotéze. Vráťane pôvodných údajov, máme teraz súbor o  $1/\alpha$  údajov. Teda, pravdepodobnosť, že naše meranie má najväčšiu vzájomnú informáciu celého súboru len zhodou je presne  $\alpha$ . Nulová hypotéza môže byť preto zamietnutá na hladine významnosti  $(1-\alpha) \cdot 100\%$  [6,9].

### 3.5 Odhad počiatku hustoty

Zatiaľ sme uvažovali len o algoritmoch založených na histogramovej štruktúre s  $M$  diskretnými segmentami. Moon a kol. (1995) navrhli alternatívnu metódu, založenú na odhade počiatku hustoty (KDE). Bolo zistených viacero výhod oproti predchádzajúcej metóde [6]:

- (i) lepšia priemerná kvadratická odchýlka konvergenie odhadu hustoty pravdepodobnosti rozdelenia
- (ii) necitlivosť voči voľbám počiatku
- (iii) schopnosť špecifikovať sofistikovanejšie vzory než pravouholníky pre frekvenciu početnosti.

Odstráni sa z pôvodného usporiadania histogramov závislosť na polohe jeho počiatku a šírky. Výsledok v naivnom odhade je [6]:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{2Nh} \sum_{i=1}^N \Theta(h - |x - x_i|), \quad (21)$$

kde  $\Theta(x)$  je Heavisidova funkcia daná predpisom:

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x \leq 0 \end{cases} \quad (22)$$

So zovšeobecnenou váhou (mierou) alebo počiatkovou funkciou  $K(x)$ . Odhad počiatku hustoty je daný ako [6]:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x - x_i}{h}\right). \quad (23)$$

Parameter  $h$  sa nazýva hladkým parametrom alebo kanálovou šírkou.  $K(x)$  je považovaná za (normalizovanú) pravdepodobnostnú hustotu [6]. Ako príklad pre Gaussovo jadro dostávame odhad hustoty:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{N} \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{(x-x_i)^2}{2h^2}\right), \quad (24)$$

kde je dôležitý odhad parametra  $h$ .

Tu je vzájomná informácia funkcia hustôt pravdepodobnosti. Keďže sú  $\hat{f}$  spojité funkcie, môžeme sumy v základnom vzorci pre vzájomnú informáciu (13) nahradiť integrálmi [6]:

$$\hat{I}(X, Y) = \int \int \hat{f}(x, y) \log \frac{\hat{f}(x, y)}{\hat{f}(x)\hat{f}(y)} dx dy. \quad (25)$$

Tento vzorec neplatí pre jednotlivé entropie vo vzorci (10).

### *Jednoduchý algoritmus*

Pre vyjadrenie numerického odhadu (25) integrálu využijeme tento algoritmu. Je to z dôvodu veľkej početnej zložitosti i po naprogramovaní príslušného numerického programu, preto sa pokúsime navrhnúť algoritmus, ktorý tieto počty zjednoduší [6].

V úvode sme sa zmienili, že entropie predstavujú priemer cez rozdelenie pravdepodobností. Na základe rovnice (14), odhadovaná vzájomná informácia je [6]

$$\hat{I}(X, Y) = \left\langle \log \frac{\hat{f}(x, y)}{\hat{f}(x)\hat{f}(y)} \right\rangle. \quad (26)$$

Za predpokladu, že náš súbor dát je verný príklad pôvodnej pravdepodobnostnej distribúcie, dostávame [6]:

$$\hat{I}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log \left[ \frac{\hat{f}(x, y)}{\hat{f}(x)\hat{f}(y)} \right]. \quad (27)$$

### **3.6 Regresná analýza**

Regresná analýza založená na Pearsonovej korelácii alebo Euklidovskej vzdialenosti je pravdepodobne najrozšírenejší spôsob použitia metódy na analýzu

a zobrazovanie výsledkov dát. Slúži i ku klasifikácii údajov. V tejto stati sa budeme venovať porovnaniu regresnej analýzy aplikovanej na Pearsonovu (lineárnu) koreláciu a na vzájomnú informáciu. Pearsonov korelačný koeficient je definovaný ako [6, 7, 9]

$$\hat{C}_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{x_i - \langle x \rangle}{\sigma_x} \right) \left( \frac{y_i - \langle y \rangle}{\sigma_y} \right). \quad (28)$$

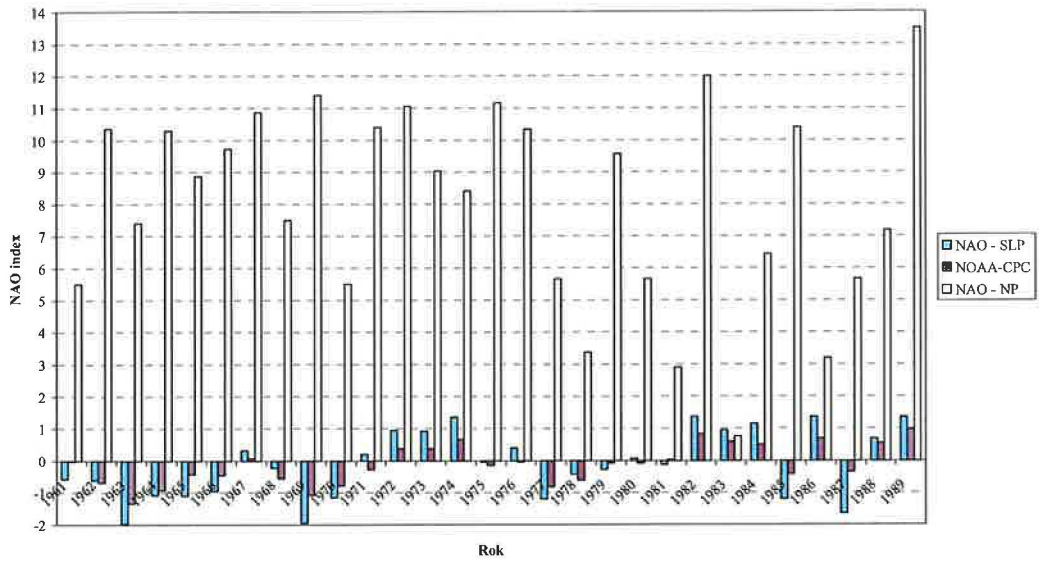
Kde  $\langle \sigma_x \rangle, \langle \sigma_y \rangle$  sú priemerné štandardné odchýlky [9]. V prvom rade Pearsonov koeficient sa pohybuje medzi zápornými a kladnými hodnotami korelácií, zatiaľčo vzájomná informácia nie. Pearsonova korelácia je viazaná vzájomnou informáciou: S ohľadom na numerické a štatistické chyby, situácia s vysokou Pearsonou koreláciou  $|\hat{C}_{xy}|$  a nízkou vzájomnou informáciou neexistuje. Je dôležité, že vo vnútri súboru je Pearsonova korelácia a vzájomná informácia zladená. Nevýhoda vzájomnej informácie je jej citlivosť na šумы v meraných údajoch a potreba veľkého množstva presných údajov (veľký rozsah súboru), aby boli dobre zreteľné nelinearity [6, 8, 9].

#### 4. Výsledky a analýza

Keďže prevádzam spracovanie klimatologických dát, ktoré sú veľkého časového merítka, tak som nemohla sama experimentálne zmerať použité údaje. V tejto práci konkrétne sa jedná o obdobie 1961 – 1989. Údaje som pochopiteľne nebola svojimi obmedzenými možnosťami získať inak ako prevziať z už dostupných zdrojov. Mesačné priemery teplôt som obdržala z ČHMÚ (Český hydrometeorologický ústav) a indexy NAO som získala z [10]. Cieľom mojej práce je hlavne porovnať dva prístupy - lineárny a nelineárny. Ako lineárny prístup som si zvolila Pearsonovu a Spearmanovu korelačnú štatistiku [9].

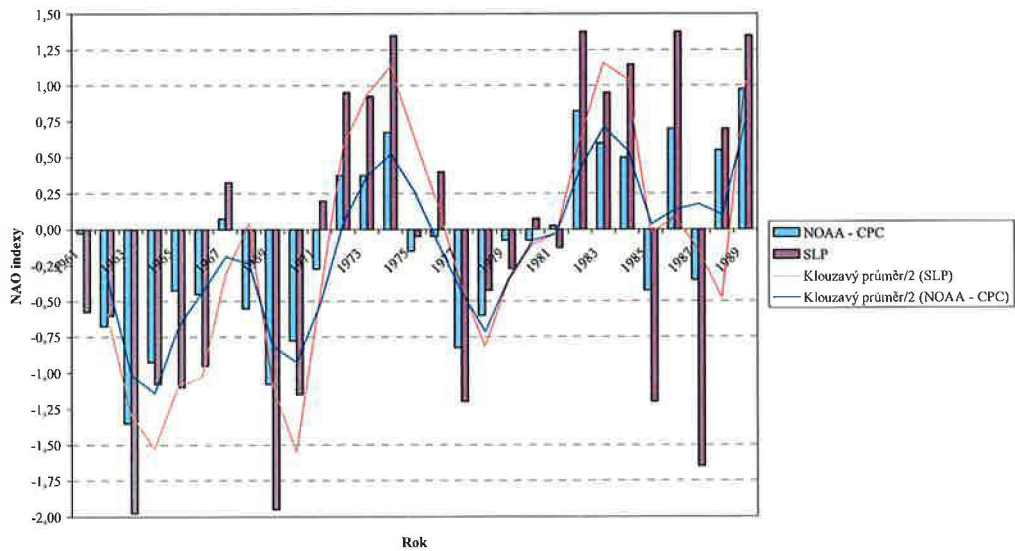
Teplotné priemery som použila celkové z Českej republiky ako priemer teplôt nameraných na jednotlivých meteorologických staniách celej ČR. Počítala som s tromi rôznymi indexami NAO, ktoré sa líšia metódou získania a počítania. Ako prvý som použila NOAA CPC – NAO index. Tento denný index bol skonštruovaný projekciou dennej výškovej anomálie (500 mb) nad severnou pologulou až k prevládajúcemu vzoru NAO. Ďalej SLP – NAO index, mesačný staničný NAO index založený na rozdieloch tlakov normalizovaných morských hladín medzi Ponta Delgada – Azory a Stykkisholmur/Reykjavik – Island. A konečne NP-NAO index získaný pre hodnoty normálneho tlaku 1000 mb.

GRAF 2: NAO indexy za obdobie 1961 - 1989 získané tromi rôznymi spôsobmi



Graf 2 : Vidíme tri rôzne NAO indexy a ich trendy. Môžeme postrehnúť, že NAO – SLP, a NAO – NOAA CPC majú skoro zhodné sklony časových priebehov. NAO – NP má o veľa väčšie amplitúdy než predchádzajúce dva druhy.

Graf 3: Detailnejší časový priebeh NAO - SLP a NAO - NOAA CPC



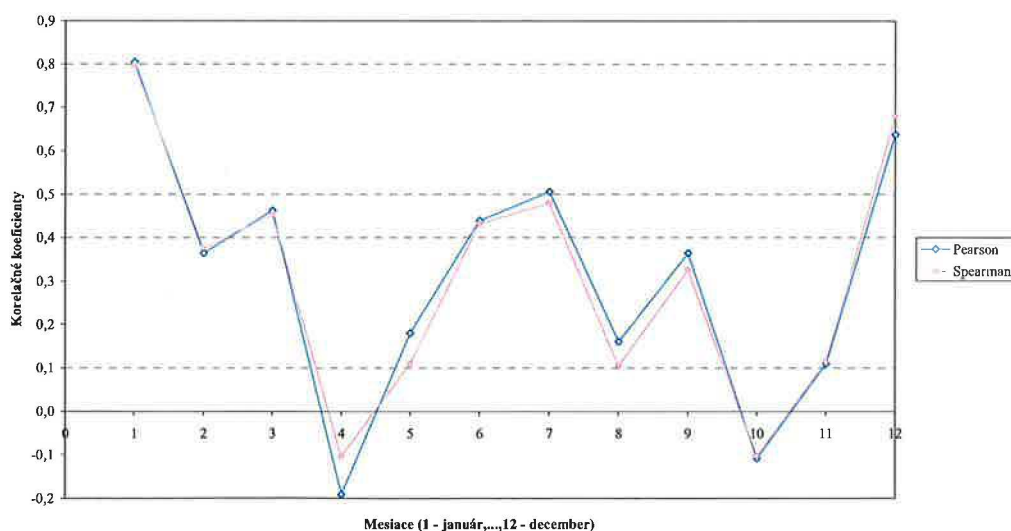
V Tabuľkách 1, 2 sú T1,...,T12 mesačné priemerné rady teplôt a príslušného druhu NAO indexov. Zvýraznené hodnoty sú štatisticky významné na hladine významnosti 5%. Boli počítané a testované pomocou programu STATISTICA [11].

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
NOAA												
CPC	0,80	0,36	0,46	-0,19	0,18	0,44	0,51	0,16	0,36	-0,11	0,11	0,64
NP	0,17	0,25	-0,10	0,17	-0,33	-0,09	-0,11	0,27	0,01	0,03	-0,16	0,18
SLP	0,80	0,47	0,42	-0,10	0,21	0,19	0,01	0,65	0,58	0,14	0,40	0,33

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
NOAA												
CPC	0,80	0,38	0,45	-0,10	0,11	0,43	0,48	0,11	0,33	-0,10	0,12	0,68
SLP	0,77	0,45	0,42	-0,09	0,18	0,21	0,00	0,65	0,54	0,38	0,39	0,38
NP	0,12	0,20	-0,15	0,16	-0,41	-0,19	-0,16	0,27	0,01	-0,02	-0,23	0,10

Porovnam graficky výsledné korelačné koeficienty a zistím že ich sklon priebehu je často rovnaký akurát posunutý.

Graf 4: Spearmanov a Pearsonov korelačný koeficient medzi NAO - NOAA CPC a teplotnými mesačnými priemermi za obdobie 1961 - 1989

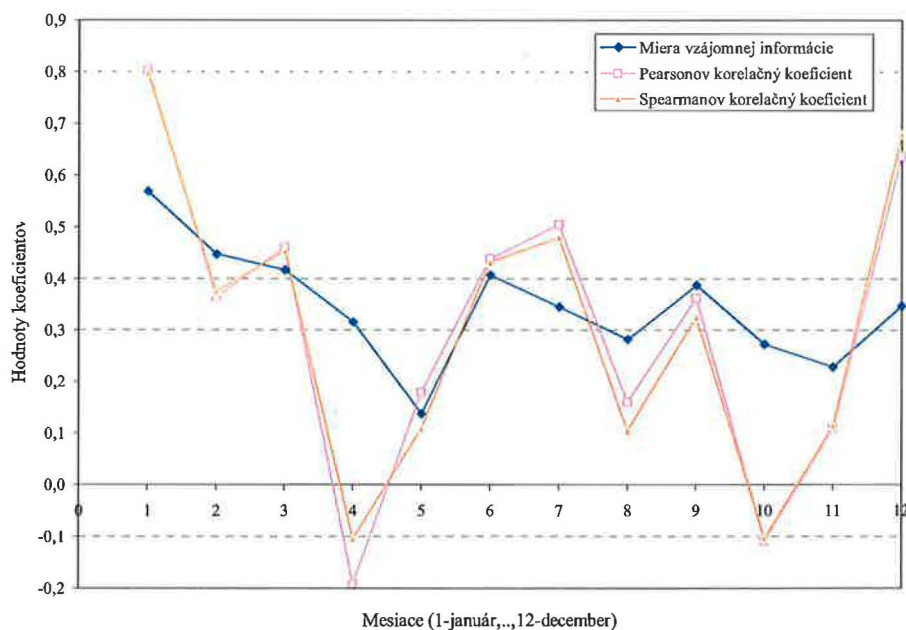


Vidíme z Grafu 4, že najvyššia korelácia je v zimných mesiacoch: December – Marec. Táto korelácia bola zistená mnohými klimatologickými modelmi, ktoré hodnotia zimnú atmosféru severnej pologule za klimatologicky aktívnejšiu [1].

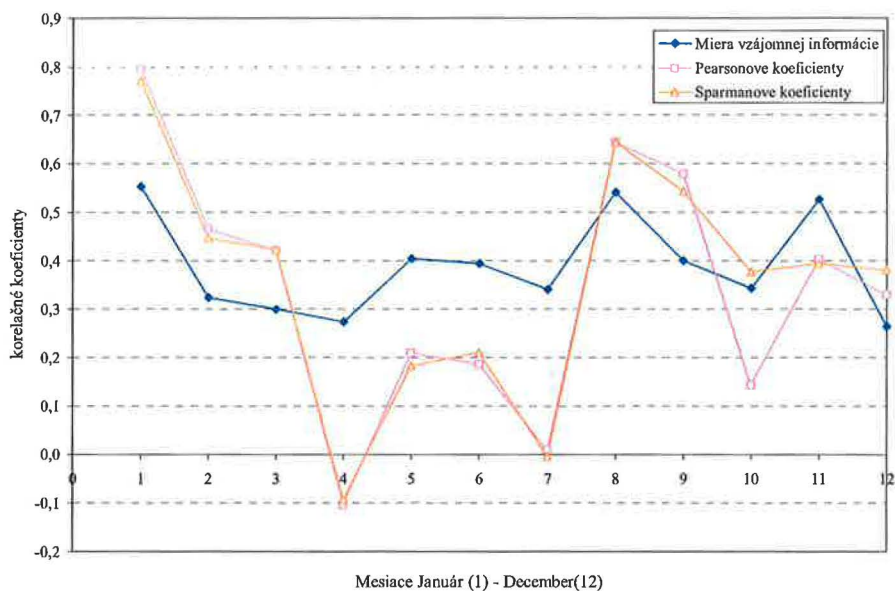
Mierna korelácia nastáva i za letných mesiacov, ktoré síce nie sú považované za adepty k väzbe, ale i letné pôsobenie NAO je badateľné, i keď nie v takej miere ako v zime. Tento graf je skonštruovaný pre indexy NAO – NOAA CPC, u ďalších dvoch NAO indexov je priebeh takmer totožný ako v tomto, preto ich nebudem uvádzať. Na záver lineárneho testovania údajov je dobré povedať, že ako Spearmanova, tak Pearsonova štatistika dobre ukazuje väzbu teplôt a NAO. Je badateľný výrazny vplyv NAO na teploty u nás.

Za nelineárnu štatistiku bola zvolená miera vzájomnej informácie. Keďže nie sú dostupné žiadne softwary, ktoré by počítali touto metódou, bolo nutné naprogramovať program. Pri jeho tvorbe som vychádzala z naivného algoritmu [6], prezentovanom v teoretickej časti práce (kapitola 3.2). Program bol vytvorený v jazyku C. Uvediem najzaujímavejšie výsledky a tiež pár štatistík a porovnaní.

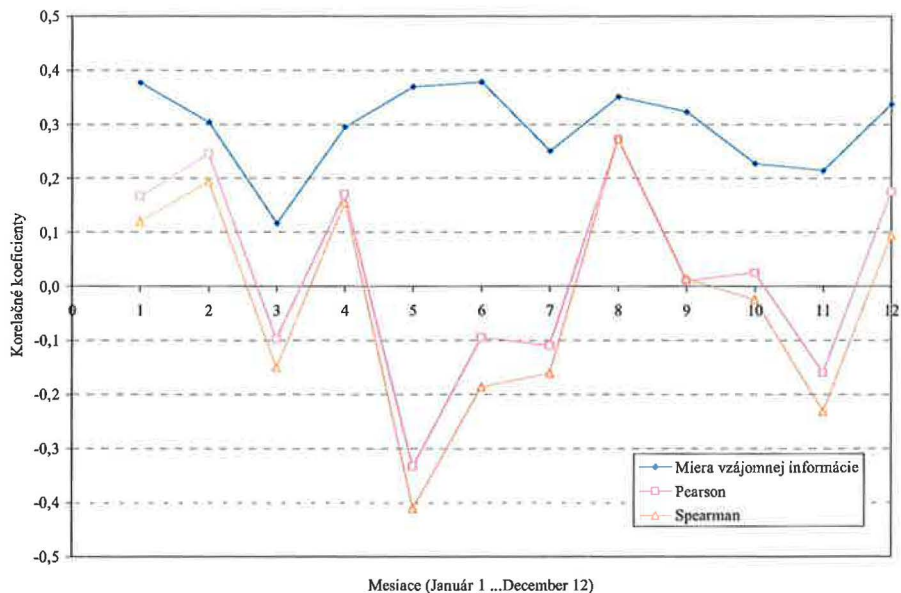
Graf 5: Porovnanie lineárnych štatistík (Pearson a Spearman) s mierou vzájomnej informácie (použité NAO indexy - NOAA CPC)



**Graf 6: Porovnanie korelačných koeficientov (Pearson, Spearman) s mierou vzájomnej informácie (použité NAO indexy SLP)**



**Graf 7: Porovnanie lineárnych korelačných koeficientov (Pearson a Spearman) s mierou vzájomnej informácie (Použité NAO indexy NP)**

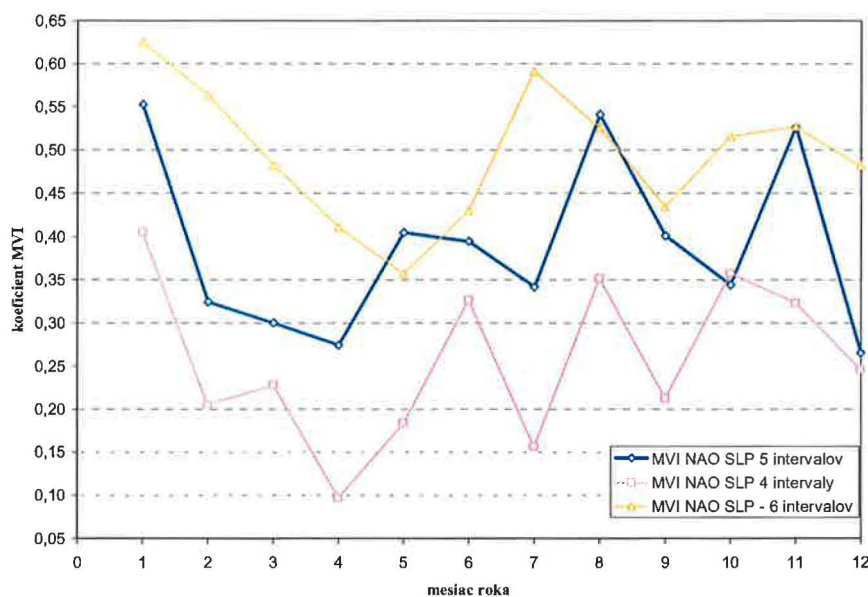


Vidíme z Grafov (5,6,7), že vzájomná informácia sa najmä u typu NAO – NOAA CPC prejavuje v zimných mesiacoch a počas celého roka kolíše. U druhého NAO –

SLP vidíme významné korelácie v januári, auguste a novembri. U tretieho typu NAO indexu – NAO NP sú to pomerne nižšie hodnoty koeficientov i vzájomnej informácie a najvýraznejšie sú opäť v januári, máji a júni. Celé tabuľky korelačných koeficientov a vzájomnej informácie sú uvedené v prílohe 1, kde je viditeľné dlhšie pôsobenie NAO vplyvu v ročných obdobiach (januárový NAO index pôsobí na augustové teploty a pod.)

Ďalej som skúsila závislosť hodnoty miery vzájomnej informácie na štruktúre histogramov, z ktorých početnosti vstupovali do algoritmu programu pre výpočet. Vybrala som si NAO indexy – SLP a zvolila som štyri a šesť triednych intervalov, miesto pôvodných päť. Pôvodne som zvolila počet triednych intervalov pomocou Sturgesovho pravidla [9], tak aby som mala minimálny počet nulových triednych intervalov. To sa pri tomto rozdelení darilo. V prílohe 2 uvádzam jeden výstup z programu pre tri rôzne počty triednych intervalov.

Graf 8: Porovnanie vzájomnej informácie u NAO SLP s rozdielnymi triednymi intervalmi u histogramov pri jej počítaní



V Grafe 8. si všimneme mierne nadexponované hodnoty koeficientov miery vzájomnej informácie u šiestich triednych intervalov, ktoré boli spôsobené najmä priradením intervalov s nulovými početnosťami. U štyroch triednych intervalov sú hodnoty posunuté zase smerom nadol, ale smernice častí krivky sú takmer totožné. Nakoniec najlepšie zodpovedá našej teórii o väzbe najmä zimných teplôt a NAO

tmavomodrá tučná krivka, ktorá je počítaná s piatimi triednymi intervalmi pomocou Sturgesovho pravidla [9].

#### 4.1 Výsledky a diskusia

- Pearsonove a Spearmanove korelačné koeficienty veľmi názorne ukázali na silnú väzbu medzi NAO indexami (NAO variabilitou) a teplotami v Českej republike za 28 – ročné obdobie (viac dekádová časová rada). Vidíme zimné silné korelácie a ako protipól vystupujú i korelácie v lete najmä v auguste. Obe lineárne metódy sú porovnateľné a ich trend je skoro zhodný.
- Miera vzájomnej informácie vyšla podľa očakávaní s čiastočným prekrytím sklonu i s lineárnymi štatistikami, i keď odchýlky tam sú. Nie sú v nej výrazné minimá a maximá, drží sa v pomerne miernom sklone. Súčasne sme zistili, že je táto metóda citlivá na robustnosť histogramového základu a najlepšie jej zodpovedá zvolenie počtu intervalov podľa Sturgesa [9].
- Pri porovnaní rôznych typov NAO nám vyšiel vhodný kandidát na hlbšiu detailnejšiu analýzu druh indexu NAO – SLP príp. NAO –NOAA CPC kvôli reálnemu trendu ( Graf 3).
- Vzhľadom na použitie najjednoduchšieho algoritmu na výpočet miery vzájomnej informácie predpokladám veľké odchýlky a tiež veľký šum vo výstupných hodnotách ako i vstupné NAO indexy sú počítané s určitou chybou, ktorú neovplyvníme s ohľadom na externý zdroj dát.
- Prvé dva NAO indexy sa líšia spôsobom získania, SLP je staničný index, ktorý je málo citlivý k nožnej lineárnej variabilite dejov prebiehajúcich nad sebou súčasne v atmosfére [1, 2] a druhy NOAA CPC je získaný satelitnou projekciou a tam zase vznikajú zobrazovacie odchýlky, ktoré môžu ovplyvniť jeho charakter.

## 5. Záver

V dnešnej dobe je dobre porozumená časová i priestorová štruktúra jedného z najväčších klimatologických vzorov, ktoré ovplyvňujú priebeh počasia na severnej pologuli – NAO. V tejto práci sme ukázali, že variabilita NAO významne ovplyvňuje viac dekadový chod teplôt v Českej republike. Pomocou štatistických korelačných metód ako lineárnej a nelineárnej sa ukázala väzba teplôt a NAO. Zistili sme citlivosť nelineárnej metódy na zvolenie základných charakteristík pilieru - histogramu, na ktorom stavia program pri výpočte miery vzájomnej informácie naivným algoritmom. Samozrejme z časového trendu NAO môžeme spätne dopátrať i charakter počasia v tom roku, napr. roku 1963 bol NAO index – SLP rovný skoro - 2, teda bol vo výraznom režime NAO-. Predpokladáme teda, že zima bola mrazivá a suchá vplyvom tlakovej výše (Graf 3). Taktiež by sme mohli uvažovať o zime 2005, ktorá bola výrazne pod vplyvom NAO+ režimu (neukázané, [1]). Mierne teploty a dostatok snehových zrážok dominovali v strednej Európe počas pomerne dlhej polročnej zimy.

. Najväčší progres je zaznamenaný najmä v modelovaní atmosféry a predpovedateľnosti trendu variability ako i charakteru počasia na dlhšie časové škály. Urobilo sa mnoho záverov od osemdesiatych rokov dvadsiateho storočia :

- NAO variabilita je významne korelovaná so zmenami teplôt morskej hladiny [1,2].
- Časť modelov ukázala, že rastúce koncentrácie skleníkových plynov majú vplyv na NAO [1].
- Pokiaľ bude mať NAO variabilita pozitívny charakter, ako bolo predpovedané niektorými autormi [1, 2], môžeme počítať s jeho výrazným vplyvom na počasiu v Európe. Taktiež tam budú nemalé dopady na ekonomické a ekologické javy a s tým spojené zmeny v rozšírení biologických druhov ako i zrážkach a teplotnom priebehu počas tohto obdobia.

Je však všeobecný progres v skúmaní klimatologických fenoménov a to nielen NAO, ale aj ENSO ( ako jeho júžný dipól – „teleconnection“ [2]), NAM (prstencové pôsobenie), AO (Arktická oscilácia). Postupným zdokonaľovaním modelov budeme

bližšie i k pochopeniu NAO pôsobenia. Najmä výskum týkajúci sa vplyvu nižšej vrstvy stratosféry na troposférické procesy a teda i NAO [4].

## Referencie a použitá literatúra

- [1] Bachmann N. : *The North Atlantic Oscillation (NAO) Research, mechanism and future outlook*, Termpaper writing for MSc Biogeochemistry and pollutant dynamics, ETH Zurich, 2007
- [2] James W. Hurrell, Yochanan Kushnir, Geir Ottersen , Martin Visbeck: *An Overview of the North Atlantic Oscillation*, American Geophysical Union, 2003
- [3] Metelka L. (ČHMÚ): *Nelineárni variability tlakového pole v severoatlantické oblasti v zimním období*, Meteorologické zprávy, **57** (2004), 4 – 10
- [4] Maarten H. P. Ambaum a Brian J. Hoskins: *The NAO Troposphere – Stratosphere Connection*, Department of Meteorology, University of Reading, Berkshire, United Kingdom, Journal of Climate, 2002
- [5] Ing. Schwarz D., Ing. Provazník I. Ph.D.: *Registrace a segmentace medicínských obrazů z CT a MR*, Ústav biomedicínského inženýrství, FEI VUT, Brno, 2007
- [6] R. Steuer, J. Kurths, C.O.Daub, J.Weise, J. Selbig: *The mutual informaton: Detecting and evaluating dependencies between variables*, University Potsdam, Bioinformatics , **18** (2002), 231 – 240
- [7] Press W. H., Flannery, B. P., Teukolsky S. A. a Vetterling W. T.: *Numerical Recipes in C: The Art Of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 1988 – 1992, 628 – 639
- [8] Abarbanel H. D. I. (1996): *Analysis of observed chaotic data*. Springer, 272
- [9] Anděl J. : *Statistické metody*, Matfyzpress, Praha 2007, štvrté upravené vydanie

[10] [http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/precip/CWlink/pna/nao\\_index.html](http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/precip/CWlink/pna/nao_index.html)  
(7.2.2006)

[11] <http://www.statsoft.com/>  
(20.5.2008)

[12] <http://www.cpc.ncep.noaa.gov/data/teledoc/nao.html>  
( 18.3.2007 )

[13] James W. Hurrell, Chris K. Folland: *A Change in the Summer Atmospheric Circulation over the North Atlantic*, Exchanges – Selected Research Papers, **25**  
(2002)

## **Príloha 1 – Tabuľky Pearsonovej, Spearmanovej korelácie, Miery vzájomnej informácie**

### *Vysvetlivky*

- platia pre tabuľky 1 - 8
- T1,...,T12 sú rady priemerných mesačných teplôt za obdobie 1961 – 1989 (T1 – reprezentuje radu januárových teplôt)
- NAO1 – NAO12 sú rady priemerných mesačných NAO indexov za obdobie 1961 – 1989
- Zvýraznené hodnoty sú štatisticky významné na hladine významnosti 5%, otestované v programe STATISTICA [11].
- U vzájomnej informácie som použila testovanie významnosti tiež v STATISTICE [11], s ďalším postupom zvoleným v oddiele „Statistics“ - > „Power Analysis“

**Tabuľka 3 : Pearsonove korelačné koeficienty medzi priemernými mesačnými radami teplôt a NAO indexov NOAA – CPC za obdobie 1961 – 1989**

NOAA CPC	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
NAO1	0,80	0,13	0,35	0,20	-0,04	-0,30	-0,09	0,26	-0,01	-0,10	-0,30	0,37
NAO2	0,21	0,36	0,24	-0,12	0,02	-0,11	0,14	0,47	0,16	0,04	-0,07	0,11
NAO3	0,03	0,14	0,46	0,10	0,28	0,12	0,24	0,04	0,15	0,27	-0,06	0,36
NAO4	-0,15	0,04	-0,30	-0,19	-0,18	-0,35	0,03	-0,19	-0,10	-0,02	0,01	-0,09
NAO5	-0,09	-0,27	-0,30	0,24	0,18	-0,05	0,31	-0,05	-0,15	0,03	0,37	-0,15
NAO6	0,21	-0,01	0,08	0,14	0,05	0,44	-0,09	-0,36	-0,27	0,06	0,00	-0,17
NAO7	-0,11	-0,08	0,03	-0,12	0,53	0,25	0,51	0,09	0,38	0,01	-0,20	0,38
NAO8	0,34	0,02	0,22	-0,02	0,04	0,01	0,23	0,16	-0,09	0,02	-0,05	0,14
NAO9	-0,03	0,08	0,19	-0,21	0,02	-0,10	-0,02	0,16	0,36	-0,04	0,12	-0,01
NAO10	0,03	-0,41	-0,05	0,25	0,13	-0,23	0,15	-0,11	-0,27	-0,11	0,13	0,03
NAO11	0,07	-0,07	0,17	-0,14	0,16	-0,01	-0,07	-0,13	-0,13	0,18	0,11	0,24
NAO12	0,03	0,01	0,03	-0,26	0,25	-0,10	-0,05	0,27	0,07	-0,30	-0,37	0,64

**Tabuľka 4 : Pearsonove korelačné koeficienty medzi priemernými mesačnými radami teplôt a NAO indexov SLP za obdobie 1961 – 1989**

NAO - SLP	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
NAO1	0,80	0,14	0,37	0,16	-0,05	-0,27	-0,13	0,28	-0,09	-0,11	-0,31	0,06
NAO2	0,15	0,47	0,26	-0,13	-0,10	-0,14	0,09	0,50	0,17	-0,05	0,03	0,10
NAO3	0,07	-0,01	0,42	0,04	0,34	0,14	0,29	0,06	0,07	0,16	-0,07	0,35
NAO4	-0,06	-0,20	-0,23	-0,10	-0,18	-0,04	0,13	-0,39	-0,10	-0,05	0,12	-0,09
NAO5	-0,22	-0,27	-0,14	0,13	0,21	0,23	0,22	0,00	-0,38	0,01	0,52	-0,09
NAO6	0,20	0,24	0,13	0,09	-0,30	0,19	-0,21	-0,37	-0,16	0,02	-0,15	-0,16
NAO7	-0,04	0,12	0,21	0,01	0,38	0,17	0,01	0,05	0,19	-0,05	-0,15	0,24
NAO8	0,23	0,12	0,34	-0,02	0,13	-0,24	0,18	0,65	0,27	-0,11	-0,31	0,13
NAO9	-0,05	0,12	0,10	-0,14	-0,27	-0,10	-0,30	0,14	0,58	-0,04	0,02	-0,17
NAO10	0,02	-0,48	-0,02	0,15	0,21	0,08	0,30	0,05	0,16	0,14	0,41	-0,16
NAO11	-0,03	-0,04	0,03	-0,08	0,13	0,10	-0,11	-0,13	-0,14	0,04	0,40	0,17
NAO12	0,06	-0,01	-0,08	-0,30	0,29	-0,04	-0,01	0,26	-0,21	-0,26	-0,10	0,33

**Tabuľka 5 : Pearsonove korelačné koeficienty medzi priemernými mesačnými radami teplôt a NAO indexov NP za obdobie 1961 – 1989**

NP	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
NAO1	0,17	0,29	-0,19	-0,13	0,05	-0,20	0,15	0,28	-0,01	-0,21	-0,03	0,00
NAO2	-0,13	0,25	0,02	-0,04	0,20	-0,07	0,01	-0,03	0,15	-0,03	-0,19	0,35
NAO3	-0,30	0,00	-0,10	-0,07	0,15	0,00	0,24	-0,07	0,16	0,20	0,06	-0,19
NAO4	-0,01	-0,13	0,23	0,17	0,08	0,25	0,25	0,13	0,09	-0,01	0,14	-0,11
NAO5	-0,12	-0,06	-0,16	0,18	-0,33	0,05	0,05	-0,22	0,00	0,11	0,10	-0,04
NAO6	-0,03	0,14	0,26	-0,17	-0,41	-0,09	-0,57	-0,12	-0,09	-0,27	-0,11	0,03
NAO7	-0,07	0,37	-0,10	0,33	-0,22	0,03	-0,11	-0,12	-0,19	0,26	-0,39	0,03
NAO8	-0,12	-0,25	-0,32	-0,07	-0,05	-0,20	0,20	0,27	0,42	-0,02	-0,23	-0,13
NAO9	0,29	-0,04	0,09	0,09	-0,11	-0,13	0,00	0,26	0,01	-0,34	-0,36	0,18
NAO10	-0,13	0,08	0,13	0,20	0,11	0,02	0,34	0,26	0,21	0,03	-0,15	0,14
NAO11	-0,15	0,09	0,10	-0,08	0,10	0,06	-0,19	-0,07	0,07	0,02	-0,16	0,28
NAO12	0,09	-0,01	-0,08	-0,30	0,29	-0,04	-0,01	0,26	-0,21	-0,26	-0,10	0,33

**Tabuľka 6: Spearmanove korelačné koeficienty medzi priemernými mesačnými radami teplôt a NAO indexov NOAA – CPC za obdobie 1961 – 1989**

	NAO1	NAO2	NAO3	NAO4	NAO5	NAO6	NAO7	NAO8	NAO9	NAO10	NAO11	NAO12
<b>T1</b>	0,80	0,17	0,06	-0,05	0,01	0,11	-0,14	0,34	0,34	0,02	0,00	-0,03
<b>T2</b>	0,14	0,38	0,18	0,03	-0,19	-0,07	-0,18	-0,01	0,09	-0,40	0,15	0,03
<b>T3</b>	0,37	0,26	0,45	-0,21	-0,27	0,02	-0,03	0,25	0,22	-0,05	0,19	0,04
<b>T4</b>	0,17	-0,18	0,10	-0,10	0,27	0,10	-0,07	-0,12	-0,28	0,30	-0,15	-0,20
<b>T5</b>	-0,02	0,03	0,23	-0,15	0,11	0,05	0,54	0,05	-0,01	0,15	0,15	0,25
<b>T6</b>	-0,32	-0,02	0,15	-0,35	-0,07	0,43	0,11	0,06	-0,16	-0,27	0,02	-0,12
<b>T7</b>	-0,14	0,16	0,19	0,03	0,29	-0,08	0,48	0,19	0,02	0,19	0,03	-0,11
<b>T8</b>	0,32	0,48	0,05	-0,18	-0,08	-0,36	0,14	0,11	0,12	-0,09	-0,16	0,27
<b>T9</b>	-0,02	0,13	0,11	-0,12	-0,17	-0,24	0,43	-0,09	0,33	-0,27	-0,20	0,05
<b>T10</b>	0,05	0,14	0,33	-0,01	0,10	0,01	-0,08	0,07	-0,01	-0,10	0,24	-0,35
<b>T11</b>	-0,26	-0,04	-0,11	0,06	0,31	0,00	-0,23	-0,09	0,05	0,15	0,12	-0,32
<b>T12</b>	-0,03	0,03	0,25	-0,10	-0,06	-0,14	0,29	0,07	0,10	0,01	0,30	0,68

**Tabuľka 7: Spearmanove korelačné koeficienty medzi priemernými mesačnými radami teplôt a NAO indexov SLP za obdobie 1961 – 1989**

	NAO1	NAO2	NAO3	NAO4	NAO5	NAO6	NAO7	NAO8	NAO9	NAO10	NAO11	NAO12
<b>T1</b>	0,77	0,12	0,10	-0,05	-0,10	0,18	-0,12	0,25	0,02	0,00	-0,06	-0,02
<b>T2</b>	0,09	0,45	0,06	-0,14	-0,12	0,19	0,13	0,08	0,05	-0,36	-0,01	0,00
<b>T3</b>	0,36	0,29	0,42	-0,23	-0,06	0,09	0,19	0,30	0,09	0,02	0,05	-0,07
<b>T4</b>	0,21	-0,25	0,07	-0,09	0,15	-0,09	0,05	0,02	-0,32	0,22	-0,12	-0,14
<b>T5</b>	0,04	-0,07	0,31	-0,13	0,18	-0,36	0,43	0,20	-0,23	0,20	0,11	0,26
<b>T6</b>	-0,28	-0,07	0,13	-0,04	0,23	0,21	0,17	-0,25	-0,10	0,13	0,11	-0,09
<b>T7</b>	-0,13	0,15	0,25	0,27	0,21	-0,22	0,00	0,17	-0,23	0,34	0,03	-0,02
<b>T8</b>	0,40	0,46	0,10	-0,32	0,00	-0,40	0,03	0,65	0,12	0,01	-0,16	0,24
<b>T9</b>	-0,10	0,20	0,07	-0,09	-0,48	-0,17	0,20	0,35	0,54	0,21	-0,25	-0,19
<b>T10</b>	0,03	0,11	0,19	-0,02	-0,02	0,00	-0,02	0,00	-0,03	0,38	0,03	-0,27
<b>T11</b>	-0,28	0,04	-0,13	0,27	0,38	-0,18	-0,04	-0,41	0,04	0,46	0,39	-0,05
<b>T12</b>	0,03	0,03	0,22	-0,10	0,05	-0,22	0,15	0,20	-0,04	-0,28	0,23	0,38

**Tabuľka 8: Spearmanove korelačné koeficienty medzi priemernými mesačnými radami teplôt a NAO indexov NP za obdobie 1961 – 1989**

	NAO1	NAO2	NAO3	NAO4	NAO5	NAO6	NAO7	NAO8	NAO9	NAO10	NAO11	NAO12
<b>T1</b>	0,12	-0,11	-0,19	-0,09	-0,08	0,07	-0,02	-0,15	0,22	-0,21	-0,09	0,05
<b>T2</b>	0,26	0,20	0,02	-0,11	-0,14	0,25	0,35	-0,30	-0,03	0,03	0,12	0,13
<b>T3</b>	-0,15	0,05	-0,15	0,16	-0,08	0,29	-0,12	-0,35	0,04	0,13	0,15	0,01
<b>T4</b>	-0,10	-0,04	-0,01	0,16	0,15	-0,14	0,38	0,01	0,22	0,15	-0,13	-0,08
<b>T5</b>	0,04	0,22	0,14	0,00	-0,41	-0,44	-0,19	-0,03	0,01	0,09	0,07	-0,35
<b>T6</b>	-0,24	-0,05	0,00	0,26	-0,03	-0,19	0,00	-0,15	-0,06	0,07	0,06	0,16
<b>T7</b>	0,20	0,14	0,40	0,26	0,01	-0,54	-0,16	0,15	-0,03	0,28	-0,10	-0,21
<b>T8</b>	0,27	-0,05	-0,04	0,16	-0,20	-0,01	-0,09	0,27	0,28	0,24	-0,05	-0,26
<b>T9</b>	-0,02	0,14	0,18	0,10	-0,01	-0,10	-0,18	0,41	0,01	0,18	0,14	-0,28
<b>T10</b>	-0,21	-0,03	0,21	-0,05	0,20	-0,22	0,21	-0,07	-0,17	-0,02	-0,03	-0,09
<b>T11</b>	-0,04	-0,13	0,05	0,12	0,07	-0,20	-0,43	-0,19	-0,29	-0,12	-0,23	-0,03
<b>T12</b>	0,04	0,37	-0,17	-0,22	-0,03	-0,05	0,00	-0,11	0,14	0,16	0,30	0,10

**Tabuľka 9: Miera vzájomnej informácie pre jednotlivé NAO indexy**

NOAA CPC	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
<b>NAO1</b>	0,5690	0,3938	0,4417	0,3843	0,3306	0,2848	0,2588	0,3363	0,2550	0,3617	0,2257	0,2808
<b>NAO2</b>	0,2959	0,4474	0,2387	0,2292	0,1637	0,3028	0,1875	0,3661	0,3750	0,3022	0,3778	0,5349
<b>NAO3</b>	0,3282	0,1637	0,4168	0,2732	0,2375	0,2302	0,3037	0,3208	0,3054	0,1730	0,2283	0,2717
<b>NAO4</b>	0,3326	0,1798	0,3827	0,3161	0,3555	0,3575	0,3881	0,2413	0,2322	0,2613	0,1755	0,2760
<b>NAO5</b>	0,3661	0,2699	0,2972	0,2877	0,1383	0,2360	0,2397	0,3470	0,4837	0,2855	0,3023	0,3276
<b>NAO6</b>	0,3343	0,2113	0,3367	0,2496	0,2797	0,4071	0,3333	0,4046	0,3774	0,3226	0,2227	0,3076
<b>NAO7</b>	0,3379	0,2393	0,4125	0,2141	0,4926	0,2878	0,3457	0,2233	0,4375	0,3326	0,2381	0,3497
<b>NAO8</b>	0,4510	0,3046	0,2324	0,4321	0,3188	0,2667	0,3544	0,2822	0,3028	0,3343	0,2618	0,4510
<b>NAO9</b>	0,2895	0,3524	0,3938	0,4321	0,2891	0,3984	0,5245	0,2524	0,3867	0,4002	0,3691	0,4784
<b>NAO10</b>	0,1980	0,2930	0,2184	0,3931	0,2570	0,3781	0,3223	0,2565	0,3068	0,2725	0,1576	0,3390
<b>NAO11</b>	0,1967	0,2917	0,4829	0,3143	0,2738	0,3465	0,3596	0,1620	0,4601	0,2094	0,2285	0,2923
<b>NAO12</b>	0,3052	0,3319	0,3256	0,1750	0,3462	0,2370	0,3700	0,2798	0,3686	0,3978	0,2140	0,3467

**Tabuľka 10: Miera vzájomnej informácie pre jednotlivé NAO indexy**

SLP	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
NAO1	0,5530	0,3334	0,3451	0,3740	0,2701	0,3497	0,2642	0,5086	0,3082	0,2558	0,2131	0,3999
NAO2	0,4296	0,3246	0,2407	0,3175	0,2613	0,4686	0,3056	0,2992	0,4656	0,2203	0,3511	0,4686
NAO3	0,2554	0,3841	0,3002	0,2068	0,3028	0,4185	0,2608	0,3861	0,4004	0,2681	0,2936	0,4145
NAO4	0,2754	0,3022	0,2841	0,2746	0,2272	0,4023	0,3012	0,3105	0,3067	0,2520	0,3935	0,2754
NAO5	0,2862	0,3217	0,3066	0,2015	0,4048	0,2273	0,2374	0,3384	0,4633	0,1969	0,2726	0,2297
NAO6	0,4473	0,3521	0,4443	0,3806	0,3332	0,3947	0,2795	0,3146	0,5171	0,5078	0,3200	0,3517
NAO7	0,2588	0,2080	0,3748	0,2516	0,3954	0,3018	0,3417	0,2397	0,4178	0,1875	0,2130	0,3276
NAO8	0,3871	0,2885	0,3120	0,2931	0,2848	0,3824	0,3266	0,5413	0,3706	0,2203	0,3618	0,2350
NAO9	0,2348	0,2328	0,2074	0,4228	0,1598	0,3710	0,2855	0,2635	0,4008	0,2411	0,2368	0,2237
NAO10	0,1879	0,3189	0,2444	0,3031	0,2830	0,3650	0,4409	0,3122	0,3328	0,3439	0,2581	0,3313
NAO11	0,3514	0,4655	0,3899	0,2393	0,2608	0,2447	0,2431	0,2124	0,3349	0,3304	0,5266	0,4564
NAO12	0,3929	0,4080	0,3538	0,2487	0,2130	0,2925	0,3324	0,4421	0,3467	0,4417	0,3471	0,2652

**Tabuľka 11: Miera vzájomnej informácie pre jednotlivé NAO indexy**

NP	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
NAO1	0,3771	0,3670	0,5158	0,3151	0,2974	0,3292	0,3056	0,3925	0,2516	0,4861	0,3384	0,4232
NAO2	0,3256	0,3046	0,3938	0,3867	0,3369	0,4462	0,3066	0,2046	0,2550	0,4158	0,3896	0,2808
NAO3	0,2588	0,4791	0,1177	0,3057	0,3656	0,2242	0,4075	0,2217	0,2603	0,2651	0,2725	0,3159
NAO4	0,3623	0,2935	0,2276	0,2956	0,4033	0,4077	0,2657	0,3072	0,2980	0,5301	0,2507	0,5033
NAO5	0,3104	0,2391	0,2923	0,2530	0,3694	0,2876	0,2294	0,2943	0,3149	0,2689	0,1242	0,3528
NAO6	0,4012	0,3143	0,3558	0,3526	0,2393	0,3784	0,3344	0,3461	0,2735	0,2822	0,2057	0,4130
NAO7	0,5569	0,3172	0,4519	0,4424	0,3111	0,2770	0,2510	0,3403	0,1697	0,3422	0,3136	0,3208
NAO8	0,3608	0,4329	0,5881	0,3599	0,4535	0,2878	0,1184	0,3511	0,3653	0,3647	0,4317	0,3794
NAO9	0,2982	0,2796	0,2411	0,3389	0,2915	0,2871	0,2972	0,2792	0,3232	0,4958	0,3027	0,2739
NAO10	0,4359	0,2714	0,2353	0,3872	0,4111	0,2697	0,3276	0,4286	0,2940	0,2276	0,2765	0,2838
NAO11	0,2965	0,3797	0,1554	0,3732	0,3555	0,3693	0,4389	0,2711	0,3395	0,3052	0,2146	0,2760
NAO12	0,4393	0,4002	0,4417	0,3185	0,4325	0,1233	0,2290	0,4139	0,2550	0,5914	0,5042	0,3373

## Príloha 2: Výstup z programu v C – Výpočet miery vzájomnej informácie

Výstup z programu bcc.exe tvoril textový súbor s príslušnými komponentami:

1. Tabuľka vstupných dát: 1. stĺpec -- priemerné mesačné teploty, 2. stĺpec -- priemerné mesačné NAO indexy
2. Vypísanie minimálnej a maximálnej hodnoty teploty a NAO
3. Histogram v tvare štvorcovej matice a jednotlivé súčty riadkov a stĺpcov
4. Vypočítaný výsledok miery vzájomnej informácie  $I(\text{teplota}, \text{NAO}) = .$

### Výpočet januárovej vzájomnej informácie s NAO – SLP

- počet intervalov histogramu :5

min\_t=-

-3,38	0,90
-1,21	2,10
-9,12	-5,10
-5,94	-1,50
-0,92	-0,20
-5,59	-3,50
-2,66	-1,60
-3,89	0,50
-3,05	-3,30
-3,99	-2,90
-3,57	-1,20
-3,97	0,40
-1,90	0,50
0,72	2,20
1,91	1,30
-1,21	0,70
-1,79	-1,70
-1,08	1,60
-5,79	-2,60
-5,16	-1,70
-4,11	1,00
-5,31	-1,30
2,09	2,60
-1,22	3,40
-7,84	-2,70
-1,85	2,40
-8,12	-3,50
1,24	1,10
-0,27	2,40
-0,33	3,00

9.12 max\_t=2.09

min\_ao=-5.10 max\_ao=3.40

histogram (x=NAO, y=teplota)

2	1	0	0	0
1	2	2	0	0
0	2	2	4	0
0	1	1	3	5
0	0	0	2	2

ki(sucty stlpcov)

3 5 8 10 4

kj(sucty riadkov)

3 6 5 9 7

výsledok vzájomná informácia -  $I(\text{teplota}, \text{NAO})$

0.552954

**Výpočet januárovej vzájomnej informácie s NAO – SLP**  
**- počet intervalov histogramu :4**

-3,38	0,90
-1,21	2,10
-9,12	-5,10
-5,94	-1,50
-0,92	-0,20
-5,59	-3,50
-2,66	-1,60
-3,89	0,50
-3,05	-3,30
-3,99	-2,90
-3,57	-1,20
-3,97	0,40
-1,90	0,50
0,72	2,20
1,91	1,30
-1,21	0,70
-1,79	-1,70
-1,08	1,60
-5,79	-2,60
-5,16	-1,70
-4,11	1,00
-5,31	-1,30
2,09	2,60
-1,22	3,40
-7,84	-2,70
-1,85	2,40
-8,12	-3,50
1,24	1,10
-0,27	2,40
-0,33	3,00

min\_t=-9.12 max\_t=2.09

min\_ao=-5.10 max\_ao=3.40

histogram (x=NAO, y=teplota)

2	1	0	0
1	6	3	0
1	2	4	4
0	0	1	4

ki(sucty stlpcov)

3 10 11 5

kj(sucty riadkov)

4 9 8 8

výsledok vzájomná informácia I(teplota,NAO)

0.405831

**Výpočet januárovej vzájomnej informácie s NAO – NOAA CPC  
- počet intervalov histogramu :6**

-3,38	0,90
-1,21	2,10
-9,12	-5,10
-5,94	-1,50
-0,92	-0,20
-5,59	-3,50
-2,66	-1,60
-3,89	0,50
-3,05	-3,30
-3,99	-2,90
-3,57	-1,20
-3,97	0,40
-1,90	0,50
0,72	2,20
1,91	1,30
-1,21	0,70
-1,79	-1,70
-1,08	1,60
-5,79	-2,60
-5,16	-1,70
-4,11	1,00
-5,31	-1,30
2,09	2,60
-1,22	3,40
-7,84	-2,70
-1,85	2,40
-8,12	-3,50
1,24	1,10
-0,27	2,40
-0,33	3,00

min\_t=-9.12 max\_t=2.09  
min\_nao=-5.10 max\_nao=3.40

histogram (x=NAO, y=teplota)

1	2	0	0	0	0
0	2	1	0	0	0
0	1	3	2	1	0
0	1	2	1	1	1
0	0	0	1	2	3
0	0	0	0	2	2

ki(sucty stpcov)

3 3 7 6 6 4

kj(sucty riadkov)

1 6 6 4 6 6

výsledok vzájomná informácia I(teplota,NAO)

0.625537